

用QCD求和规则系统分析 $X(3872)$,
 $Z_c(3900)$, $Z_c(3885)$, $Z_c(4020)$, $Z_c(4025)$,
 $Y(4360)$, $Y(4660)$

王志刚

华北电力大学数理系

保定 071003

zgwang@aliyun.com

详细计算和参考文献见：

[arXiv:1310.2422](https://arxiv.org/abs/1310.2422); [arXiv:1311.1046](https://arxiv.org/abs/1311.1046)

Outline

- 引言
- 具体计算过程
- 数值结果和讨论
- 结论

1 引言

在2003年，Belle 合作组在 $B^\pm \rightarrow K^\pm \pi^+ \pi^- J/\psi$ 遍举过程中的 $\pi^+ \pi^- J/\psi$ 不变质量谱里面，观测到类粲粒子 $X(3872)$ 。

我们可从辐射衰变 $X(3872) \rightarrow \gamma J/\psi, \gamma \psi'$ 中推导出电荷共轭 $C = +$ 。

此外，对 $\pi^+ \pi^- J/\psi$ 角关联分析也表明 $X(3872)$ 的量子数为 $J^{PC} = 1^{++}$ 。

L. Maiani 等人把 $X(3872)$ 看做由一个标量双夸克态和一个轴矢量双夸克态组成的四夸克态。

此外，其它解释也很多，都有道理，这里不再列举。

今年春天，BESIII合作组在 $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-J/\psi$ 散射过程中的 $\pi^\pm J/\psi$ 质量谱里面观测到 $Z_c(3900)$ ，观测到的质量为 $(3899.0 \pm 3.6 \pm 4.9) \text{ MeV}$ ，宽度为 $(46 \pm 10 \pm 20) \text{ MeV}$ 。

实验结果随后得到Belle合作组和CLEO合作组的证实，确立 $Z_c(3900)$ 。

R. Faccini等人把 $Z_c(3900)$ 看做和 $X(3872)$ 对应的负电荷共轭轴矢四夸克态。

此外，其它解释也很多，都有道理，这里不再列举。

最近，BESIII合作组在 $e^+e^- \rightarrow \pi D\bar{D}^*$ 散射过程中的 $(D\bar{D}^*)^\pm$ 质量谱里面观测到 $Z_c(3885)$ 。

观测到的质量和宽度分别为 $(3883.9 \pm 1.5 \pm 4.2)$ MeV和 $(24.8 \pm 3.3 \pm 11.0)$ MeV。对 $\pi Z_c(3885)$ 角分布分析支持量子数 $J^P = 1^+$ 。

考虑到质量和宽度的不确定度，我们认为 $Z_c(3900)$ 和 $Z_c(3885)$ 可能是同一个轴矢粒子。一个轴矢四夸克态可以衰变到 $D\bar{D}^*$ 和 $\pi J/\psi$ 。

此外，BESIII合作组在 $e^+e^- \rightarrow (D^*\bar{D}^*)^\pm\pi^\mp$ 散射过程中的 π^\mp 反冲质量谱里面的 $(D^*\bar{D}^*)^\pm$ 阈值附近观测到 $Z_c^\pm(4025)$ 。观测到的质量和宽度分别为 $(4026.3 \pm 2.6 \pm 3.7)$ MeV和 $(24.8 \pm 5.6 \pm 7.7)$ MeV。

还有，BESIII合作组在 $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-h_c$ 散射过程中的 $\pi^\pm h_c$ 质量谱里面观测到 $Z_c(4020)$ ，观测到的质量和宽度分别为 $(4022.9 \pm 0.8 \pm 2.7)$ MeV和 $(7.9 \pm 2.7 \pm 2.6)$ MeV。

在 $\pi^\pm h_c$ 质量谱里面没有观测到 $Z_c(3900)$ 。

我们的第一反应是： S 波 $D^*\bar{D}^*$ 系统的量子数为 $J^{PC} = 0^{++}, 1^{+-}, 2^{++}$ ， S 波 $\pi^\pm h_c$ 量子数为 $J^{PC} = 1^{--}$ ， $Z_c(4025)$ 和 $Z_c(4020)$ 是不同粒子。

对于 P 波 $D^*\bar{D}^*$ 系统，量子数也可以为 $J^{PC} = 1^{-\pm}, 1^{+\pm}$ 。我们不能排除 $Z_c(4025)$ 和 $Z_c(4020)$ 为同一矢量粒子。

$Z_c(4025)$ 和 $Z_c(4020)$ 是荷电类粲粒子，它们的夸克结构为 $c\bar{c}u\bar{d}$ 或者 $c\bar{c}d\bar{u}$ 。

在2007年，Belle合作组在 $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\psi'$ 散射过程中 $\pi^+\pi^-\psi'$ 不变质量分布里面观测到 $Y(4360)$ 和 $Y(4660)$ 。 $Y(4360)$ 和 $Y(4660)$ 的量子数都为 $J^{PC} = 1^{--}$ 。

在2008年，Belle合作组在 $e^+e^- \rightarrow \Lambda_c^+\Lambda_c^-$ 散射过程中 $\Lambda_c^+\Lambda_c^-$ 的不变质量分布里面观测到 $Y(4630)$ 。考虑到质量和宽度的不确定度， $Y(4660)$ 和 $Y(4630)$ 可能是同一粒子。

