

CEPC加速器平衡极化度的模拟 及自旋旋转器相关设计

夏文昊

On Behalf of CEPC Polarization Working Group
2021年02月05日



平衡极化 度的模拟 计算

● 我们这里主要利用了三种算法：

1. SLIM (First-order)
2. MonteCarlo方法(Higher-order)
3. 自旋共振强度定义公式法(Higher-order)

1. 只考虑一阶自旋共振时：SLIM

我们在Bmad/PTC中，根据给定的lattice得到 \hat{n}_0 , $\frac{\partial \hat{n}}{\partial \delta}$ ，之后利用DKM公式得到平衡极化度 P_{dk} ，及其他的一些重要参数。

$$P_{dk} = \frac{-\frac{8}{5\sqrt{3}} \times \oint ds \left\langle \frac{1}{|\rho(s)|^3} \hat{b} \cdot \left(\hat{n} - \frac{\partial \hat{n}}{\partial \delta} \right) \right\rangle_s}{\oint ds \left\langle \frac{1}{|\rho(s)|^3} \left(1 - \frac{2}{9} (\hat{n} \cdot \hat{s})^2 + \frac{11}{18} \left(\frac{\partial \hat{n}}{\partial \delta} \right)^2 \right) \right\rangle_s}$$

$$\vec{P}_{bks} = -\frac{8}{5\sqrt{3}} \hat{n}_0 \frac{\oint ds \frac{\hat{n}_0(s) \cdot \hat{b}(s)}{|\rho(s)|^3}}{\oint ds \frac{[1 - \frac{2}{9} (\hat{n}_0(s) \cdot \hat{s})^2]}{|\rho(s)|^3}}$$

$$\tau_{bks}^{-1} = \frac{5\sqrt{3} r_e \gamma^5 \hbar}{8 m_e C} \oint ds \frac{[1 - \frac{2}{9} (\hat{n}_0 \cdot \hat{s})^2]}{|\rho(s)|^3}$$

2. 考虑高阶自旋共振时: MonteCarlo方法

✓利用Bmad/PTC,通过MC对极化束流的极化度进行追踪,可以得到 λ_d :

$$P(t) = \exp\left(-\frac{2\pi c t}{C} \lambda_d\right)$$

✓利用以下公式,得到平衡极化度 P_{eq} :

$$P_{eq} \approx \frac{P_\infty}{1 + \lambda_d/\lambda_p},$$
$$P_\infty \approx -\frac{8}{5\sqrt{3}} \frac{\oint d\theta \frac{1}{|\rho|^3} \hat{b} \cdot \hat{n}_0}{\oint d\theta \frac{1}{|\rho|^3} [1 - \frac{2}{9}(\hat{n}_0 \cdot \hat{s})^2]},$$
$$\lambda_p = \frac{5\sqrt{3}}{8} \frac{r_e \gamma^5 \hbar}{m_e} \frac{C}{2\pi c} \oint d\theta \left\langle \frac{1 - \frac{2}{9}(\hat{n} \cdot \hat{\beta})^2}{|\rho|^3} \right\rangle$$

其中 P_∞ , λ_p 可以通过SLIM得到, 分别对应于Pbks, 1/tao_bks

3. 考虑高阶自旋共振时：自旋共振强度定义公式法

- ✓ 直接利用SAD相关参数，可以得到，自旋共振强度 w_k ：
Z能区 $k=103,104$ 贡献最大。

$$\omega_k = \frac{v}{2\pi} \int_0^{2\pi} y''_0 e^{-iv\phi} d\theta$$

- ✓ 平衡极化度 $P_{eq} = G * P_{bks}$, 其中G的表达式为:

$$G \approx \left\{ 1 + \frac{11v^2}{18} \sum_{k,l} \frac{|w_k|^2 I_l(\sigma_v^2/v_\gamma^2) \exp(-\sigma_v^2/v_\gamma^2)}{[(|v-k|-lv_\gamma)^2 - v_\gamma^2]^2} \right\}^{-1}$$

l: order of sideband resonance;

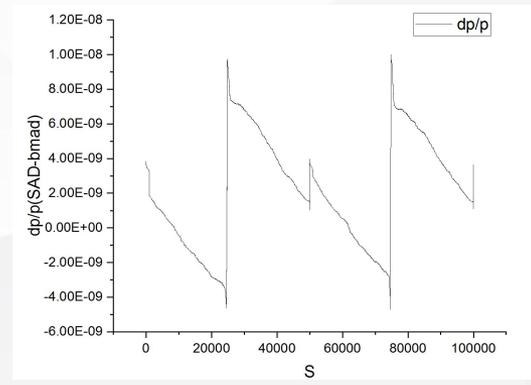
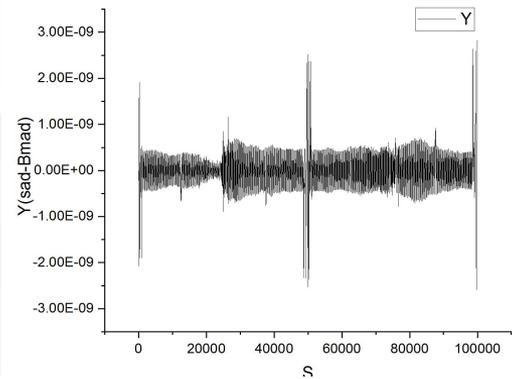
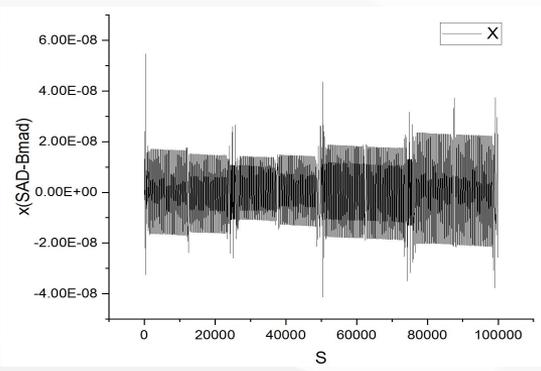
I_l : modified Bessel function, $v_\gamma=0.028$ for CEPC Z-mode.

