

热学—麦克斯韦速度分布律



穆良柱 2020年8月23日





热学研究对象—热现象

• 什么是热学? 关于热现象的研究。



加热一块未名湖的冰会发生什么?





热学的研究对象



热现象的本质

热动说 热是组成物质的 微观粒子运动的 表现,热是能量 的一种表现形式, 可以由其他功转 化而来		培 胡 牛 销 牛 街 卡 尔	Fumford 美国,伦福 德伯爵, 大炮膛孔	H. Davy (戴维) 冰摩擦	Joule 英国著名业 余科学家, 焦耳,400余 次,热功当 量4.154J/cal	定式 Clausius 方劳修斯,热 是分子热运动, 论文《关于我 们称为热的这 种运动》
500B.C.	300B.C.	玻意耳? 1600s	1798 1788	1799	1840-1849	1850
四种元素,火、水、土、Heraclitus(赫拉克利特)	水、火、木、金、土战国,驺衍,五行说,	伽利略 伽桑狄	英国,化学兼 物理学家 J.Black(布莱 克)提出温度、 热量概念, 完善量热学, 提出热量守 恒		热质说认为热是物质,称之为ca 热质由没有重量组成,可以从一 另一个物体,其	一种特殊的 aloric热质, 的微细粒子 个物体流向 数量守恒 说

气

挑选研究对象

理想气体

热力学系统



热力学系统



热力学系统



平衡态



平衡态

气缸中气体达到平衡 态的弛豫时间量级为 平均碰撞时间10-9秒









最简单的研究对象





孤立的 单元的 单相的 处于平衡态的 系统



明确研究问题



热学的研究方法和研究结论

热	力学 卡诺定理 的动力的 思考》	三定律, ^{焦耳} ^{热功} 当量	耗 () () () () () () () () () (女结构 亥姆霍 兹 (約 恒)	理论等 克劳修斯 动得出的 热学定律》	汤《的理等论姆论动论三文	克劳修热 家论 动力主的 子 的 一 一 の の の の の の の の の の の の の の の の の	昂卡普德等了态的说。 家本普德等了态的说。 家家家会会	晋学结哈代子的" 学生派构根"的" 世派构根学。 " 日本的" (Haken)" 的 一个" 和"" " " " " " " " " " " " " " " " " "	热力学
宏观 激观	1824 1857	1840-1849 1858	1842 1866	1847 1877	1850 1902	1851 1924-	1865 -25 1924	1930s-40s 6–27 ŕ	s 1960s-70s ° 1927	> 0 0
	克斯了非要文我之的劳发一常的《们为运修表篇重论论称热动》	克劳《 劳 《 休 云 子 的 自 制 和 世 本 十 一 子 的 自 制 一 日 一 子 的 自 十 一 日 子 的 自 十 一 子 的 的 自 一 十 一 六 的 自 一 子 的 自 一 和 一 日 子 的 自 本 一 十 一 日 一 の 的 自 一 本 一 一 一 の 的 自 一 本 一 一 一 の 日 一 一 の 日 一 の 一 日 一 の 日 日 一 の 日 一 一 の 日 日 一 の 日 一 一 の 日 一 一 の 日 一 一 一 一 一 一 一 一 一 一 一 一 一	麦克斯 韦《气 体的动 力理论》	玻《动二概系 子学 ⁴ 动二概系平 《 》 》 》 》 》 》 》 》 》 》	曼 吉布统学原 为本理》 新 · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	玻色、 斯坦统	爱因 费注 计 拉丁	枨、狄 克统计 f f	John von Neumann, nathematical foundations of quantum mechanics 量子统计力学	统计物理学
	斯了非要文我之的 友一常的《们为运 表篇重论论称热动》	行气体 分子运 动的中 均自由 程》	韦《气 体的动 力理论》	《 关 于 学 引 二 定 率 的 式 定 率 い 式 定 律 二 率 い 式 定 常 二 二 率 い 式 定 律 二 二 率 い 式 二 定 率 い 式 二 定 率 い 式 二 で 率 い 式 二 で 率 い 式 、 或 、 或 、 、 式 で 二 で 率 い 式 、 、 式 こ で 本 い 式 、 、 、 式 で 、 、 、 で 、 、 、 、 、 、 、 、 、 、 、 、 、	 熱 、 、<td>斯坦统</td><td>计 拉丁 二十一日 - 人</td><td>克统计 m f 量</td><td>Neumann, nathematical foundations of quantum mechanics 量子统计力学</td><td></td>	斯坦统	计 拉丁 二十一日 - 人	克统计 m f 量	Neumann, nathematical foundations of quantum mechanics 量子统计力学	