我们的工作：**区分矢量流和轴矢量流的电荷共轭，在算符乘积展开中，计算真空凝聚到维度10和量级 $\mathcal{O}(\alpha_s)$ ，**

首次详细研究四夸克态求和规则的标度依赖性，并试图得到有用公式，

并对 $X(3872)$, $Z_c(3900)$, $Z_c(3885)$, $Z_c(4020)$, $Z_c(4025)$, $Y(4360)$, $Y(4660)$ 做出系统研究。

在隱粲(美)四夸克态或者分子态的QCD求和规则中，积分

$$\int_{4m_Q^2}^{s_0} ds \rho_{QCD}(s) \exp\left(-\frac{s}{T^2}\right), \quad (1)$$

对于重夸克质量 m_Q 的变化极为敏感，这里 $\rho_{QCD}(s)$ 是QCD谱密度， T^2 是布莱尔参数。

重夸克质量的变化可以导致QCD谱密度的变化，更重要的是导致积分区间 $4m_Q^2 - s_0$ 的变化，最终导致布莱尔窗口的变化以及所预言强子态质量的变化。

在以前所有关于粲(美)四夸克态或者分子态的工作中，都取 \overline{MS} 质量，

但是不外乎两种情形：或者没有明确指出能量标度；或者指出在一个特殊能量标度 $\mu = 1\text{GeV}$ ，计算QCD谱密度，

没有任何工作详细研究能标依赖性。

2 具体计算过程

We write down the two-point correlation functions in the QCD sum rules,

$$\Pi_{\mu\nu}(p) = i \int d^4x e^{ip \cdot x} \langle 0 | T \{ J_\mu(x) J_\nu^\dagger(0) \} | 0 \rangle, \quad (2)$$

$$J_\mu^1(x) = \frac{\epsilon^{ijk} \epsilon^{imn}}{\sqrt{2}} \{ u^j(x) C \gamma_5 c^k(x) \bar{d}^m(x) \gamma_\mu C \bar{c}^n(x) + t u^j(x) C \gamma_\mu c^k(x) \bar{d}^m(x) \gamma_5 C \bar{c}^n(x) \} \quad (3)$$

$$J_\mu^2(x) = \frac{\epsilon^{ijk} \epsilon^{imn}}{\sqrt{2}} \{ s^j(x) C c^k(x) \bar{s}^m(x) \gamma_\mu C \bar{c}^n(x) + t s^j(x) C \gamma_\mu c^k(x) \bar{s}^m(x) C \bar{c}^n(x) \}, \quad (4)$$

$$J_\mu^3(x) = \frac{\epsilon^{ijk} \epsilon^{imn}}{2} \{ u^j(x) C c^k(x) \bar{u}^m(x) \gamma_\mu C \bar{c}^n(x) + d^j(x) C c^k(x) \bar{d}^m(x) \gamma_\mu C \bar{c}^n(x) \\ + t u^j(x) C \gamma_\mu c^k(x) \bar{u}^m(x) C \bar{c}^n(x) + t d^j(x) C \gamma_\mu c^k(x) \bar{d}^m(x) C \bar{c}^n(x) \}, \quad (5)$$

$$J_\mu^4(x) = \frac{\epsilon^{ijk} \epsilon^{imn}}{\sqrt{2}} \{ u^j(x) C c^k(x) \bar{d}^m(x) \gamma_\mu C \bar{c}^n(x) + t u^j(x) C \gamma_\mu c^k(x) \bar{d}^m(x) C \bar{c}^n(x) \}, \quad (6)$$

where $J_\mu(x) = J_\mu^1(x), J_\mu^2(x), J_\mu^3(x), J_\mu^4(x)$. $t = \pm 1$ denote the positive and negative charge conjunctions, respectively, the i, j, k, m, n are color indexes.

我们选择用内插流 $J_{\mu}^1(x)$ 来研究 $J^{PC} = 1^{+\pm}$ 双夸克态-反双夸克态型的四夸克态 $X(3872)$ 和 $Z_c(3900)$ (或者 $Z_c(3885)$)。

我们选择用 $t = -$ 的中性内插流 $J_{\mu}^2(x)$ 和 $J_{\mu}^3(x)$ 来研究 $J^{PC} = 1^{--}$ 的双夸克态-反双夸克态型的四夸克态 $Y(4660)$ 和 $Y(4360)$ 。Belle 合作组观测到在 $\pi^+\pi^-\psi'$ 质量谱中 $\pi^+\pi^-$ 不变质量分布中有两个结构，分别在 0.6 GeV 和 1.0 GeV 附近，可能是标量粒子 $f_0(600)$ 和 $f_0(980)$ 。

我们选择用荷电矢量流 $J_{\mu}^4(x)$ 来研究 $Z_c(4020)$ 和 $Z_c(4025)$ 。此外，我们还构造了标量和张量流，正在做，快出结果了。

