



中国科学院物理研究所  
Institute of Physics Chinese Academy of Sciences

北京凝聚态物理国家研究中心  
BEIJING NATIONAL LABORATORY FOR CONDENSED MATTER PHYSICS

# 轴子探测微波谐振腔 的仿真设计

---

中国科学院物理研究所

孙亮

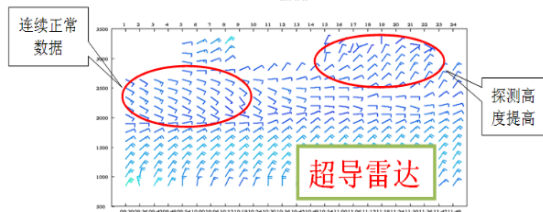
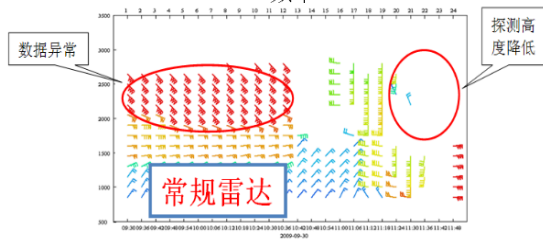
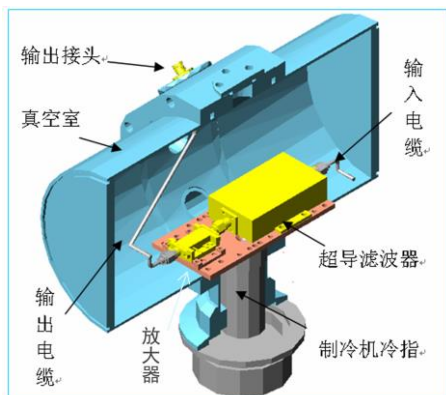
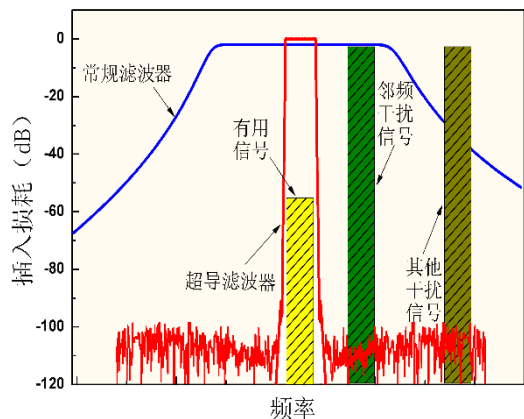
2020-03-31



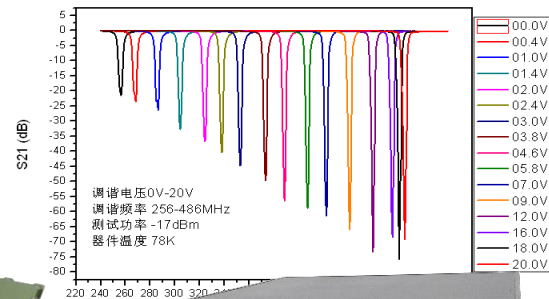
超导国家重点实验室  
National Lab for Superconductivity, Institute of Physics, CAS

超导技术应用中心  
Superconducting Technology Application Center

# 高温超导微波接收前端 研究组主要研究内容

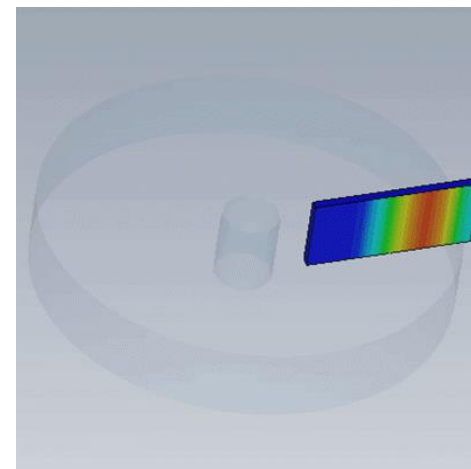
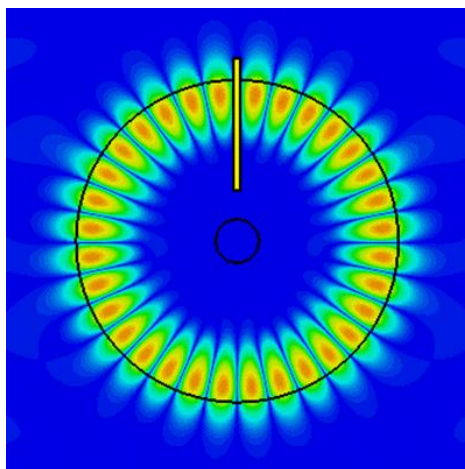
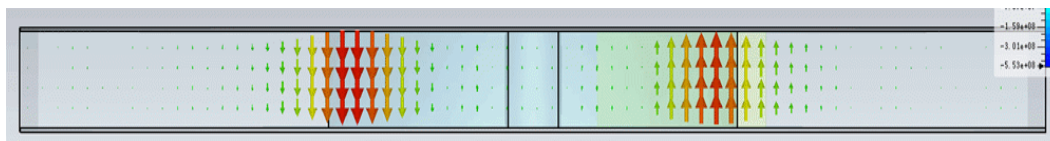
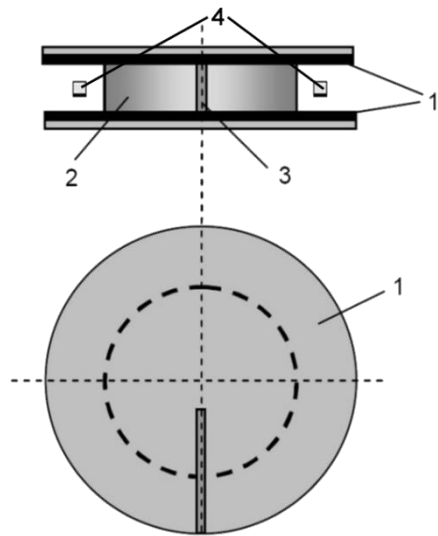


超导可调带阻滤波器测试结果



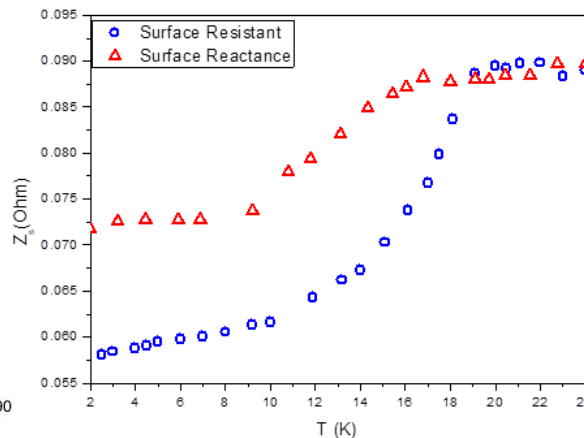
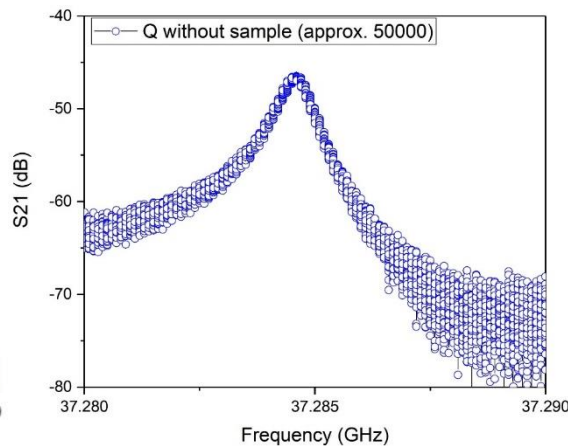
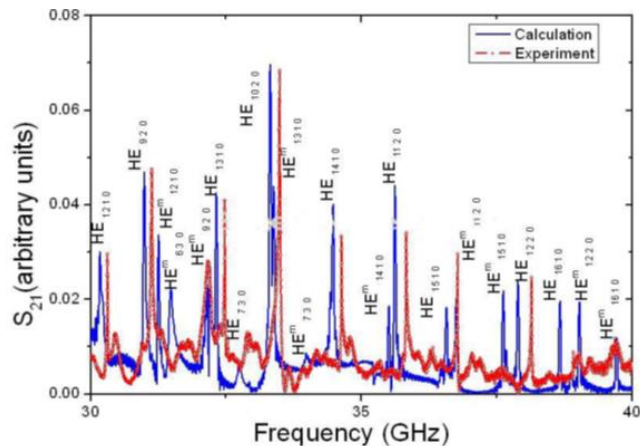


# 研究组主要研究内容



## Ka频段准光学介质谐振器

(1-白宝石圆柱谐振器晶体;  
2-HTS薄膜; 3-样品槽; 4-介质波导)



BaFe<sub>1.88</sub>Ni<sub>0.12</sub>As<sub>2</sub>单晶在37GHz时表面电阻58mΩ

# 报告内容

---

- 一、微波谐振腔基本介绍
- 二、国外轴子探测微波谐振腔介绍
- 三、微波谐振腔的设计及仿真
- 四、实验过程中的难点问题



# (一) 微波谐振腔基本介绍

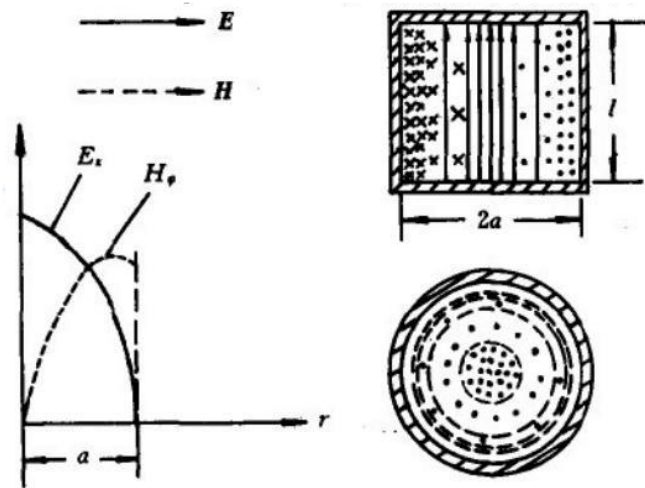
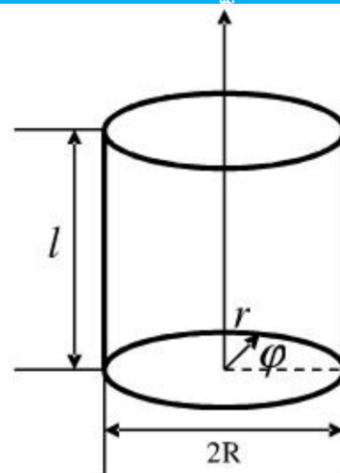
## (二) 圆柱形谐振腔

圆柱形谐振腔 TE或TM模的谐振波长为

$$\lambda_0(TM_{mnp}) = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{P_{mn}}{2\pi R}\right)^2 + \left(\frac{P}{2l}\right)^2}}$$