δv : 自旋能散 $\delta v = nu(\text{自旋工作点}) \times \delta e$ 相对能散

● 实际误差修正的CEPC lattice的平衡极化度:

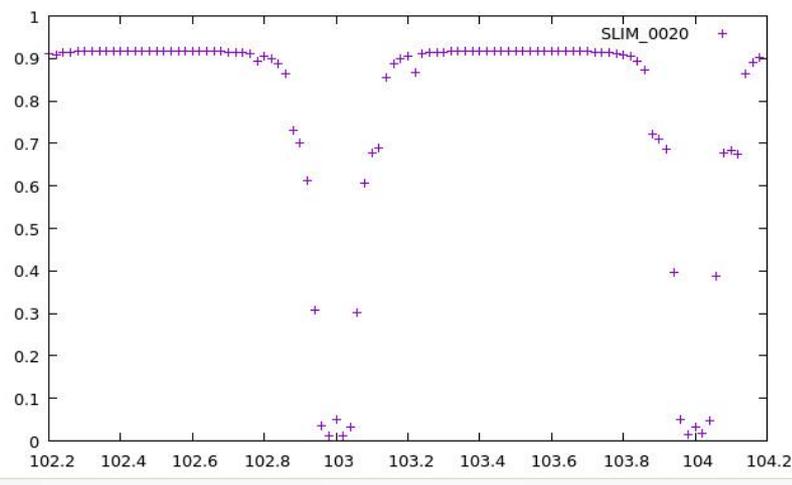
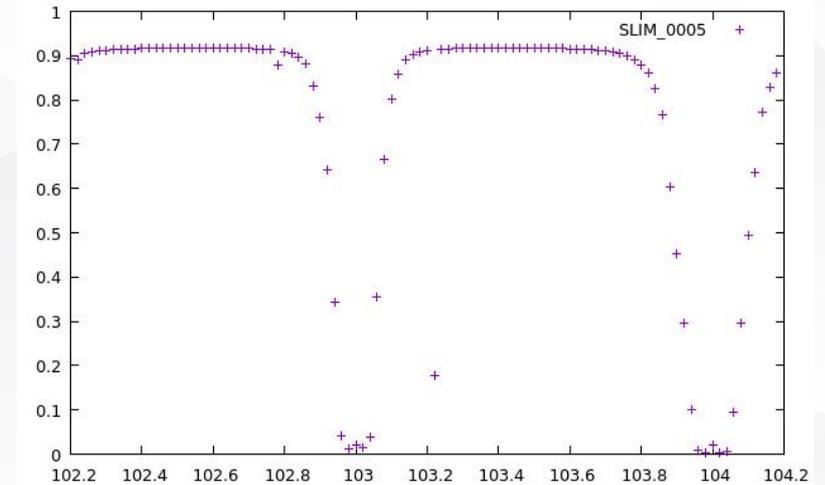
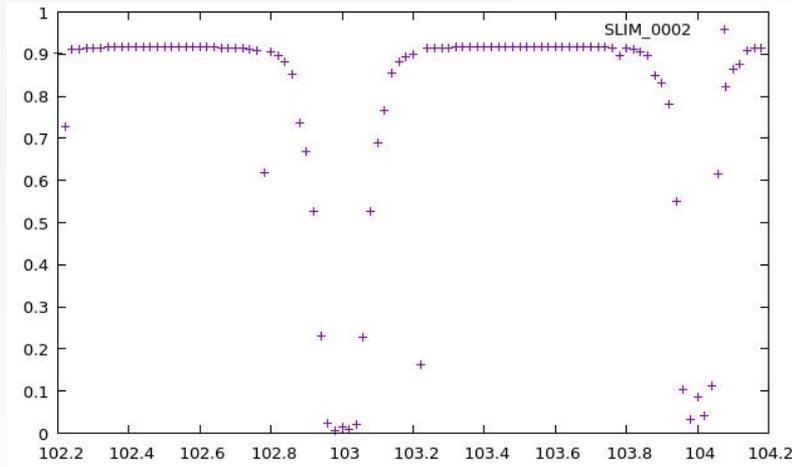
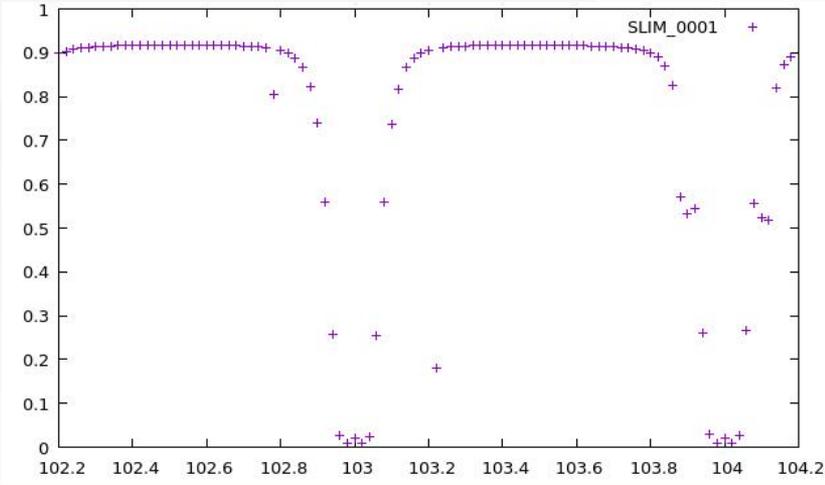
- ✓ 20个不同的随机种子误差修正CEPC lattice, 120GeV, sad 格式 (from 王斌)
最终聚焦段准直误差: 50微米; 其他地方: 100微米。
- ✓ SAD: 120GeV->45.5GeV, 高频接受度1.7%, 关掉高频区下游高频腔
- ✓ SAD to Bmad.

SAD和Bmad 的对比



	EMITX[m]	EMITY[m]	EMITZ[m]	ν_x	ν_y	ν_z
SAD	1.755E-10	2.473E-15	8.885E-7	0.109	0.216	-0.028
Bmad/PTC	1.753E-10	2.513E-15	8.885E-7	0.109	0.216	-0.028

