中国科学院大学2019年春季学期 粒子物理实验数据处理与分析

第三章 数据处理 第八节 带电粒子重连与刻度二

袁野

中国科学院高能物理研究所

径迹拟合

◆对于大部分实验来说,径迹拟合方法必须精确和快速
◆选择拟合方法,基本上由物理和分析的实际过程决定
◆径迹拟合方法原则上可以分为两大类

- ◆近似 (Approximate), 速度快 (fast)
- ◆精确 (Precise), 速度慢(slow)
- ◆对于对撞实验的径迹测量,分为对2维和3维数据的拟合,具体地
 - ◆2D Circle fitting (2维圆周曲线拟合,一般属于近似与快速的拟合方法)
 - ◆3D Helix fitting (3维螺旋线拟合)
- ◆主要拟合方法有如下两种:

◆Global least-square method (最小二乘法拟合) ◆Kalman filter method

全局最小二乘法拟合

- ◆在高能物理/核物理实验中的应用已长达几 十年
- ◆在70年代,对于弹性散射,多次库伦散射的适当处理包含在方法中
- ◆接近最优精度,但是在大量的测量点和大量的散射机制的情况下,会耗费大量的计





3

卡尔曼滤波Kalman filter)

◆递归的最小二乘法估计 ◆适用于联合寻迹和径迹拟合 ◆等致于包含了所有多次散射造成的 测量点之间的关联性的最小二乘法 方法

◆可能是目前得到最广泛应用的方法



◆磁场问题

◆均匀磁场或强度变化的磁场

◆径迹模型

◆求解径迹的运动方程

◆直接解析求解,或者数字方法求解

◆误差模型

◆测量误差

◆径迹传输过程中物质效应引起的不确定性



◆要求:快速计算 ◆查表:内插法 ◆多项式近似 ◆常数磁场+修正项 ◆寻迹算法中通常近 似使用均匀磁场



用于测定磁场分布的三维测磁机运抵我所



◆测量误差

- ◆漂移距离测量的误差,一个或者多个高斯误差 来处理
- ◆传输误差
 - ◆多次散射:近似按照高斯型误差处理
 - ◆轫致辐射:近似按照一个或者多个高斯型混合 处理
 - ◆电离能损:取平均电离损失,近似按照一个或者 多个高斯型混合处理

Circle fitting: Least-Square method

3 parameters for each circle: x_c, y_c, R $\rho_{\rm i} = \rho_{\rm W_i} + {\rm S}_{\rm D_i} \cdot \tan \theta_{\rm L}$ Χ W_2 极坐标 $\phi_{i} = \phi_{cell} + (S_{D_{i}} + S_{W}) / \rho_{i}$ Track w_1° 极坐标到X-Y坐标转化: $(\rho_i, \phi_i) \rightarrow (x_i, y_i)$ ρ_{i} 圆周拟合的 【需要迭代 ϕ_{i} $\phi_{\rm cell}$ 求解需要迭代 当 d_i ~R,近似有对 $\chi^2 = \frac{1}{N} \frac{\sum \left[(x_i - x_c)^2 + (y_i - y_c)^2 - R^2 \right]^2}{(2R)^2}$ 求极小

Circle fitting: Karimaki method

$$\chi^{2} = \frac{1}{N} \frac{\sum \left[(x_{i} - x_{c})^{2} + (y_{i} - y_{c})^{2} - R^{2} \right]^{2}}{(2R)^{2}}$$

求极小时,要利用迭代的办法。在圆周截距远小于 偏转半径时,Karimaki方法可以直接求出圆周参数, 不用迭代。Karimaki方法再经过修正后,可以给出 精度较高的圆周径迹参数。

很多实验在圆周拟合时,都使用了Karimaki算法 或其变种

应用例子:BES2,L3,OPAL等

Circle fitting: Riemann fit (I)

$$x_{i} = R_{i} \cos \phi_{i} / (1 + R_{i}^{2})$$

$$y_{i} = R_{i} \sin \phi_{i} / (1 + R_{i}^{2})$$

$$z_{i} = R_{i}^{2} / (1 + R_{i}^{2})$$





空间中的圆周/直线 ⇔黎曼球面的圆周⇔空间中 的平面圆周拟合变为测量点在空间共面的问题

Circle fitting: Riemann fit (II)