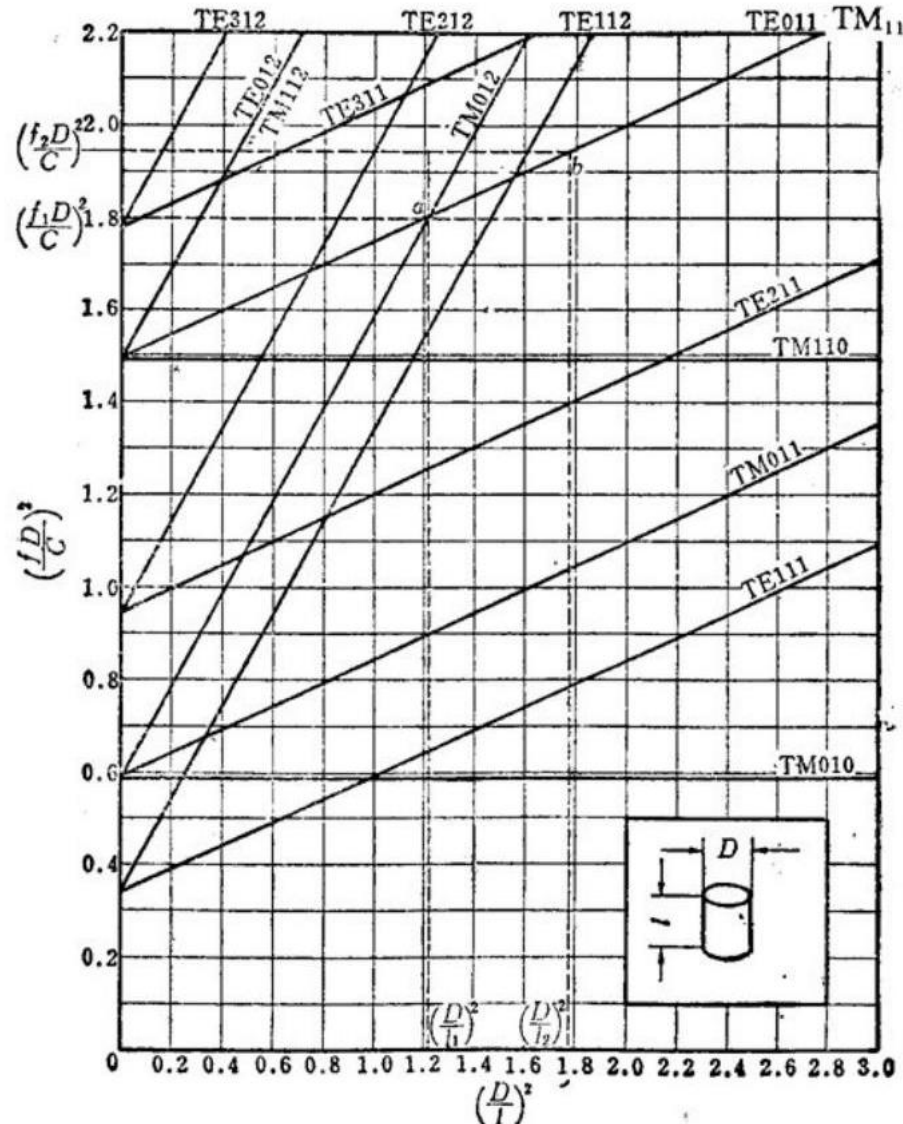
$$\lambda_0(TE_{mnp}) = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{P'_{mn}}{2\pi R}\right)^2 + \left(\frac{P}{2l}\right)^2}}$$

其中， $P_{mn}$ 为m阶第一类贝塞尔函数的第n个根。 $P'_{mn}$ 为m阶第一类贝塞尔函数导函数的第n个根。



TM<sub>010</sub>模电磁场分布

# (一) 微波谐振腔基本介绍



圆柱形谐振腔的谐振模式图



# (一) 微波谐振腔基本介绍

圆柱形谐振腔的一些优点：

- (1) 具有较高的固有品质因数 $Q$ ；
- (2) 调谐方便；
- (3) 结构坚固且易于加工制作等。

圆柱形谐振腔 $TM_{010}$ 模式：

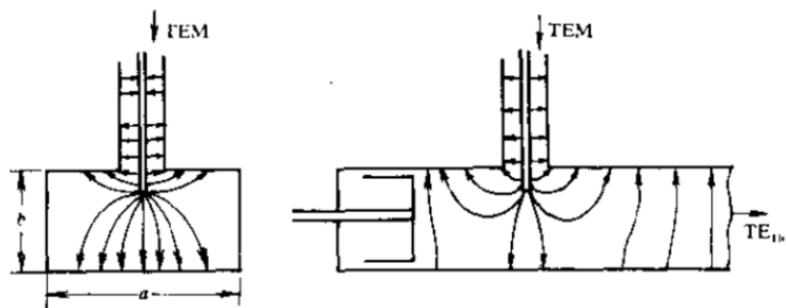
对于半径为 $R$ ，长度为 $l$ 的圆柱形谐振腔来说，其 $TM_{010}$ 模谐振波长为：

$$\lambda_0(TM_{010}) = 2.62R$$

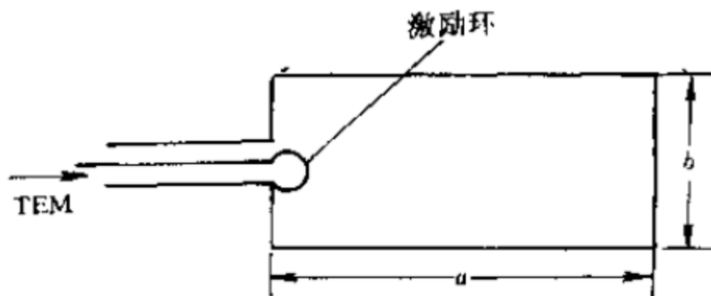
- (1) 波长与腔的长度无关，无法通过改变腔的长度调谐频率；
- (2)  $l < 2.1R$  时， $TM_{010}$ 模是腔中的最低次振荡模式（主模），可避免干扰模影响，否则 $TE_{111}$ 模为主模式；
- (3) 通常在腔的一个端面中央插入导体棒，通过调节其插入深度或位置来调谐，可调范围大，可作宽带振荡器。

# (一) 微波谐振腔基本介绍

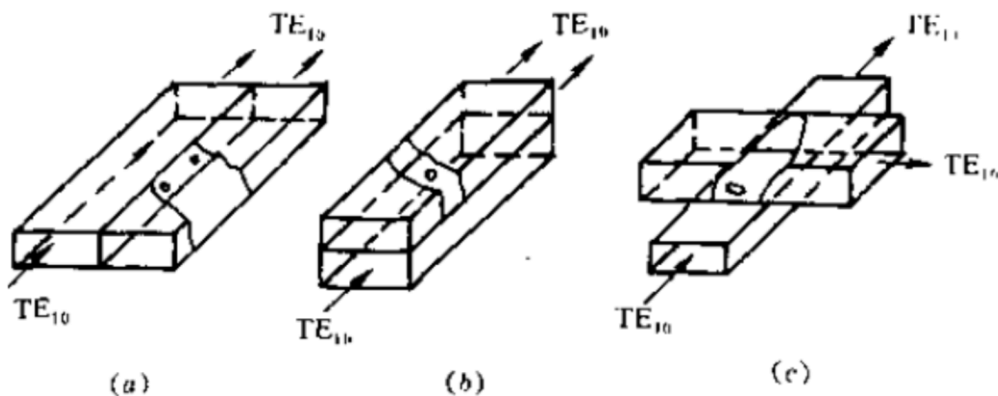
## (三) 谐振腔的激励



探针激励

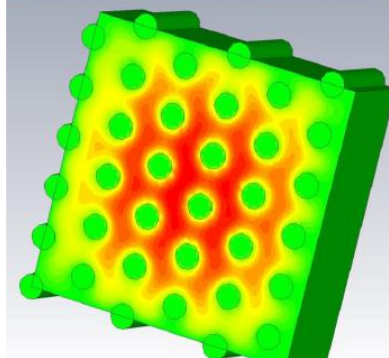
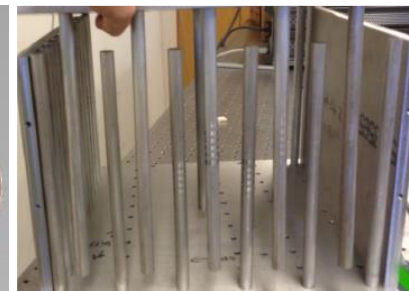
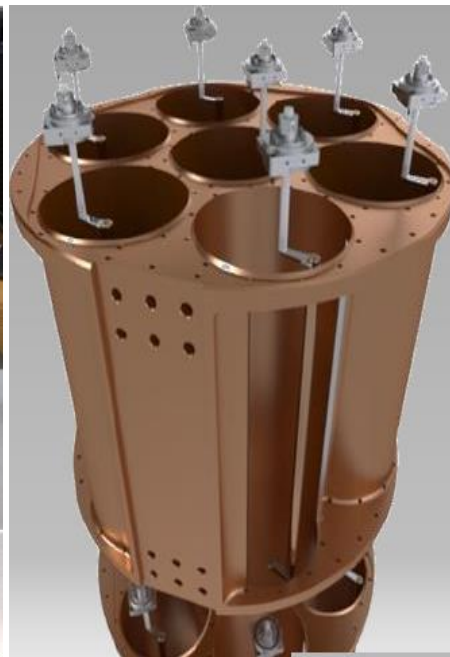
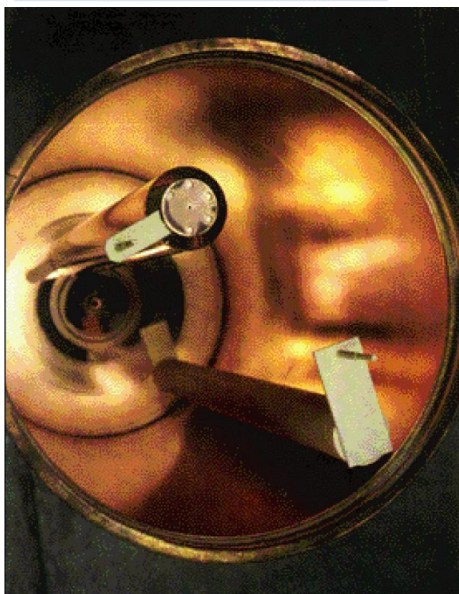


环激励



- (a) 公共窄壁上开双孔;
- (b) 公共宽壁上开单孔;
- (c) 公共宽壁上开窄缝。

## (二) 国外轴子探测微波谐振腔介绍



1-2 GHz: 4 cavities  
•R ≈ 8 cm

2-6 GHz: cavities  
•R ≈ 4 cm

6-8 GHz: PBG cavity  
•~14 cm X 14 cm

Magnet	Diam cm	TM <sub>010</sub> freq	B T	Cavities	Total V liters	Tnoise K	P yW	Time for an ocrive months
ADMX	42	0.55	7.4	1	138	0.17	107	16
ADMX	17	1.3	7.4	4	95	0.19	240	14

## (二) 国外轴子探测微波谐振腔介绍



CAPP

Center for  
Axion and Precision  
Physics Research

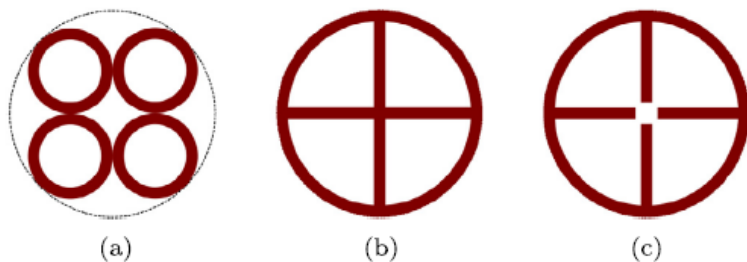
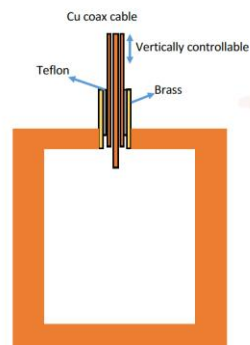
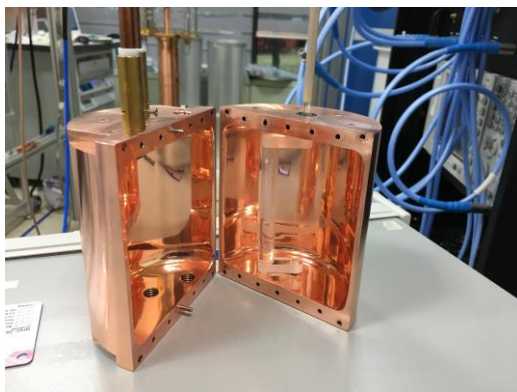


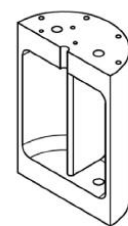
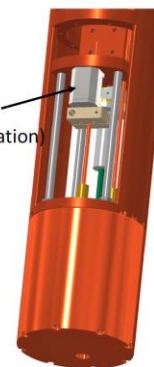
Fig. 1. Various designs of multiple-detector system: (a) multiple-cavity; (b) multiple-cell cavity; and (c) multiple-cell cavity with a hollow gap in the middle. The dashed line represents the boundary of the magnet bore.