- **SLIM:实际误差修正的CEPC lattice的平衡极化度**
我们对多个随机种子都进行了计算，平衡极化度的分布基本相同。

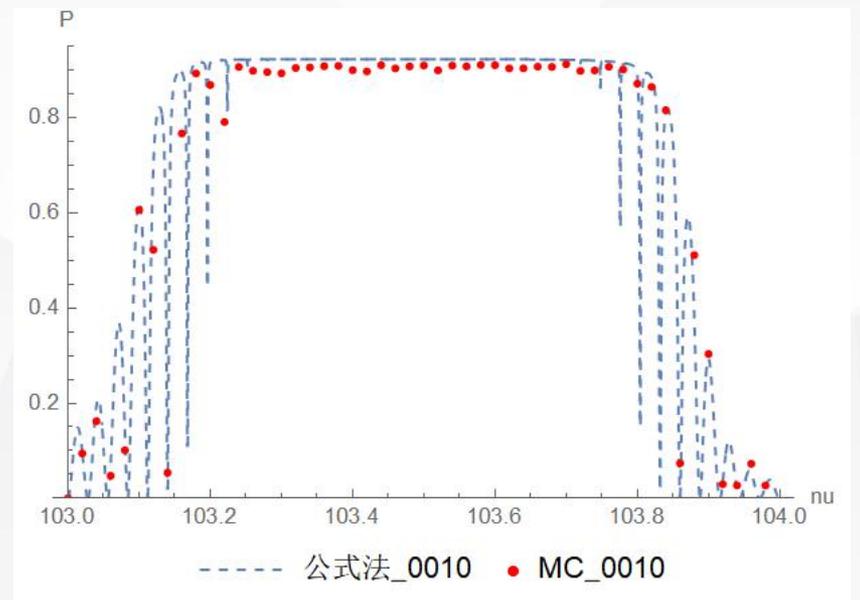
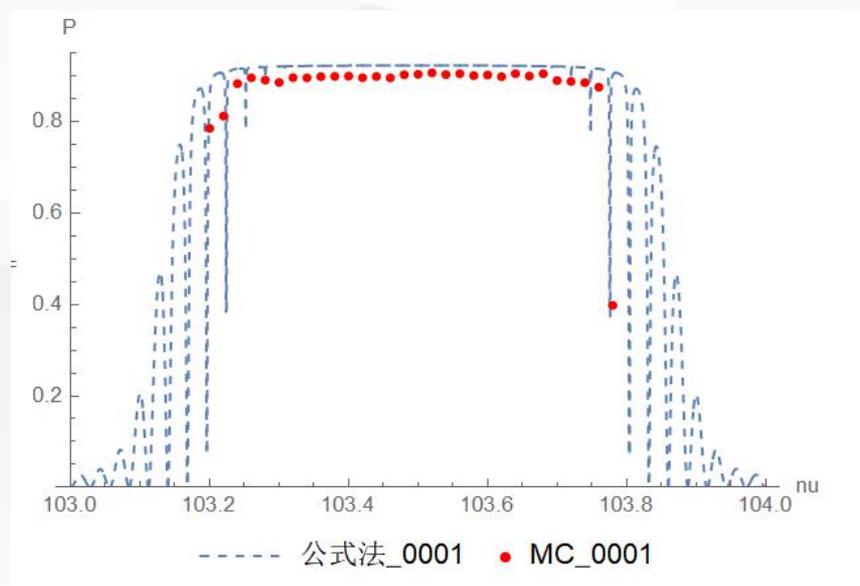


● MonteCarlo方法和自旋共振强度定义公式:

表 1-1 整数自旋谐波振幅 w_k 的计算及相关参数

	同步工作点 Q_s	相对能散 $\frac{\sigma_E}{E}$	方法一 w_k
CEPC_0001	0.028	$3.75855E - 4$	$ w_{103} ^2 = 2.709E - 9$ $ w_{104} ^2 = 2.652E - 9$
CEPC_0010	0.028	$3.58604E - 4$	$ w_{103} ^2 = 4.194E - 10$ $ w_{104} ^2 = 1.805E - 9$

MC结果与公式法结果基本吻合。

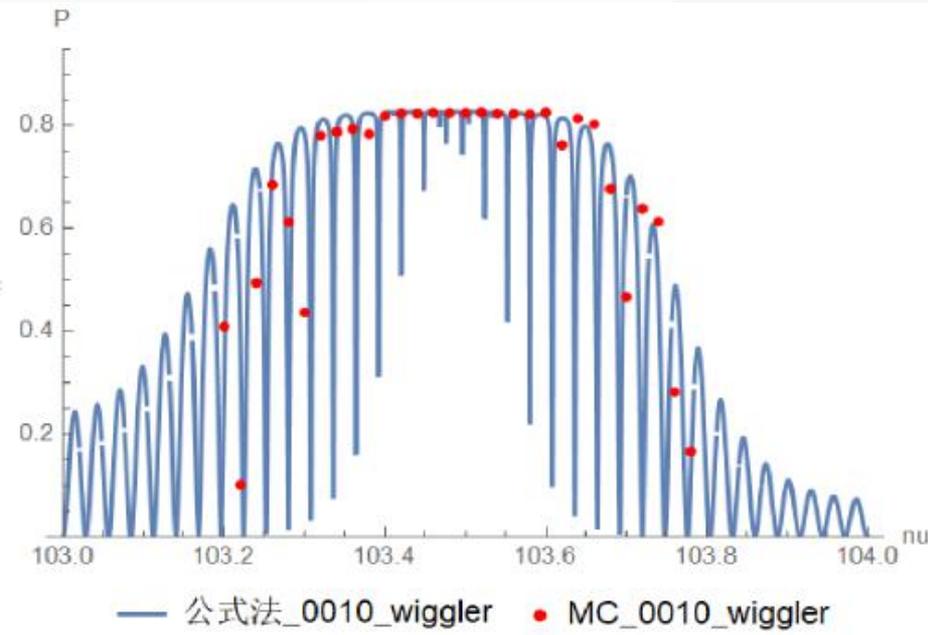
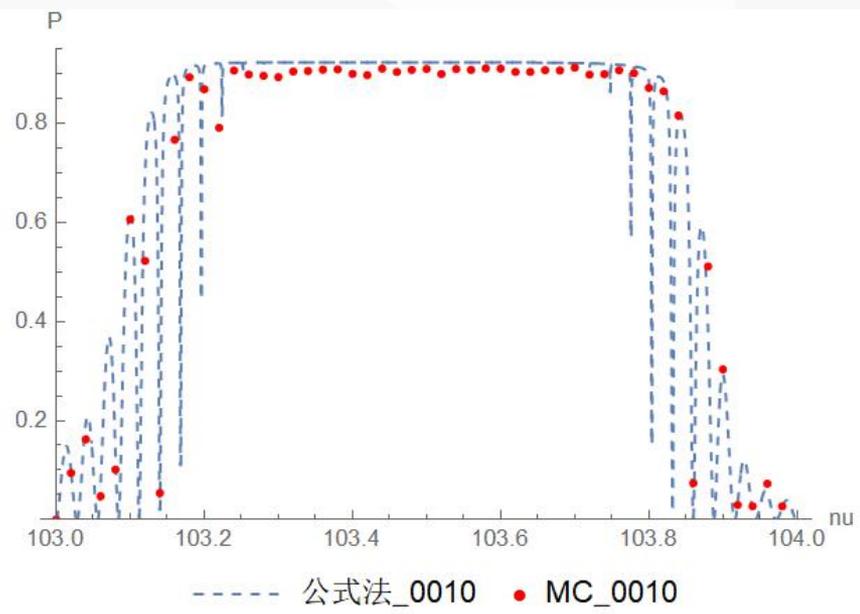


● Wiggler对平衡极化度的影响:

表 1-2 CEPC Z 能区分对称扭摆器的相关参数

B_+	L_+	B_-	L_-	$\tau_p(h)$	$U_0(\text{MeV})$	相对能散 $\frac{\sigma_E}{E}$	P_{max}	$ w_{103} ^2$	$ w_{104} ^2$
0.6T	1m	0.15T	2m	19.6h	44	9.5E-4	0.828	4.20E-10	1.81E-9