取平面的单位法线 $n = (n_1, n_2, n_3)$ 和平面到原点的距离c

$$S = \sum (c + n_1 x_i + n_2 y_i + n_3 z_i)^2 = \sum d_i^2$$

对S求极小,变成了求解协方差矩阵本征值的问题

黎曼球面拟合方法速度很 快,精度也比较高,可推广 到螺旋线曲线拟合。适合用 于在线事例筛选中的径迹 重建,也可以做Kalman Filter的参考径迹



◆11

乙向匹配与拟合

▶ 根据轴丝(axial)层得 到的投影圆周参数和 斜丝(stereo)层的击中 信息

- ◆利用Z=0处,圆周径 迹与斜丝的交点位置, 确定侯选的斜丝单元
- ◆利用斜丝的漂移圆与 径迹圆的相切确定(S, Z)坐标

◆Z向直线拟合

 $\mathbf{z} = \mathbf{z}_0 + \mathbf{s} \cdot \boldsymbol{\lambda}$

得到参数 z_0 和 λ







Helix fitting: Least-Square method



物质致反

◆理想的空间螺旋线拟合,没有考虑到多次散射
和dE/dx能损的效应。物理分析中,必须要事后
对这些效应做修正
◆束流管、漂移室内管壁以及内管壁以内的其它物质
◆ 室内气体和丝的物质效应
◆修正包括径迹参量及其误差矩阵
◆修正对大多数粒子都取得了良好的效果,但是
对低动量的粒子不理想



Kalman Filter

Kalman Filter介绍

- ◆1960年,匈牙利数学家Kalman发表了著名的,利用递归 方法,解决离散数据线性滤波的论文
- ◆1987年,Frühwirth把Kalman filter方法引入粒子物理 实验中来
- ✦Kalman filter由一系列递归数学公式描述
 - ◆高效的可计算的方法来估计过程的状态,可以估计信号的过去和当前的状态,甚至能估计将来的状态,即使不知道模型的确切性质
 - ◆应用广泛,功能强大.可用于粒子物理实验中的参数的优化估计,如径迹重建,顶点重建和运动学拟合等领域



Kalman Filter





	State Vector	Error Matrix	State Vector Example	
True Vector	X	C	5 helix parameters $d_{\rho}, d_{z}, \kappa, \phi_{0}, \lambda$	
Predicted Vector	x_k^{k-1}	C_k^{k-1}	5 predicted helix parameters $d_{a}, d_{z}, \kappa, \phi_{0}, \lambda$	
Measured Vector	\boldsymbol{m}_k		Drift distance <i>d_{drift}</i>	
Updated Vector	\boldsymbol{x}_k		5 updated helix parameters $d_{\rho}, d_{z}, \kappa, \phi_{0}, \lambda$	
Smoothed Vector	x_k^n	C_k^n	5 smoothed helix parameters	
Dynamic equation:				
$x(t_k) = Fx(t_{k-1}) + \eta$, $cov(\eta) = Q$				

Equation for state vector

系统传输方程:把上一时刻的状态量影射到当前时刻的状态量

$$x_k = F_{k-1} x_{k-1} + \eta_{k-1}$$
 $cov(\eta_{k-1}) = Q_{k-1}$

$$F_{k-1}$$
:传输矩阵, η_{k-1} :随机的传输误差

测量方程:描述观测量与状态矢量的关系

$$m_k = H_k x_k + \varepsilon_k \quad \operatorname{cov}(\varepsilon_k) = V_k$$

 H_k :状态矢量 x_k 对测量量 m_k 的增益矩阵
 ε_k :测量误差

Prediction

◆对将来时刻的状态矢量的估计 状态矢量的外延:

$$x_{k}^{k-1} = F_{k-1} x_{k-1}$$

误差矩阵的传递:

$$C_{k}^{k-1} = F_{k-1}C_{k-1}F_{k-1}^{T} + Q_{k-1}$$

外延的状态矢量及其误差矩阵只是一种"中间"变量

Filtering

◆状态矢量通常不能直接观测,通过测量模型与观测量联接 ◆把预言的状态矢量与当前的"测量"量进行比较,从而更新 当前的状态矢量

$$C_{k} = [(C_{k}^{k-1})^{-1} + H_{k}^{T}V_{k}^{-1}H_{k}]^{-1}$$
 矩阵求逆:
状态矢量维数

 $x_{k} = C_{k} [(C_{k}^{k-1})^{-1} x_{k-1} + H_{k}^{T}V_{k}^{-1}m_{k}]$
 矩阵求逆:
状态矢量维数

