

What can Lattice QCD provide for Hadron Spectroscopy

吴佳俊 (中国科学院大学)

合作者: C. D. Abell, D. B. Leinweber, A. W. Thomas

[arXiv: 2110.14113](#)

杨智, 王广娟, 朱世琳, Makoto Oka,

[arXiv: 2107.04860](#)

CSSM-QCDSF group

[arXiv: 2109.01157](#)

中国格点QCD第一届年会

2021. 10. 31.

华南师范大学 (网络云端)



中国科学院大学
University of Chinese Academy of Sciences



目录

- 一点思考
- 格点算符---哑铃法
- HEFT----Ds 正宇称态研究
- 小结和展望



强子能谱研究中我们缺什么

Particle	J^P	overall	Particle	J^P	overall	Particle	J^P	Overall status	Particle	J^P	Overall status
N	$1/2^+$	****	$\Delta(1232)$	$3/2^+$	****	$\Lambda(1116)$	$1/2^+$	****	$\Sigma(1193)$	$1/2^+$	****
$N(1440)$	$1/2^+$	****	$\Delta(1600)$	$3/2^+$	****	$\Lambda(1380)$	$1/2^-$	**	$\Sigma(1385)$	$3/2^+$	****
$N(1520)$	$3/2^-$	****	$\Delta(1620)$	$1/2^-$	****	$\Lambda(1405)$	$1/2^-$	****	$\Sigma(1580)$	$3/2^-$	*
$N(1535)$	$1/2^-$	****	$\Delta(1700)$	$3/2^-$	****	$\Lambda(1520)$	$3/2^-$	****	$\Sigma(1620)$	$1/2^-$	*
$N(1650)$	$1/2^-$	****	$\Delta(1750)$	$1/2^+$	*	$\Lambda(1600)$	$1/2^+$	****	$\Sigma(1660)$	$1/2^+$	***
$N(1675)$	$5/2^-$	****	$\Delta(1900)$	$1/2^-$	***	$\Lambda(1670)$	$1/2^-$	****	$\Sigma(1670)$	$3/2^-$	****
$N(1680)$	$5/2^+$	****	$\Delta(1905)$	$5/2^+$	****	$\Lambda(1690)$	$3/2^-$	****	$\Sigma(1750)$	$1/2^-$	***
$N(1700)$	$3/2^-$	***	$\Delta(1910)$	$1/2^+$	****	$\Lambda(1710)$	$1/2^+$	*	$\Sigma(1775)$	$5/2^-$	****
$N(1710)$	$1/2^+$	****	$\Delta(1920)$	$3/2^+$	***	$\Lambda(1800)$	$1/2^-$	***	$\Sigma(1780)$	$3/2^+$	*
$N(1720)$	$3/2^+$	****	$\Delta(1930)$	$5/2^-$	***	$\Lambda(1810)$	$1/2^+$	***	$\Sigma(1880)$	$1/2^+$	**
$N(1860)$	$5/2^+$	**	$\Delta(1940)$	$3/2^-$	**	$\Lambda(1820)$	$5/2^+$	****	$\Sigma(1900)$	$1/2^-$	**
$N(1875)$	$3/2^-$	***	$\Delta(1950)$	$7/2^+$	****	$\Lambda(1830)$	$5/2^-$	****	$\Sigma(1910)$	$3/2^-$	***
$N(1880)$	$1/2^+$	***	$\Delta(2000)$	$5/2^+$	**	$\Lambda(1890)$	$3/2^+$	****	$\Sigma(1915)$	$5/2^+$	****
$N(1895)$	$1/2^-$	****	$\Delta(2150)$	$1/2^-$	*	$\Lambda(2000)$	$1/2^-$	*	$\Sigma(1940)$	$3/2^+$	*
$N(1900)$	$3/2^+$	****	$\Delta(2200)$	$7/2^-$	***	$\Lambda(2050)$	$3/2^-$	*	$\Sigma(2010)$	$3/2^-$	*
$N(1990)$	$7/2^+$	**	$\Delta(2300)$	$9/2^+$	**	$\Lambda(2070)$	$3/2^+$	*	$\Sigma(2030)$	$7/2^+$	****
$N(1990)$	$7/2^+$	**	$\Delta(2350)$	$5/2^-$	*	$\Lambda(2080)$	$5/2^-$	*	$\Sigma(2070)$	$5/2^+$	*
$N(2000)$	$5/2^+$	**	$\Delta(2390)$	$7/2^+$	**	$\Lambda(2085)$	$7/2^+$	**	$\Sigma(2080)$	$3/2^+$	*
$N(2040)$	$3/2^+$	*	$\Delta(2400)$	$9/2^-$	**	$\Lambda(2100)$	$7/2^-$	****	$\Sigma(2100)$	$7/2^-$	*
$N(2060)$	$5/2^-$	***	$\Delta(2420)$	$11/2^+$	****	$\Lambda(2110)$	$5/2^+$	***	$\Sigma(2110)$	$1/2^-$	*
$N(2100)$	$1/2^+$	***	$\Delta(2420)$	$11/2^+$	****	$\Lambda(2110)$	$5/2^+$	***	$\Sigma(2230)$	$3/2^+$	*
$N(2120)$	$3/2^-$	***	$\Delta(2750)$	$13/2^-$	**	$\Lambda(2325)$	$3/2^-$	*	$\Sigma(2250)$		**
$N(2190)$	$7/2^-$	****	$\Delta(2950)$	$15/2^+$	**	$\Lambda(2350)$	$9/2^+$	***	$\Sigma(2455)$		*
$N(2220)$	$9/2^+$	****				$\Lambda(2585)$		*	$\Sigma(2620)$		*
$N(2250)$	$9/2^-$	****							$\Sigma(3000)$		*
$N(2300)$	$1/2^+$	**							$\Sigma(3170)$		*
$N(2570)$	$5/2^-$	**									
$N(2600)$	$11/2^-$	***									
$N(2700)$	$13/2^+$	**									

**** Existence is certain.
 *** Existence is very likely.
 ** Evidence of existence is fair.
 * Evidence of existence is poor.