在电荷共轭 \hat{C} 变换下，内插流 $J_\mu(x)$ 性质如下：

$$\hat{C} J_\mu(x) \hat{C}^{-1} = \pm J_\mu(x) \quad \text{for } t = \pm 1, \quad (7)$$

这起源于标量、赝标量、轴矢量双夸克态的电荷共轭性质，

$$\begin{aligned} \hat{C} [\epsilon^{ijk} q^j C \gamma_5 c^k] \hat{C}^{-1} &= \epsilon^{ijk} \bar{q}^j \gamma_5 C \bar{c}^k, \\ \hat{C} [\epsilon^{ijk} q^j C c^k] \hat{C}^{-1} &= \epsilon^{ijk} \bar{q}^j C \bar{c}^k, \\ \hat{C} [\epsilon^{ijk} q^j C \gamma_\mu c^k] \hat{C}^{-1} &= \epsilon^{ijk} \bar{q}^j \gamma_\mu C \bar{c}^k. \end{aligned} \quad (8)$$

我们回到QCD求和规则，看强子表示，

$$\Pi_{\mu\nu}(p) = \frac{\lambda^2}{M^2 - p^2} \left(-g_{\mu\nu} + \frac{p_\mu p_\nu}{p^2} \right) + \dots, \quad (9)$$

极点留数 λ 通过下面公式定义

$$\langle 0 | J_\mu(0) | Y/Z(p) \rangle = \lambda \varepsilon_\mu, \quad (10)$$

ε_μ 是 $X(3872)$, $Z_c(3900)$, $Z_c(3885)$, $Z_c(4020)$, $Z_c(4025)$, $Y(4360)$ and $Y(4660)$ 的极化矢量。

我们以轴矢流为例说明算符乘积展开

We contract the quark fields in the correlation functions $\Pi_{\mu\nu}(p)$ with Wick theorem, obtain the results:

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu}(p) = & -\frac{i\epsilon^{ijk}\epsilon^{imn}\epsilon^{i'j'k'}\epsilon^{i'm'n'}}{2} \int d^4x e^{ip\cdot x} \\ & \left\{ \text{Tr} \left[\gamma_5 C^{kk'}(x) \gamma_5 C U^{jj'T}(x) C \right] \text{Tr} \left[\gamma_\nu C^{n'n}(-x) \gamma_\mu C D^{m'mT}(-x) C \right] \right. \\ & + \text{Tr} \left[\gamma_\mu C^{kk'}(x) \gamma_\nu C U^{jj'T}(x) C \right] \text{Tr} \left[\gamma_5 C^{m'n}(-x) \gamma_5 C D^{m'mT}(-x) C \right] \\ & \mp \text{Tr} \left[\gamma_\mu C^{kk'}(x) \gamma_5 C U^{jj'T}(x) C \right] \text{Tr} \left[\gamma_\nu C^{m'n}(-x) \gamma_5 C D^{m'mT}(-x) C \right] \\ & \left. \mp \text{Tr} \left[\gamma_5 C^{kk'}(x) \gamma_\nu C U^{jj'T}(x) C \right] \text{Tr} \left[\gamma_5 C^{m'n}(-x) \gamma_\mu C D^{m'mT}(-x) C \right] \right\}, \quad (11) \end{aligned}$$

where the \mp correspond the positive and negative charge conjunctions, respectively, the $U_{ij}(x)$, $D_{ij}(x)$ and $C_{ij}(x)$ are the full u , d and c quark propagators, respectively (the $U_{ij}(x)$ and $D_{ij}(x)$ can be written as $S_{ij}(x)$ for simplicity).

$$S_{ij}(x) = \frac{i\delta_{ij} \not{x}}{2\pi^2 x^4} - \frac{\delta_{ij} \langle \bar{q}q \rangle}{12} - \frac{\delta_{ij} x^2 \langle \bar{q}g_s \sigma Gq \rangle}{192} - \frac{ig_s G_{\alpha\beta}^a t_{ij}^a (\not{x} \sigma^{\alpha\beta} + \sigma^{\alpha\beta} \not{x})}{32\pi^2 x^2} - \frac{i\delta_{ij} x^2 \not{x} g_s^2 \langle \bar{q}q \rangle^2}{7776} \\ - \frac{\delta_{ij} x^4 \langle \bar{q}q \rangle \langle g_s^2 GG \rangle}{27648} - \frac{1}{8} \langle \bar{q}_j \sigma^{\mu\nu} q_i \rangle \sigma_{\mu\nu} - \frac{1}{4} \langle \bar{q}_j \gamma^\mu q_i \rangle \gamma_\mu + \dots, \quad (12)$$