We use attocube linear piezo



(10mm translation)

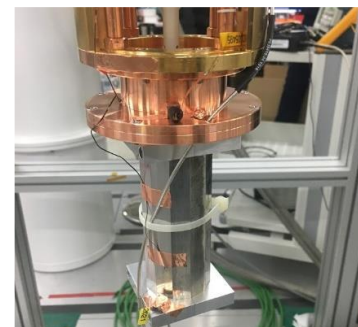
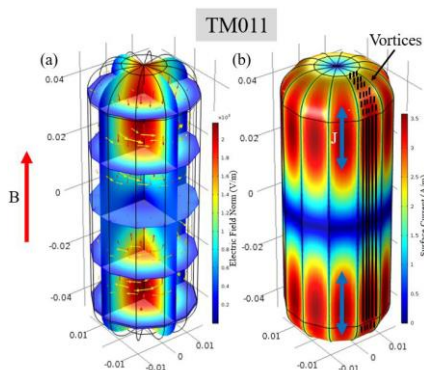
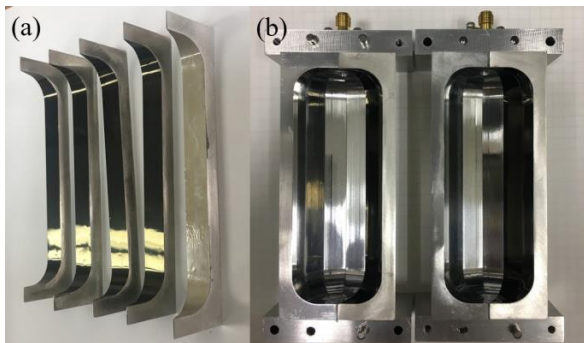


(a)



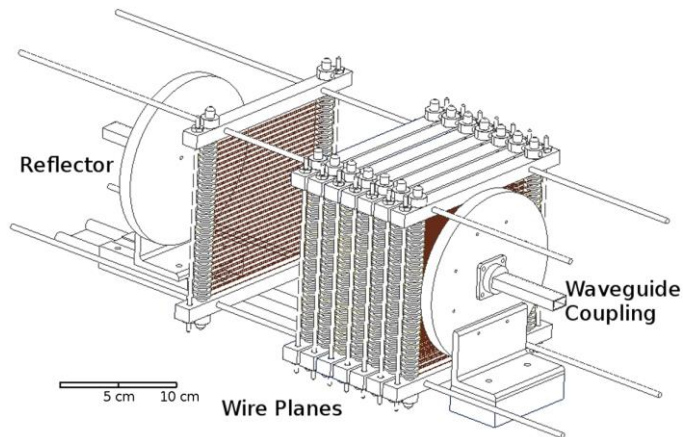
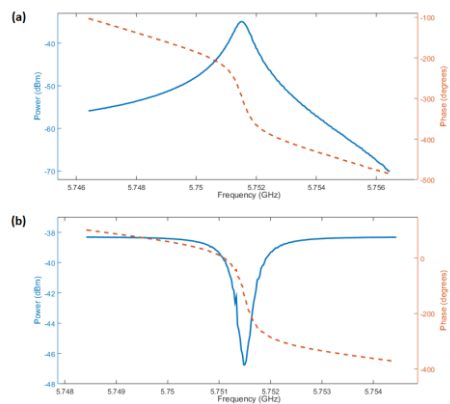
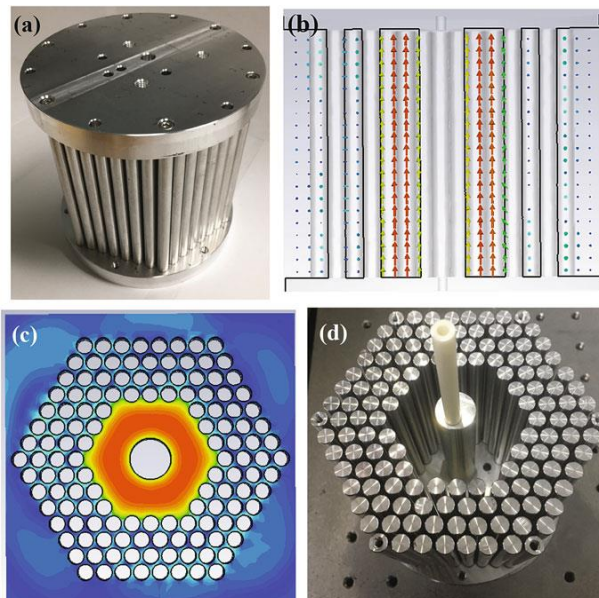
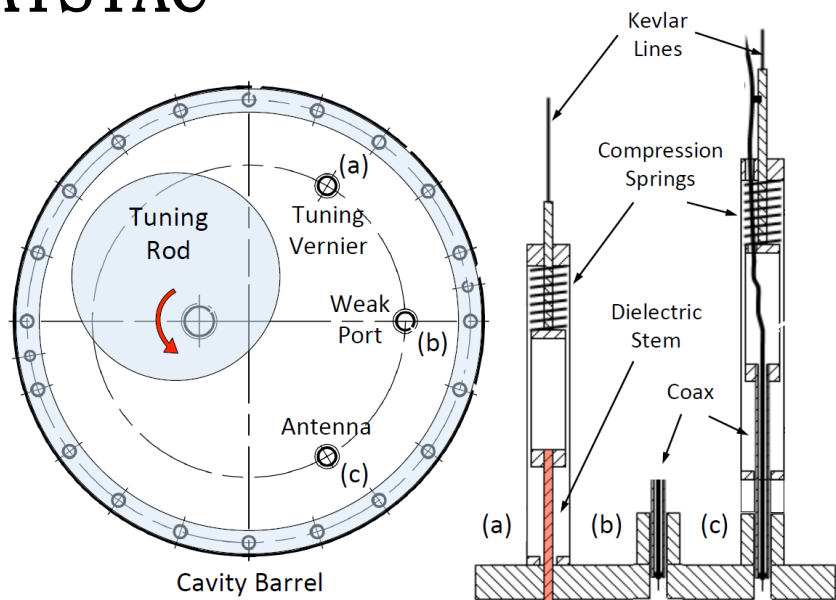
(b)

Fig. 8. (a) Drawing of half piece of split cavity. The partition in the middle divides the cavity into two cells when it is assembled. (b) Photo of the system setup consisting of a copper cavity, two rotators under the cavity, a single antenna above the cavity, an actuator controller and a network analyzer.

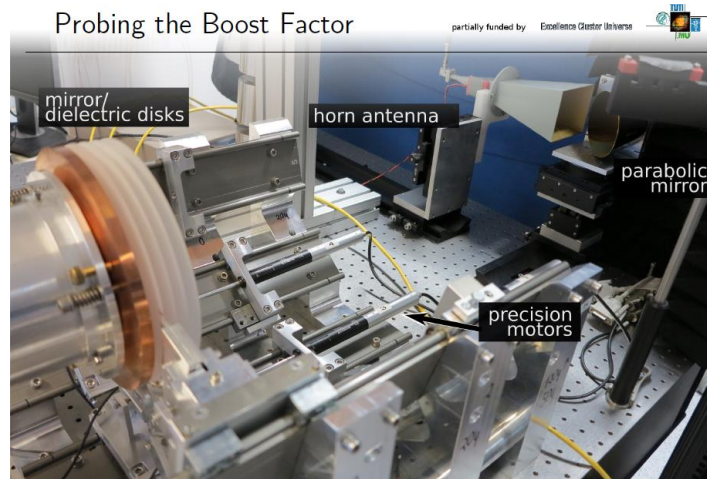
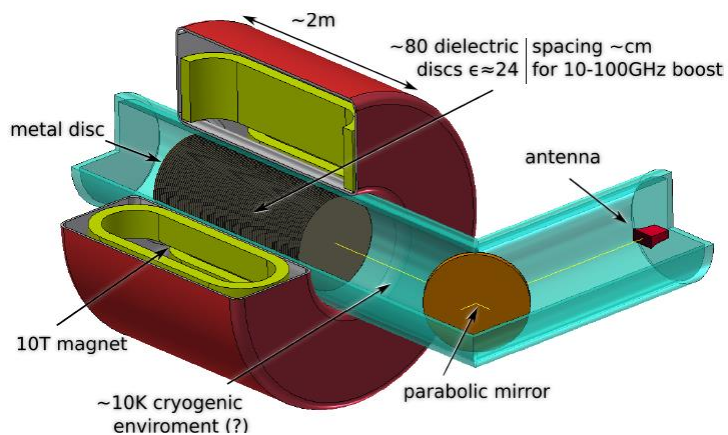
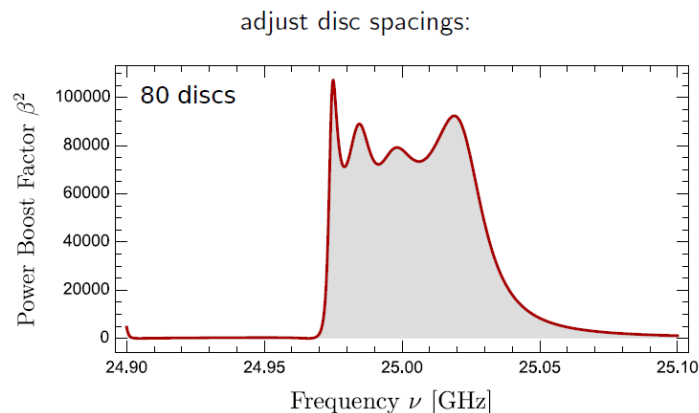
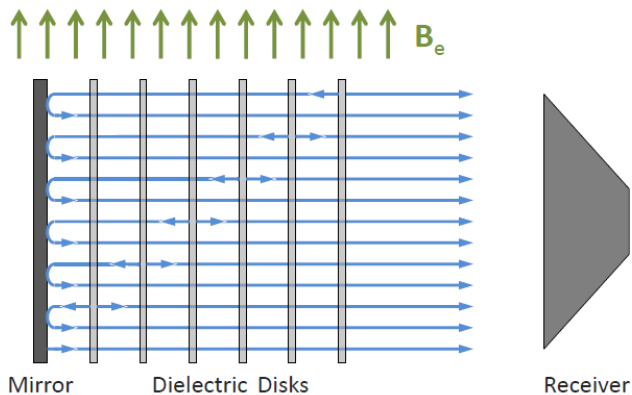


# (二) 国外轴子探测微波谐振腔介绍

## HAYSTAC



# (二) 国外轴子探测微波谐振腔介绍



### (三) 微波谐振腔的设计及仿真

轴子在共振腔中转换为光子的功率为：

$$P_a = \left( \frac{\alpha g_\gamma}{\pi f_a} \right)^2 V B_0^2 \rho_a C_{mnp} \frac{1}{m_a} Q_L$$