物质的微观理论—物质结构



物质的微观理论—相互作用



物质的微观理论—分子间相互作用



物质的微观理论——布朗运动



物质的微观理论—分子热运动

爱因斯坦(1905年)和斯莫陆绰斯 基(Smoluchowski,1906年)、郎之 万(Langevin,1908年)关于布朗运 动的理论工作,证明了布朗粒子 位移平方的平均值正比于时间t

$$m\frac{d^{2}x}{dt^{2}} = F(t) - \alpha \frac{dx}{dt}$$

$$m\frac{d^{2}x^{2}}{dt^{2}} + \alpha \frac{dx^{2}}{dt} = 2m\left(\frac{dx}{dt}\right)^{2} + 2xF(t)$$

$$m\frac{d^{2}\overline{x^{2}}}{dt^{2}} + \alpha \frac{d\overline{x^{2}}}{dt} = 2k_{B}T$$

$$\overline{x^{2}} \propto Tt, m \rightarrow 0$$

赵凯华新概念《热学》P258-260、

cooling and trapping atoms using laser light













6.8万枚水 8年子的— 四·2.3:一个从事有利达分的权子的权力 8.30、第

英国植物学家 **<u>布朗</u>(R. Brown)**在显微镜下观察到 悬浮在静止液体里的花粉不停地做无规则运动。



Perrin, Jean

born Sept. 30, 1870, Lille, France died April 17, 1942, New York, N.Y., U.S.



About 1300 Parmin begins to tackly <u>because noting</u>, the eracit movement of particles supported in a liquid timotian's initiational analysis (1335) of this pheremonic supported bits the particles wave initiation of the particles and the particles and the pheremonic supported bits the particles wave initiation of the particles and the particles and the pheremonic supported bits particles and the pheremonic of the pheremonic support the pheremonic support and another pheremonic of Databack, supportent. This pheremonic support the pheremonic support to the pheremonic support to the particles and the pheremonic support to the pheremonic support to the pheremonic support of the pheremonic support to the pheremonic s



证实原子存在的人



Fig. 1 Fluctuation of HSI during the period Jan. 3, 1994 to Nov. 30, 2000. The period is characterized by the 1995 'bearish market' and the 1997-98 crash.

物质的等离子态?、气态、液态、固态、超密态(白矮星、中子星、黑洞)









• 气体---非凝聚态,分子位置相互间没有关联



"气体"









完美晶体

离子键 共价键 金属键 范德瓦耳斯键 氢键











(b) Graphite



Close-packed layer of spheres





晶体与对称性



准晶体







1984年, Shechtman等在 寻找既轻又硬的Al合金 中,在急冷的Al-Mn合金 中获得了具有五重对称, 斑点明锐的电子衍射图, 定出其点群为m35.

D. Shechtman, I. Blech, D. Gratias, and J.W. Cahn, "Metalic phase with longrange orientational order and no translational symmetry," *Phys. Rev. Lett.* **53 (1984) 1951-1953.**



准晶体

PenrosePattern

郭可信:五 次、八次、 十二次对称



新型晶体



晶体中的缺陷







非晶体





液体---稠密的气体

流

体





分子间相互作用不可忽略,又不像固体那样紧密束缚,可以用范德瓦耳斯方程定性描述液体



液体---濒临瓦解的晶格



(1.43)

图 1-56 氢的径向分布函数







液晶,包科达,《热物理学基础》,P240-242 http://dept.kent.edu/spie/liquidcrystals/





表面张力









赵凯华,新概念教程《热学》, P56-58



Surface Science is concerned with:

- Geometric structure
 - Particle-Surface Interactions





ValenceB and c

• Electronic structure

• Effects of radiation damage



(00)

(10)

• Chemical surface reactions



量化描述性质

	L∔++	
犹て	「旧	心

大量事件的概率描述

例题:"热学"成绩

97,96,93,93,93,90,90,90, 90,88,88,87,87,87,86,86,

86,86,86,85,85,85,85,85,

85,83,83,82,82,82,82,82,

82,82,82,80,80,80,80,79,

79,79,79,79,79,79,78,78,

78,78,76,76,76,76,75,75,

75,75,75,75,75,75,75,73,

73,72,72,72,72,72,70,70,

69,68,68,66,65,64,64

连续型描述

随机变量 $x \in R \pm 60 < x < 100$ 概率 $P(x \rightarrow x + dx) = f(x)dx$ **概率密度、分布** f(x)归一化 $\int f(x)dx = 1$ 平均值 $\overline{x} = \int xf(x)dx$ 方差 $\sigma = \int (x - \overline{x})^2 f(x)dx$