$$C_{ij}(x) = \frac{i}{(2\pi)^4} \int d^4k e^{-ik \cdot x} \left\{ \frac{\delta_{ij}}{\not{k} - m_c} - \frac{g_s G_{\alpha\beta}^n t_{ij}^n \sigma^{\alpha\beta} (\not{k} + m_c) + (\not{k} + m_c) \sigma^{\alpha\beta}}{4(k^2 - m_c^2)^2} \right. \\ \left. + \frac{g_s D_\alpha G_{\beta\lambda}^n t_{ij}^n (f^{\lambda\beta\alpha} + f^{\lambda\alpha\beta})}{3(k^2 - m_c^2)^4} - \frac{g_s^2 (t^a t^b)_{ij} G_{\alpha\beta}^a G_{\mu\nu}^b (f^{\alpha\beta\mu\nu} + f^{\alpha\mu\beta\nu} + f^{\alpha\mu\nu\beta})}{4(k^2 - m_c^2)^5} + \dots \right\}, \\ f^{\lambda\alpha\beta} = (\not{k} + m_c) \gamma^\lambda (\not{k} + m_c) \gamma^\alpha (\not{k} + m_c) \gamma^\beta (\not{k} + m_c), \\ f^{\alpha\beta\mu\nu} = (\not{k} + m_c) \gamma^\alpha (\not{k} + m_c) \gamma^\beta (\not{k} + m_c) \gamma^\mu (\not{k} + m_c) \gamma^\nu (\not{k} + m_c), \quad (13)$$

and $t^n = \frac{\lambda^n}{2}$, the λ^n is the Gell-Mann matrix, $D_\alpha = \partial_\alpha - ig_s G_\alpha^n t^n$, then compute the integrals both in the coordinate and momentum spaces, and obtain the correlation functions $\Pi_{\mu\nu}(p)$ therefore the spectral densities at the level of quark-gluon degrees of freedom.

此处计算十分复杂，极容易丢掉部分费曼图，计算需要细心；否则，影响精确度。

We obtain the following QCD sum rules:

$$\lambda_{Y/Z}^2 \exp\left(-\frac{M_{Y/Z}^2}{T^2}\right) = \int_{4m_c^2}^{s_0} ds \rho(s) \exp\left(-\frac{s}{T^2}\right), \quad (14)$$

where

$$\rho(s) = \rho_0(s) + \rho_3(s) + \rho_4(s) + \rho_6(s) + \rho_7(s) + \rho_8(s) + \rho_{10}(s), \quad (15)$$

the subscripts 0, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10 denote the dimensions of the vacuum condensates.

$$M_{Y/Z}^2 = \frac{\int_{4m_c^2}^{s_0} ds \frac{d}{d(-1/T^2)} \rho(s) \exp\left(-\frac{s}{T^2}\right)}{\int_{4m_c^2}^{s_0} ds \rho(s) \exp\left(-\frac{s}{T^2}\right)}. \quad (16)$$

3 数值结果和讨论

The vacuum condensates are taken to be the standard values $\langle \bar{q}q \rangle = -(0.24 \pm 0.01 \text{ GeV})^3$, $\langle \bar{s}s \rangle = (0.8 \pm 0.1) \langle \bar{q}q \rangle$, $\langle \bar{q}g_s \sigma Gq \rangle = m_0^2 \langle \bar{q}q \rangle$, $\langle \bar{s}g_s \sigma Gs \rangle = m_0^2 \langle \bar{s}s \rangle$, $m_0^2 = (0.8 \pm 0.1) \text{ GeV}^2$, $\langle \frac{\alpha_s GG}{\pi} \rangle = (0.33 \text{ GeV})^4$ at the energy scale $\mu = 1 \text{ GeV}$.

The quark condensate and mixed quark condensate evolve with the renormalization group equation, $\langle \bar{q}q \rangle(\mu) = \langle \bar{q}q \rangle(Q) \left[\frac{\alpha_s(Q)}{\alpha_s(\mu)} \right]^{\frac{4}{9}}$, $\langle \bar{s}s \rangle(\mu) = \langle \bar{s}s \rangle(Q) \left[\frac{\alpha_s(Q)}{\alpha_s(\mu)} \right]^{\frac{4}{9}}$, $\langle \bar{q}g_s \sigma Gq \rangle(\mu) = \langle \bar{q}g_s \sigma Gq \rangle(Q) \left[\frac{\alpha_s(Q)}{\alpha_s(\mu)} \right]^{\frac{2}{27}}$, and $\langle \bar{s}g_s \sigma Gs \rangle(\mu) = \langle \bar{s}g_s \sigma Gs \rangle(Q) \left[\frac{\alpha_s(Q)}{\alpha_s(\mu)} \right]^{\frac{2}{27}}$.

We take the \overline{MS} masses $m_c(m_c) = (1.275 \pm 0.025) \text{ GeV}$ and $m_s(\mu = 2 \text{ GeV}) = (0.095 \pm 0.005) \text{ GeV}$ from the Particle Data Group, and take into account the energy-scale dependence of the \overline{MS} masses from the renormalization group equation,

$$\begin{aligned} m_c(\mu) &= m_c(m_c) \left[\frac{\alpha_s(\mu)}{\alpha_s(m_c)} \right]^{\frac{12}{25}}, \\ m_s(\mu) &= m_s(2\text{GeV}) \left[\frac{\alpha_s(\mu)}{\alpha_s(2\text{GeV})} \right]^{\frac{4}{9}}, \\ \alpha_s(\mu) &= \frac{1}{b_0 t} \left[1 - \frac{b_1 \log t}{b_0^2 t} + \frac{b_1^2 (\log^2 t - \log t - 1) + b_0 b_2}{b_0^4 t^2} \right], \end{aligned} \quad (17)$$

where $t = \log \frac{\mu^2}{\Lambda^2}$, $b_0 = \frac{33-2n_f}{12\pi}$, $b_1 = \frac{153-19n_f}{24\pi^2}$, $b_2 = \frac{2857 - \frac{5033}{9}n_f + \frac{325}{27}n_f^2}{128\pi^3}$, $\Lambda = 213 \text{ MeV}$, 296 MeV and 339 MeV for the flavors $n_f = 5, 4$ and 3 , respectively.