其中V表示充满磁场的腔的体积， $C_{mnp}$ 是描述轴子场与腔内特定模式 $TM_{mnp}$ 耦合的形状因子，定义为：

$$C_{mnp} = \frac{\left| \int d^3x \mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{E}_{mnp}(\mathbf{x}) \right|^2}{B_0^2 V \int d^3x \varepsilon(\mathbf{x}) \left| \mathbf{E}_{mnp}(\mathbf{x}) \right|^2}$$

与谐振腔有关的参数有： $f_a, V, C_{mnp}, Q_L$

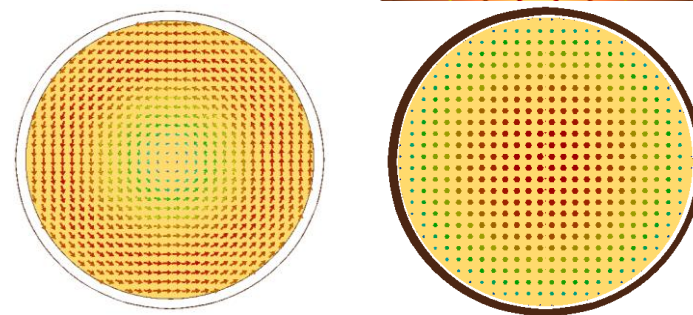
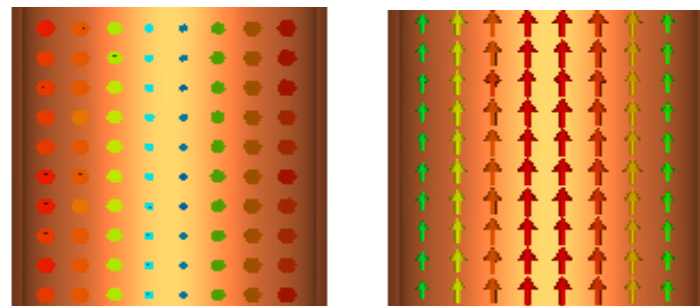
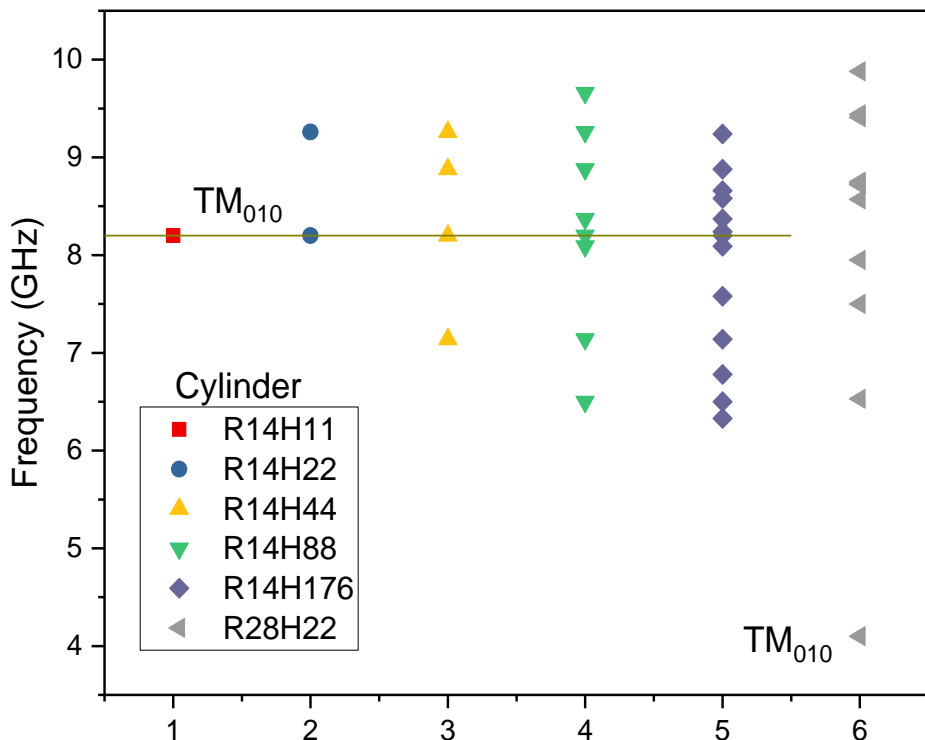
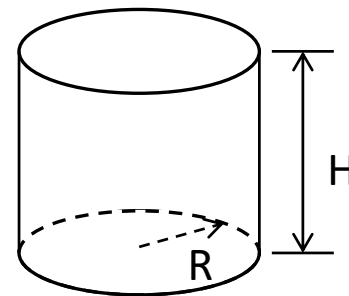
其中，形状因子 $C_{mnp}$ 与选择的谐振模式有关

Mode	C
TM010	0.69
TM020	0.13
TM030	0.05

# (三) 微波谐振腔的设计及仿真

## (一) 纯圆柱形谐振腔的仿真

$$\lambda_0(TM_{010}) = 2.62R$$



(a)

(b)

圆柱形谐振腔的 $TM_{010}$ 模式电磁场分布

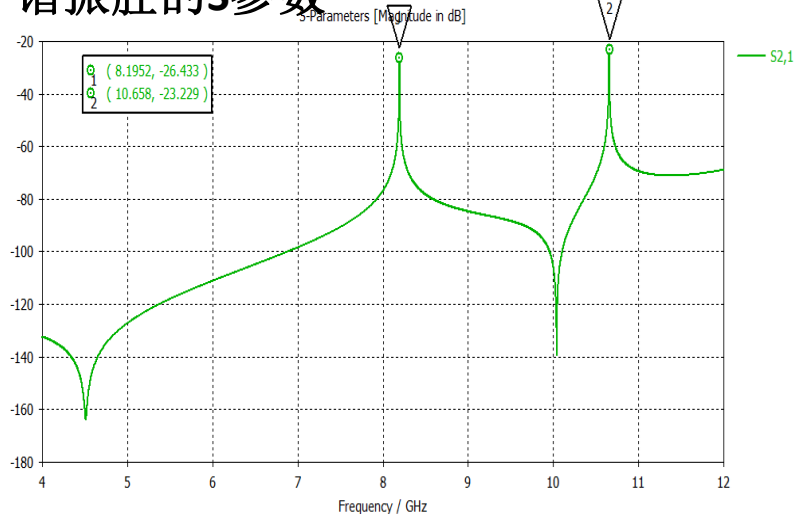
(a) 磁场分布 (b) 电场分布



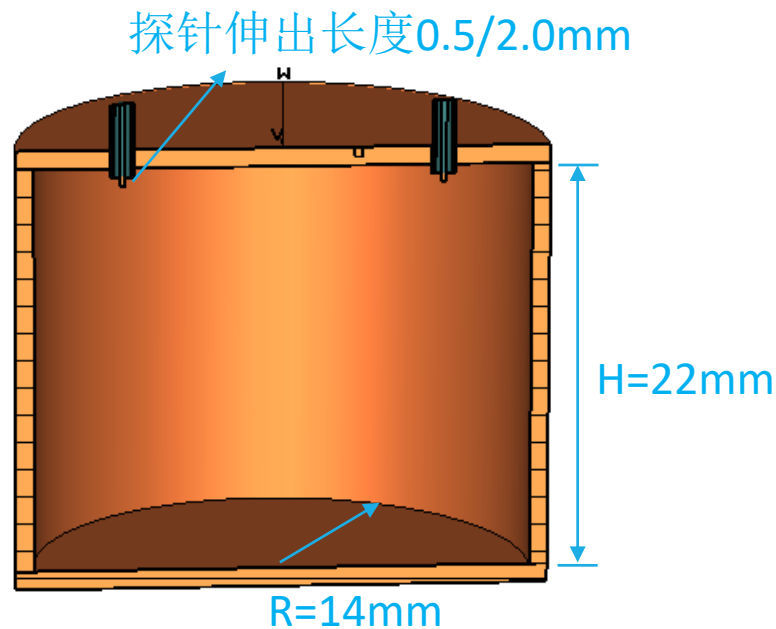
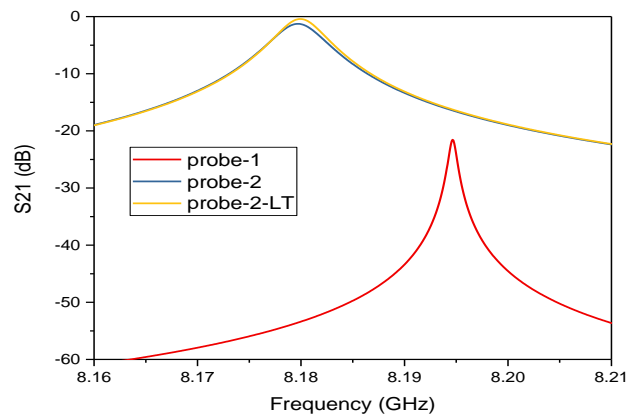
# (三) 微波谐振腔的设计及仿真

## (二) 带有输入输出微波探针的圆柱形谐振腔的仿真

谐振腔的S参数



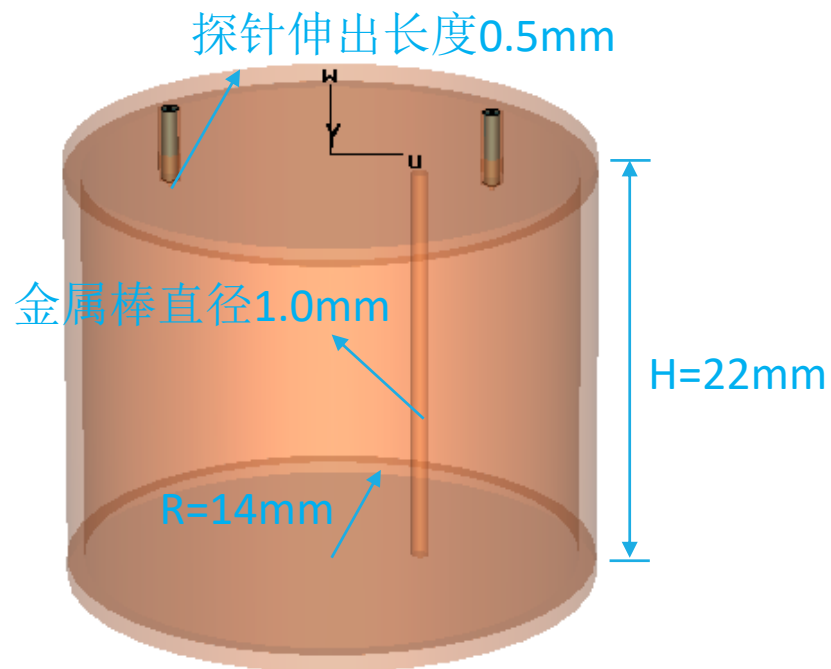
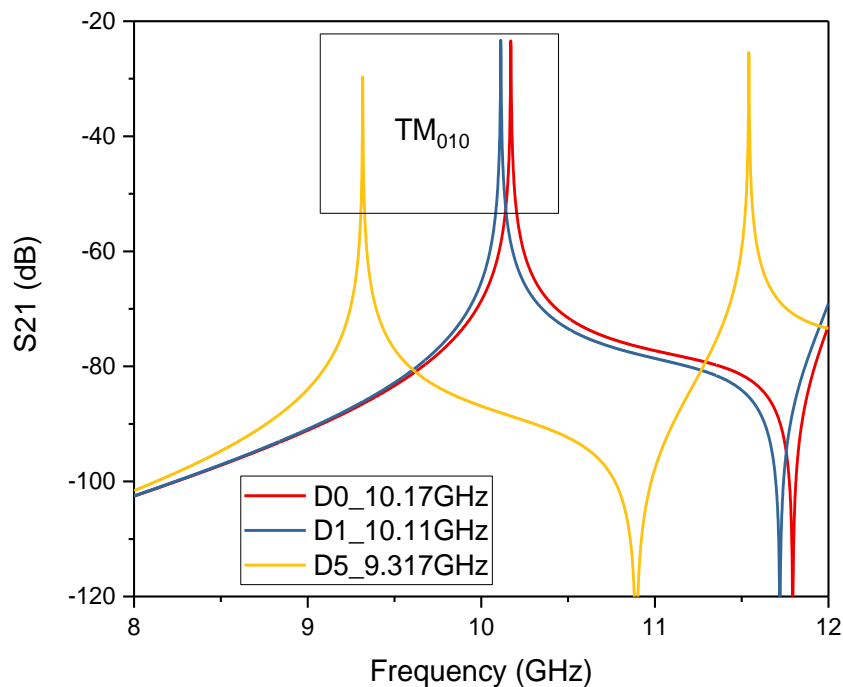
谐振腔的Q值