 K_{k} :Kalman
增益矩阵
 $x_{k} = x_{k}^{k-1} + K_{k} (m_{k} - H_{k} x_{k}^{k-1})$
 $K_{k} = C_{k}^{k-1}H_{k}^{T} [V_{k} + H_{k} C_{k}^{k-1}H_{k}^{T}]^{-1}$
 矩阵求逆:
观测量维数

堦

Smoothing

- ◆利用所有测量的结果(最后一步),回推到以前的测量, 并对各步的状态矢量进行更新
- ◆过滤与光滑相结合,可以有效地实现双向预测,并探测"坏点"

 $x_{k-1}^{n} = x_{k-1} + A_{k-1} \left(x_{k}^{n} - x_{k}^{k-1} \right)$ 增益矩阵Ak-1 状态矢量的逼真化 •过滤比预言更真实 $A_{k-1} = C_{k-1} F_{k-1}^T (C_k^{k-1})^{-1}$ •光滑比过滤更真实 $C_{k-1}^{n} = C_{k-1} + A_{k-1} (C_{k}^{n} - C_{k}^{k-1}) A_{k-1}^{T}$

Backward Kalman Filter

◆Kalman Filter是一步一步添加测量点
◆反向Kalman Filter则是剔除某一测量点
◆反向Kalman Filter又称为"负权重" Filter, V_k→-V_k

$$x_{k}^{n^{*}} = C_{k}^{n^{*}} \left[\left(C_{k}^{n} \right)^{-1} x_{k}^{n} - H_{k}^{T} V_{k}^{-1} m_{k} \right]$$

$$x_{k}^{n^{*}} = C_{k}^{n} H_{k}^{T} \left(-V_{k} + H_{k} C_{k}^{n} H_{k}^{T} \right)^{-1}$$

$$K_{k}^{n^{*}} = C_{k}^{n} H_{k}^{T} \left(-V_{k} + H_{k} C_{k}^{n} H_{k}^{T} \right)^{-1}$$

$$C_{k}^{n^{*}} = \left[\left(C_{k}^{n} \right)^{-1} - H_{K}^{T} V_{k}^{-1} H_{K}^{T} \right]^{-1}$$

剔除某一测量点后,状态矢量的更新

Kalman Filter extention

◆实际情况下,传输方程和测量响应方程一般都是 状态矢量的非线性函数.
◆对状态矢量的传输方程和测量响应方程做线性 的泰勒展开.称为"扩展的"Kalman Filter

应用扩展的Kalman Filter方法,一般需要迭代

Track fitting:Kalman Filter method



Multiple scattering effect



Multiple scattering effect

◆在与粒子路径垂直的
 两个平面内发生散射,
 包括角度偏移和位置
 变化。角度和位置偏
 移之间存在关联

$$\delta \alpha = M \begin{pmatrix} \sin \theta_t \, \delta \varphi_t \\ \delta \theta_t \\ \delta x_{\varphi_t} / L \\ \delta x_{\theta_t} / L \end{pmatrix}, \quad M = \left(\frac{\partial \alpha}{\sin \theta_t \, \partial \varphi_t}, \frac{\partial \alpha}{\partial \theta_t}, \frac{L \partial \alpha}{\partial x_{\varphi_t}}, \frac{L \partial \alpha}{\partial x_{\theta_t}} \right)$$

