



格点量子色动力学
与强子物理

劉川

Lattice QCD

谱学相关的问题

总结与展望

格点量子色动力学与强子物理

劉川

北京大学物理学院理论物理所

2020 年 6 月 24 日



声明



格点量子色动力学
与强子物理



Lattice QCD

谱学相关的问题

总结与展望

1 感谢.....

2 致歉.....



总结与展望

- 格点量子色动力学 (Lattice QCD) 的位置
- What, Why, Who and How
- 格点研究的特点和优势
- 国内格点研究的历史与现状

- 格点强子谱学的一些基本方法
- 近國奇特强子态方面的研究

3. 总结与展望



1. Lattice QCD 与强子物理

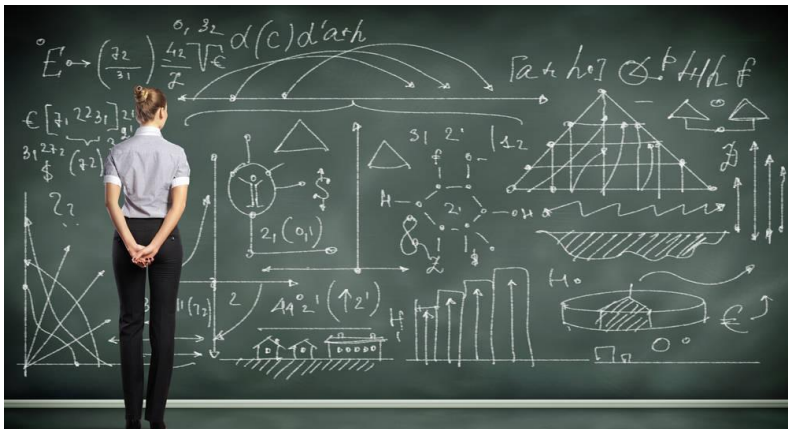
格点量子色动力学
与强子物理

第 11 讲

Lattice QCD

谱学相关的问题

总结与展望





基本相互作用与强子物理

格点量子色动力学
与强子物理

新川

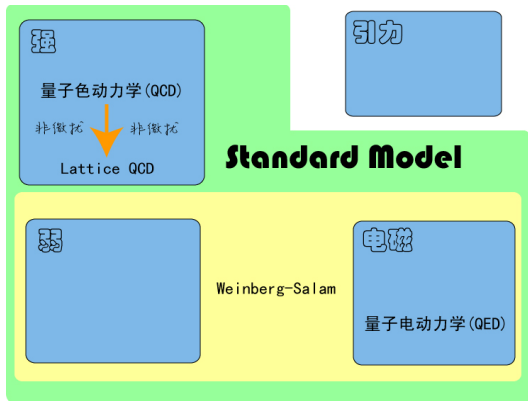
Lattice QCD

谱学相关的问题

总结与展望

核子

星系、宇宙



β 衰变

日常生活

$$\hbar c \simeq 200 \text{ MeV} \cdot \text{fm} = 1. \quad (1)$$



Quantum Field Theory

Theory of almost everything, except gravity

格点量子色动力学
与强子物理

新刊

Lattice QCD

谱学相关的问题

总结与展望

Quantized Fields



👉 波、粒、场三位一体性 (Trinity)



Lattice quantum field theory and MC simulations

格点量子色动力学
与强子物理

新刊

Lattice QCD

谱学相关的问题

总结与展望

- quantum fields $\phi(x) = \{\mathbf{q}(x), \bar{\mathbf{q}}(x), U_\mu(x)\}$ defined on a 4D Euclidean lattice structure: $x \in \Lambda$
- a lattice action $S[\phi] = \sum_{x,y} \bar{\mathbf{q}}(x) \mathcal{M}[U_\mu]_{x,y} \mathbf{q}(y) + S_g[U_\mu]$
- Partition function & physical observables

$$\begin{cases} \mathcal{Z} = \int \mathcal{D}\phi e^{-S[\phi]}, \\ \langle \mathcal{O}[\phi] \rangle = \int \mathcal{D}\phi \mathcal{O}[\phi] e^{-S[\phi]} / \mathcal{Z}. \end{cases} \quad (2)$$

