Higgs potential and BSM opportunities,
27-29/8/ 2021, Nanjing

粒子物理标准模型

MINI课程

ZHAOFENG KANG/华中科技大学，BASED ON PESKIN'S BOOK PLUS OTHERS

◆ SM的场论视角：自发破缺之前的规范理论

工具：相对论量子场论&规范原理

场内容

物质：三代夸克【狄拉克费米子，(q_L^i, q_R^i)】& 三代轻子【(q_L^i, q_R^i)】，没有右手中微子

Higgs场ϕ：控制对称性实现方式，即是否自发破缺

实验告诉我们它们之间的相互作用和相互转换，从而倒逼我们设想正确的拉氏量结构，也即合适的对称性

对称性

整体的洛伦兹对称性$SO(1,3)$，体现相对论协变性

局域/规范对称性：$SU(2)_L \times U(1)_Y \times SU(3)_C$

前两个规范群构成Glashow-Weinberg-Salam（GWS）电弱统一模型（本课程的重点）；第三个描述强相互作用的QCD，仅在必要时提及

手征理论：GWS是手征理论，只有左手费米子构成$SU(2)_L$ 2重态，而右手是单态

近似&偶然对称性：如果费米子无质量，那么左右手存在手征对称性；Higgs势存在近似custodial $SU(2)$对称性；近似的标度不变性；近似味和CP守恒；近似重子数&轻子数守恒

SM AS A QFT

◆ SM的场论视角：自发破缺之前的规范理论

SM可重整的拉氏量

物质区：物质场的协变动能项

$$\mathcal{L} = \bar{E}_L(i\not{D})E_L + \bar{e}_R(i\not{D})e_R + \bar{Q}_L(i\not{D})Q_L + \bar{u}_R(i\not{D})u_R + \bar{d}_R(i\not{D})d_R.$$

$$\bar{Q}_L(i\not{D})Q_L = \bar{Q}_L i\gamma^\mu(\partial_\mu - igA^a_\mu\tau^a - i\tfrac{1}{6}g'B_\mu)Q_L.$$

1. 动能项不会把左右手混合起来，展示了手征（味）对称性如$U(3)_L \times U(3)_R$

2. 但考虑了Yukawa耦合后会将其破坏

物质区：Yukawa耦合

$$\Delta\mathcal{L}_q = -\lambda_d\bar{Q}_L\cdot\phi\, d_R - \lambda_u\epsilon^{ab}\bar{Q}_{La}\phi^\dagger_b u_R + \text{h.c.}$$

为了保持超荷中性，必须用Higgs场共轭，于是$SU(2)_L$不变要求插入全反对称张量ϵ^{ab}；也常引入$\tilde{\phi} \equiv i\tau^2\phi^*$：$\bar{Q}_L\cdot\tilde{\phi}u_R$

Higgs区$\mathcal{L} = |D_\mu\phi|^2 - V(\phi)$：协变动能项

$$D_\mu\phi = (\partial_\mu - igA^a_\mu\tau^a - i\tfrac{1}{2}g'B_\mu)\phi, \qquad \phi = \begin{pmatrix}\phi^+\\ \phi^0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\phi_1 + i\phi_2\\ \phi_3 + i\phi_4\end{pmatrix}.$$

Higgs区 $\mathcal{L} = |D_\mu\phi|^2 - V(\phi)$ ：势能 $V(\phi) = -\mu^2\phi^\dagger\phi + \lambda|\phi^\dagger\phi|^2$ ：

$$M \equiv (i\sigma^2\phi^*,\ \phi) = \begin{pmatrix}\phi^{0\,*} & \phi^+\\ -\phi^- & \phi^0\end{pmatrix}$$

1. 势具有提升的整体对称性$L \times R \equiv SU(2)_L \times SU(2)_R \sim SO(4)$：引入场$M$，在$L \times R$作用下变到$LMR^\dagger$，故势能项$\phi^\dagger\phi = \frac{1}{2}\mathrm{Tr}(M^\dagger M)$在$L \times R$作用下不变

2. 电弱破缺真空上场$\langle M\rangle \propto I_2$，所以$L \times R$被破缺到对角的$SU(2)_V$子群，这就是所谓的custodial对称性。虽然这个对称性被Yukawa项破坏，但它保护ρ参数非常接近于1——SM的树图预言

此外，胶子区还有以下的项

$$\Delta\mathcal{L}_\theta = \sum_i \frac{\theta_i g_i^2}{64\pi^2}\epsilon^{\mu\nu\lambda\sigma}F^a_{i\mu\nu}F^a_{i\lambda\sigma}.$$

这是赝标量算符【试证明】，破坏CP。QCD的项会导致强CP破坏，θ必须小于10^{-10}，如何让其自然的小，促使QCD axion方向的蓬勃发展

SM AS A QFT

◆ SM的场论视角：GWS理论自发破缺的形式

自发破缺: $SU(2)_L \times U(1)_Y \to U(1)_{\mathrm{EM}}$

几何方法确定（树图）系统真空位置，极值条件为

1. 只能确定场的模长，真空具有$SU(2)_L \times U(1)_Y$简并性，即在该变换下得到的场都是解

2. 在简并真空中选定真空位置位于$\langle\phi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(0, v)^T$处，实现自发破缺，只留下未破生成元$Q = T^3 + Y$:

三个GSB：真空上的涨落线性参数化为$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\pi^+, v + h + i\pi^0)^T$，代入$V(\phi)$后发现三个$\pi$粒子无质量，即3个GSB

在经典上（后面会再讨论量子对应），我们可以取幺正规范，以消除三个GSB:

$$\phi(x) = U(x)\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 \\ v + h(x) \end{pmatrix}.$$

1. 其中$U(x)$参数化三个GSB模式，对应陪集空间$SU(2)_L \times U(1)_Y / U(1)_{\mathrm{EM}} = \{T^\pm = \tau^1 \pm i\tau^2, T^3 - Y\} = \{t^a\}$的群参数

2. 利用原始的规范变换点点消除相位场$U(x) = \exp(\pi^a(x)t^a/v)$，它们只出现在涉及导数的动能项中，在别的地方不出现。

3. 如果自发破缺的对称性是局域的，那么Higgs场的协变动能项会出现GSB与规范玻色子的动能混合项，贡献到后者的极点上，经典上被其吃掉成为径向分量，这就是Higgs机制