Particle	J^P	Overall status	Status
$\Xi(1318)$	$1/2^+$	****	Omega-
$\Xi(1530)$	$3/2^+$	****	Omega(2012)-
$\Xi(1620)$		*	Omega(2250)-
$\Xi(1690)$		***	Omega(2380)-
$\Xi(1820)$	$3/2^-$	***	Omega(2470)-
$\Xi(1950)$		***	
$\Xi(2030)$		***	
$\Xi(2120)$		*	
$\Xi(2250)$		**	
$\Xi(2370)$		**	
$\Xi(2500)$		*	

**** Existence is certain, and properties are at least fair.
 *** Existence ranges from very likely to certain, but and/or quantum numbers, branching fractions, etc. are not well known.
 ** Evidence of existence is only fair.
 * Evidence of existence is poor.

*	*	*
*	*	*
*	*	*
**	*	*
*	*	*
*	*	*

Lambda(c)+	$\Xi(c)(2790)$
Lambda(c)(2595)+	$\Xi(c)(2815)$
Lambda(c)(2625)+	$\Xi(c)(2923)$
Lambda(c)(2765)+	$\Xi(c)(2930)$
Lambda(c)(2860)+	$\Xi(c)(2970)$
Lambda(c)(2880)+	$\Xi(c)(3055)$
Lambda(c)(2940)+	$\Xi(c)(3080)$
Sigma(c)(2455)	$\Xi(c)(3123)$
Sigma(c)(2520)	Omega(c)0
Sigma(c)(2800)	Omega(c)(2770)0
$\Xi(c)^+$	Omega(c)(3000)0
$\Xi(c)^0$	Omega(c)(3050)0
$\Xi(c)^+$	Omega(c)(3065)0
$\Xi(c)^0$	Omega(c)(3090)0
$\Xi(c)(2645)$	Omega(c)(3120)0

$\Xi(cc)^{++}$

Lambda(b)0
Lambda(b)(5912)0
Lambda(b)(5920)0
Lambda(b)(6070)0
Lambda(b)(6146)0
Lambda(b)(6152)0
Sigma(b)
Sigma*(b)
Sigma(b)(6097)+
Sigma(b)(6097)-
$\Xi(b)^-$
$\Xi(b)^0$
$\Xi(b)'(5935)^-$
$\Xi(b)'(5945)0$
$\Xi^*(b)(5955)^-$
$\Xi(b)(6227)^-$
$\Xi(b)(6227)0$
$\Xi(bc)^0$
Omega(b)-
Omega(b)(6316)-
Omega(b)(6330)-
Omega(b)(6340)-
Omega(b)(6350)-

P(c)(4312)+
 P(c)(4380)+
 P(c)(4440)+
 P(c)(4457)+

种类	N/ Δ	Λ	Σ	Ξ	Ω	Charmed	Bottom	bc	Penta
数量	28/22	23	26	11	4	30+1	22	1	4

强子能谱研究中我们缺什么

种类	N/ Δ	Λ	Σ	Ξ	Ω	Charmed	Bottom	bc	Penta
数量	28/22	23	26	11	4	30+1	22	1	4

$\pi p, \gamma p, K p$
scattering

1. 从两体过程中能够得到较为完整清晰的能谱。



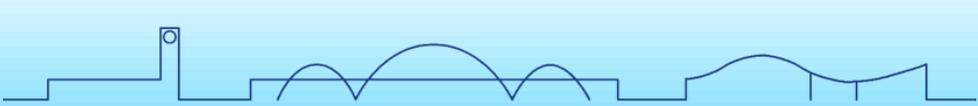
强子能谱研究中我们缺什么

1. 从两体过程中能够得到较为完整清晰的能谱。
2. 从两体过程中得到的分波振幅，是很多理论分析的基础。

$2 \rightarrow 2$ 过程是我们研究强子物理和理解QCD理论**最简单最干净**并且有较为**完整的振幅分析理论**的场所

但是我们在实验中能够实现的 $2 \rightarrow 2$ 过程其实非常有限，这是因为强子的寿命太短所以束流很难制备，靶粒子要稳定的系统，更加困难，少体系统中只有质子和氦核(其实氦核已经是两体了，另一个粒子和氦核反应实际上是一个三体过程，特别需要考虑质子中子的重散射效应)。

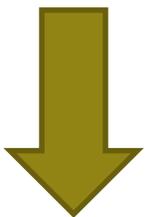
缺： $2 \rightarrow 2$ 过程的振幅输入



谁能来帮我们

缺： $2 \rightarrow 2$ 过程的振幅输入

Lattice QCD



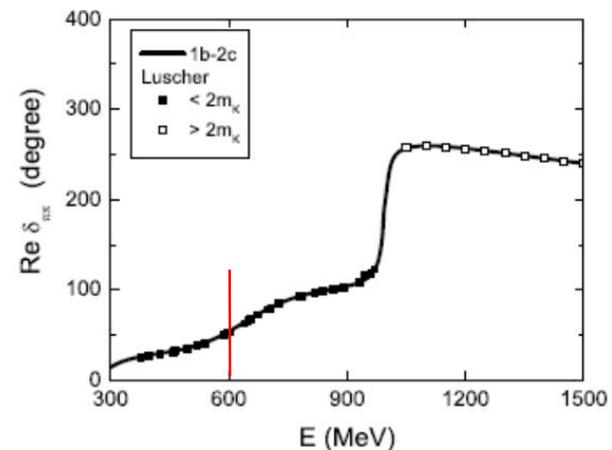
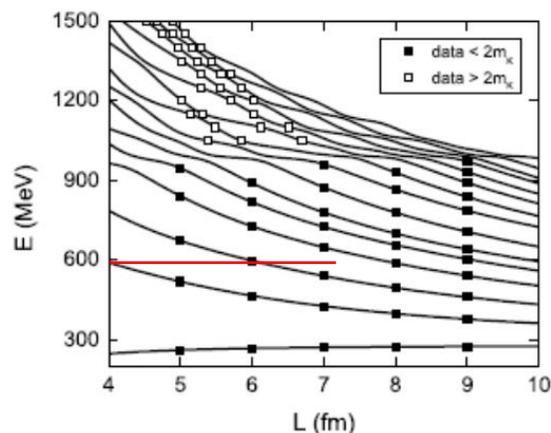
格点能谱