- complication of fermions (**Graßmann fields**)

$$\mathcal{Z} = \int \mathcal{D}U_\mu e^{-S_g[U_\mu]} \det \mathcal{M}[U_\mu] \equiv \int \mathcal{D}U_\mu e^{-S_{\text{eff}}[U_\mu]}. \quad (3)$$

- Monte Carlo works most effectively for systems without the so-called “sign problem”: $e^{-S_{\text{eff}}[U_\mu]} \in \mathbb{R} \geq 0$



Lattice: What, Why, Who and How

格点量子色动力学
与强子物理

彭川

Lattice QCD

谱学相关的问题

总结与展望

- What: 欧式空间定义的场论
- Why: 非微扰的定义和计算
- Who: 格点人 (lattice people $\in$ hep-lat)
- How: 超算上大规模数值计算



Lattice QCD 的特点和优势

格点量子色动力学
与强子物理

彭川

Lattice QCD

谱学相关的问题

总结与展望

- 1 有良好定义
- 2 可数值计算

可持续改进！



Lattice QCD 研究的问题

格点量子色动力学
与强子物理

新 刊

Lattice QCD

谱学相关的问题

总结与展望

- 1 spectrum & hadronic interactions
- 2 hadron structure
- 3 weak decay & matrix elements
- 4 finite temperature and density
- 5 standard model parameters & renormalization
- 6 BSM physics
- 7 Algorithms & machines



典型的例子： μ 子的反常磁矩

格点量子色动力学
与强子物理

彭川

Lattice QCD

谱学相关的问题

总结与展望





典型的例子: a_μ

see, WP, arXiv:2006.04800

格点量子色动力学
与强子物理



Lattice QCD

谱学相关的问题

总结与展望

👉 3.7 σ deviation from SM remaining

Contribution	Section	Equation	Value $\times 10^{11}$	References
Experiment (E821)		Eq. (8.13)	116 592 089(63)	Ref. [1]
HVP LO (e^+e^-)	Sec. 2.3.7	Eq. (2.33)	6931(40)	Refs. [2–7]
HVP NLO (e^+e^-)	Sec. 2.3.8	Eq. (2.34)	−98.3(7)	Ref. [7]
HVP NNLO (e^+e^-)	Sec. 2.3.8	Eq. (2.35)	12.4(1)	Ref. [8]
HVP LO (lattice, $udsc$)	Sec. 3.5.1	Eq. (3.49)	7116(184)	Refs. [9–17]
HLbL (phenomenology)	Sec. 4.9.4	Eq. (4.92)	92(19)	Refs. [18–30]
HLbL NLO (phenomenology)	Sec. 4.8	Eq. (4.91)	2(1)	Ref. [31]
HLbL (lattice, uds)	Sec. 5.7	Eq. (5.49)	79(35)	Ref. [32]
HLbL (phenomenology + lattice)	Sec. 8	Eq. (8.10)	90(17)	Refs. [18–30, 32]
QED	Sec. 6.5	Eq. (6.30)	116 584 718.931(104)	Refs. [33, 34]
Electroweak	Sec. 7.4	Eq. (7.16)	153.6(1.0)	Refs. [35, 36]
HVP (e^+e^- , LO + NLO + NNLO)	Sec. 8	Eq. (8.5)	6845(40)	Refs. [2–8]
HLbL (phenomenology + lattice + NLO)	Sec. 8	Eq. (8.11)	92(18)	Refs. [18–32]
Total SM Value	Sec. 8	Eq. (8.12)	116 591 810(43)	Refs. [2–8, 18–24, 31–36]
Difference: $\Delta a_\mu := a_\mu^{\text{exp}} - a_\mu^{\text{SM}}$	Sec. 8	Eq. (8.14)	279(76)	