4. 剩下的实自由度$h(x)$是留下的物理场，即Higgs玻色子，后面会给出它的质量和耦合

◆ SM的场论视角：GWS理论自发破缺的形式

自发破缺后的规范玻色子：吃掉GSB，获得质量和径向自由度

$W^{\pm}/Z$规范玻色子质量~gv，可以从Higgs场的协变导数项读出——

$$D_\mu\phi = \left(\partial_\mu - igA^a_\mu\tau^a - i\tfrac{1}{2}g'B_\mu\right)\phi,$$

$$\Delta\mathcal{L} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix}0 & v\end{pmatrix}\left(gA^a_\mu\tau^a + \frac{1}{2}g'B_\mu\right)\left(gA^{b\mu}\tau^b + \frac{1}{2}g'B^\mu\right)\begin{pmatrix}0\\ v\end{pmatrix}.$$

$$\Delta\mathcal{L} = \frac{1}{2}\frac{v^2}{4}\left[g^2(A^1_\mu)^2 + g^2(A^2_\mu)^2 + (-gA^3_\mu + g'B_\mu)^2\right].$$

$$W^{\pm}_\mu = \frac{1}{\sqrt{2}}(A^1_\mu \mp iA^2_\mu) \qquad \text{with mass} \qquad m_W = g\frac{v}{2};$$

$$Z^0_\mu = \frac{1}{\sqrt{g^2+g'^2}}(gA^3_\mu - g'B_\mu) \qquad \text{with mass} \qquad m_Z = \sqrt{g^2+g'^2}\frac{v}{2}.$$

$$A_\mu = \frac{1}{\sqrt{g^2+g'^2}}(g'A^3_\mu + gB_\mu) \qquad \text{with mass} \qquad m_A = 0.$$

1. 给出三个有质量的规范玻色子，对应三个破缺生成元联系的规范场，即$W^{\pm} \leftrightarrow T^{\pm}$，$Z^0 \leftrightarrow T^3 - Y$
2. 留下一个无质量的规范玻色子，对应QED中的光子A
3. Z^0和A是A^3和B的线性混合，由此定义弱混合角，即Weinberg角θ_ω

$$\begin{pmatrix}Z^0\\ A\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\cos\theta_w & -\sin\theta_w\\ \sin\theta_w & \cos\theta_w\end{pmatrix}\begin{pmatrix}A^3\\ B\end{pmatrix},$$

$$\cos\theta_w = \frac{g}{\sqrt{g^2+g'^2}}, \qquad \sin\theta_w = \frac{g'}{\sqrt{g^2+g'^2}}.$$

SM中预言规范玻色子质量的树图关系：$m_W = m_Z cos\theta_\omega$，引入参数$\rho = m_W^2/cos^2\theta_\omega/m_Z^2 \neq 1$表征偏离

具有custodial对称性的Higgs扩充理论中，ρ非常接近于1

SM AS A QFT

◆ SM的场论视角：GWS理论自发破缺的形式

自发破缺GWS理论的路径积分量子化

为了简要，阿贝尔规范理论自发破缺的量子化演示，复标量场写成两个实场形式，及在规范变换下相应的变换

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi^1 + i\phi^2).$$

$$\delta\phi^1 = -\alpha(x)\phi^2, \qquad \delta\phi^2 = \alpha(x)\phi^1, \qquad \delta A_\mu = -\frac{1}{e}\partial_\mu\alpha$$

自发破缺后地理论用$\phi^1 = v + h$，$\phi^1 = \varphi$重写为

$$\mathcal{L} = -\tfrac{1}{4}(F_{\mu\nu})^2 + \tfrac{1}{2}\left(\partial_\mu h - eA_\mu\varphi\right)^2 + \tfrac{1}{2}\left(\partial_\mu\varphi + eA_\mu(v+h)\right)^2 - V(\phi).$$

显然，该理论仍然遵循局域变换（继承原变换）

$$\delta h = -\alpha(x)\varphi, \qquad \delta\varphi = \alpha(x)(v+h), \qquad \delta A_\mu = -\frac{1}{e}\partial_\mu\alpha.$$

所以，路径积分量子化自发破缺后的理论仍然必须采取FP方法去除路径积分中的规范等价类，配分函数为

$$Z = C' \cdot \int \mathcal{D}A\mathcal{D}h\mathcal{D}\varphi \exp\left[i\int d^4x\left(\mathcal{L}[A,h,\varphi] - \tfrac{1}{2}(G)^2\right)\right] \det\left(\frac{\delta G}{\delta\alpha}\right).$$

规范固定函数为推广的洛伦兹规范

$$G = \frac{1}{\sqrt{\xi}}\left(\partial_\mu A^\mu - \xi e v\varphi\right).$$

这个形式恰好可以消除规范场和GSB场φ的动能混合项

SM AS A QFT

◆ SM的场论视角：GWS理论自发破缺的形式

自发破缺GWS理论的路径积分量子化

最后规范固定的拉氏量为有质量规范玻色子&GSB场&物理Higgs场&鬼场

$$\mathcal{L}_2 = -\frac{1}{2}A_\mu\left(-g^{\mu\nu}\partial^2 + (1-\frac{1}{\xi})\partial^\mu\partial^\nu - (ev)^2 g^{\mu\nu}\right)A_\nu + \frac{1}{2}(\partial_\mu h)^2 - \frac{1}{2}m_h^2 h^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu\varphi)^2 - \frac{\xi}{2}(ev)^2\varphi^2.$$

1. GSB场φ是有质量的，但依赖于规范固定参数ξ：$m_\varphi^2 = \xi(ev)^2 = \xi m_A^2$，显示其非物理性

$$\mathcal{L}_{\text{ghost}} = \bar{c}\left[-\partial^2 - \xi m_A^2(1+\frac{h}{v})\right]c,$$

2. 不同于没有自发破缺的阿贝尔规范理论量子化，这里需引入鬼场；鬼场质量与GSB质量相同，$\sqrt{\xi}m_A$

3. 鬼场与物理的Higgs玻色子有直接耦合，一般

从规范玻色子的二次项可以读出其传播子为：

$$\langle A^\mu(k)A^\nu(-k)\rangle = \frac{-i}{k^2-m_A^2}\left(g^{\mu\nu} - \frac{k^\mu k^\nu}{k^2-\xi m_A^2}(1-\xi)\right).$$

1. 第一个极点表示A横向分量即$g^{\mu\nu}$部分有质量m_A

2. 而第二个极点表示非物理的分量获得质量$\sqrt{\xi}m_A$

3. 在壳的规范玻色子，极化求和包括径向分量贡献

$$\sum_{\epsilon^\mu q_\mu=0}\epsilon^\mu\epsilon^{\nu*} = -\left(g^{\mu\nu} - \frac{q^\mu q^\nu}{m_A^2}\right).$$