Lüscher 方法

2体过程的 T 矩阵

$$\sum_{(\vec{y}-\vec{x}) \in \mathbb{Z}^3} e^{i\vec{p} \cdot (\vec{y}-\vec{x})} \langle T(\psi_{\hat{R}}(t; \vec{y}, \vec{\delta}), \psi_{\hat{R}'}^\dagger(0; \vec{x}, \vec{\delta})) \rangle \sim \sum_{\Gamma, i} Z_i^\Gamma e^{-E_i^\Gamma t}$$



Lüscher 公式 (单道)

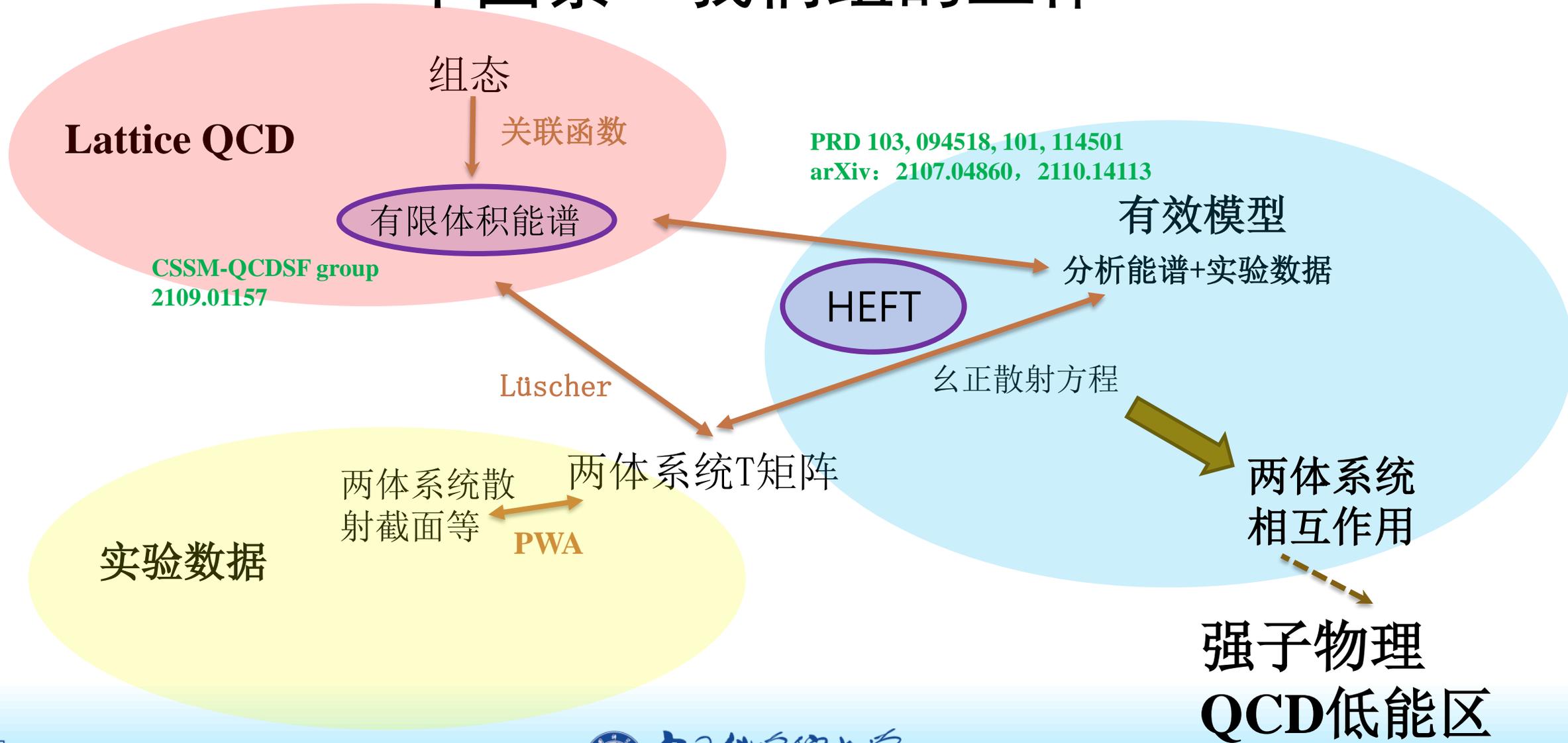
$$\delta_{\pi\pi}(E_L) = \tan^{-1} \left(\frac{q_\alpha \pi^{3/2}}{Z_{00}(1, q_\alpha^2)} \right) \bmod \pi$$