典型的例子: a_μ^{HVP}

see Lehner & Meyer, arXiv:2003.04177

格点量子色动力学
与强子物理

新

Lattice QCD

谱学相关的问题

总结与展望

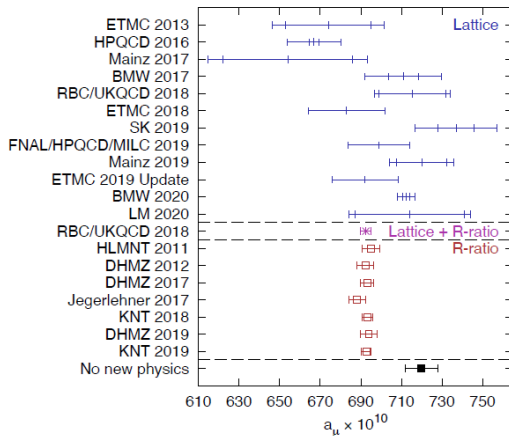


FIG. 14. Overview of total results for a_μ^{HVP} . The referenced contributions are: ETMC 2013 [11], HPQCD 2016 [14], Mainz 2017 [19], BMW 2017 [20], RBC/UKQCD 2018 [21], ETMC 2018 [22], SK 2019 [25], FNAL/HPQCD/MILC 2019 [24], Mainz 2019 [26], ETMC 2019 Update [30], BMW



这是一个全方位、综合的理论研究方法。涉及多个方面：

- 理论上的理解
- 算法的改进
- 机器硬件的改进
- 规模的扩大 (人员 + 机器)

👉 需要多方位的人员合作！



国内 Lattice 的发展

早年的历史

格点量子色动力学
与强子物理

刘川

Lattice QCD

谱学相关的问题

总结与展望

刘川,《中国物理学会高能物理分会第七届学术年会大会报告》,2006 年





国内 Lattice 的发展

近年的发展

格点量子色动力学
与强子物理

彭川

Lattice QCD

谱学相关的问题

总结与展望

参见全新出炉的

《格点量子色动力学在中国（上）》

《格点量子色动力学在中国（下）》

《现代物理知识》



国内 Lattice 的发展

人员和专用机器的情况

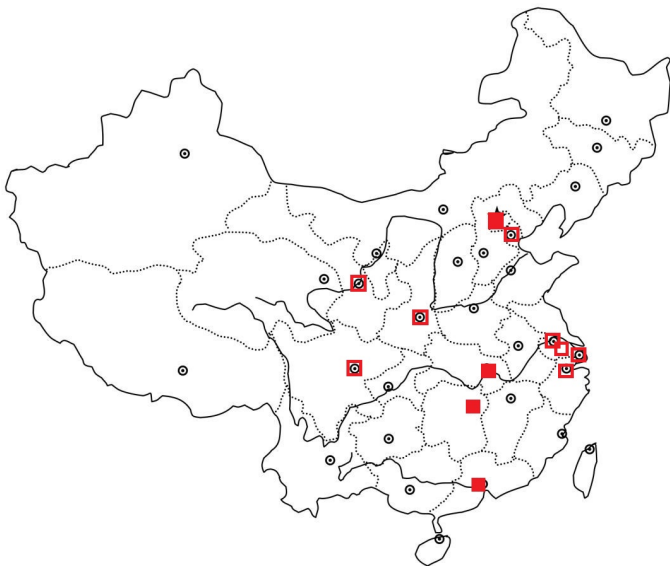
格点量子色动力学
与强子物理

彭川

Lattice QCD

谱学相关的问题

总结与展望





计算之重要性

格点量子色动力学
与强子物理

彭川

Lattice QCD

谱学相关的问题

总结与展望

- 朱载堉 (1536 – 1611) 的故事:¹

$$2^{1/12} = 1.059463094359295264561825 \quad (4)$$

👉 这个神秘的数字导致了十二平均律 (12-ET)²



¹注意: $2^{7/12} \approx 1.4983 \sim 3:2$.

²《律学新说》，朱载堉，1584.