如果取$\xi\to\infty$，那么GSB等非物理自由度无穷重而退耦，实现了量子上的幺正规范

1. 幺正规范下传播子只包含三个物理分量，2个横向+1个径向，去除了类时的非物理分量

$$\frac{-i}{k^2-m_A^2}\left(g^{\mu\nu} - \frac{k^\mu k^\nu}{m_A^2}\right)$$

◆ SM的场论视角：GWS理论自发破缺的形式

质量本征态重写的协变导数

对$SU(2)_L \times U(1)_Y$一般表示中的场，生成元为$\{T^a\}$（取Cartan-Weyl基），超荷为Y，协变导数形式为

$$D_\mu = \partial_\mu - igA_\mu^a T^a - ig'YB_\mu.$$

如果李代数取阶梯基$\{T^\pm = T^1 \pm iT^2, T^3\}$，且利用原规范场和质量本征态的关系$A^1 = (W^+ + W^-)/\sqrt{2}$，$A^2 = i(W^+ - W^-)/\sqrt{2}$等，得到

$$D_\mu = \partial_\mu - i\frac{g}{\sqrt{2}}\left(W_\mu^+ T^+ + W_\mu^- T^-\right) - i\frac{g}{\cos\theta_w} Z_\mu \left(T^3 - \sin^2\theta_w Q\right) - ieA_\mu Q,$$

1. 推导时用到下面的关系

2. 阶梯基下的协变导数组织很明显：三个有质量的规范玻色子，各自与对应的三个破缺生成元相乘，而无质量的规范玻色子和残留对称性相乘

3. T^3和Q生成元应这么理解：将协变导数作用到后面的场各分量上后，取出相应的T^3荷和电荷

4. 在这么我们定义了单位电荷，即QED耦合常数：

$$e = \frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}},$$

$$g = \frac{e}{\sin\theta_w}.$$

◆ SM的场论视角：GWS理论自发破缺的形式

费米子与规范玻色子的流耦合：3个流

有了前面的一般协变导数表达式，可以从物质场的动能项读出费米子与规范玻色子的规范耦合

$$\mathcal{L} = \bar{E}_L(i\partial\!\!\!/)E_L + \bar{e}_R(i\partial\!\!\!/)e_R + \bar{Q}_L(i\partial\!\!\!/)Q_L + \bar{u}_R(i\partial\!\!\!/)u_R + \bar{d}_R(i\partial\!\!\!/)d_R$$
$$+ g\left(W^+_\mu J^{\mu+}_W + W^-_\mu J^{\mu-}_W + Z^0_\mu J^\mu_Z\right) + eA_\mu J^\mu_{EM},$$

其中带电流为（只有左手耦合）

$$J^{\mu+}_W = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\bar{\nu}_L\gamma^\mu e_L + \bar{u}_L\gamma^\mu d_L\right); J^{\mu-}_W = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\bar{e}_L\gamma^\mu \nu_L + \bar{d}_L\gamma^\mu u_L\right);$$

中性流为（左右手都耦合，但右手是通过混合进入，正比于Weinberg角平方）

$$J^\mu_Z = \frac{1}{\cos\theta_w}\Big[\bar{\nu}_L\gamma^\mu\left(\tfrac{1}{2}\right)\nu_L + \bar{e}_L\gamma^\mu\left(-\tfrac{1}{2} + \sin^2\theta_w\right)e_L + \bar{e}_R\gamma^\mu\left(\sin^2\theta_w\right)e_R$$
$$+ \bar{u}_L\gamma^\mu\left(\tfrac{1}{2} - \tfrac{2}{3}\sin^2\theta_w\right)u_L + +\bar{u}_R\gamma^\mu\left(-\tfrac{2}{3}\sin^2\theta_w\right)u_R$$
$$+ \bar{d}_L\gamma^\mu\left(-\tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{3}\sin^2\theta_w\right)d_L + \bar{d}_R\gamma^\mu\left(\tfrac{1}{3}\sin^2\theta_w\right)d_R\Big];$$

电磁流为（非手征）

$$J^\mu_{EM} = \bar{e}\gamma^\mu(-1)e + \bar{u}\gamma^\mu\left(+\tfrac{2}{3}\right)u + \bar{d}\gamma^\mu\left(-\tfrac{1}{3}\right)d.$$

◆ 狄拉克费米子的质量&混合

双幺正对角化（左右手独立变换）

$$\Delta\mathcal{L}_q = -\lambda_d \overline{Q}_L \cdot \phi\, d_R - \lambda_u \epsilon^{ab} \overline{Q}_{La} \phi_b^\dagger u_R + \text{h.c.}$$

对左右手上夸克分别做幺正变换$u_L^i \to U_u^{ij} u_L^j$，$u_R^i \to W_u^{ij} u_R^j$，导致对角化$U_u^\dagger \lambda_u W_u = D_u$

实际上，我们利用两个如右的关系来分别求求 U_u 和 W_u：

$$\lambda_u \lambda_u^\dagger = U_u D_u^2 U_u^\dagger, \qquad \lambda_u^\dagger \lambda_u = W_u D_u^2 W_u^\dagger,$$

混合矩阵哪里去了？

由于代普适，混合在中性流中被完全消除，即

$$\bar{u}_L^i \gamma^\mu u_L^i \to \bar{u}_L^i U_u^{\dagger ij} \gamma^\mu U_u{}^{jk} u_L^k = \bar{u}_L^i \gamma^\mu u_L^i.$$

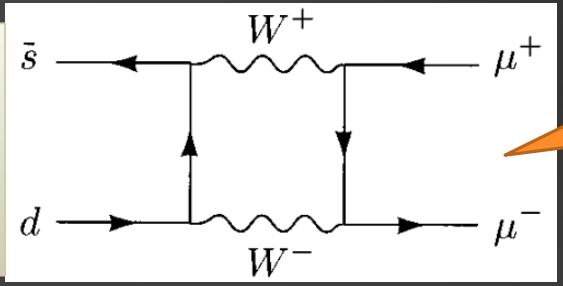
但带电流依赖矩阵$V = U_u^\dagger U_d$，即CKM混合矩阵

$$J^{\mu+} = \frac{1}{\sqrt{2}} \bar{u}_L^i \gamma^\mu d_L^i \to \frac{1}{\sqrt{2}} \bar{u}_L^i \gamma^\mu \left(U_u^\dagger U_d\right)^{ij} d_L^j.$$