相对能散增加， U_0 增加，自极化时间缩短。

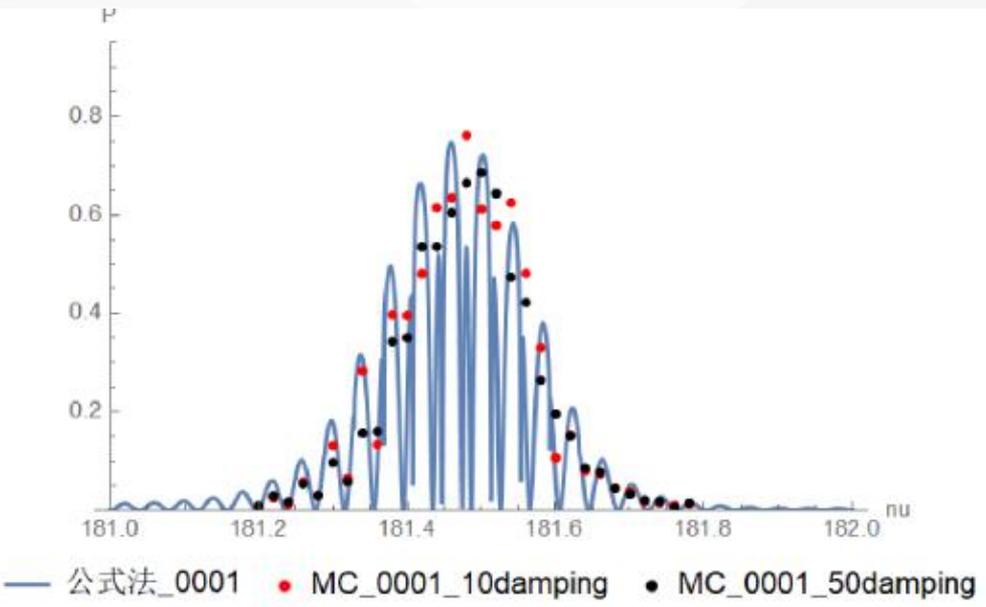
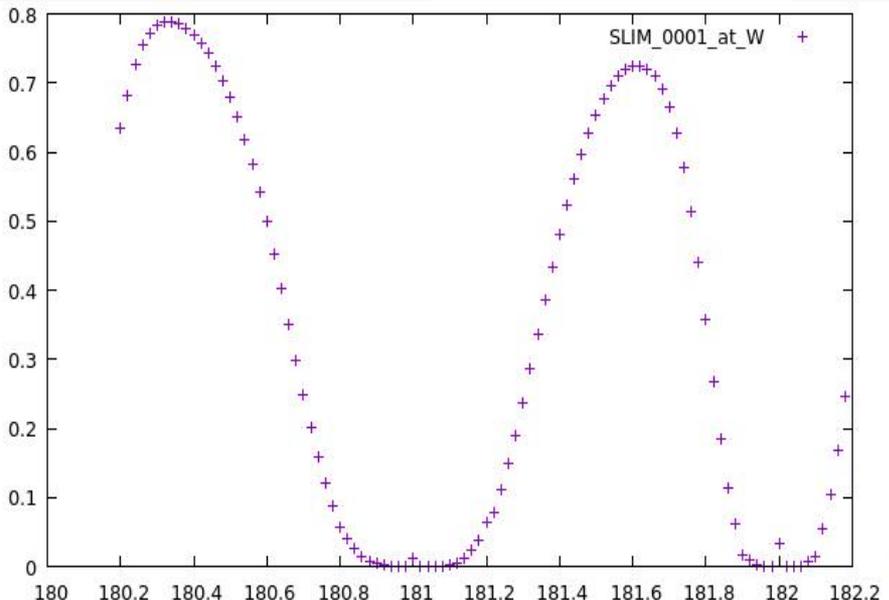


● W能区的平衡极化度:

表 1-4 W 能区,整数自旋谐波振幅 w_k 的计算及相关参数

	同步工作点 Q_s	相对能散 $\frac{\sigma_E}{E}$	w_k
CEPC_0001	0.0395	$6.60775E - 4$	$ w_{181} ^2 = 1.287E - 8$ $ w_{182} ^2 = 5.198E - 8$

W能区平衡极化度小于Z能区





自旋旋转 器的相关 设计

- CEPC Z能区纵向极化方案:

- 纵向极化束流对撞:

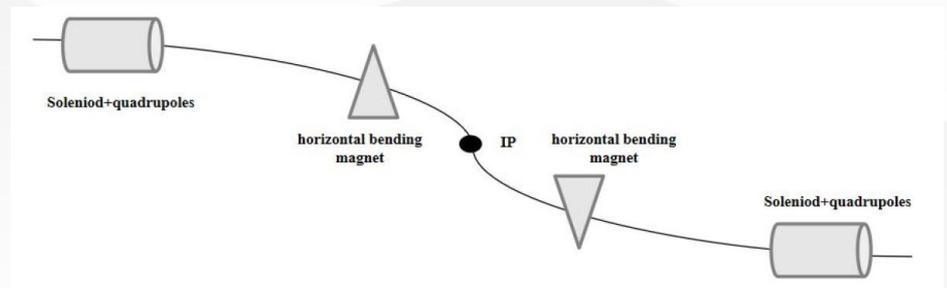
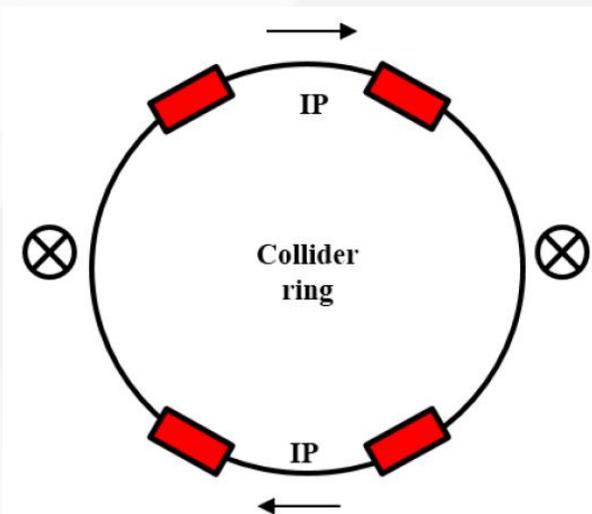
- ✓ 自旋旋转器:

自旋旋转器可以将极化方向从横向旋转为纵向，经过IP之后，再将极化方向旋转回来。

基于螺线管的自旋旋转器:

① 螺线管区域: $\int B_{sol} dl \cong 30m \times 8T$

② 偏转磁铁区域: 水平偏转角度0.015rad



➤ 螺线管区域:

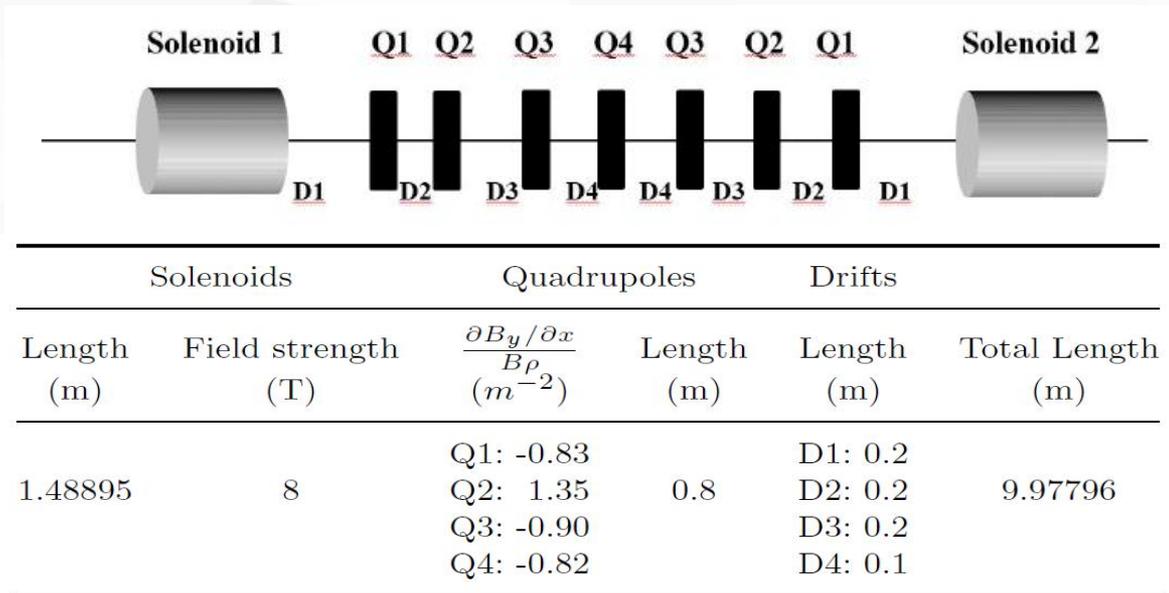
I. x-y 解耦合结构单元。

II. 每个自旋旋转器由10个相同的单元组成。 $\int B_{sol} dl \cong 30m \times 8T$

III. 传输矩阵:
$$\begin{pmatrix} 1 & L_{tot} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -L_{tot} \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

IV. 该结构单元对轨道运动相当于:

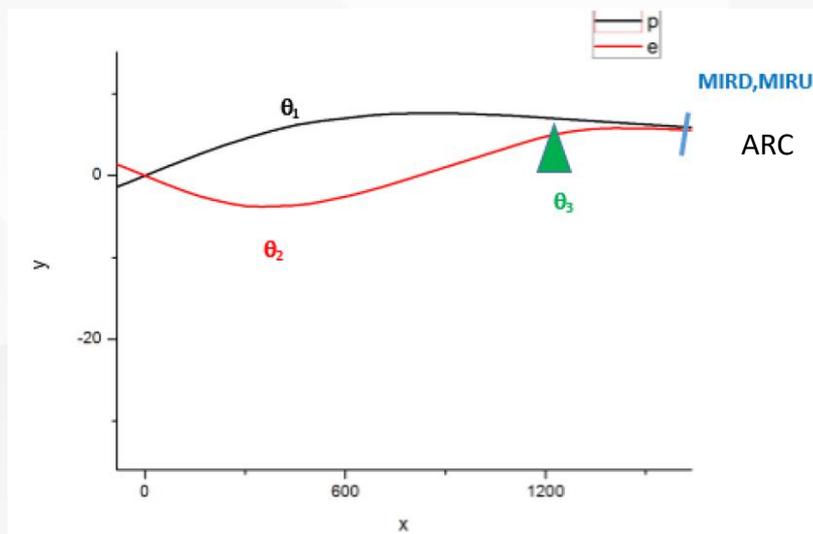
一个等长的漂移管&垂直方向的相移 $0.5 \times 2\pi$



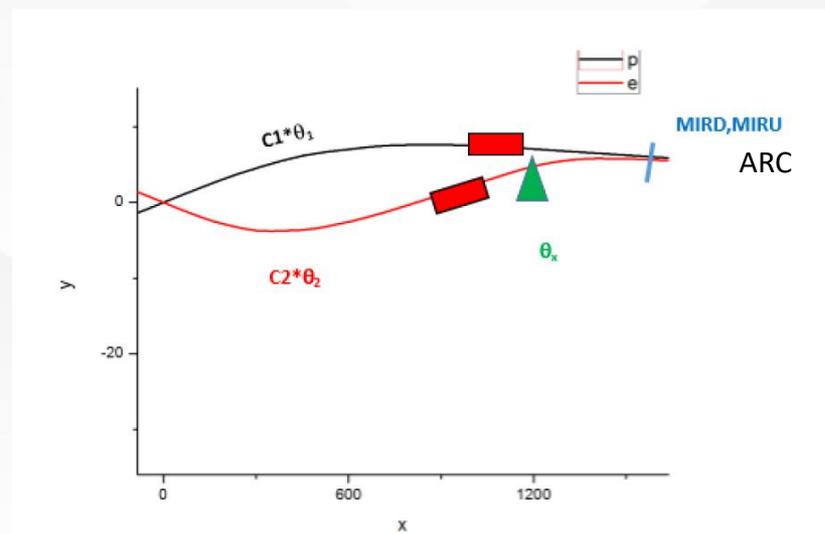
Vladimir N. Litvinenko and Alexander A. Zholents, arXiv:1809.11138 [physics.acc-ph](2018).