国内 Lattice 的发展 总结

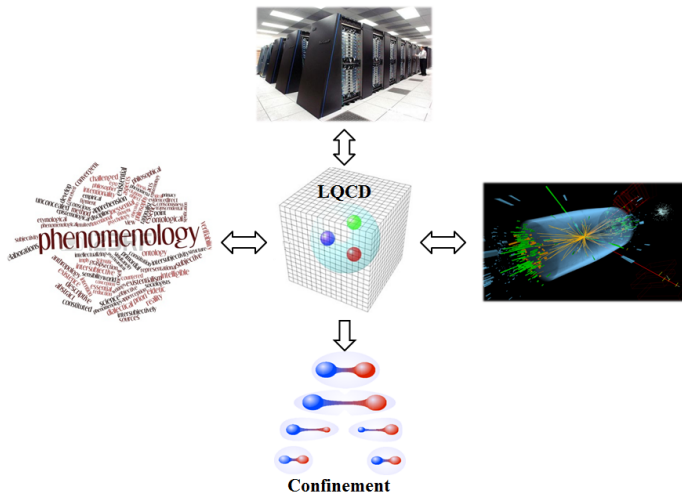
格点量子色动力学
与强子物理

彭川

Lattice QCD

谱学相关的问题

总结与展望



理解色禁闭



国内 Lattice 的发展

细节一点

格点量子色动力学
与强子物理

新 川

Lattice QCD

谱学相关的问题

总结与展望

利用超算数值求解与色禁闭相关的问题

1 强子谱学

- 传统强子态：介子 $q\bar{q}$ 、重子 $= qqq$
- 奇特强子态：胶球、四夸克、五夸克

BESIII, LHCb

2 核子结构

- 质子的结构： $uud + g + q\bar{q} + \dots$
- 但是它们究竟是如何构成质子的？

EicC, EIC

3 QCD 相结构

- 低温低密区强子相高温高密区的 QGP 区
- 寻找相变临界点

LHC, RHIC

4 SM 精确检验/BSM 物理寻找

- 标准模型能否给出精确的理论预言，往往取决于与强相互作用相关的非微扰强子矩阵元能否被精确的计算。
- CP 破坏、 a_μ 、B 反常等

BESIII, Belle2, FNAL

5 相关算法与软件研发



2. 强子谱学的相关问题

格点量子色动力学
与强子物理

第 11 讲

Lattice QCD

谱学相关的问题

总结与展望



与近阈奇特强子态研究相关的问题



强子谱学

粗线条的做法

格点量子色动力学
与强子物理

讲义

Lattice QCD

谱学相关的问题

总结与展望

- 1 确定强子态的量子数 J^{PC} 并构造具有正确量子数的复合算符 (composite operator) $\mathcal{O}$;
- 2 数值计算该算符其关联函数 $C(t)$:

$$C(t) = \langle \mathcal{O}(t) \mathcal{O}^\dagger(0) \rangle \propto e^{-Et}, \quad t \gg 1 \quad (5)$$

- 3 在大的 t 下确定 E , 它就是相应基态强子的质量



谱学计算：第一步

稍微细线条一些的做法 -GEVP (Generalised EigenValue Problem)

格点量子色动力学
与强子物理

讲义

Lattice QCD

谱学相关的问题

总结与展望

- 1 构造一系列具有正确量子数的复合算符 $\mathcal{O}_\alpha$;
- 2 数值计算该算符其关联函数矩阵 $C_{\alpha\beta}(t)$:

$$C_{\alpha\beta}(t) = \langle \mathcal{O}_\alpha(t) \mathcal{O}_\beta^\dagger(0) \rangle \quad (6)$$

- 3 将矩阵 $C(t)$ 对角化后, 其本征值 $\lambda_\alpha(t) \sim e^{-E_\alpha t}$
- 4 这一系列本征能量 E_α 就是强子的质量

👉 原则上讲, 这种做法是不正确的!

👉 **GEVP** 只是谱学计算的第一步!