这意味着在SM中，味道改变的中性流过程必须借助W的圈图过程。如检验味道守恒的一个最好的过程：$K_0 \to \mu\bar{\mu}$，FCNC的存在将使其发生在Born阶，而SM中是如图所示的box图，高度压低

1. 中性流包括与Z耦合的弱中性流，与光子耦合的电磁流和与胶子耦合的色流。但在具有代不普适的Z'新物理模型中，完全可能会传递味破坏中性流

2. 这涉及到著名的GIM机制（1970）。如果没有完整的2代结构，显然会留下混合矩阵元。为了避免味道改变中性流，在当时已有uds的情况下引入了粲夸克



类似的稀有过程，是间接寻找超出标准模型物理的强力信号

相互作用：物质区&规范区

◆ 狄拉克费米子的质量&混合

三代夸克中CKM弱作用CP破坏机制（1973）

假如SM只有两代，那么整个理论不会存在CP破坏相位，使得弱作用也CP守恒

1. 2×2幺正矩阵有2^2=4个参数，一个$O(N=2)$转动角（Cabbibo角）和2+1=3个相位，参数化成

2. 但涉及4味夸克的拉氏量中有$[U(1)]^4$的相位不变性，在带电流中，除去一个共有相位，剩下的3个相位恰好消除

$$V=\begin{pmatrix}\cos\theta_c e^{i\alpha} & \sin\theta_c e^{i\beta}\\ -\sin\theta_c e^{i(\alpha+\gamma)} & \cos\theta_c e^{i(\beta+\gamma)}\end{pmatrix}$$

而三代夸克则恰好可以准许一个CP相位角！

1. 幺正矩阵有3^2=9个参数，$O(N=3)$的3个转动角，和3+2+1=6个相角

3. 而6味夸克$[U(1)]^6$相位不变性只能消除5个相位，留下一个物理CP相位，解释弱作用中的微小CP破坏，标准参数化为

$$\begin{bmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta_{13}}\\ -s_{12}c_{23}-c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & c_{12}c_{23}-s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & s_{23}c_{13}\\ s_{12}s_{23}-c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & -c_{12}s_{23}-s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & c_{23}c_{13}\end{bmatrix}$$

$q_L \to e^{i\alpha_q} q_L$ for $\begin{pmatrix}u\\d\end{pmatrix}_L$ $\begin{pmatrix}c\\s\end{pmatrix}_L$.

于是 $J^{\mu+} \to \frac{1}{\sqrt{2}} \bar{u}_L^i \gamma^\mu V^{ij} d_L^j$ 相位转动 4个独立的相角

$-\alpha_u+\alpha_d+\alpha=0$

$-\alpha_u+\alpha_s+\beta=0$

$-\alpha_c+\alpha_d+\alpha+\gamma=0$

$-\alpha_c+\alpha_s+\beta+\gamma=0$

但在$J^{\mu+}$中含元项有个整体相位是消除后，设其为α_u ⇒

$\alpha_{du}+\alpha=0$

$\alpha_{su}+\beta=0$

$-\alpha_{cu}+(\alpha_{du}+\alpha)+\gamma=0$

$-\alpha_{cu}+(\alpha_{su}+\beta)+\gamma=0$

显然，只要令 $\alpha_{du}=-\alpha$, $\alpha_{su}=-\beta$, $\alpha_{cu}=\gamma$ 就可以消除。

此时V中的4个相位及$J^{\mu+}$中完全消除

δ_{13} = 1.20 ± 0.08 radians = 68.8 ± 4.5°.

相互作用：物质区&规范区

◆ 轻子区：平庸&非平庸

平庸对角化

轻子只有带电的右手轻子，即一个Yukawa耦合

$$\mathcal{L}_m = -\lambda_\ell^{ij}\overline{E}_L^i \cdot \phi\, e_R^j + \text{h.c.}$$

这意味着两个事情，第一，由于没有右手中微子，故没有Dirac质量项

第二，由于中微子不需要对角化，可以对整个左手二重态的费米子都用同一个幺正变换，从而对角化

$$e_L^i \to U_\ell^{ij} e_L^j, \qquad \nu_L^i \to U_\ell^{ij}\nu_L^j, \qquad e_R^i \to W_\ell^{ij} e_R^j.$$

于是，即使在带电流中，由于上下两个分量共用一个幺正变换，导致完全有混合矩阵留下！

1. 于是，SM的轻子区严格守恒CP
2. 每一代的轻子数分别守恒，即没有轻子味破坏！比如实验对这些轻子味破坏衰变给出了严厉限制

$$\mu^- \to e^-\gamma$$
$$\mu^- \to e^-e^-e^+$$

3. 而在BSM中，轻子味破坏可能比较明显，从而这些衰变分支比可以比较大，受到强烈的约束，如加入了右手中微子的seesaw、SUSY等

但中微子具有非常小的中微子质量~0.01eV！

$d=5$的Weinberg算符$\frac{1}{\Lambda}(\phi L^T)(L\phi)$破坏轻子数2个单位，可以产生微小的Majorana中微子质量$\sim v^2/\Lambda$

引入右手单态后，通过seesaw机制可以自然产生这样的算符

$$\mathscr{L} = \mathscr{L}_{\rm SM} + \bar{N}_i i\not{D} N_i + (\lambda_N^{ij}\, N^i L^j \phi + \frac{M_N^{ij}}{2} N_i N_j + \text{h.c.})$$