	探针深度	铜电阻率 S/M	中心频率 GHz	插入损耗 dB	Q值
Probe-1	0.5mm	$5.7 \times 10^7$	8.19464	-21.54	10243
Probe-2	2mm	$5.7 \times 10^7$	8.17968	-1.27	1573
Probe-2-LT	2mm	$5.7 \times 10^8$	8.18000	-0.42	1704

## (三) 微波谐振腔的设计及仿真

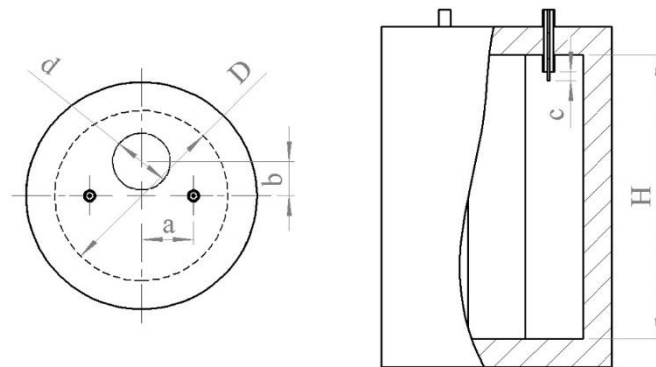
### (三) 具有频率调谐功能的圆柱形谐振腔的仿真



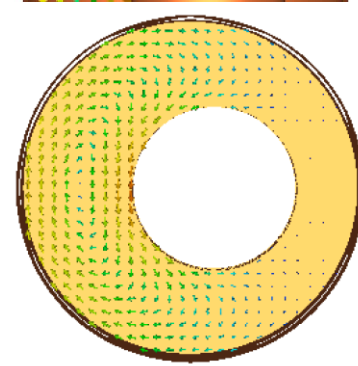
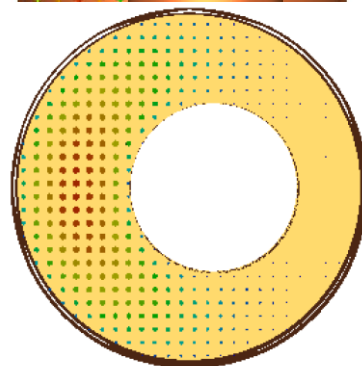
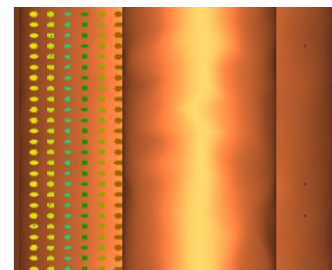
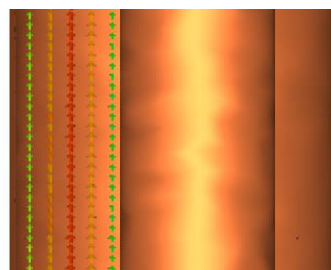
谐振腔内加入金属棒后，金属棒位于腔的中心时，腔的谐振频率由空心圆柱腔的8.2GHz增加到10.2GHz。改变金属棒距离中心的距离，由0增加到5mm时，腔的谐振频率由10.2GHz减小为9.317GHz，实现了谐振频率的调谐。

### (三) 微波谐振腔的设计及仿真

确定谐振频率，在类似于TM<sub>010</sub>谐振模式下，金属棒直径与谐振腔内径的关系：（金属棒位于谐振腔中心，图中**b=0**）



金属棒直径mm	谐振腔内径mm	$v/v_0$
0	28	1.00
4	38	1.82
10	47	2.69
16	52	3.12
20	56	3.48
24	60	3.85
28	64	4.22
34	70	4.77

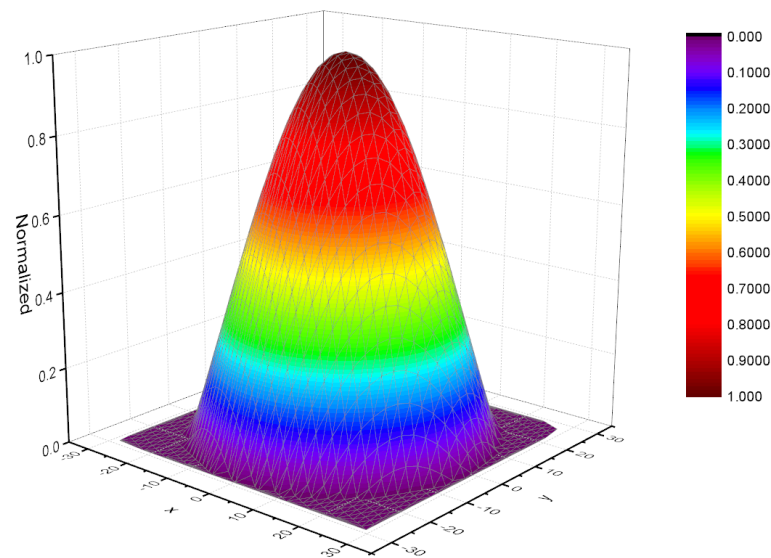
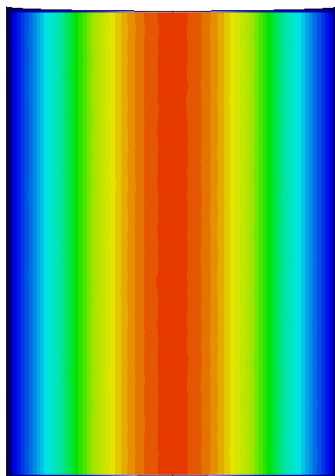
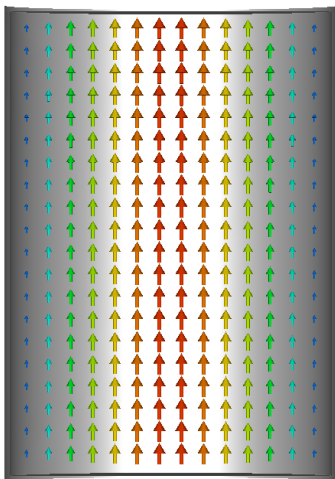
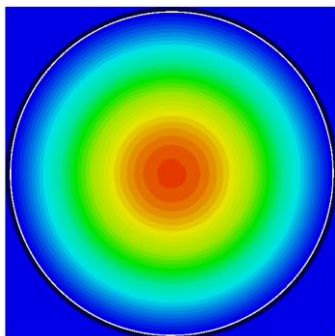
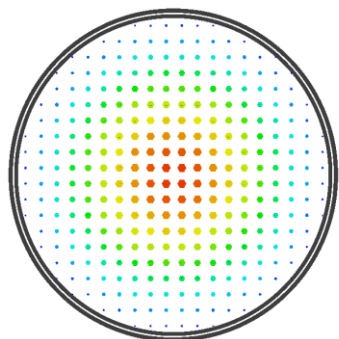


(a) 带金属棒的圆柱形谐振腔类似于TM<sub>010</sub>模式谐振频率的 (a) 电场分布、(b) 磁场分布

# (三) 微波谐振腔的设计及仿真

## (四) 形状因子的电磁仿真计算

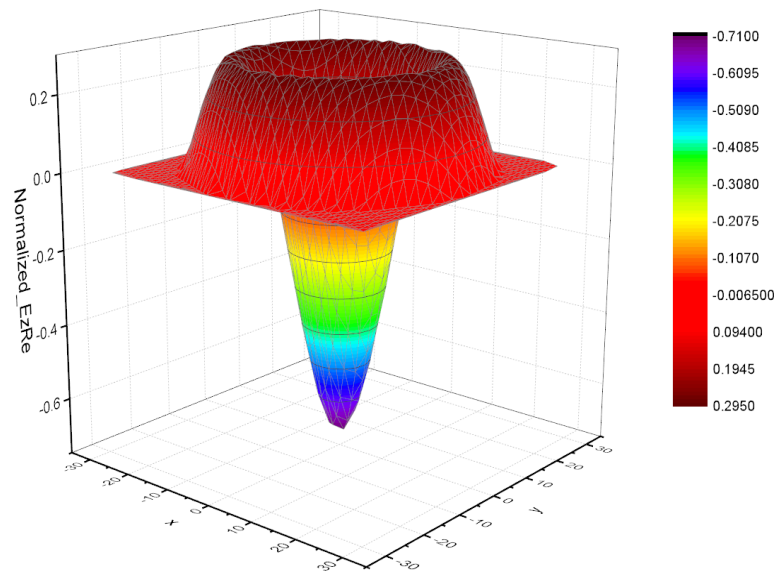
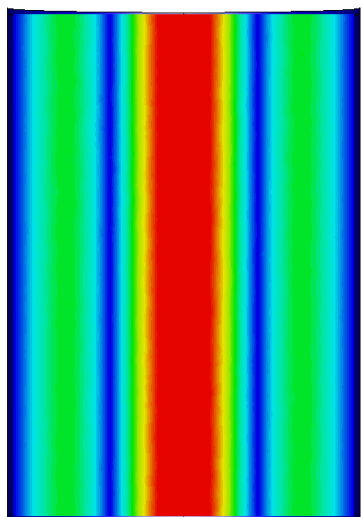
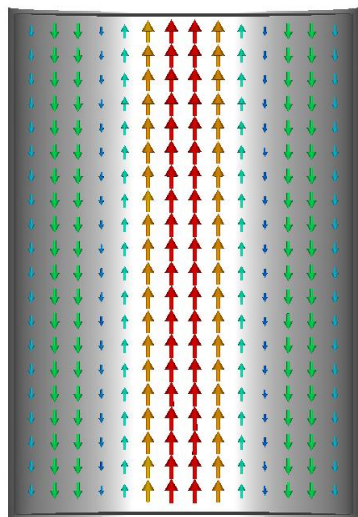
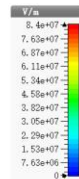
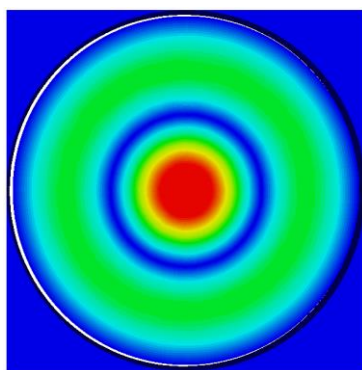
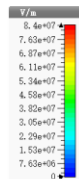
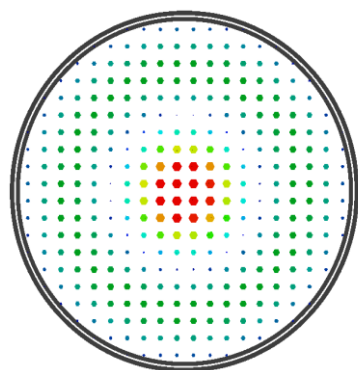
$$C = \frac{\left| \int_V d^3x \vec{E}_\omega \cdot \vec{B}_0 \right|^2}{B_0^2 V \int_V d^3x \epsilon |\vec{E}_\omega|^2}$$