个人成绩:枚举 离散型描述 随机变量 $x \in \{60, 61, ..., 100\}$ 概率 $P(x) = \frac{n(x)}{N} = \frac{n(x)}{\sum_{x} n(x)}$ 归一化 $\sum P(x) = 1$

平均值 $\overline{x} = \frac{\sum xn(x)}{\sum n(x)} = \sum x \frac{n(x)}{N}$

方差
$$\sigma = \frac{\sum (x - \overline{x})^2 n(x)}{\sum n(x)} = \overline{x^2} - \overline{x}^2$$

 $P(x \to x + dx, y \to y + dy, z \to z + dz)$ = f(x, y, z)dxdydz

 $P(x \to x + dx, y \to y + dy, z \to z + dz)$ = $f_x(x) f_y(y) f_z(z) dx dy dz$ 理想气体的微观模型



确定相应分布f(r)、f(v)、f(p)、f(E)等

求各种平均值

寻找"实验"规律

微观压强、温度,麦克斯韦速度分布律



压强的统计解释

$$\vec{v} \rightarrow \vec{v} + d\vec{v}, \frac{N}{V}f(\vec{v})dv_x dv_y dv_z$$

一个分子撞击器壁的后果,动量改变为2mv_x

在时间Δt内,速度为v的分子沿着v的方向走 了vΔt,沿x方向走了v_xΔt,而在以ΔS为底面 积,vΔt为母线长,v_xΔt为高的圆柱体内的所 有速度为v,v_x>0的分子都会撞到ΔS上

$$\Delta S v_x \Delta t \frac{N}{V} f(\vec{v}) dv_x dv_y dv_z \Big|_{v_x > 0}$$

$$\frac{1}{2}\Delta S v_x \Delta t \frac{N}{V} f(\vec{v}) dv_x dv_y dv_z$$

$$p_x = \frac{2mv_x \frac{1}{2}\Delta S v_x \Delta t \frac{N}{V} f(\vec{v}) dv_x dv_y dv_z}{\Delta t \Delta S}$$

$$= mv_x^2 \frac{N}{V} f(\vec{v}) dv_x dv_y dv_z$$



$$p = \frac{2}{3} \frac{N}{V} \frac{\overline{1}}{2} mv^2$$



温度的统计解释



能均分

$$\frac{\overline{1}}{2}mv^2 = \frac{3}{2}k_BT$$



道尔顿分压定律

设一个容器体积为V,总压强为*p*,温度为*T*,总粒子数为*N*,质量为*M*。容器中盛有n种不同种类的气体,对于其中的任一种气体,其体积为V,压强为*p*,温度为*T*,粒子数为*N*,,质量为*M*;



混合理想气体的状态方程

Maxwell-Boltzmann Distribution Law





Maxwell-Boltzmann Distribution Law



构建理想模型

单原子理想气体



构建公理认知

初步理论

单原子理想气体的初步统计理论





例题 平均速度、方均根速率、速率、最概然速率

服从麦克斯韦速度分布律的气体分子质量为m,温度为T,求平均速 $\overline{p}_{v_x} v_y v_z$ 、方均根速率 v^2 、平均速率v、<u>最概然速率</u> v_p 。

$$\overline{v_x} = \int_{-\infty}^{\infty} v_x g(v_x) dx = \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{1/2} v_x e^{-\frac{1}{2}mv_x^2/k_B T} dx = 0, \quad \overline{v_y} = \overline{v_z} = 0$$

$$\sqrt{v^2} = \sqrt{\int_0^\infty v^2 F(v) dv} = \sqrt{\int_0^\infty v^2 4\pi v^2 \left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{3/2} e^{-\frac{1}{2}mv^2/k_B T} dv} = \sqrt{\frac{3k_B T}{m}}$$

$$\overline{v} = \int_0^\infty vF(v)dv = \int_0^\infty v4\pi v^2 \left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{3/2} e^{-\frac{1}{2}mv^2/k_B T} dv = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m}}$$

$$\left(4\pi v^2 \left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{3/2} e^{-\frac{1}{2}mv^2/k_B T}\right)' \bigg|_{v_p} = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{3/2} \left(2v e^{-\frac{1}{2}mv^2/k_B T} - \frac{mv^3}{k_B T} e^{-\frac{1}{2}mv^2/k_B T}\right) \bigg|_{v_p} = 0 \Longrightarrow v_p = \sqrt{\frac{2k_B T}{m}}$$