1. 积掉重的右手中微子得到Weinberg算符，$\Lambda \sim M_N/\lambda^2$

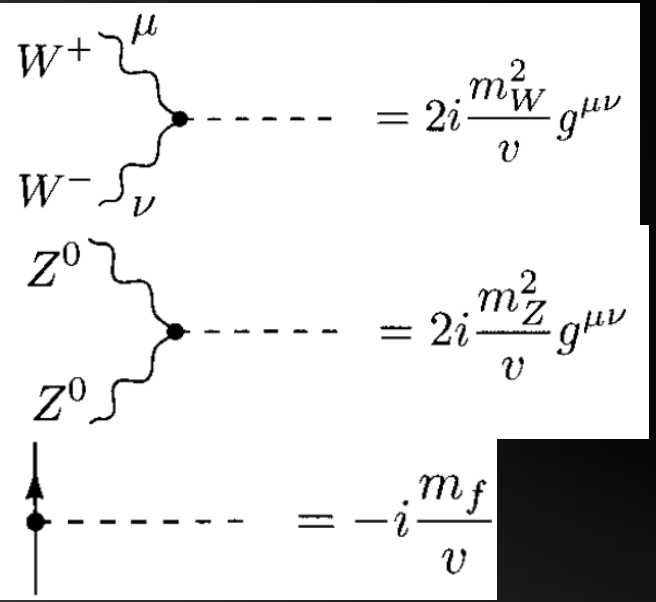
2. 左手轻子不再和左手电子共享一个幺正变换，从而带电流有轻子味破坏

相互作用：物质区&规范区

◆SM中的Higgs物理

Higgs玻色子与规范玻色子的耦合

将一般协变导数作用到取幺正规范下的Higgs二重态，从它的动能项直接读出Higgs玻色子与 W/Z 的耦合：



Higgs玻色子与费米子的Yukawa耦合

双幺正对角化后，Yukawa区给出如下的耦合（与带电轻子的耦合类似）

$$\mathcal{L}_m = -m_d^i \bar{d}_L^i d_R^j \left(1+\frac{h}{v}\right) - m_u^i \bar{u}_L^i u_R^i \left(1+\frac{h}{v}\right) + \text{h.c.}$$

1. 与费米子耦合强度正比于费米子质量

2. 费米子质量只有一个起源，使得v与h如上出现，这保证没有Higgs传递的味道破坏，即质量与耦合同时对角化

3. 但在新物理中可能被破坏，如2HDM中，或者费米子有新的质量起源——如在类矢量粒子扩充中，它们有直接的狄拉克质量项，从而诱导同时对角化失败，使得h有味道不守恒的衰变，如$h \to \mu\tau$等。LHC对它们的测量有助于揭示费米子质量的起源机制

HIGGS区：窥视新物理的大窗口

◆SM中的Higgs物理

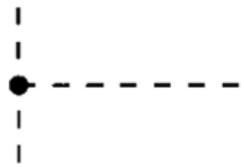
Higgs玻色子质量&自耦合

取幺正规范后，$\phi^\dagger\phi = \frac{1}{2}(v+h)^2$，而且极值条件为$v = \sqrt{\mu^2/\lambda}$，将它们代入Higgs的势能$V(\phi) = -\mu^2\phi^\dagger\phi + \lambda|\phi^\dagger\phi|^2$，得到

$$\mathcal{L}_V = -\mu^2 h^2 - \lambda v h^3 - \frac{1}{4}\lambda h^4$$
$$= -\frac{1}{2}m_h^2 h^2 - \sqrt{\frac{\lambda}{2}}\, m_h h^3 - \frac{1}{4}\lambda h^4.$$