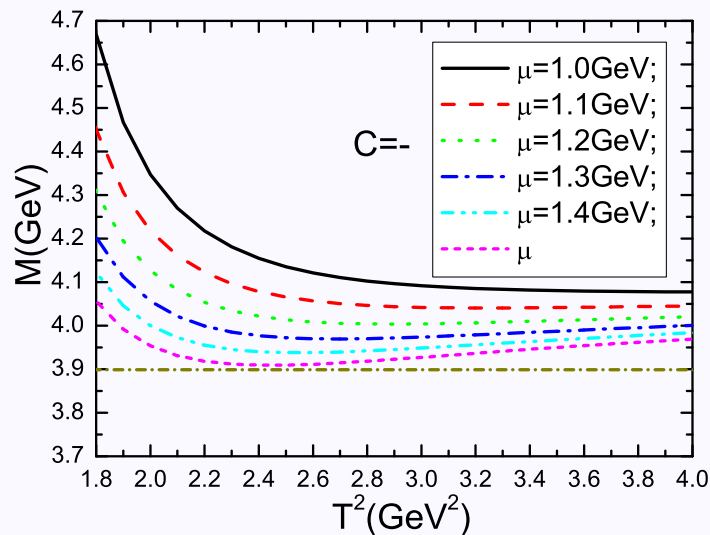
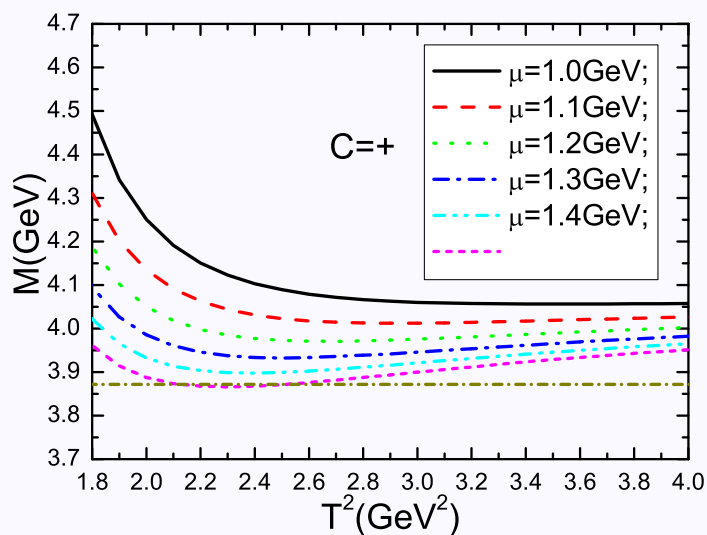
我们参照D介子QCD求和规则常用的能量标度公式 $\mu = \sqrt{m_D^2 - m_c^2} \approx 1 \text{ GeV}$ ，提出如下能量标度公式来估算类粲四夸克态谱密度的能量标度，

$$\mu = \sqrt{M_{Y/Z}^2 - (2M_c)^2}, \quad (18)$$

这里的等效粲夸克质量 $M_c = 1.8 \text{ GeV}$ 。所得能标： $Z_c(3900)$ 的能标为 $\mu = 1.5 \text{ GeV}$ ， $Y(4660)$ 的能标为 $\mu = 3.0 \text{ GeV}$ ， $Y(4360)$ 的能标为 $\mu = 2.5 \text{ GeV}$ 。

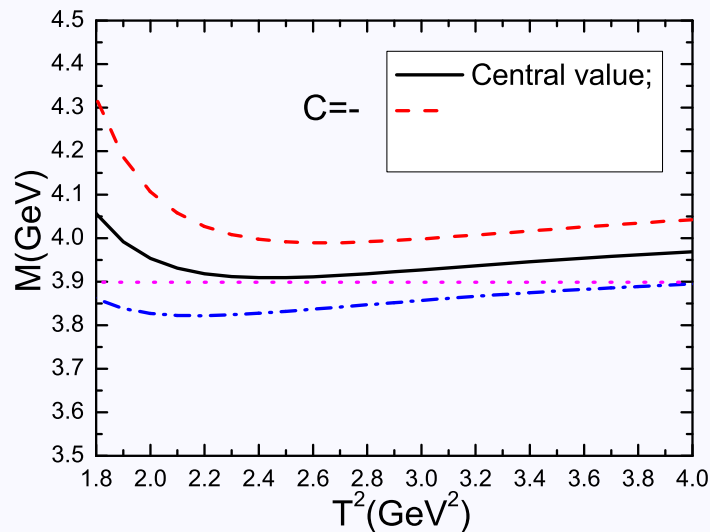
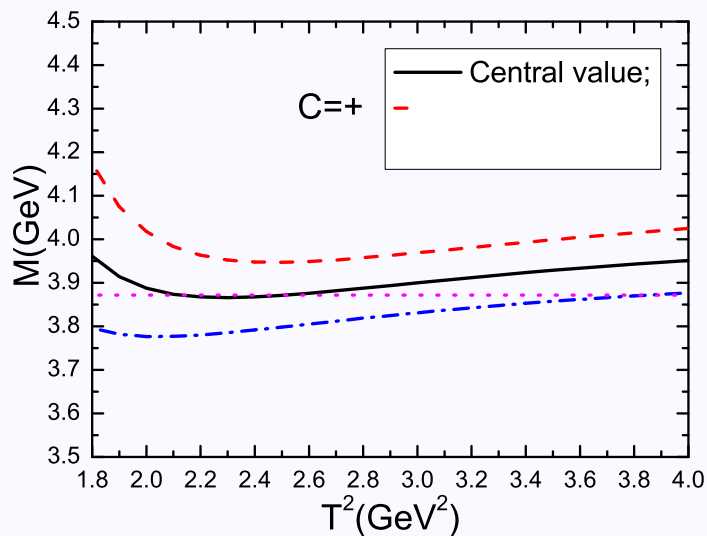
这个经验公式很管用，对标量、赝标、矢量、轴矢量、张量类粲偶素四夸克态都适用。