例题 分子按平动能的分布

根据麦克斯韦速率分布律求出分子平动能在 E→E +dE之间的概率

$$F(v)dv = 4\pi v^2 \left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{3/2} e^{-\frac{1}{2}mv^2/k_B T} dv$$
$$= 4\pi \frac{2\varepsilon}{m} \left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{3/2} e^{-\varepsilon/k_B T} d\sqrt{\frac{2\varepsilon}{m}}$$
$$= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{1}{k_B T}\right)^{3/2} \varepsilon^{1/2} e^{-\varepsilon/k_B T} d\varepsilon$$

$$f(\varepsilon)d\varepsilon = \frac{2}{\sqrt{\pi}} (k_B T)^{-\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{\varepsilon}{k_B T}\right) \sqrt{\varepsilon} d\varepsilon$$





速率分布律的实验验证

1920年

实验



伟大的英国物理学家麦克斯韦(J.C. Maxwell, 1831-1879)以及他提出的关于 气体分子的速率分布。



Maxwell速率分布为 最概然分布的模拟



银分子 厚度正 比于分 子数

0



角速度ω



$$l = R\omega\Delta t = R\omega\frac{R-r}{v}$$
$$\Rightarrow v = \frac{R(R-r)\omega}{l}$$

v

例题

<u>泻流</u>。容器中充满某种气体,放于真空中,器壁上有一个小孔,这 样分子会从小孔逃逸,这被称为泻流现象。假设泻流出去的分子不 改变容器中气体的平衡态分布,并且泻流出去的分子相互之间没有 碰撞,求出泻流出去的气体分子的速度分布与速率分布,并计算泻 流分子的平均动能、平均速度、平均速率、最概然速率。



麦克斯韦速度分布律对吗?

其它物理量? 玻尔兹曼密度分布律 其它研究对象? 费米-狄拉克分布, 玻色-爱因斯坦分布 维度? 三维, 二维, 一维

解释已有现象

月球为什么没有大气



例题 星体周围大气的稳定性



逃逸能力

$$v_{es} = \sqrt{\frac{2GM_e}{R_e}}, \quad v_p = \sqrt{\frac{2k_BT}{m}}$$

$$K = \frac{v_{es}}{v_p} = \sqrt{\frac{2GM_em}{2R_ek_BT}} \propto \sqrt{\frac{m}{T}}$$



 $M_{m} = 0.012 M_{e}$ $R_m = 0.272R_e$ $K_m = 0.2K_e$

气体	H ₂	Не	CH_4	H ₂ 0	N_2	02	Ar	CO_2
摩尔 质量	2	4	16	18	28	32	40	44
K	7.2	10.2	20.4	21.6	26.9	28.8	32.2	33.8
百分比					78.08	20.95	0.93	0. 03

赵凯华,《新概念热学》, P74-77

U²³⁵的提纯

技术发明创造

例题

<u>气体分子碰壁数</u>。容器中充满某种气体,求单位时间内,碰撞到容 器壁上单位面积上的气体分子数目。

 $v_{x} \rightarrow v_{x} + dv_{x}, v_{y} \rightarrow v_{y} + dv_{y}, v_{z} \rightarrow v_{z} + dv_{z}$ $\frac{N}{V} f(\vec{v}) dv_{x} dv_{y} dv_{z}$ $\Delta S v_{x} \Delta t \frac{N}{V} f(\vec{v}) dv_{x} dv_{y} dv_{z} \Big|_{v_{x} > 0}$



$$d\Gamma = \frac{\Delta S v_x \Delta t \frac{N}{V} f(\vec{v}) dv_x dv_y dv_z}{\Delta S \Delta t} = \frac{N}{V} v_x f(\vec{v}) dv_x dv_y dv_z}{\Gamma = \int d\Gamma = \int_{-\infty}^{\infty} dv_y \int_{-\infty}^{\infty} dv_z \int_{0}^{\infty} \frac{N}{V} v_x f(\vec{v}) dv_x = \frac{1}{4} \frac{N}{V} \overline{v}}$$



例题 泻流分离同位素

分子质量分别为m₁,m₂的两种气体相混合,温度为T,分子数密度 为n₁,n₂,则发生泻流之后的气体中两种气体的分子数目之比为

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{\Gamma_1}{\Gamma_2} = \frac{n_1 \overline{v_1}}{n_2 \overline{v_2}} = \frac{n_1}{n_2} \left(\frac{m_2}{m_1}\right)^{1/2}$$

1 10

质量之

求混合气体中两种气体分子的相对速率平均值?