◆由于多次散射是随机 过程,对其处理的原则:
◆不改变径迹参数

> ◆计算多次散射造成的误 差矩阵

$$V_{\alpha MS} = \left\langle \delta \alpha \delta \alpha^T \right\rangle = \sigma_{\theta}^2 M \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 1/2 & 0 & 1/3 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 1/3 \end{pmatrix} M^T$$

dE/dx effect



Correction for the energy loss

粒子动量修正公式
C是一个与漂移室物质相关的常数

$$\Delta \mathbf{p} = \int_{0}^{t} \frac{d\mathbf{p}}{d\mathbf{x}} d\mathbf{x} = \int_{0}^{t} \frac{d\mathbf{E}}{d\mathbf{x}} d\mathbf{x} = \int_{0}^{t} \frac{\mathbf{C}}{\beta^{3}} \left[\log\left(\frac{2\mathbf{m}_{e}\mathbf{c}^{2}\beta^{2}\gamma^{2}}{\mathbf{I}}\right) - \beta^{2} - \frac{\delta}{2} \right]$$

$$\beta = \frac{\mathbf{p}}{\sqrt{\mathbf{p}^{2} + \mathbf{m}^{2}}} \quad \beta \gamma = \frac{\mathbf{p}}{\mathbf{m}}$$

当β>0.7时,能损近似为常数;当β较低时,能损变化很快

问题可以转化为对一个微分方程的积分,需要利用数 字计算方法求解,如龙格—库塔方法.可参看有关文献

Bremsstrahlung effect (初致福射)



既改变径迹参数,也改变误差矩阵

非均匀磁场

粒子穿过一段非均匀磁场下区域,其动量方向会发生 变化,变化量与穿越的路径有关:

$$\Delta \mathbf{p}^{\mathbf{V}} \propto \int_{\mathbf{L}_{start}}^{\mathbf{L}_{end}} \left(\mathbf{B}^{\mathbf{V}}(\mathbf{x},l) - \mathbf{B}_{0}^{\mathbf{V}} \right) \mathbf{d}l$$

动量改变量为:

$$\mathbf{p}_{B} = \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \Theta} \frac{\Delta \mathbf{p}}{|\mathbf{p}|} \cdot \hat{\Theta} + \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \Phi} \frac{\Delta \mathbf{p}}{|\mathbf{p}|} \cdot \hat{\Phi}$$

详细计算利用数字方法,根据磁场的三维分布和 粒子穿行的路径,进行积分





300MeV/c的质子





径迹外推与径迹匹配

- ◆得到径迹参数后,根据螺旋线运动方程并考虑到探测器的几何 结构和物质效应,把带电径迹在各个探测器中的击中位置和击 中方向的信息记录并保存下来。
- ◆有些实验还要联合利用径迹探测器和顶点探测器,进一步改善 粒子的动量分辨和位置分辨。
- ◆其他各个探测器的重建和刻度过程中,要利用这些信息,匹配 带电径迹的击中信息。通常的做法是:选取合适的窗口。有些 探测器的重建算法中 (如muon),还要利用这些信息,做进一 步的外推和径迹拟合。
- ◆量能器重建过程中一般不需要带电径迹的击中信息,本身就能 重建出簇射的位置信息。待重建完成后,再进行径迹匹配。
- ◆ 最后我们就得到了带电径迹在所有探测器中的响应信息。剩余 的响应信息就默认为中性径迹或其他类型的作用信息。
- ◆物理分析工作者从磁盘中取得事例数据,看到的是径迹列表, 并通过相应的指针来读取径迹在各个探测器中的响应信息。通过粒子鉴别,运动学拟合,以及顶点拟合等分析手段,并根据物理事例的特征,做相应的选择。

径迹外推

把漂移室径迹延伸,外推到外探测器,如TOF,量能器 以及μ探测器给出带电径迹在外探测器上的击中位置 ,击中方向等信息.TOF和μ探测器的重建需要这些信息



35

◆径迹拟合的基本原理 ◆全局最小二乘法、Kalman Filter方法、Riemann球 方法

✦Kalman Filter方法

◆初始状态参量 + 测量误差→预期状态参量 + 测量参量 + 新的测量误差→新的状态参量→iteration
◆路径上最后一个点使用了前面所有点的信息
◆Smoothing:从最后一个点再Filtering回到第一个点,这样所有的点都使用了其它点的信息
◆利用χ²来剔除路径上的"坏点"
◆径迹外推(可以继续使用Kalman Filter方法)