阈值参数 $\sqrt{s_0} = 4.4 \text{ GeV}$ 时，轴矢四夸克态质量随布莱尔参数和能标的变化关系，横线表示 $X(3872)$ 和 $Z_c(3900)$ 质量的实验值。



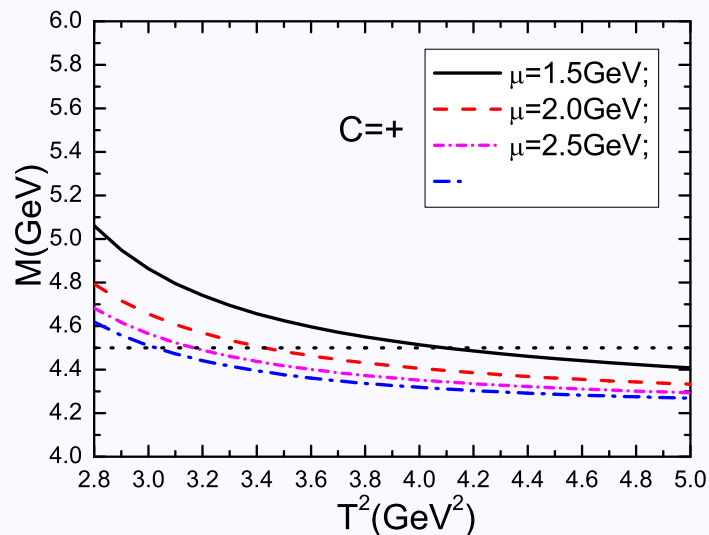
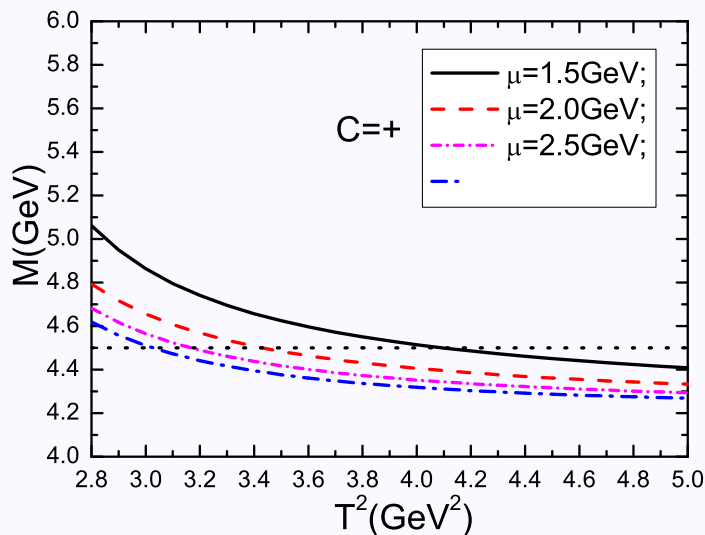
轴矢四夸克态质量随能标增加而单调下降，能标 $\mu = 1.5 \text{ GeV}$ 是重现实验值的最低能标。