观察物理现象:混合理想气体

挑选研究对象: 气体A, 气体B

- 明确研究问题:相对速率平均值,速度分布问题
- 量化描述性质:速度,速率,概率
- 寻找实验规律:A的速度分布律,B的速度分布律

构建理想模型:理想气体

构建公理认知:AB气体分子的麦克斯韦速度分布律,相对速率平均值的定义 实验证伪检验:检查量纲,量级,取特例,AB相同

ETA物理认知模型



穆良柱.什么是物理方法[J].大学物理,2018,37(02):18-21



穆良柱.什么是物理方法[J].大学物理,2018,37(02):18-21

物理精神

物理精神



穆良柱.什么是物理精神[J].大学物理,2018,37(03):26-28

物理文化



做人+做事=文化

穆良柱.什么是物理及物理文化?[J].物理与工程,2019,29(01):15-24

ETA物理学习法案例: 解题

如图,一个可移动隔板 NM 将圆柱形容器隔成等大两部分, 左边部分由容器壁和 NM 构成容器,其中盛有 1 摩尔水蒸 气,右边部分由容器壁和 NM,再加一个移动活塞 AB 构成 另一个容器,其中盛有 1 摩尔氮气.初始时,两部分气体的 体积和温度都相同,隔板 NM 是热的良导体,自身热容很 小,可以忽略.相同温度下,液态水的比容(单位质量物质的 体积)和水蒸气的比容相比可以忽略。比汽化热L定义为单 位质量液体气化为同温度气体时吸收的热量,如水T₀ = 373K 时,L = 2250kJ/kg



1 假设活塞和器壁是导热的, 隔板 NM 可以无摩擦滑动, 容器中的气体初始状态如下, 压强 $p_1 = 0.5$ atm, 总体积 $V_1 = 2V_0$, 温度 $T_1 = 373$ K. 缓慢推动活塞 AB 压缩气体, 经历一个准静 态等温过程, 到达体积 $V_F = V_0/4$ 的末态.

(1)画出温度恒为 T_1 时,两部分气体的压强p与总体积V的函数曲线,并计算曲线上的关键点参数.普适气体常数为R = 8.31J/mol,或者R = 0.0820L·atm/mol/K,1atm=101.33kPa,在压强p = 1atm时,水的沸点温度为 $T_0 = 373$ K.

(2)计算整个过程中,活塞压缩气体做的功。

(3)计算整个过程中,气体传递给外界的热量…





- 1. 物理观念:物理观念"是从物理学视角形成的关于物质、运动与相互作用、能量等的基本 认识;是物理概念和规律等在头脑中的提炼与升华;是从物理学视角解释自然现象和解决实际 问题的基础。
- 主要包括物质观念、运动与相互作用观念、能量观念等要素。



- 2. 科学思维: "科学思维"是从物理学视角对客观事物的本质属性、内在规律及相互关系的认识方式;是基于经验事实建构物理模型的抽象概括过程;是分析综合、推理论证等方法在科学领域的具体运用;是基于事实证据和科学推理对不同观点和结论提出质疑、批判、检验和修正,进而提出创造性见解的能力与品格。
- 主要包括模型建构、科学推理、科学论证、质疑创新等要素。



- 3. 科学探究: "科学探究"是指基于观察和实验提出物理问题、形成猜想和假设、设计实验与制订方案、获取和处理信息、基于证据得出结论并作出解释,以及对科学探究过程和结果进行交流、评估、反思的能力。
- 主要包括问题、证据、解释、交流等要素。



- 4. 科学态度与责任: "科学态度与责任"是指在认识科学本质,理解科学·技术·社会·环 境关系的基础上,逐渐形成的探索自然的内在动力,严谨认真、实事求是和 持之以恒的科学态度,独立思考、敢于质疑和善于反思的创新精神,以及保 护环境、遵守道德规范并推动可持续发展的责任感。
- 主要包括科学本质、科学态度、社会责任等要素。