M. Luscher NPB 354, 531(1991)

$$q_\alpha = \sqrt{\frac{E_L^2}{4} - m_\alpha^2}$$



一个图景—我们组的工作



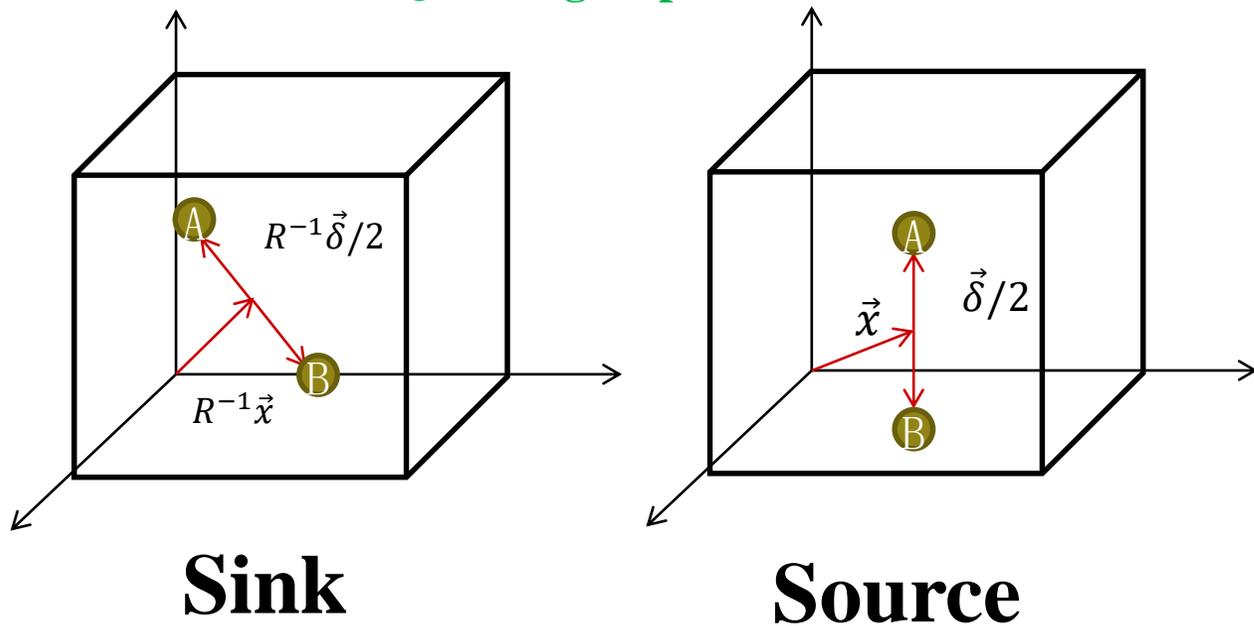
格点算符---哑铃法

- 两强子算符的一种构造方法。

算符

$$\phi(\vec{x}, \vec{\delta}, t) = \chi_A\left(\vec{x} + \frac{\vec{\delta}}{2}, t\right) \chi_B\left(\vec{x} - \frac{\vec{\delta}}{2}, t\right)$$

CSSM-QCDSF group 2109.01157



关联函数

$$\sum_i \sum_{\vec{y} - \vec{x} \in \mathbb{Z}^3} e^{i\vec{p} \cdot (\vec{y} - \vec{x})} \langle \Omega | \Phi_{i,\Gamma,n}(\vec{y}, \vec{\delta}, t) \Phi_{i,\Gamma,n}^\dagger(\vec{x}, \vec{\delta}, 0) | \Omega \rangle$$

$$= \sum_{\vec{y} - \vec{x} \in \mathbb{Z}^3} e^{i\vec{p} \cdot (\vec{y} - \vec{x})} \frac{h}{l_\Gamma} \sum_R \chi_\Gamma(R) \langle \Omega | \phi_R(\vec{y}, \vec{\delta}, t) \phi^\dagger(\vec{x}, \vec{\delta}, 0) | \Omega \rangle$$

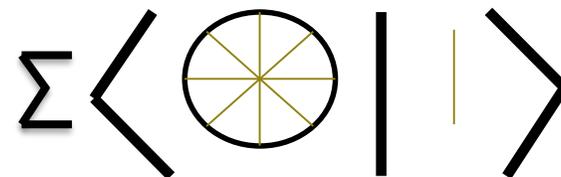
傅里叶变换系数

“Shell” Sink

Two Sources
 $\vec{x} + \frac{\vec{\delta}}{2}$ 和 $\vec{x} - \frac{\vec{\delta}}{2}$

特征标

群阶和不可约表示维数

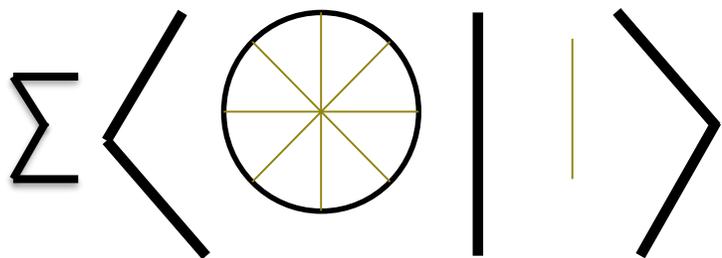


格点算符---哑铃法

- 两强子算符的一种构造方法。

CSSM-QCDSF group 2109.01157

算符 $\phi(\vec{x}, \vec{\delta}, t) = \chi_A\left(\vec{x} + \frac{\vec{\delta}}{2}, t\right) \chi_B\left(\vec{x} - \frac{\vec{\delta}}{2}, t\right)$