考虑所有不确定度后的最终结果：轴矢四夸克态质量随布莱尔参数的变化关系，横线表示 $X(3872)$ 和 $Z_c(3900)$ 质量的实验值。



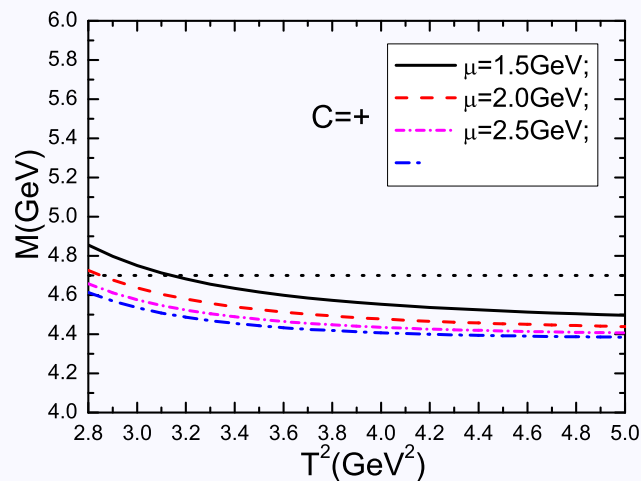
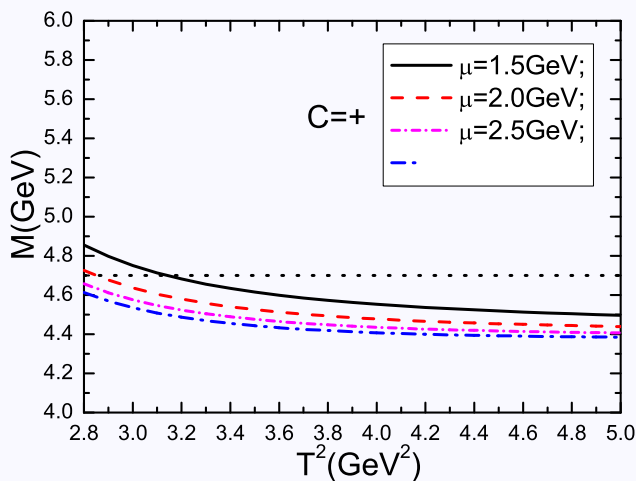
我们的结果支持把 $X(3872)$ 和 $Z_c(3900)$ 分别看做 1^{++} 和 1^{+-} 双夸克态-反双夸克态型的四夸克态。

矢量四夸克态 $c\bar{c}u\bar{d}$ 质量随布萊尔参数和能标的变化关系，横线代表阈值参数 $\sqrt{s_0} = 4.5 \text{ GeV}$ 。



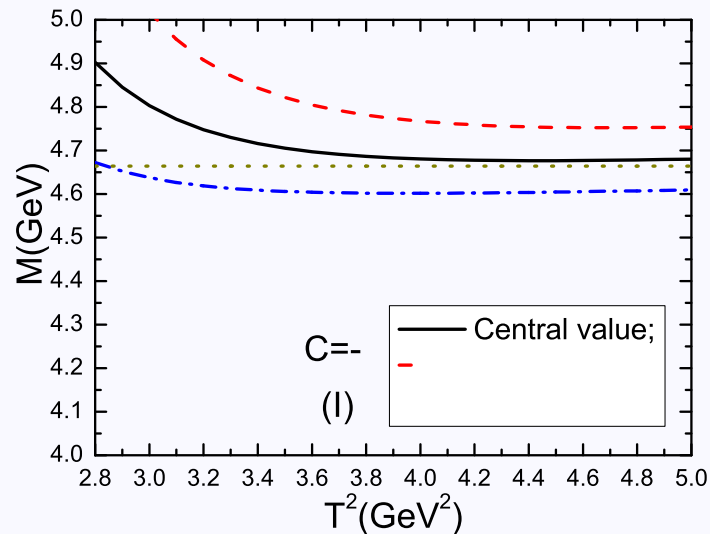
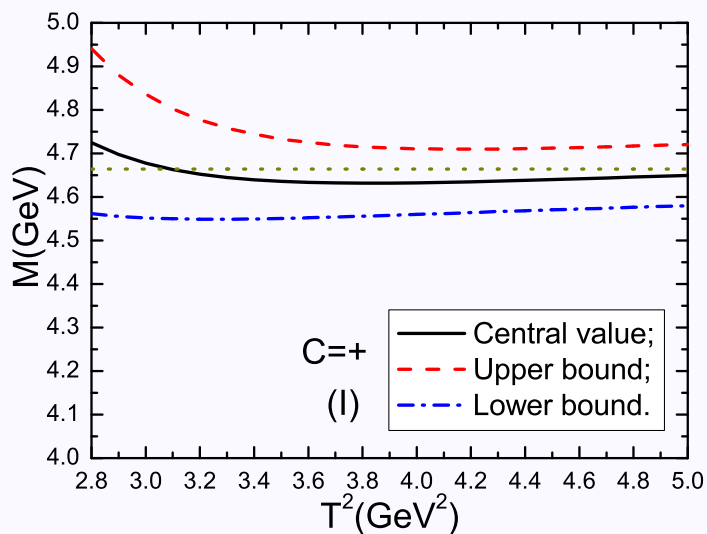
我们的结果不支持把 $Z_c(4020)$ 和 $Z_c(4025)$ 看做双夸克态-反双夸克态型的矢量四夸克态。

矢量四夸克态 $c\bar{c}u\bar{d}$ 质量随布莱尔参数和能标的变化关系，横线代表阈值参数 $\sqrt{s_0} = 4.7 \text{ GeV}$ 。