◆在线化

将离线复杂重建算法前置提高在线筛选压缩比

♦并行化

高亮度、高多重数

◆硬件化

FPGA, GPU, ASIC, neuro chip

◆寻迹与拟合融合化

用拟合来寻找边缘径迹 用寻迹来避免拟合失败

Tracking Trigger Requirements

- Tracking information for the Level-1 (L1) hardware trigger system in the form of fully reconstructed tracks will be essential for maintaining trigger performance.
 - Current L1 trigger menu at pileup 200
 would require 4000 kHz!
 - Adding tracking information to L1 trigger objects would reduce rates down to 500 kHz.
- Total L1 latency limited to 12.5 µs:
 - 4 µs allowed for track reconstruction following readout electronics generation, packaging and transmission from the Data, Trigger and Control (DTC) system.

Plots from CMS Collaboration, "Technical Proposal for the Phase-II Upgrade of the CMS Detector", Technical Report CERN-LHCC-2015-010. LHCC-P-008. CMS-TDR-15-02, Geneva, June 2015.





Simulation of pile-up = 140 at CMS in r-z plane

Wireless Data Transmission For High Energy Physics Applications

S. Dittmeier for the WADAPT working group

Physikalisches Institut, Universtität Heidelberg

06 March 2017

Connecting the Dots / Workshop on Intelligent Trackers 2017



LAL - Orsay

INTIERNATIONAL MAX PLANCK ESEARCH SCHOOL FOR PRECISION TESTS OF FUNDAMENTAL SYMMETRIES \mathbf{Z}

r

Demonstrator System

data flow



Demonstrator system at Tracker Integration Facility, B186, CERN

FastTracker (FTK) System in ATLAS

- ► Goal of FTK:
 - Track fitting on 12 layers of hits from ATLAS Inner Detector
 - Total expected latency: 100 μs
 - Event rate: 100 kHz, thousands of charged particles/event
 - Faster on FPGAs

Challenges to fit entire detector: massive combinatoric problem

Strategy: parallel processing + staging



ATLAS inner detector

Strategy of FTK

- Divide detector into 64 regions for parallel fitting
 - Region small enough that linear approximation is accurate
 - With enough overlap to ensure efficiency
- Pattern recognition + two stages of fitting
- ▶ First stage: 8 layers (3 pixel+5 SCT layers)
 - 0.5 trillion linear track fittings/s on Auxillary boards (AUX)
 - Per FPGA: 1 GigaFits(GF)/s
- Second stage: 12 layers linear track fitting



ATLAS inner detector with 8L marked



FTK workflow

First Stage Track Fitter

- Pattern recognition board selects all patterns with potential tracks and send to track fitter
 - Majority logic: require at least 7/8 layers match a simulated pattern
- Fit all hit combinations (1 per layer) in each pattern:
 - Fit at least 7/8 layers of hits
 - ▶ Pattern 1: 6, Pattern 2: 6, Pattern 3: 4, Pattern 4: 12

Pattern 1 Pattern 2

Pattern 3 Pattern 4



▲ ▲ Particles from collisions

• Calculate χ^2 for all the hit combinations for first 8 layers

• $\chi^2 = \sum_{i}^{N_{\chi}} (h_i + \sum_{j}^{N_{\text{hits}}} S_{ij} \times \text{coord}_j)^2$, h_i , S_{ij} constants

Calculate the best possible hit for layer with missing hit

•
$$x_j = C_{jj}^{-1} t_j$$
, where $C_{jj}^{-1} \xleftarrow{\text{offline}}{} S_{jj}$, $t_j \xleftarrow{\text{on chip}}{} S_{ij} + \text{coords}$

Pattern 1 Pattern 2

Pattern 3 Pattern 4



▲ A Particles from collisions

• Only the best χ^2 track is kept if multiple tracks share at least 6 hits



并行化参数空间扫描

Initial parameter scanning by GPU(CUDA)



rcarney@lbl.gov

TrueNorth IBM

2011 - a single core demonstrator



2014/15 - TrueNorth chip opened up to select institutes





- Project is from DARPA SyNAPSE: metric of a one million neuron brain-inspired processor.
- Not biologically motivated! Low power, scalability, and connectivity were the motivating factors.
- (Unofficial) summary of project here.