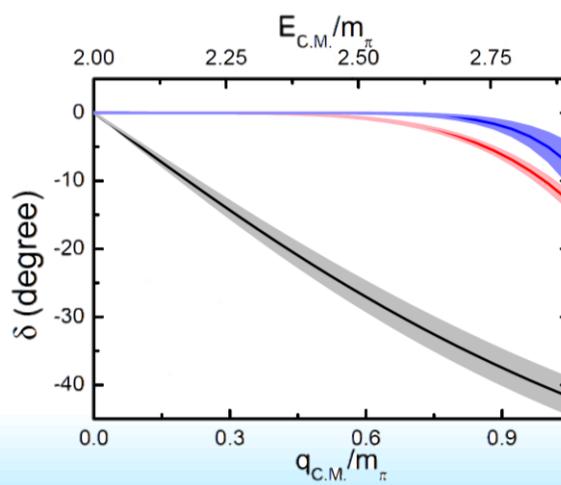
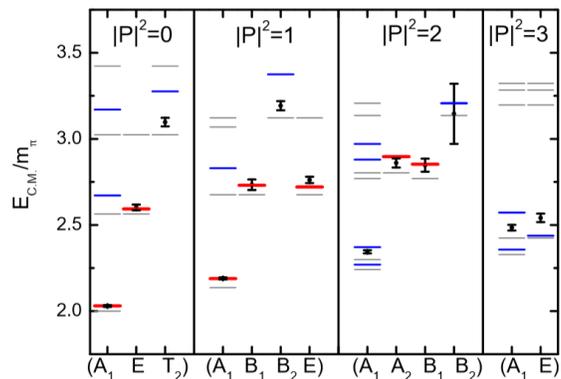
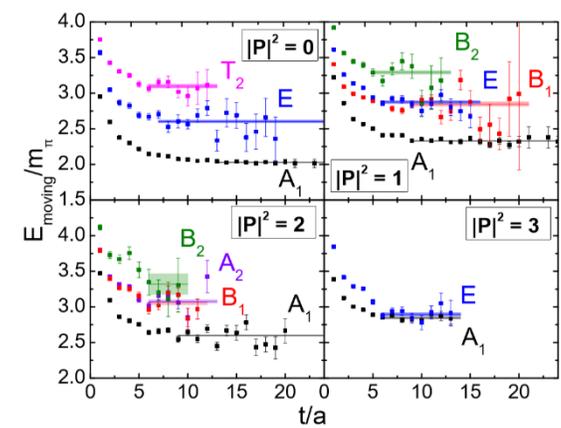
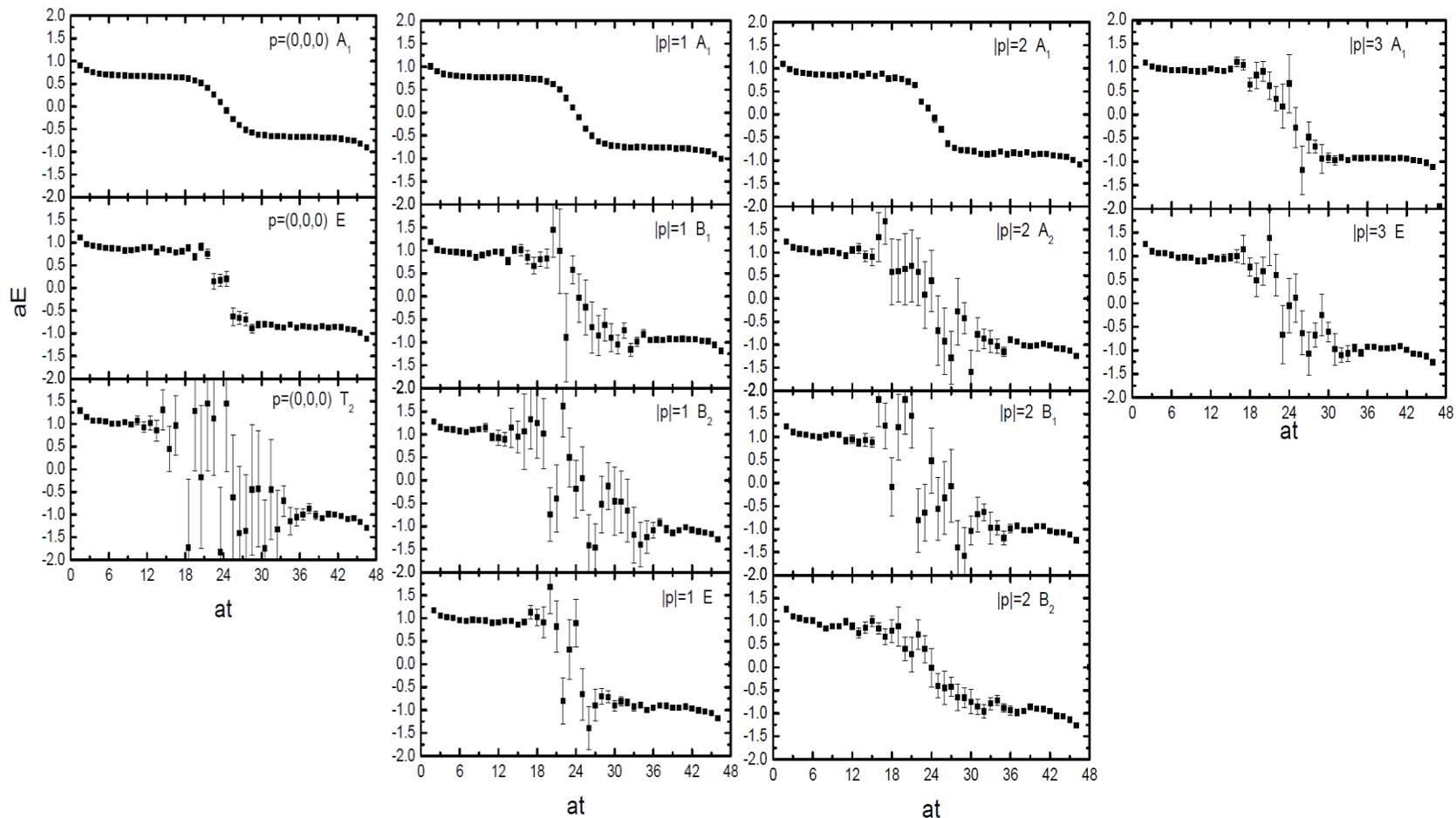


- 优点，消耗source资源少，能产生各种不可约表示的能谱。

举个例子



格点算符---哑铃法--- $\pi^- \pi^-$ 举例



HEFT-介绍

Hall, Hsu, Leinweber, Thomas, Young

PRD87 (2013), 094510

Wu, Lee, Thomas, Young

PRC90 (2014), 055206

$$H = H_0 + H_I$$

$$H_0 = \sum_{i=1,n} |B_i\rangle m_i \langle B_i| + \sum_{\alpha} |\alpha(k_{\alpha})\rangle \left[\sqrt{m_{\alpha 1}^2 + k_{\alpha}^2} + \sqrt{m_{\alpha 2}^2 + k_{\alpha}^2} \right] \langle \alpha(k_{\alpha})|$$

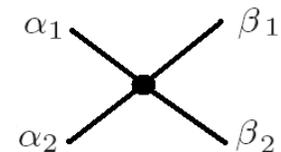
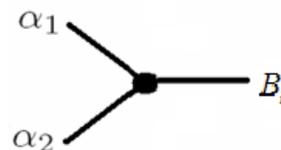
$|B_i\rangle$ bare state, bare mass m_i