由此读出Higgs玻色子的质量为$m_h = \sqrt{2\lambda}v = \sqrt{2\mu^2}$

而自耦合的费曼规则λ_{hhh}和λ_{hhhh}分别为



$$= -3i\sqrt{\frac{\lambda}{2}}\, m_h = -3i\frac{m_h^2}{v}$$

由于$v = 246$ GeV已经确定，一旦物理Higgs的质量被测定，那么λ和μ^2就可以确定，从而SM中的势能完全确定

1. 比如对$m_h = 125$GeV，则有$\lambda = 0.13$，$\mu^2 = 7812.5\text{GeV}^2$

2. 但这样重构的Higgs势能，在量子水平上会出现问题：量子上，耦合常数会跑动，从而当λ从电弱能标跑到接近GUT能标时，会反号，导致真空稳定性稳定

可见，重构Higgs势能对检验电弱破缺机制很重要，我们后面会回到这一点

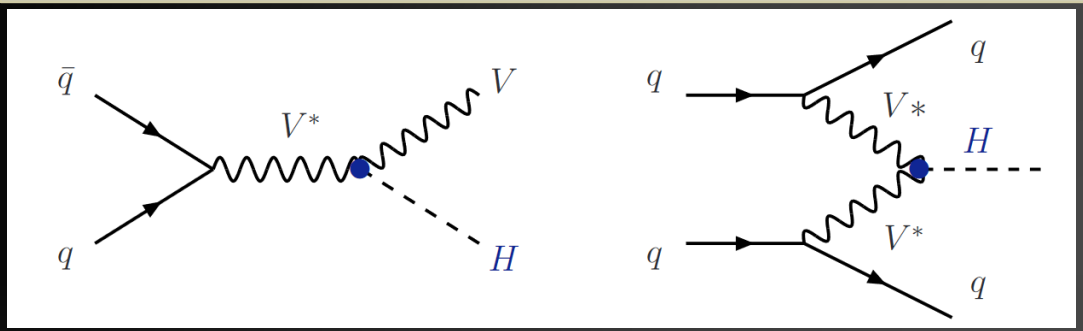
这需要测量Higgs自耦合

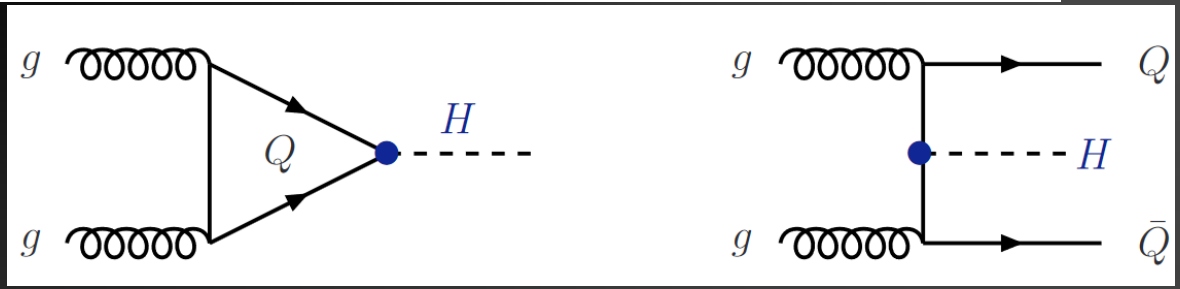
HIGGS区：窥视新物理的大窗口

◆ 找到最后一块拼图

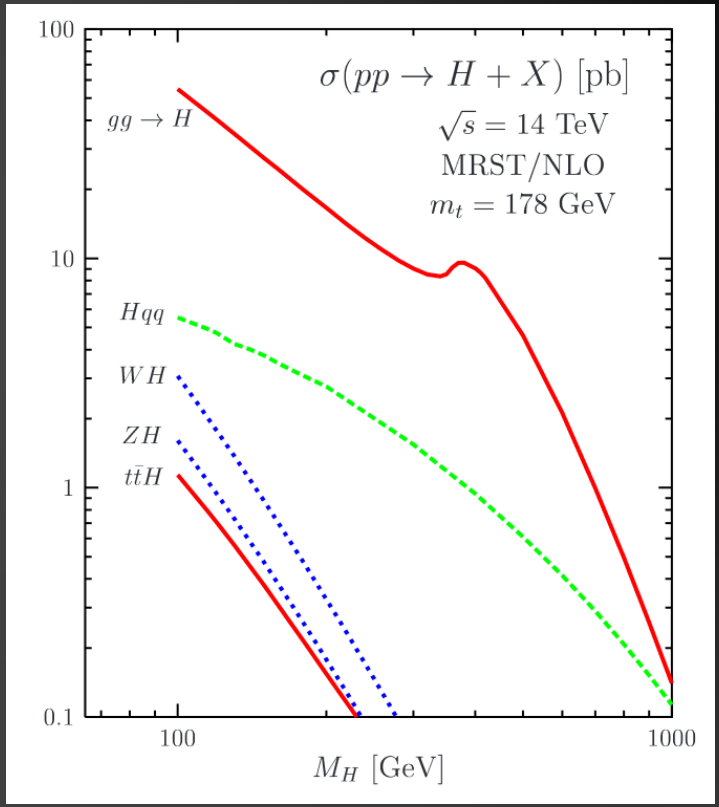
LHC发现Higgs@125GeV

Higgs在LHC上产生有各种过程，通常伴随别的粒子。而截面最大的是通过胶子聚合（gluon-gluon fusion）的单产生，SM中这是通过带色圈（主要是顶夸克圈）诱导的圈图过程





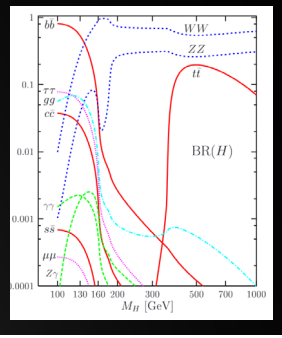
数值的产生截面（假设一般质量的Higgsboson）



HIGGS区：窥视新物理的大窗口

◆ 找到最后一块拼图

LHC发现Higgs@125GeV



125GeV Higgs产生之后会衰变，在SM中主要二体衰变到一对底夸克

$$\Gamma_{\rm Born}(H\to f\bar{f}) = \frac{G_\mu N_c}{4\sqrt{2}\pi} M_H\, m_f^2\, \beta_f^3 \qquad \beta = (1-4m_f^2/M_H^2)^{1/2}$$

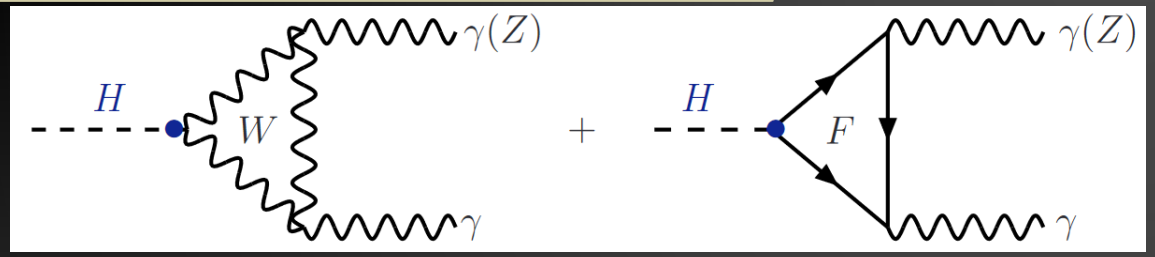
第二大分支比是三体衰变到WW

$$\Gamma(H\to VV^*) = \frac{3G_\mu^2 M_V^4}{16\pi^3} M_H \delta_V' R_T(x)$$

$$\delta_W' = 1,\ \delta_Z' = \frac{7}{12} - \frac{10}{9}\sin^2\theta_W + \frac{40}{9}\sin^4\theta_W$$

$$R_T(x) = \frac{3(1-8x+20x^2)}{(4x-1)^{1/2}}\arccos\left(\frac{3x-1}{2x^{3/2}}\right) - \frac{1-x}{2x}(2-13x+47x^2) - \frac{3}{2}(1-6x+4x^2)\log x$$

通过圈图可以衰变到$\gamma\gamma(Z)+gg$，双光子是Higgs发现的黄金道~0.1%



$$A_{1/2}^H(\tau) = 2[\tau + (\tau-1)f(\tau)]\tau^{-2}$$

$$A_1^H(\tau) = -[2\tau^2 + 3\tau + 3(2\tau-1)f(\tau)]\tau^{-2}$$

$$f(\tau) = \begin{cases} \arcsin^2\sqrt{\tau} & \tau \le 1 \\ -\frac{1}{4}\left[\log\frac{1+\sqrt{1-\tau^{-1}}}{1-\sqrt{1-\tau^{-1}}} - i\pi\right]^2 & \tau > 1 \end{cases}$$

$$\Gamma(H\to\gamma\gamma) = \frac{G_\mu\,\alpha^2\,M_H^3}{128\sqrt{2}\,\pi^3}\left|\sum_f N_c Q_f^2 A_{1/2}^H(\tau_f) + A_1^H(\tau_W)\right|^2$$

HIGGS区：窥视新物理的大窗口

◆ 找到最后一块拼图

检验Higgs的简单有效理论框架

Higgs在加速器上的性质主要由下面的有效拉氏量描述，c_i对1的偏离描述新物理效应

$$\mathcal{L}_{eff} = c_V \frac{2m_W^2}{v} h W_\mu^+ W_\mu^- + c_V \frac{m_Z^2}{v} h Z_\mu Z_\mu - c_b \frac{m_b}{v} h \bar{b}b - c_\tau \frac{m_\tau}{v} h \bar{\tau}\tau - c_c \frac{m_c}{v} h \bar{c}c + c_g \frac{\alpha_s}{12\pi v} h G^a_{\mu\nu} G^a_{\mu\nu} + c_\gamma \frac{\alpha}{\pi v} h A_{\mu\nu} A_{\mu\nu} - c_{inv} h \bar{\chi}\chi \ .$$