圆柱形谐振腔的TM010谐振模式电场分布

轴向电场在圆截面内的归一化分布  
数值计算TM010模式的形状因子为：  
**0.6922，与理论值相同**

### (三) 微波谐振腔的设计及仿真

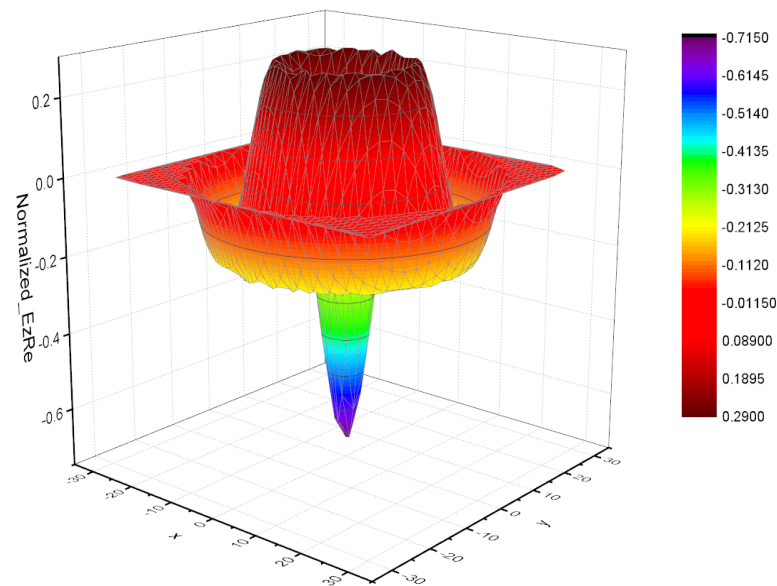
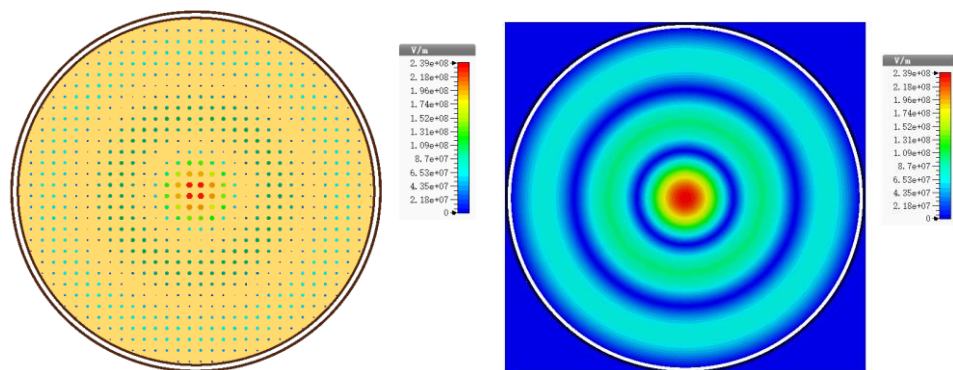


轴向电场在圆截面内的归一化分布

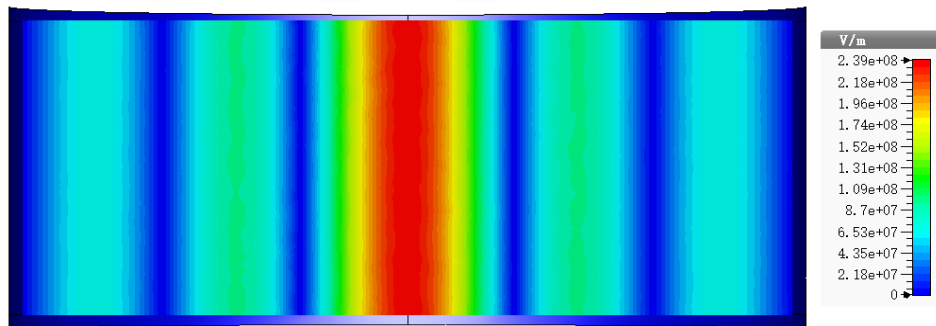
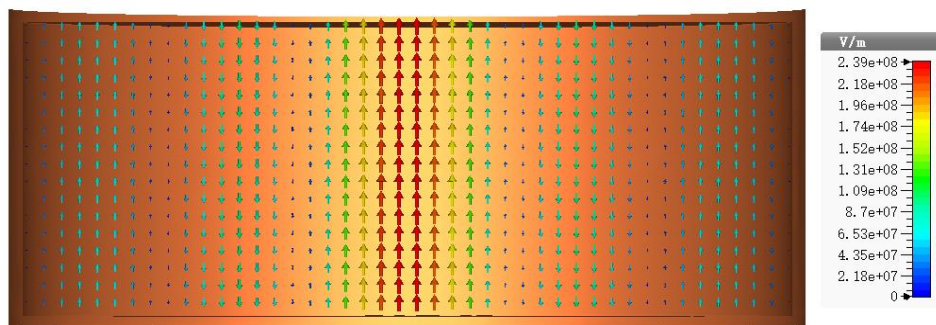
数值计算TM020模式的形状因子为：  
**0.1312，与理论值相同**

圆柱形谐振腔的TM020谐振模式电场分布

### (三) 微波谐振腔的设计及仿真



轴向电场在圆截面内的归一化分布

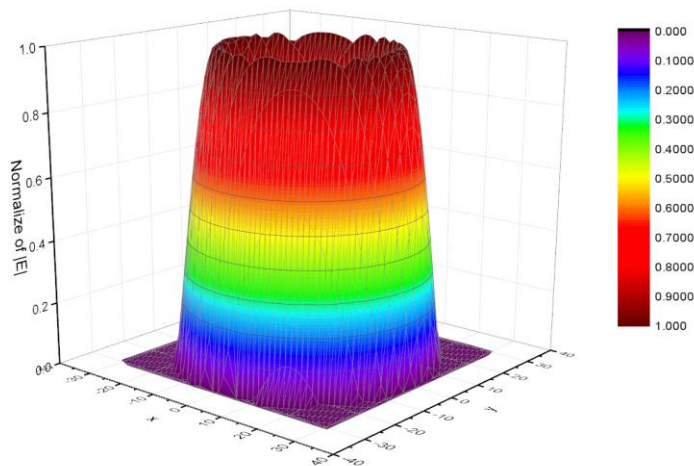
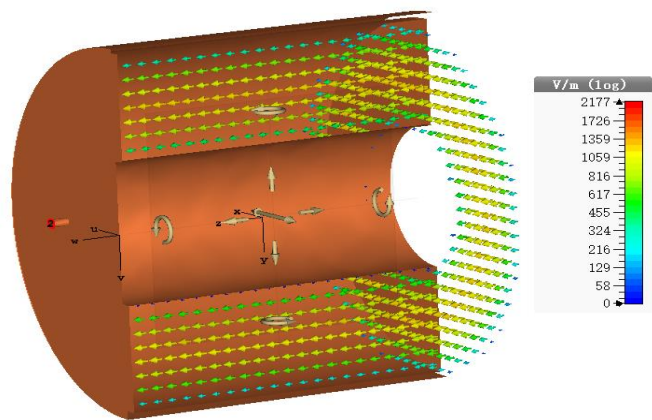


圆柱形谐振腔的TM030谐振模式电场分布

数值计算TM020模式的形状因子为：  
**0.0534，与理论值相同**

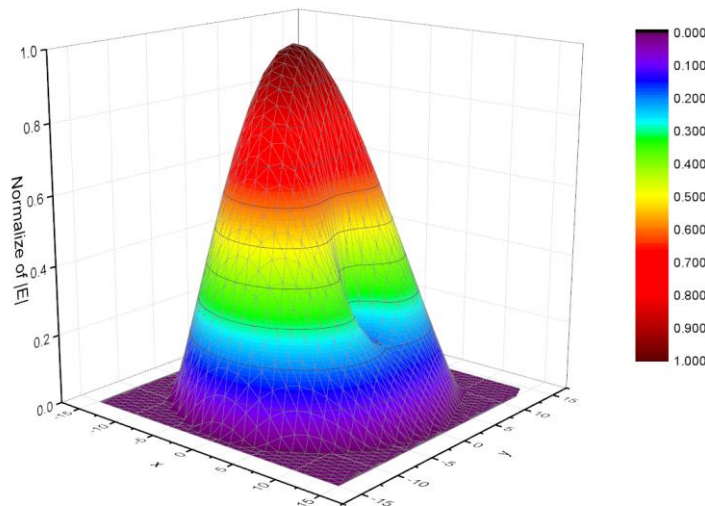
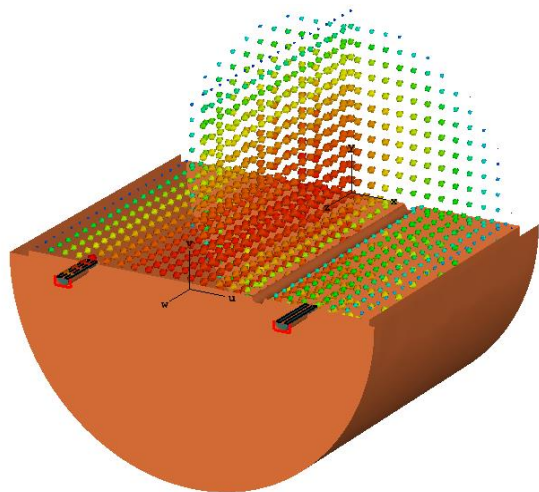
# (三) 微波谐振腔的设计及仿真

金属棒在圆柱形谐振腔中心，类似TM<sub>010</sub>谐振模式的电场分布



形状因子  
**0.6768**

金属棒在圆柱形谐振腔偏心位置，类似TM<sub>010</sub>谐振模式的电场分布



形状因子  
**0.6567**

## （三）微波谐振腔的设计及仿真

### （五）带介质的 $TM_{0n0}$ 高次谐振模式谐振腔初步仿真

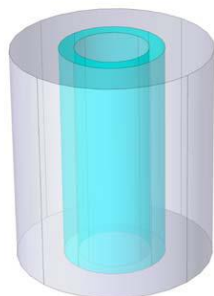
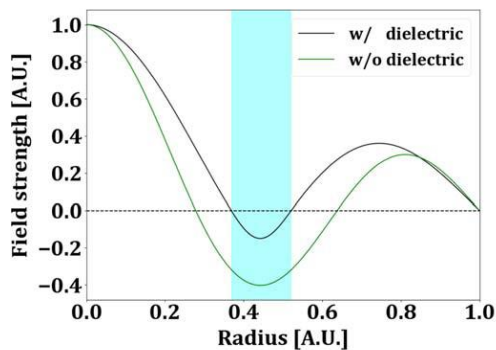
$TM_{030}$ ， $TM_{020}$ 谐振模式的形状因子比 $TM_{010}$ 谐振模式的形状因子小的主要原因在于电场分布中存在异向分量，致使电场体积分相互抵消，致使形状因子计算公式中分子减小。

在 $TM_{0n0}$ 高次谐振模式中，在谐振腔内合适位置加入合适形状的介质，可以减小异向电场的分量，从而提高谐振腔在 $TM_{0n0}$ 高次谐振模式中的形状因子。