$|\alpha(k_{\alpha})\rangle$ non-interaction channels

$$H_I = \hat{g} + \hat{v}$$

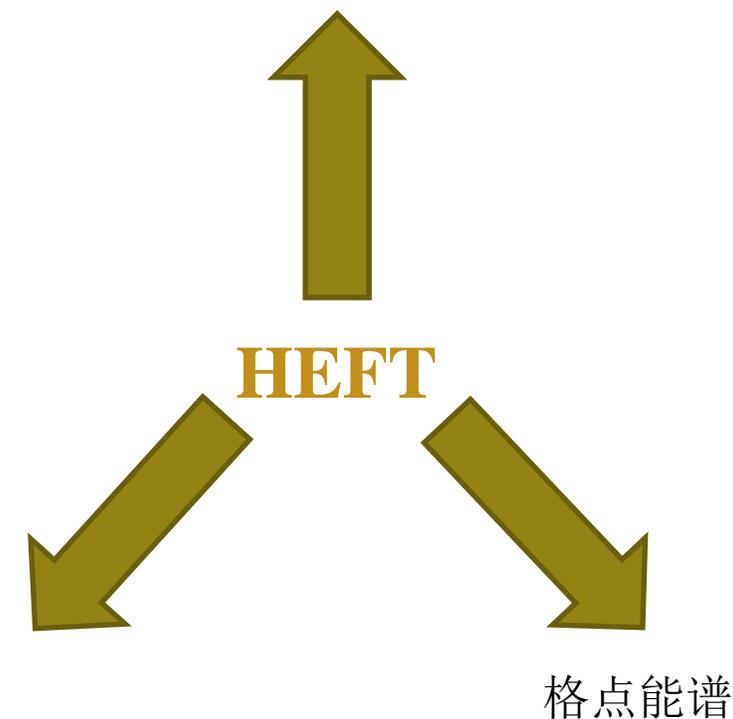
$$\hat{g} = \sum_{\alpha} \sum_{i=1,n} \left[|\alpha(k_{\alpha})\rangle g_{i,\alpha}^+ \langle B_i| + |B_i\rangle g_{i,\alpha} \langle \alpha(k_{\alpha})| \right]$$

$$\hat{v} = \sum_{\alpha,\beta} |\alpha(k_{\alpha})\rangle v_{\alpha,\beta} \langle \beta(k_{\beta})|$$



T 矩阵,
相移,
非弹系数

共振态性质: 质量, 宽度, 极点位置,
耦合常数, 结构.....



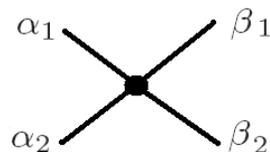
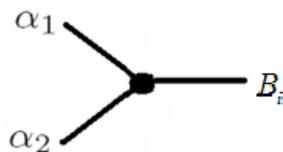
HEFT-参数的选择

arXiv: 2110.14113

$$H = H_0 + H_I$$

$$H_0 = \sum_{i=1,n} |B_i\rangle m_i \langle B_i| + \sum_{\alpha} |\alpha(k_{\alpha})\rangle \left[\sqrt{m_{\alpha 1}^2 + k_{\alpha}^2} + \sqrt{m_{\alpha 2}^2 + k_{\alpha}^2} \right] \langle \alpha(k_{\alpha})|$$

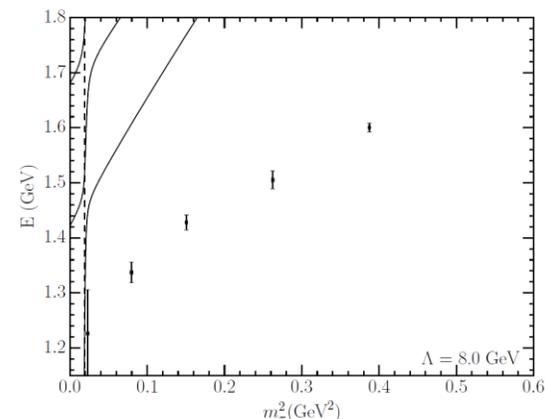
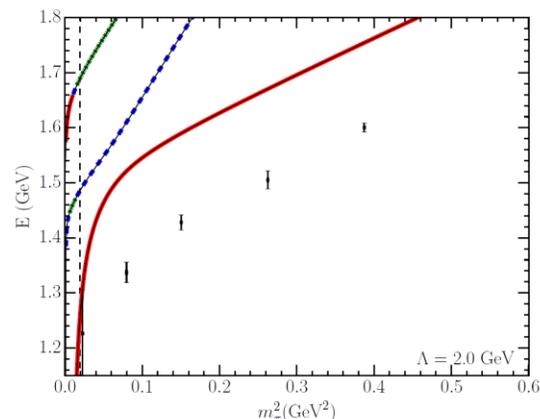
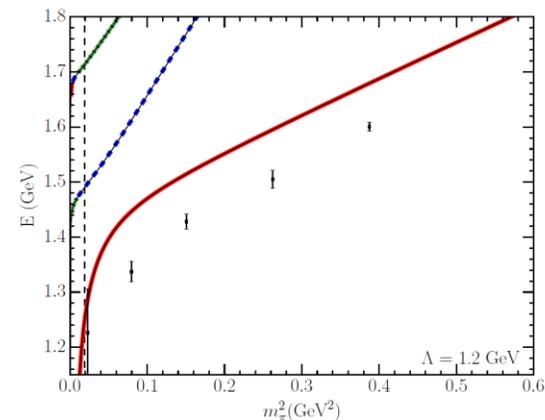
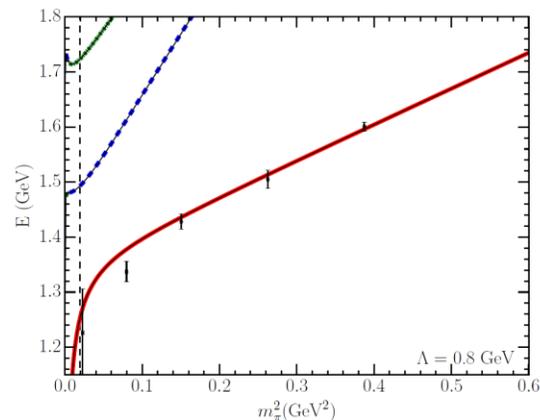
$$H_I = \hat{g} + \hat{v}$$