1. 这些有效系数对Higgs的成分，即是否与其余Higgs混合比较敏感

2. d=5算符对于Higgs耦合的带色/带电粒子敏感，它们通过圈图贡献

3. 引入可能的隐身衰变，如到一对轻的暗物质上或者惰性中微子

为了描述两个$d = 5$算符的起源，考虑下面简化模型

$$\mathcal{L} = -c_s \frac{2m_s^2}{v} h S^\dagger S - c_f \frac{m_f}{v} h \bar{f} f + c_\rho \frac{2m_\rho^2}{v} h \rho_\mu^\dagger \rho_\mu .$$

$$\delta c_g = \frac{C_2(r_s)}{2} c_s A_s(\tau_s) + 2C_2(r_f) c_f A_f(\tau_f),$$

$$\delta c_\gamma = \frac{N(r_s) Q_s^2}{24} c_s A_s(\tau_s) + \frac{N(r_f) Q_f^2}{6} c_f A_f(\tau_f) - \frac{7Q_\rho^2}{8} c_\rho A_v(\tau_\rho),$$

$$A_s(\tau) \equiv \frac{3}{\tau^2}\left[f(\tau) - \tau\right] ,$$

$$A_f(\tau) \equiv \frac{3}{2\tau^2}\left[(\tau - 1) f(\tau) + \tau\right] ,$$

$$A_v(\tau) \equiv \frac{1}{7\tau^2}\left[3(2\tau - 1) f(\tau) + 3\tau + 2\tau^2\right] ,$$

$$f(\tau) \equiv \begin{cases} \arcsin^2\sqrt{\tau} & \tau \le 1 \\ -\frac{1}{4}\left[\log\frac{1+\sqrt{1-\tau^{-1}}}{1-\sqrt{1-\tau^{-1}}} - i\pi\right]^2 & \tau > 1 \end{cases}$$

注意矢量粒子贡献的符号与标量、费米子的符号相反，但各自贡献的相对符号总体依赖于各种因素，需要具体分析

HIGGS区：窥视新物理的大窗口

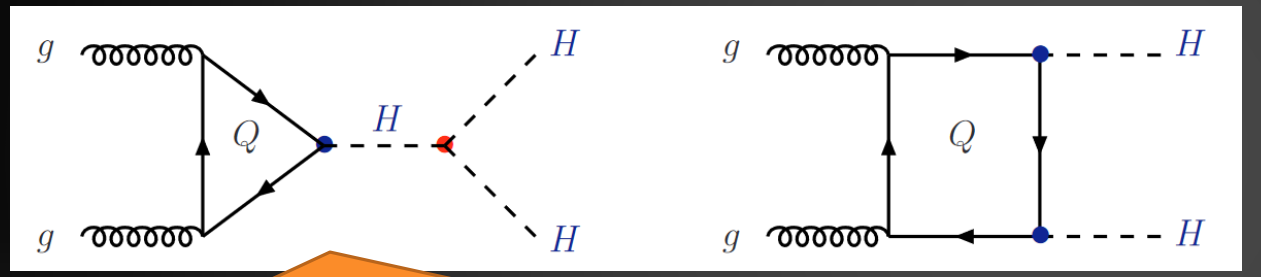
◆ 重构Higgs势能：di-Higgs过程

LHC上测量自耦合h^3

考虑到新物理的贡献，一个简单的模型无关的理论出发点是

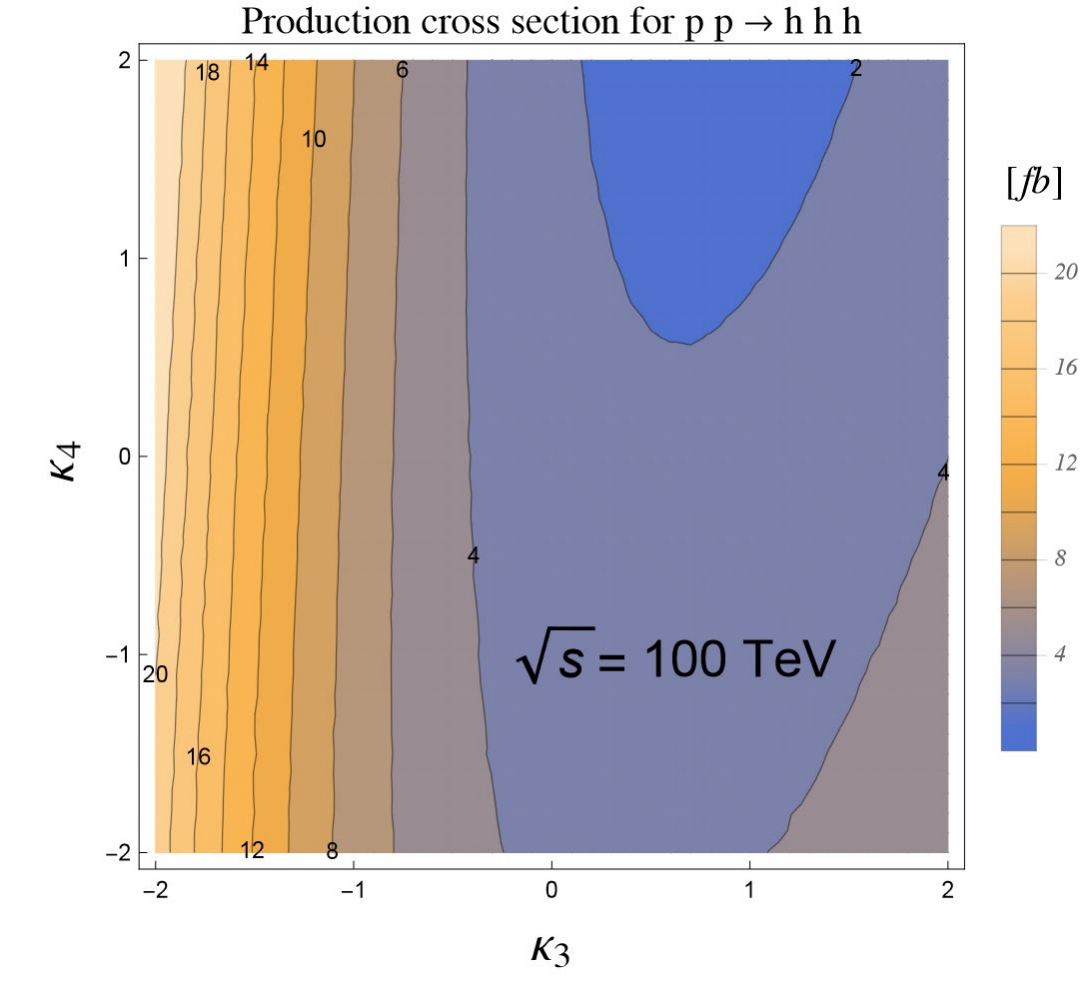
$$V_{\rm h} = \frac{m_h^2}{2}h^2 + (1+\kappa_3)\lambda_{hhh}^{\rm SM} v h^3 + \frac{1}{4}(1+\kappa_4)\lambda_{hhhh}^{\rm SM} h^4$$