基本问题：什么是强子的质量

实验学家的观点

格点量子色动力学
与强子物理

彭川

Lattice QCD

谱学相关的问题

总结与展望

- 对于实验学家来说，强子就是特定末态 (道) 不变质量谱里面出现的那些“峰”和“谷”！





基本问题：什么是强子的质量

唯象理论家的看法

格点量子色动力学
与强子物理

新

Lattice QCD

谱学相关的问题

总结与展望

- 对于理论学家来说，有 N 多种产生峰的方法；
 - Poles(e.g. Breit-Wigner)
 - FSI
 - couple-channel effects
 - ...
- 一般将每个极点位置对应于一个“粒子”

$$\sqrt{s_0} \sim M - i \left(\frac{\Gamma}{2} \right), \quad (7)$$

M 称为粒子**质量**， Γ 称为**宽度**.

👉 极点位置并不在物理页上！

理论上的极点位置 $\Leftrightarrow$ 实验结果



基本问题：什么是强子的质量

格点理论家的看法

格点量子色动力学
与强子物理

讲义

Lattice QCD

谱学相关的问题

总结与展望

- 对于格点理论家来说，只有能量本征值 E_α ；
 - 所有的 E_α 都是实数；
 - 它们是一个有限体积中 QCD 哈密顿量的本征值

$\{E_\alpha\} \Leftrightarrow$ 实验结果



谱学计算：第二步

建立 E_α 与物理观测量的关系

格点量子色动力学
与强子物理

讲义

Lattice QCD

谱学相关的问题

总结与展望

0 E_α 's are "approximate" hadron masses

- only if the hadron is stable or the resonance is "narrow" enough

1 Lüscher (mainly two-body)

👉 将 E_α 与该能量下的 S 矩阵元联系起来

2 Non-Lüscher

- the effective Hamiltonian approach
- the HALQCD approach



一个典型例子: $Z_c(3900)$

依然悬而未决

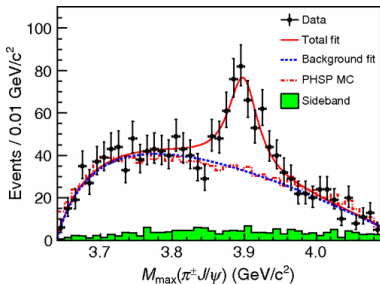
格点量子色动力学
与强子物理

新刊

Lattice QCD

谱学相关的问题

总结与展望



大量的实验研究: **BESIII**

- 1 BESIII& BELLE& CLEO 等发现 (2013)
- 2 接近 $D\bar{D}^*$ 阈值且 $I^G(J^{PC}) = 1^+(1^{+-})$
- 3 多个耦合道: $D\bar{D}^*$, $\rho\eta_c$, $J/\psi\pi\cdots$

大量的唯象学研究!



The $Z_c(3900)$ state

一个典型例子的三种格点处理方法

格点量子色动力学
与强子物理

第 11 讲

Lattice QCD

谱学相关的问题

总结与展望

0 直接看 E_α (S. Prelovsek) [PRD91 \(2015\) 014504](#)

1 Lüscher (CLQCD)

- 单道 (最重要的两体道 $D\bar{D}^*$) [PRD89 \(2014\) 094506](#)
- 加上一个重要的耦合道 ($D\bar{D}^* + J/\psi\pi$) [CPC43 \(2019\), 103103](#)
- 三道 ($D\bar{D}^* + J/\psi\pi + \rho\eta_c$)? [PRD101 \(2020\) 054502](#)

2 Non-Lüscher

- the HALQCD approach (HALQCD) [PRL117 \(2016\) 242001](#)
- 三道耦合效应 ($D\bar{D}^* + J/\psi\pi + \rho\eta_c$)!

依然悬而未决!



总结与展望



格点量子色动力学
与强子物理



Lattice QCD

谱学相关的问题

总结与展望

- 1 简单介绍了 Lattice QCD(地位、作用、特点)
- 2 介绍了目前国内从事格点研究的基本情况
- 3 近阈奇特态相关工作
- 4 希望得到同行的大力支持和关注!

请各位同仁批评指正!