裸质量 m , 耦合常数 g , 截断参数 Λ

Parameter	With $ \Delta_0\rangle$		No $ \Delta_0\rangle$
	Fit I	Fit II	Fit III
$m_{\Delta}^{(0)}/\text{GeV}$	1.3589	1.3720	-
$g_{\pi N}^{\Delta}$	0.1762	0.0006	-
$v_{\pi N, \pi N}$	-0.0286	-0.0029	-0.0029
Λ/GeV	0.8000	8.0000	8.0000
α_0/GeV^{-1}	0.6489	-	-
Pole / GeV	$1.211 - 0.049i$	$1.207 - 0.044i$	$1.205 - 0.045i$

参数的选择有物理的要求，不能随便取，否则会带来巨大的误差项。



$$m_{\Delta} = m_{\Delta} \Big|_{phys} + \alpha \left(m_{\pi}^2 - m_{\pi}^2 \Big|_{phys} \right)$$

$\pi N \rightarrow \Delta \rightarrow \pi N$

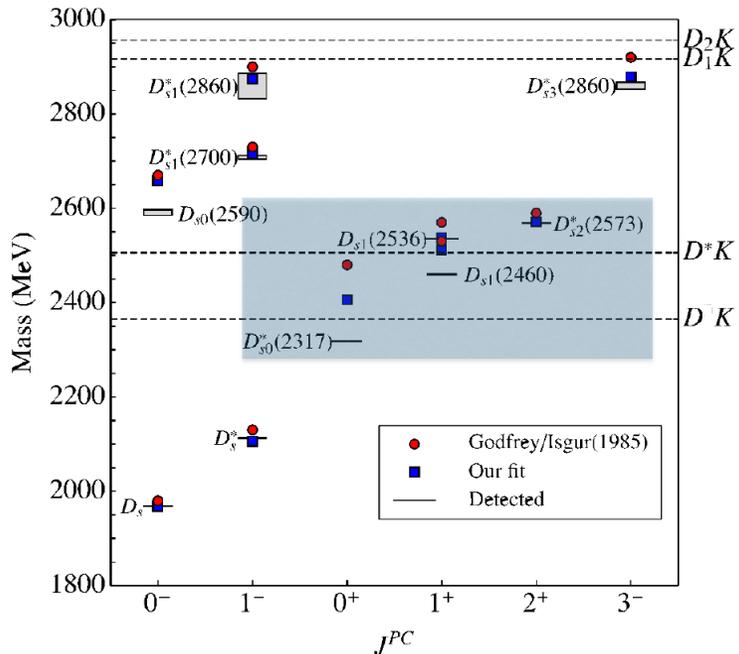


中国科学院大学
University of Chinese Academy of Sciences



HEFT---Ds 正宇称态研究

arXiv: 2107.04860



	$\bar{c}s$ cores		channel	
	$B(^{2S+1}L_J\rangle)$	$B(\text{mass})$	α	L
$D_{s0}^*(2317)$	$ ^3P_0\rangle$	2405.9	DK	S
$D_{s1}^*(2460)$	$0.68 ^1P_1\rangle - 0.74 ^3P_1\rangle$ $= -0.99\phi_s + 0.13\phi_d$	2511.5	D^*K	S, D
$D_{s1}^*(2536)$	$-0.74 ^1P_1\rangle - 0.68 ^3P_1\rangle$ $= -0.13\phi_s - 0.99\phi_d$	2537.8	D^*K	S, D
$D_{s2}^*(2573)$	$ ^3P_2\rangle$	2571.2	DK, D^*K	D

1. 从夸克模型限定了裸态的质量, 成分;
2. 得到裸态和耦合道的相互作用 g , 耦合道之间的相互作用 v ;

3P_0 model
at quark level

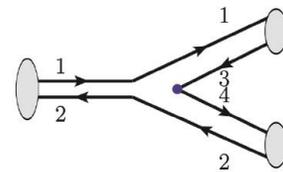
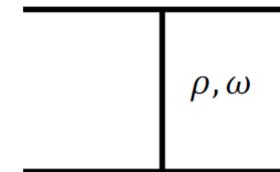
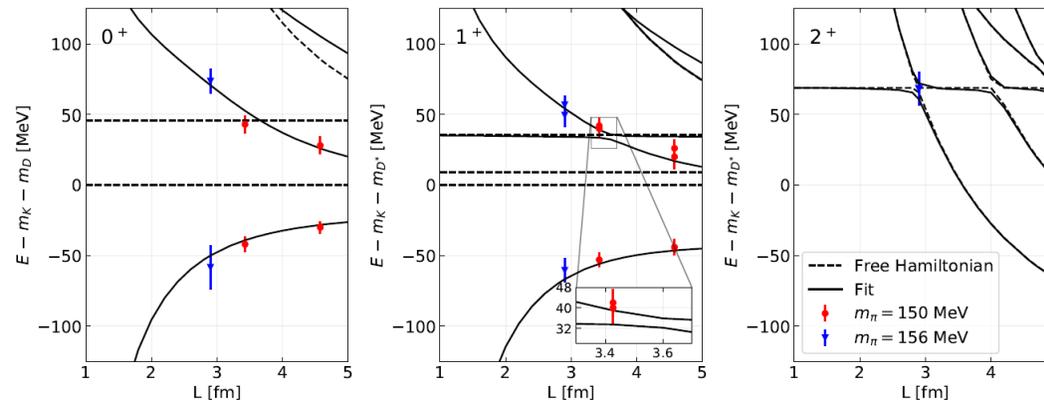


Figure 2: The diagram contribute to the process $D_s^*(2317) \rightarrow DK$.