➤ 偏转磁铁区域:

- I. 改变对撞区原有的几何结构。
- II. 保持弧区正负电子环的距离为 $D=0.35\text{m}$
- III. 原版: $\theta_1=-0.01921[\text{rad}]$, $\theta_2=0.02935[\text{rad}]$, $\theta_2+\theta_3=0.01379 [\text{rad}]$
- IV. 之后: $-c_1*\theta_1=c_2*\theta_2=0.015[\text{rad}]$, $\theta_x=0.0025[\text{rad}]$

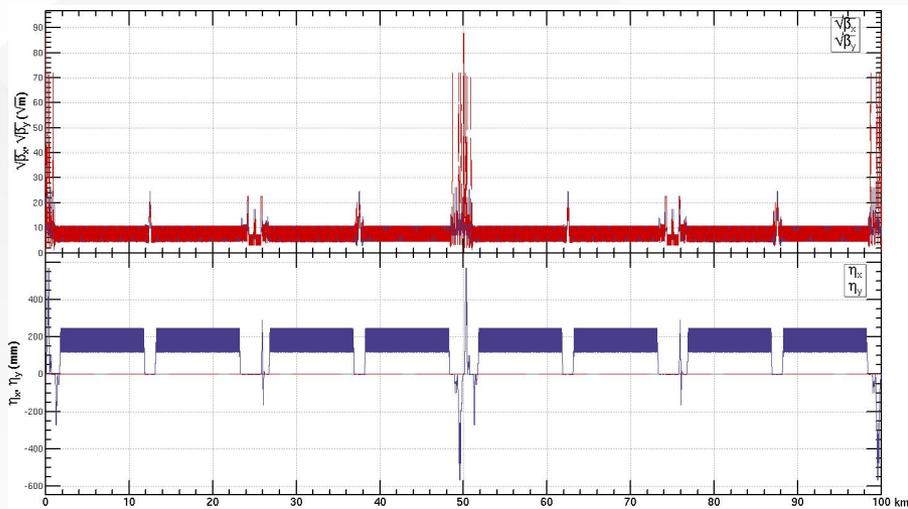


w/o spin rotator

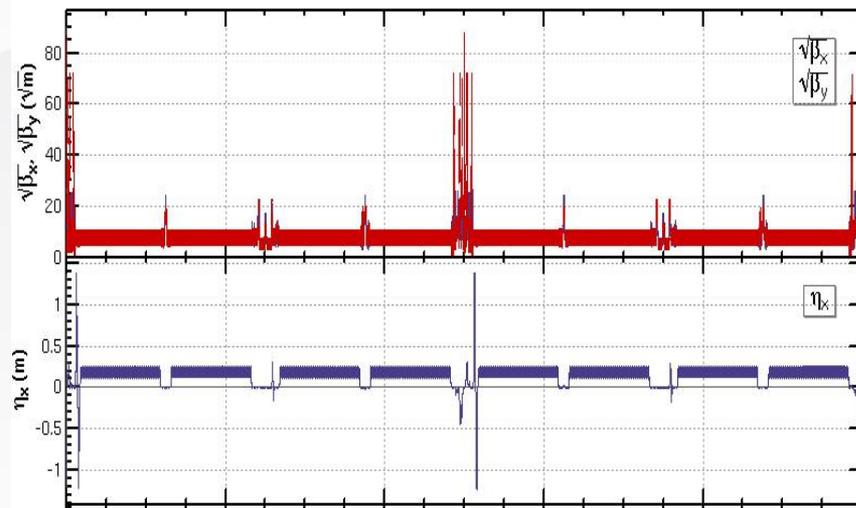


w/ spin rotator

- 自旋旋转器对轨道运动的影响：



w/o spin rotator



w/ spin rotator

	U_0 (MeV)	Emittance ϵ_x (nmrad)	Energy spread σ_γ	Betatron tune ν_x/ν_y
Original lattice	36.0	0.18	3.75×10^{-4}	363.11/365.22
Lattice with spin rotators	39.3	1.1	4.09×10^{-4}	363.11/385.22

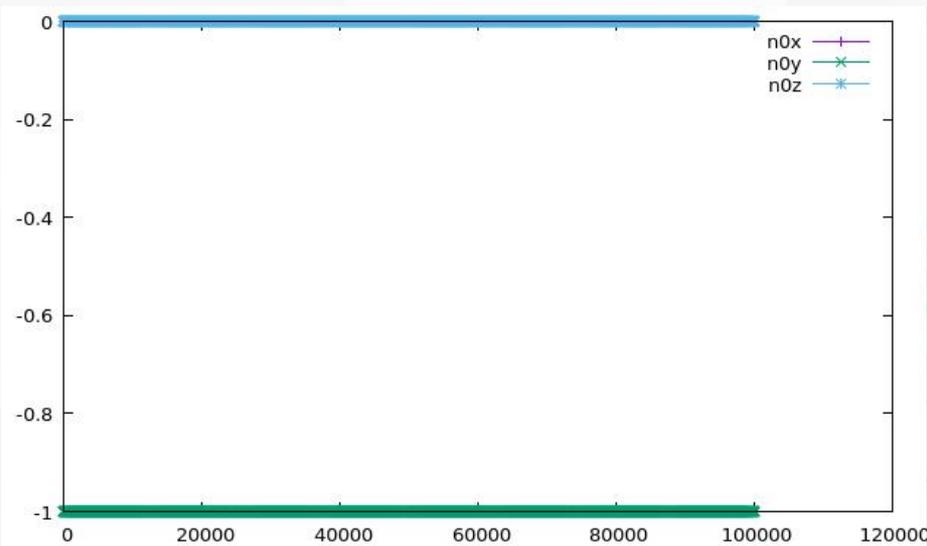
自旋旋转器参数和储存环磁聚焦结构需要进一步优化。

● Bmad/PTC模拟计算:

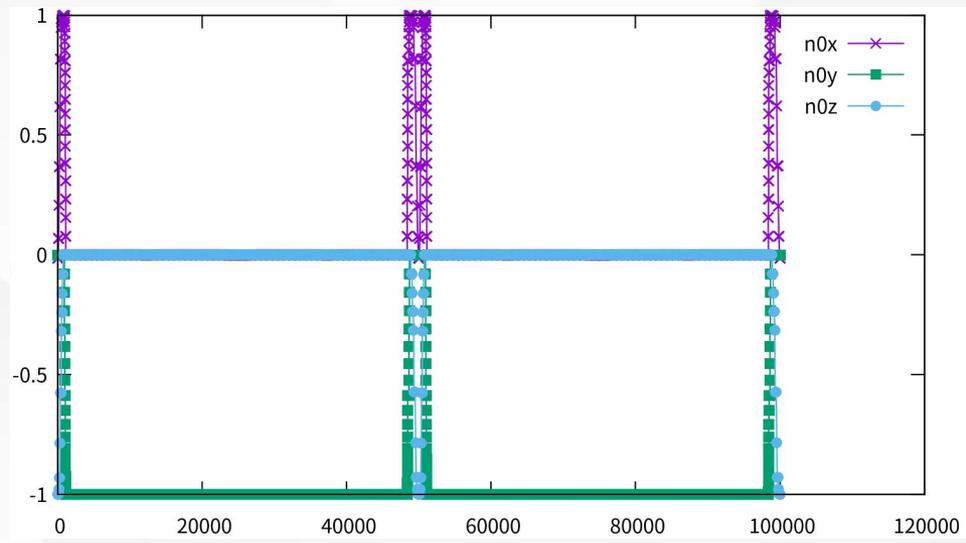
➤ 极化方向 \vec{n}_0 沿全环的分布 $\vec{n}_0(\theta) = \vec{n}_0(\theta + 2\pi)$