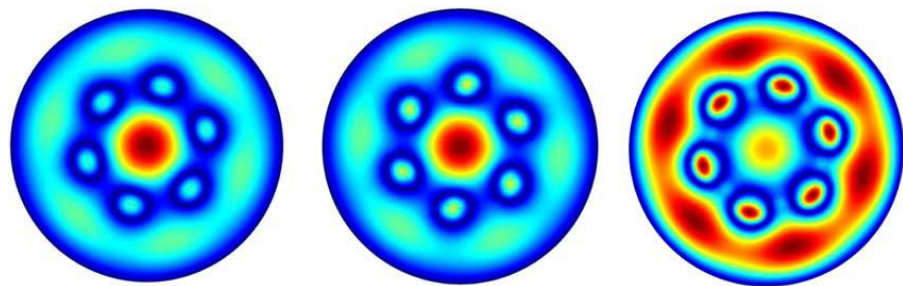
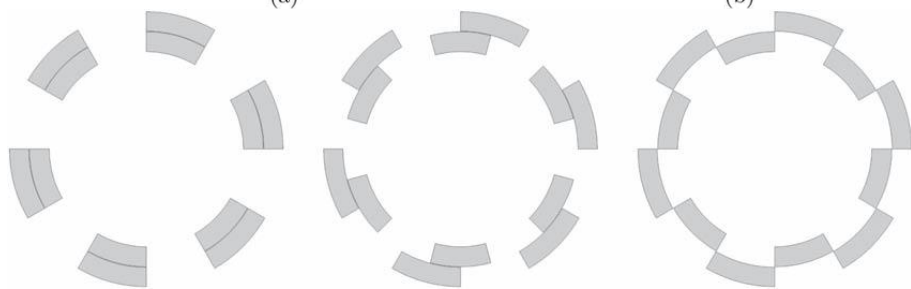
### (三) 微波谐振腔的设计及仿真

Jinsu Kim et al, Exploiting higher-order resonant modes for axion haloscopes, 2020 J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 47 035203



(a)

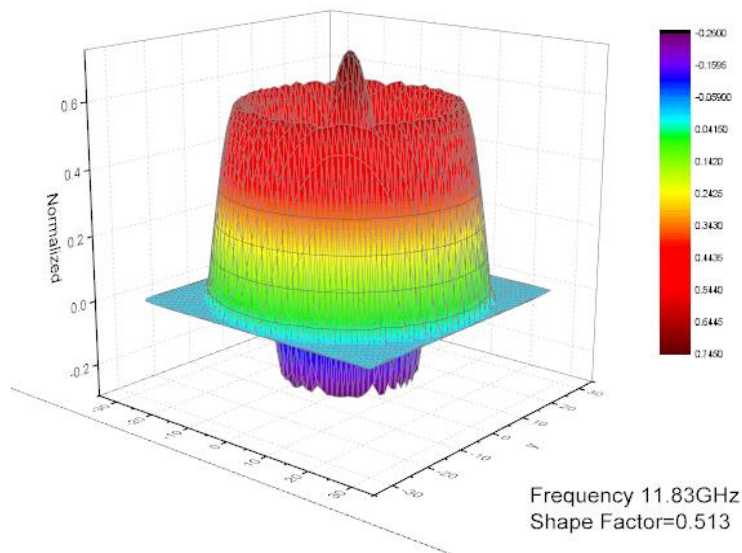
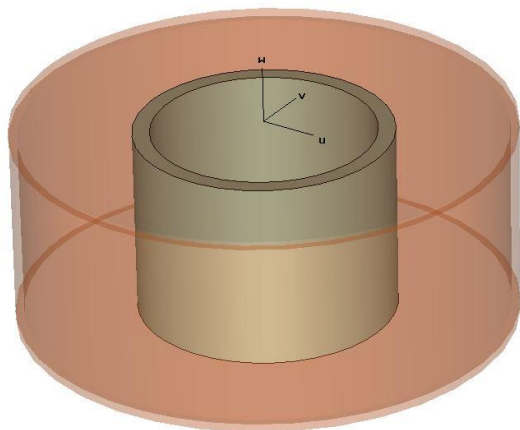
(b)



新型谐振腔采用了 $TM_{030}$ 谐振模式，其形状因子可以达到0.33，频率调谐7.02–7.32GHz

谐振腔内径90mm，高度100mm，介质99.7%A12O<sub>3</sub>，介电常数9.8

### (三) 微波谐振腔的设计及仿真



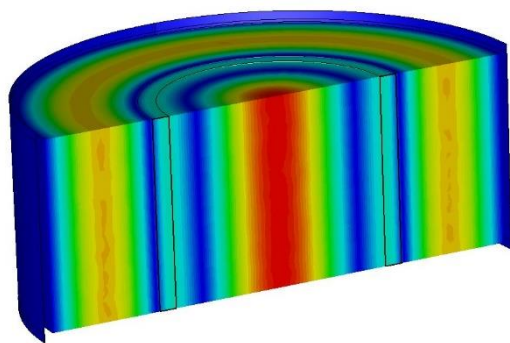
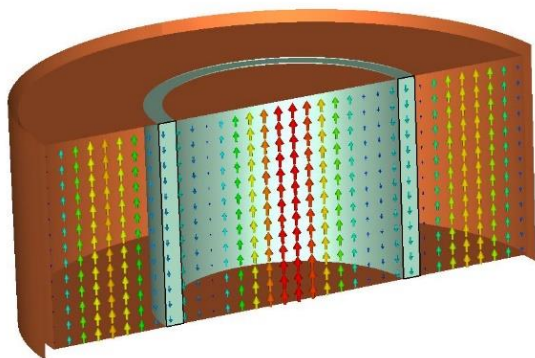
谐振频率

11.83GHz,

形状因子

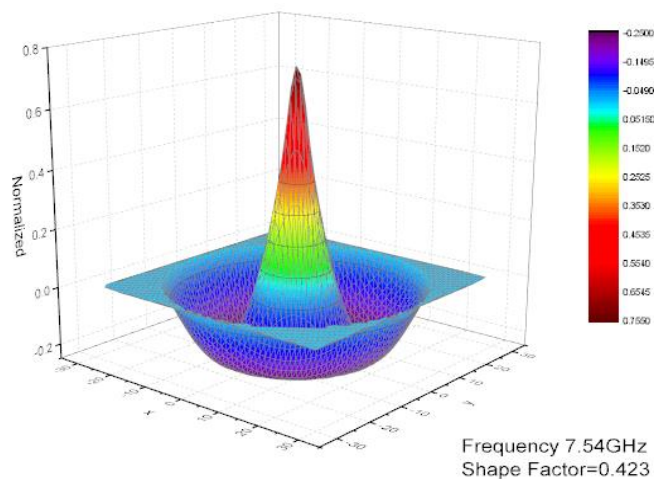
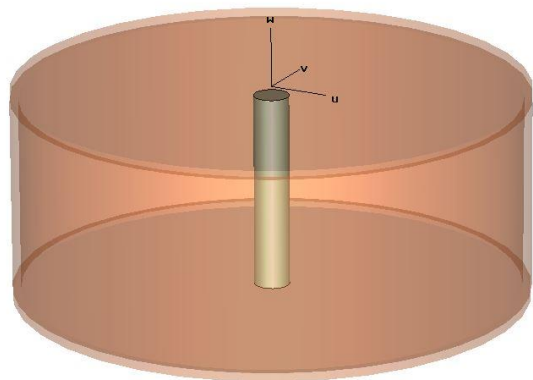
0.513

TM030的电场分布

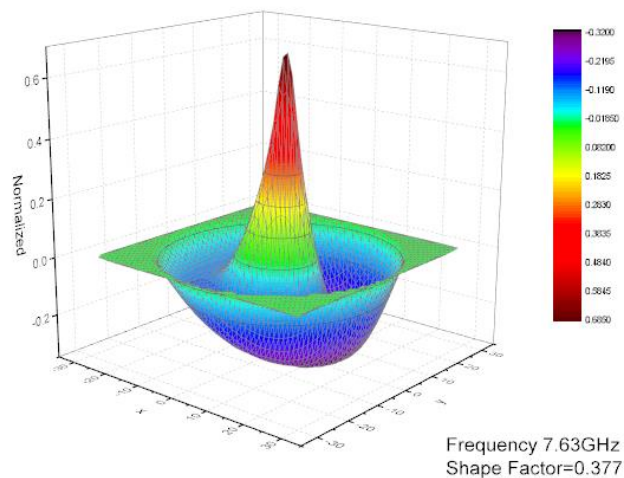
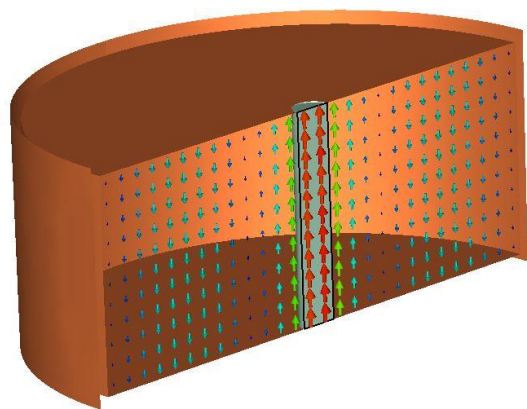


金属谐振腔的内径58mm，高度22mm，介质圆柱体材料Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>，介电常数设为9.9，位于金属谐振腔半径中间，外径为30mm，内径为26mm。

### (三) 微波谐振腔的设计及仿真



介质棒材料设置  $\text{Al}_2\text{O}_3$ ，半径2mm，介电常数9.9，置于谐振腔中心，谐振频率7.54GHz，形状因子0.423

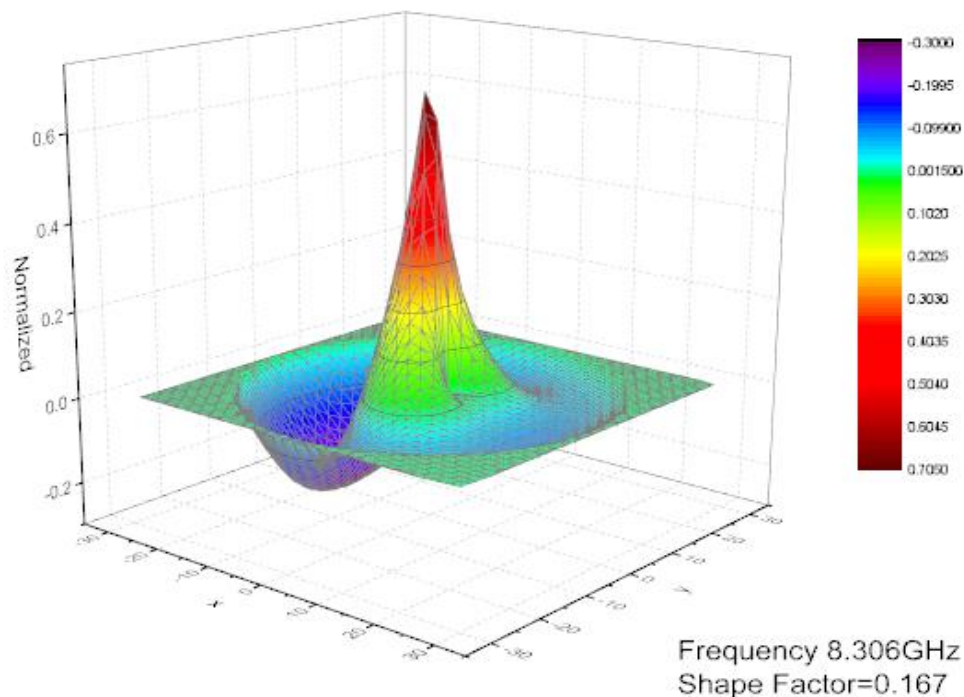
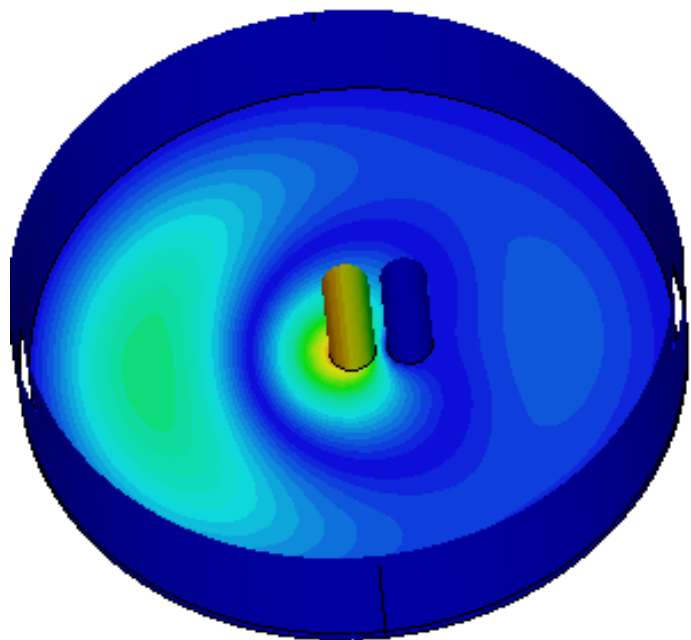