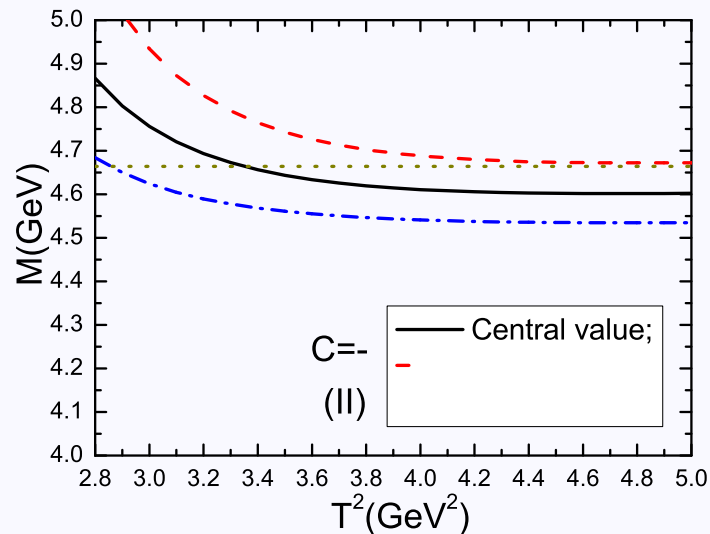
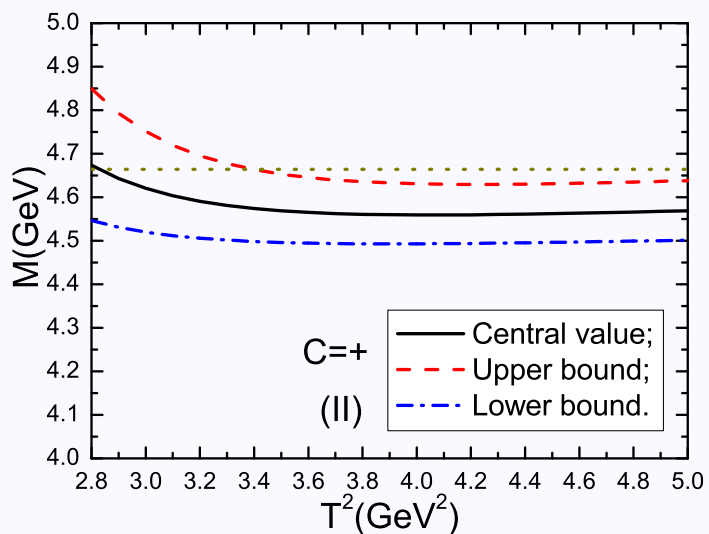


我们的结果不支持把 $Z_c(4020)$ 和 $Z_c(4025)$ 看做双夸克态-反双夸克态型的矢量四夸克态。

对于 $c\bar{c}s\bar{s}$ 四夸克态(I), 考虑所有不确定度后的最终结果: 矢量四夸克态质量随布莱尔参数的变化关系, 横线代表 $Y(4660)$ 质量的实验值。



对于 $c\bar{c}(u\bar{u} + d\bar{d})/\sqrt{2}$ 四夸克态(II)，考虑所有不确定度后的最终结果：矢量四夸克态质量随布莱尔参数的变化关系，横线代表 $Y(4660)$ 质量的实验值。



我们的数值结果支持把 $Y(4660)$ 看做 $J^{PC} = 1^{--}$ 双夸克态-反双夸克态型的四夸克态, $M_{c\bar{c}s\bar{s}}$ 和 $M_{c\bar{c}(u\bar{u}+d\bar{d})/\sqrt{2}}$ 都和 $M_{Y(4660)}$ 的实验值在误差范围内符合。

我们可以通过测量 $\pi^+\pi^-\psi'$ 质量谱中 $\pi^+\pi^-$ 不变质量分布来确认 $f_0(600)$ 和 $f_0(980)$, 从而确认 $Y(4660)$ 的夸克结构。

我们也可以把 $Y(4360)$ 看做 $c\bar{c}-c\bar{c}(u\bar{u} + d\bar{d})/\sqrt{2}$ 混合态, $c\bar{c}$ 组分可以把质量降低到4.4 GeV附近, 从而重现实验值。

4 结论

- 我们提出能量标度公式 $\mu = \sqrt{M_{Y/Z}^2 - (2M_c)^2}$, 可以用来估算类粲四夸克态两点关联函数谱密度的能量标度, 效果很好。
- QCD求和规则数值结果 $M_X = 3.87_{-0.09}^{+0.09}$ GeV 和 $M_Z = 3.91_{-0.09}^{+0.11}$ GeV 支持把 $X(3872)$ 和 $Z_c(3900)$ (或者 $Z_c(3885)$) 分别看做 1^{++} 和 1^{+-} 双夸克态-反双夸克态型的四夸克态。

- 数值结果不支持把 $Z_c(4020)$ 、 $Z_c(4025)$ 、 $Y(4360)$ 看做双夸克态-反双夸克态型的矢量四夸克态。
- 组分夸克为 $c\bar{c}s\bar{s}$ 和 $c\bar{c}(u\bar{u} + d\bar{d})/\sqrt{2}$ 的矢量四夸克态都支持把 $Y(4660)$ 看做 1^{--} 双夸克态-反双夸克态型的矢量四夸克态，需要更多的实验数据来区分它的组分。
- 目前没有正电荷共轭矢量四夸克态的候选者。

谢谢大家， 欢迎指正！