I. 没有自旋旋转器时: 全环都是垂直方向;

II. 加入自旋旋转器: 垂直->纵向(IP)->垂直



W/o Spin Rotators

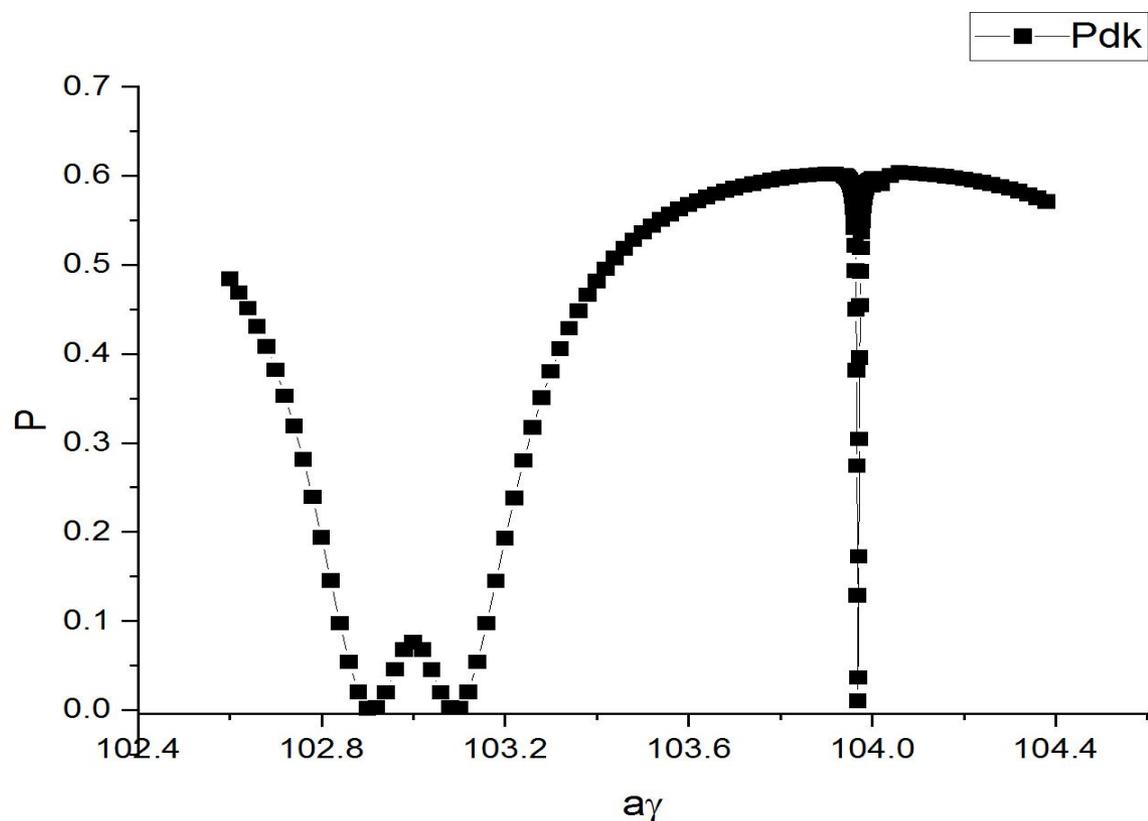


W/ Spin Rotators

- Bmad/PTC模拟计算，基于SLIM:

- 平衡极化度 P_{dk} :

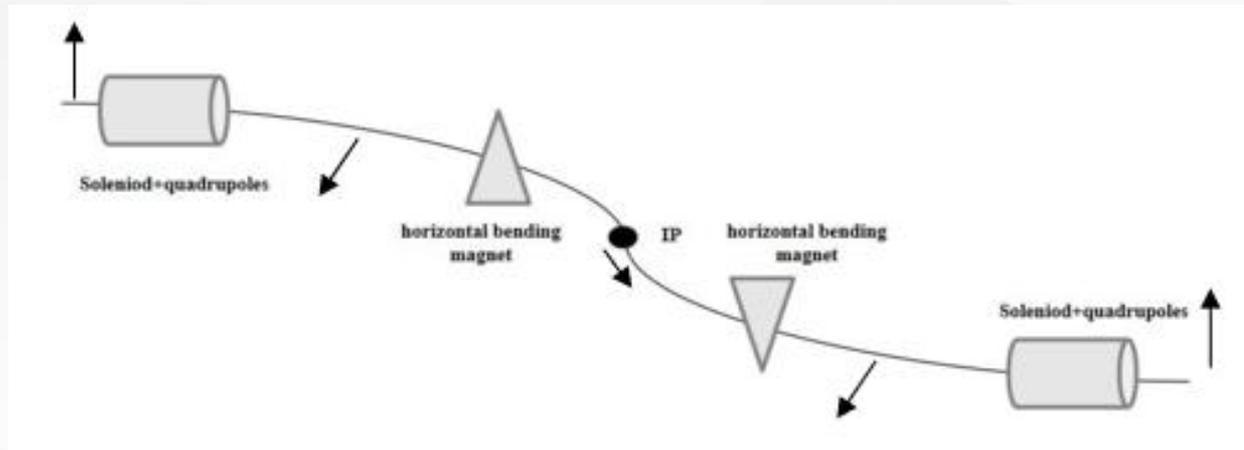
$$P_{dk} = \frac{-\frac{8}{5\sqrt{3}} \times \oint ds \left\langle \frac{1}{|\rho(s)|^3} \hat{b} \cdot (\hat{n} - \frac{\partial \hat{n}}{\partial s}) \right\rangle_s}{\oint ds \left\langle \frac{1}{|\rho(s)|^3} (1 - \frac{2}{9} (\hat{n} \cdot \hat{s})^2 + \frac{11}{18} (\frac{\partial \hat{n}}{\partial s})^2) \right\rangle_s}$$



仅考虑一阶自旋共振的情况下，CEPC Z能区平衡极化度。

MC在追踪过程中粒子会丢失，所以重新CEPC Z lattice的重新设计十分有必要。

- 自旋旋转器对新 CEPC Z lattice 设计的基本要求



- Solenoid+quadrupoles直线节的长度:

现在我们仅仅实现了SOL的decouple功能，长度100m，今后，为了减小Q铁的强度，spin matching, 及与主环的匹配。直线节的长度需要和王毅伟师兄具体讨论。