介质棒置于谐振腔中心偏离2mm，谐振频率7.63GHz，形状因子0.377

TM<sub>020</sub>的电场分布

### (三) 微波谐振腔的设计及仿真

谐振腔内同时具有介质棒和金属柱的情况



谐振腔内半径28mm，高度22mm，中心介质棒Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>，半径2mm，介电常数9.9，旁边金属柱半径2mm。

轴心距离谐振腔中心5mm时，谐振频率8.306GHz，形状因子0.167；  
轴心距离谐振腔中心7mm时，谐振频率7.751GHz，形状因子0.292。

# (四) 实验过程中的难点问题

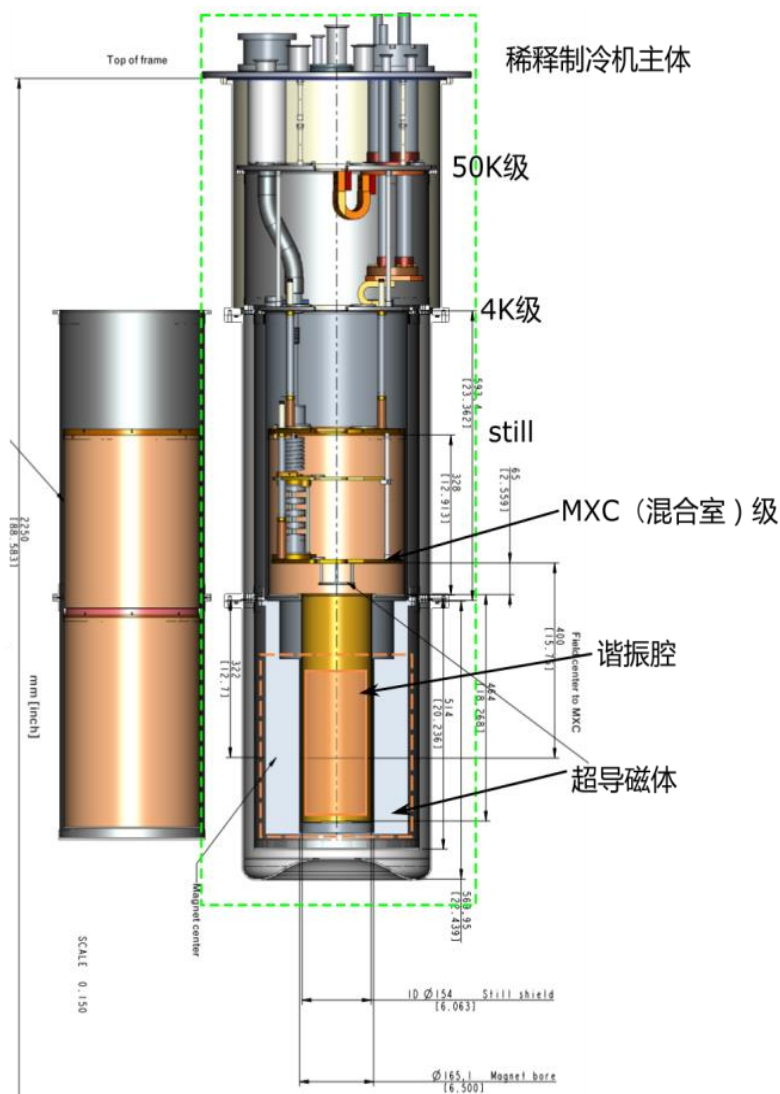
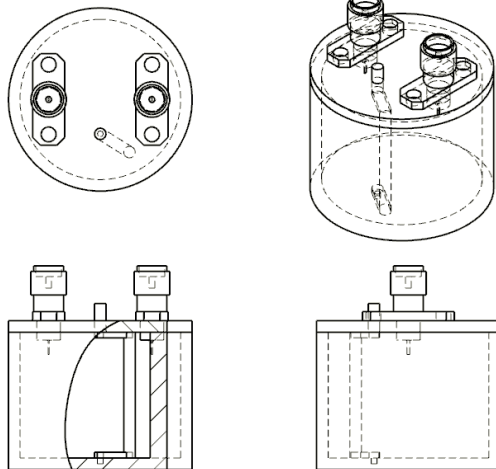
## (一) 谐振腔的频率调谐

技术难点:

- (1) 空间小, 谐振腔外径<超导磁体内径65mm;
- (2) 温度低, 谐振腔工作温度~100mK;
- (3) 结构复杂, 谐振腔具有多层屏蔽, 传动复杂。

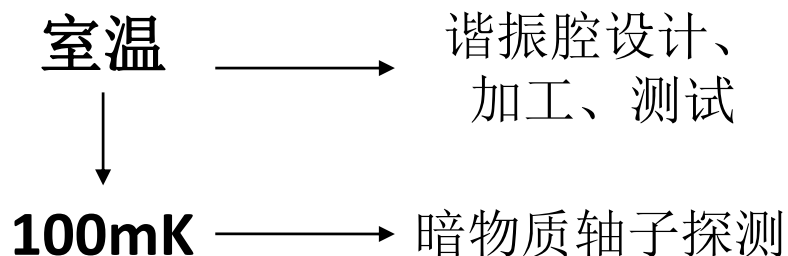
解决方案:

- (1) 低温压电步进电机传动;
- (2) 电机处于高温端, 通过多级滑轮/齿轮传动, 实现低温谐振腔内金属棒的移动。



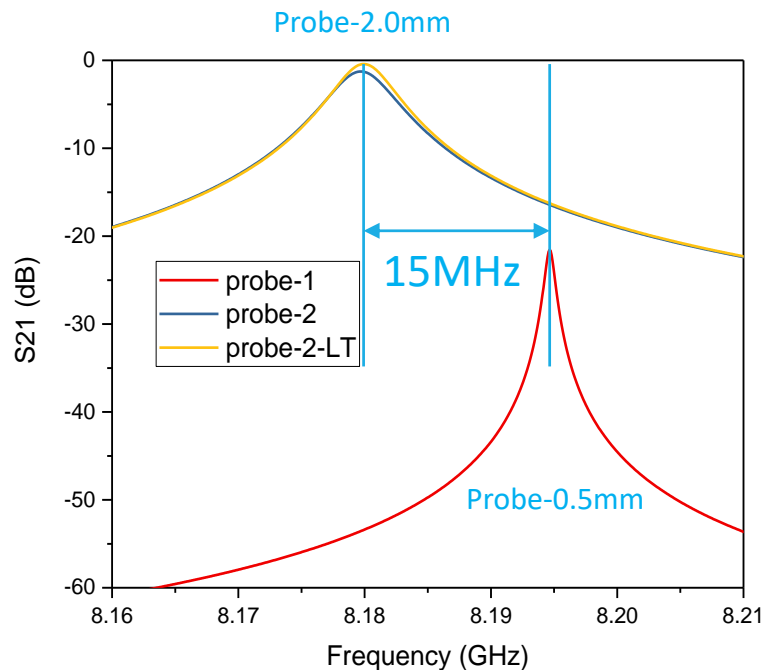
# (四) 实验过程中的难点问题

## (二) 谐振腔的频率精确测量



**谐振频率漂移!!!**

谐振腔谐振频率低温原位测试



增加射频测试端口

- 降低了谐振腔Q值
- 增加了谐振腔损耗
- 增加了结构复杂度

解决方案

谐振腔谐振频率测试端口  
轴子微波信号接收端口  
**共用**

## (四) 实验过程中的难点问题

### (三) 短波长与大体积谐振腔需求之间的矛盾

解决方案:

#### (1) 谐振腔的高次模方案

可能遇到的问题:

- 1.轴子微波信号产生效率降低;
- 2.谐振腔谐振模式过多造成干

扰;

3. 谐振腔的Q值可能降低。

#### (2) 多谐振腔同时探测

可能遇到的问题:

系统结构复杂度大幅度增加, 谐振腔频率调谐难度加大。



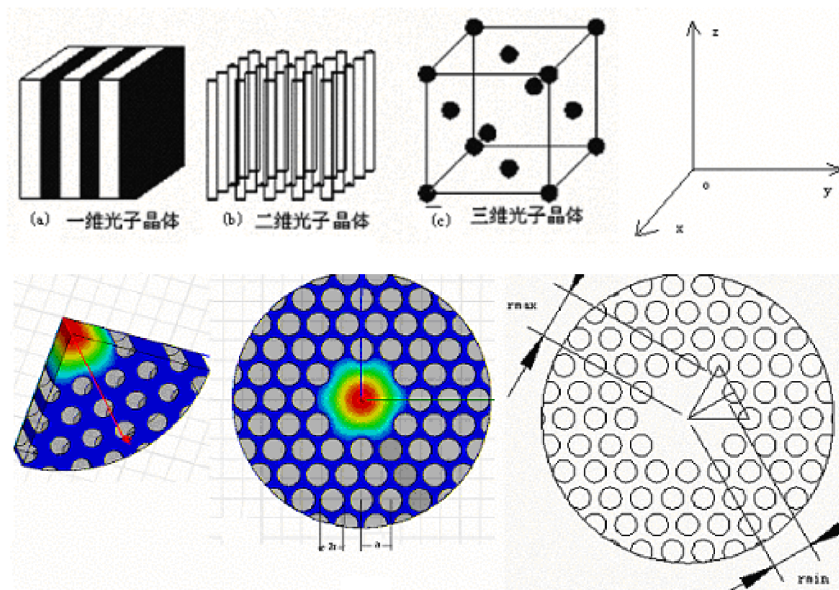
## (四) 实验过程中的难点问题

解决方案:

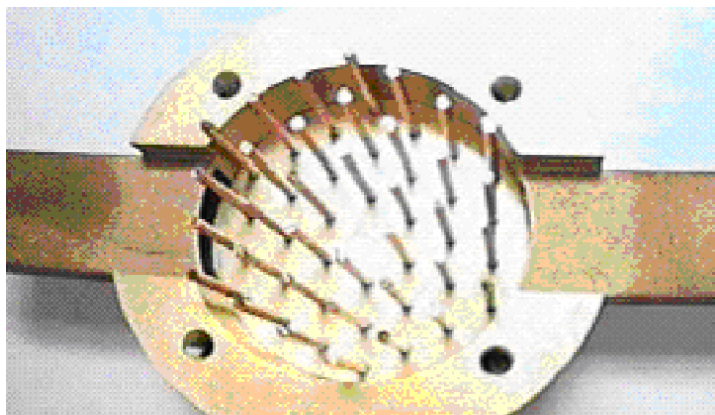
### (3) 光子晶体谐振腔

可能遇到的问题:

1. 谐振腔Q值降低;
2. 谐振腔损耗增加;
3. 频率调谐具有很大的难度。



TM010光子晶体谐振腔



	PBG Cavity	Pillbox Cavity
Eigenfrequency (GHz)	17.3	17.3
Lattice spacing $b$ (cm)	0.64	
Rod radius $a$ (cm)	0.079	
Outer radius (cm)	2.15	0.657
Ohmic Q-factor $Q_{ohm}$	5200	7100

MIT谐振频率为 17.24GHz 的TM010谐振腔