LHC上涉及三次自耦合的是对产生，



1. 新带色粒子如stop与Higgs耦合贡献到三角或box图，两个过程存在干涉增强或削弱的效应
2. 如果存在重的中性玻色子，则可以在壳产生主要衰变到一对h上共振提高截面
3. 如果要测量四次自耦合，则将上面的图换成 $3h$ 末态，只有在FCC上才有希望看到，截面如右图所示

B. Fuks, etc., PRD 2016



HIGGS区：窥视新物理的大窗口

再论电弱破缺

量子水平上的电弱破缺：单圈有效势

此前的电弱破缺是基于经典水平的标量势，依靠Higgs场负质量参数，量子修正会给出什么样的影响以及可能？

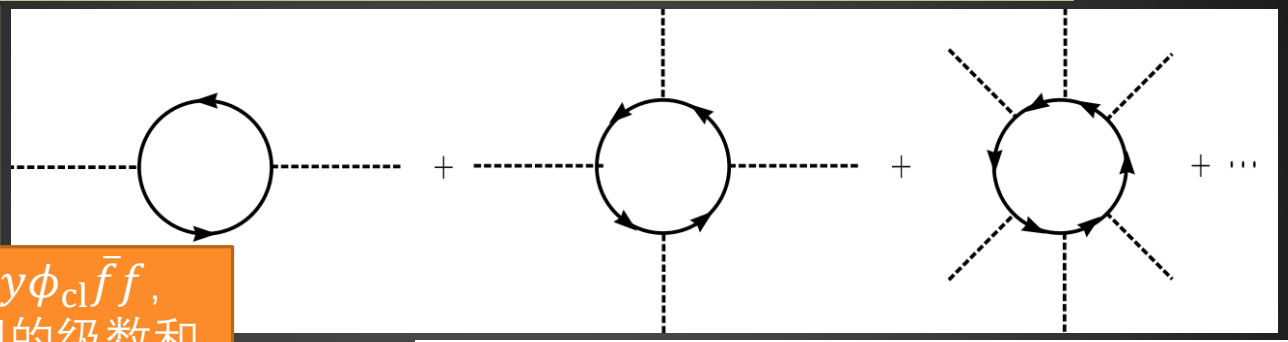
量子水平上的真空是由标量场背景的有效作用量$\Gamma[\phi_{\rm cl}] = -(VT)V_{\rm eff}(\phi_{\rm cl})$确定

1. 考虑具有平移不变的均匀背景场$\phi_{\rm cl}$

2. 也叫1PI有效作用量，是1PI图的生成泛函

单圈修正是泛函行列式形如，$\sim\log\det[\delta^2\mathcal{L}/\delta X\delta Y]$，其中$X$、$Y$表示收到$\phi_{\rm cl}$质量贡献的场。

比如对费米子，$y\phi_{\rm cl}\bar{f}f$，单圈是1PI费曼图的级数和



SM中，单圈有效势包括规范场、GSB自由度和费米（top）的贡献，采用$\overline{\rm MS}$，得到：

$$V(\phi_c) = V_0(\phi_c) + \frac{1}{64\pi^2}\sum_{i=W,Z,h,\chi,t} n_i m_i^4(\phi_c)\left[\log\frac{m_i^2(\phi_c)}{\mu^2} - C_i\right]$$

$$\phi = \begin{pmatrix} \chi_1 + i\chi_2 \\ \dfrac{\phi_c + h + i\chi_3}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

$$m_h^2(\phi_c) = 3\lambda\phi_c^2 - m^2$$

$$m_\chi^2(\phi_c) = \lambda\phi_c^2 - m^2$$

$$m_W^2(\phi_c) = \frac{g^2}{4}\phi_c^2$$

$$m_Z^2(\phi_c) = \frac{g^2 + g'^2}{4}\phi_c^2$$

$$m_t^2(\phi_c) = \frac{h_t^2}{2}\phi_c^2$$

$$C_W = C_Z = \frac{5}{6}$$

$$C_h = C_\chi = C_t = \frac{3}{2}$$

1. 自由度为$n_W = 2n_Z = 6$，$n_h = 1$，$n_\chi = 3$，特别地，费米子给出相反的贡献$n_t = -12$

2. μ 是重整化标度。对普通电弱破缺机制，修正一般不会很明显。但是。。。

HIGGS区：窥视新物理的大窗口

再论电弱破缺

经典标度不变的Higgs区？

从有效势量子修正可以看出，量子上会引入一个标度（经典标度不变性反常），这促使我们考虑一个有意思的可能性，如果Higgs势具有经典的标度不变性，是否可以实现对称性的辐射自发破缺从而产生标度？

该问题最先是S. Coleman和E. Weinberg于1973年研究的。并且发现在标量QED理论中可以实现此目标

可惜，SM里面的top夸克太重，使得原点变成鞍点，不能成功实现电弱破缺

为了克服其贡献，一个简单方法是引入若干玻色场，与Higgs场有较强耦合

或者假设标度不变在暗区辐射破缺（比如被一个标量暗物质），然后通过与Higgs场的适当耦合产生负的Higgs质量参数，从而实现通常的电弱破缺，如

$$V_{br} = \lambda|H|^4 + \frac{\lambda_{hs}}{2}|H|^2S^2 + \frac{\lambda_{hx}}{2}|H|^2X^2 + \frac{\lambda_{sx}}{4}S^2X^2 + \frac{\lambda_s}{4}S^4 + \frac{\lambda_x}{4}X^4.$$

X是标量暗物质，触发S获得VEV，通过$\lambda_{hs} < 0$实现

经典标度不变理论框架中的电弱破缺机制，Higgs玻色子的自耦合对SM的预言有明显偏离。据研究，在单圈水平有一个普适的预言：

$$\lambda_{hhh} \equiv \left.\frac{\partial^3 V_{\rm eff}}{\partial h^3}\right|_{h=0} = \frac{5}{3}(\lambda^{(0)}_{hhh})^{\rm SM}.$$

$$\lambda_{hhhh} = \left.\frac{\partial^4 V_{\rm eff}}{\partial h^4}\right|_{h=0} = \frac{11}{3}(\lambda^{(0)}_{hhhh})^{\rm SM}.$$

Jiang Zhu, ZK, PRD 2019.

K. Hashino, etc, PLB 2016.

HIGGS区：窥视新物理的大窗口