- 从对撞点到直线节的总的horizontal bending偏转角度:

$$\theta = \pm 0.015[\text{rad}],$$

从而可以实现自旋 $\pi/2$ 的偏转



自旋旋转 器的自旋 匹配

✓ 轨道和自旋运动的8*8矩阵:

$$\hat{\mathbf{M}} = \begin{pmatrix} \mathbf{M}_{6 \times 6} & \mathbf{0}_{6 \times 2} \\ \mathbf{G}_{2 \times 6} & \mathbf{D}_{2 \times 2} \end{pmatrix} \quad \hat{n}(\vec{u}; s) = \hat{n}_0(s) + \alpha(\vec{u}; s)\hat{m}(s) + \beta(\vec{u}; s)\hat{l}(s)$$

作用在 (\vec{u}, α, β) , 对自旋的扰动通过G矩阵来体现。

G=0时, 就实现了完全的自旋匹配。

$$\mathbf{G} = (g_x, g_z, g_s),$$

不同元素的8*8矩阵:

漂移管:

$$M_{\text{drift}} = \begin{pmatrix} 1 & L & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$g_x = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad g_z = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad g_s = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

四极铁:

$$M_{\text{quad}} = \begin{pmatrix} C_x & S_x & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hat{C}_x & \hat{S}_x & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_z & S_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \hat{C}_z & \hat{S}_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

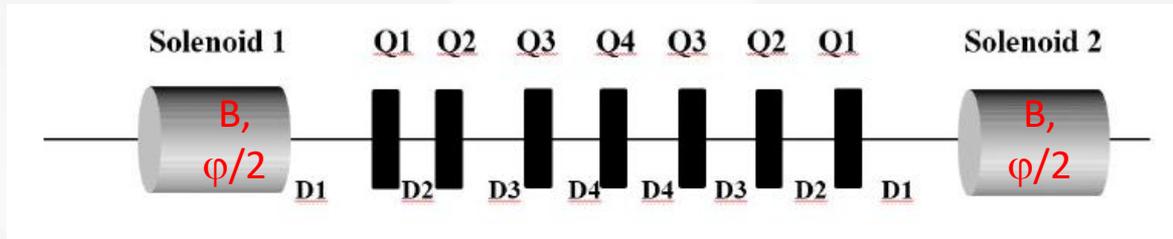
$$g_x = \begin{pmatrix} (1+a\gamma)\hat{C}_x \mathbf{l}_z & (1+a\gamma)(\hat{S}_x - 1)\mathbf{l}_z \\ -(1+a\gamma)\hat{C}_x \mathbf{m}_z & -(1+a\gamma)(\hat{S}_x - 1)\mathbf{m}_z \end{pmatrix}$$

$$g_z = \begin{pmatrix} -(1+a\gamma)\hat{C}_z \mathbf{l}_x & -(1+a\gamma)(\hat{S}_z - 1)\mathbf{l}_x \\ (1+a\gamma)\hat{C}_z \mathbf{m}_x & (1+a\gamma)(\hat{S}_z - 1)\mathbf{m}_x \end{pmatrix}$$

$$g_s = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

✓ 参考I.A.Koop的设计方案:

通过自旋匹配, 消除自旋扰动的影响。



$$r = pc / eB$$

$$T_x = -T_y$$

For x-y decouple

$$T_x = \begin{pmatrix} -\cos \varphi & -2r \sin \varphi \\ (2r)^{-1} \sin \varphi & -\cos \varphi \end{pmatrix} \text{ - for the spin transparency!}$$

(Koop et al., SPIN2006)

例子:eRHIC project, E=7.5GeV, Lsol=3m.

Tx=

$$\begin{pmatrix} 0 & -\frac{8L}{\pi} \\ \frac{\pi}{8L} & 0 \end{pmatrix}$$

-3.16856×10^{-17}	-7.63944	$0.$	6.66134×10^{-16}	$0.$	$0.$	$0.$	$0.$
0.1309	-2.91434×10^{-16}	1.04237×10^{-17}	-1.11022×10^{-16}	$0.$	$0.$	$0.$	$0.$
$0.$	8.88178×10^{-16}	6.07511×10^{-17}	7.63944	$0.$	$0.$	$0.$	$0.$
1.22403×10^{-17}	-1.11022×10^{-16}	-0.1309	2.77556×10^{-16}	$0.$	$0.$	$0.$	$0.$
$0.$	$0.$	$0.$	$0.$	$1.$	$0.$	$0.$	$0.$
$0.$	$0.$	$0.$	$0.$	$0.$	$1.$	$0.$	$0.$
$0.$	$0.$	$0.$	$0.$	$0.$	$0.$	1.5708	$1.$
2.35886	4.77982×10^{-6}	-3.49966	-18.0203	$0.$	$0.$	$0.$	$1.$

✓ CEPC Z solenoid section的8*8矩阵:

10个相同的decouple unit(SOL_MOD);

Q铁;

Drift;

SOL_MOD	SOL_MOD								
QFCIRD	DRCIRDSOL								
SOL_MOD	SOL_MOD								
QDCIRD	DRC0IRD	MTELEMIRD			DM0IRD				
QM1IRD	DMIRD	QM2IRD	DMIRD		QM3IRD	DM0IRD	DM0IRD		
QM4IRD	DMIRD	QM5IRD	DMIRD		QM6IRD	DM0IRD	DM0IRD		
QM7IRD	DM2IRDSOL								
SOL_MOD	SOL_MOD								
QM8IRD	DM2IRDSOL								
SOL_MOD	SOL_MOD								
QM9IRD	DM0IRD	DM0IRD							
QM10IRD	DM2IRDSOL								
SOL_MOD	SOL_MOD								

整个 $\pi/2$ SOL section的G矩阵元素比较大。

计划: 不调整SOL_MOD,

只调整QM1RD->QM6IRD的强度, 令G矩阵为零。

0.138702	37.7325	3.10792×10^{-15}	9.77046×10^{-14}	0.	0.	0.	0.
-0.0193346	1.94991	3.37896×10^{-17}	-5.03854×10^{-17}	0.	0.	0.	0.
-5.318×10^{-16}	1.30423×10^{-14}	-0.429922	-19.688	0.	0.	0.	0.
2.9272×10^{-16}	4.6032×10^{-16}	0.375901	14.8882	0.	0.	0.	0.
0.	0.	0.	0.	1.	0.	0.	0.
0.	0.	0.	0.	0.	1.	0.	0.
0.	0.	0.	0.	0.	1.5708	1.	0.
-3.57017	230.513	1.46056	-45.5281	0.	0.	0.	1.

✓ 小结:

- 平衡极化度的模拟：我们已经完成了误差矫正之后lattice的平衡极化度模拟分析。针对Wiggler对平衡极化度的影响进行了初步分析。同时也观察了W能区的平衡极化度。
- 关于自旋旋转器，我们已经实现了自旋偏转的功能。相关lattice 有待于进一步修改和优化。
- 掌握了Solenoid section的自旋匹配方法。下一步需要重新设计一个既能解耦合，又能自旋匹配的Solenoid section.



THANKS