	$P(c\bar{s})$
$D_{s0}^*(2317)$	$\approx 32.0\%$
$D_{s1}^*(2460)$	$\approx 52.4\%$
$D_{s1}^*(2536)$	$\approx 98.2\%$
$D_{s2}^*(2573)$	$\approx 95.9\%$

3. 拟合格点的数据;



结论:

$D_{s0}^*(2317) - DK$ S 波

$D_{s1}^*(2460) - D^*K$ S 波

相对于夸克模型预言
有较大的质量移动;

$D_{s1}^*(2536) - D^*K$ S 波

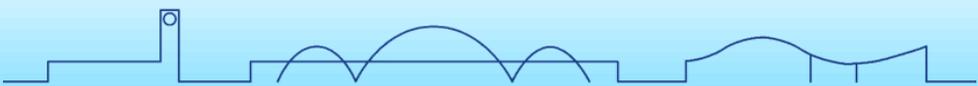
$D_{s2}^*(2573) - D^*(*)K$ D 波

质量几乎不移动。



小结

- 探讨了格点QCD对两体过程研究的重要性。
- 简要介绍一种新的两强子格点算符。
- 简要介绍HEFT, 并以此来研究Ds 正宇称态。

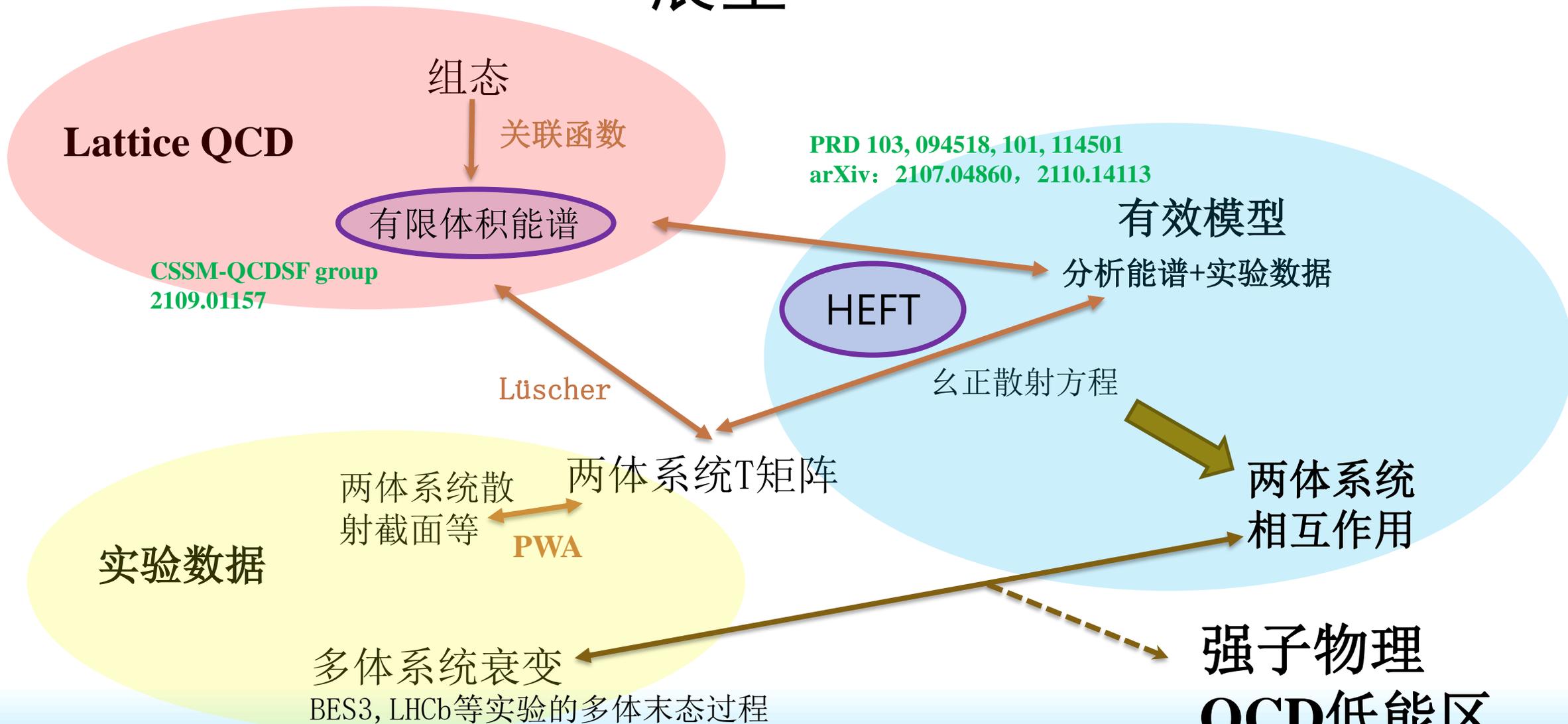


展望

- 通过格点QCD对 $2 \rightarrow 2$ 过程的研究正恰逢其会。
- 越来越多的强子性质将通过格点QCD的研究而被揭示。
- 并且和实验将深度结合。

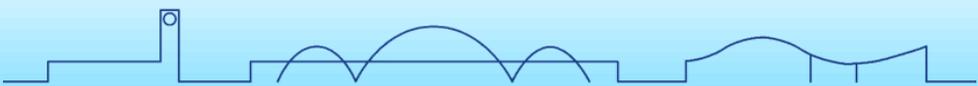


展望



谢谢大家!

广告时间



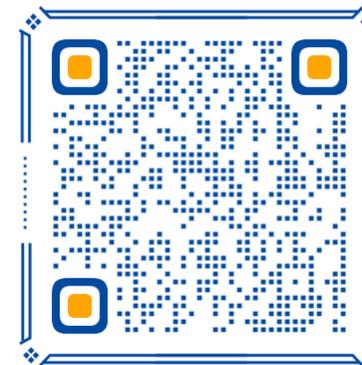
中国科学院大学
University of Chinese Academy of Sciences



<https://indico.itp.ac.cn/event/106/>

第六届强子谱和强子结构研讨会

23-27 December 2021
Asia/Shanghai timezone



地方组织委员：傅金林、郭奉坤、黄飞、吴佳俊、谢聚军



中国科学院大学
University of Chinese Academy of Sciences

