

$$B_q^* \rightarrow D_q^* V$$

$$\Upsilon(nS) \rightarrow B_c V$$

$$B_{u,d,s} \rightarrow SM \ (M = P, V)$$

若干 **b** 味介子弱衰变唯象研究

专业：粒子物理

答辩人：张云云

指导老师：常钦 教授

2021年5月22日

$$B_q^* \rightarrow D_q^* V$$

$$\Upsilon(nS) \rightarrow B_c V$$

$$B_{u,d,s} \rightarrow SM \ (M = P, V)$$

① 研究背景

② $B_q^* \rightarrow D_q^* V$ 衰变

③ $\Upsilon(nS) \rightarrow B_c V$ 衰变

④ $B_{u,d,s} \rightarrow SM \ (M = P, V)$ 衰变的研究

⑤ 总结与展望

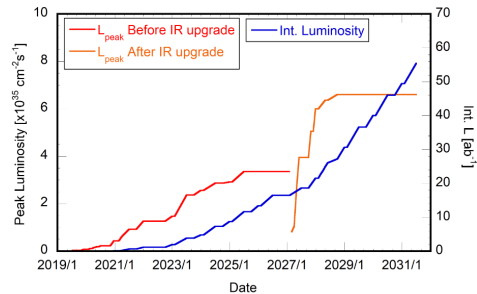
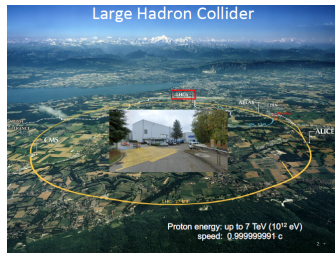
$$B_q^* \rightarrow D_q^* V$$

$$\Upsilon(nS) \rightarrow B_c V$$

$$B_{u,d,s} \rightarrow SM \ (M = P, V)$$

1 研究背景

实验方面



$$B_q^* \rightarrow D_q^* V$$

$$\Upsilon(nS) \rightarrow B_c V$$

$$B_{u,d,s} \rightarrow SM \ (M = P, V)$$

理论方面

QCDF
框架下

强子矩阵元的计算精确到NNLO

幂次压低的横向振幅贡献

b味介子
两体非
轻衰变

精确检验标准模型

强子矩阵元的计算方法

寻找其中的反常现象

新物理的间接信号

$B_q^* \rightarrow D_q^* V$ 衰变

2.1 研究动机

- $b \rightarrow c$ 引起的以树图贡献为主的 B^* 介子衰变的 NLO 和 NNLO 的非因子化修正的贡献大概分别在 4% 和 2% 左右¹。因此，对 $B_q^* \rightarrow D_q^* V$ 衰变，NF 可以给出相对可靠的预言。
- QCDF 方法不适合发射介子为重的衰变。

¹ Eur. Phys. J. C 76 (2016) 523; JHEP 09 (2016) 112.

2.2 衰变振幅

- $\bar{B}^*$ 衰变的有效哈密顿为

$$\mathcal{H}_{eff} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sum_{p, p'=u, c} \left[V_{pb} V_{p'q}^* \sum_{i=1}^2 C_i(\mu) O_i(\mu) + V_{pb} V_{pq}^* \sum_{i=3}^{10} C_i(\mu) O_i(\mu) \right] + h.c., \quad (1)$$

- 衰变振幅

$$\mathcal{A}_{\lambda_1 \lambda_2}(B_q^* \rightarrow D_q^* V) = \langle V_1 V_2 | \mathcal{H}_{eff} | B^* \rangle = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{pb} V_{p'q}^* H_{\lambda_1 \lambda_2}^{V_1 V_2}, \quad (2)$$

- 利用NF, $\bar{B}^* \rightarrow V_1 V_2$ 的强子矩阵元可以被因子化为

$$H_{\lambda_1 \lambda_2}^{V_1 V_2} \equiv \langle V_1 V_2 | Q_i | B^* \rangle \simeq \langle V_2 | J_2 | 0 \rangle \langle V_1 | J_1 | B^* \rangle, \quad (3)$$

$$\lambda_{B^*} = \lambda_1 - \lambda_2$$

$\bar{B}^* \rightarrow VV$ 的7个螺旋度振幅 $H_{\lambda_1 \lambda_2}^{V_1 V_2}$:

$$H_{00}^{V_1 V_2} = f_{V_2} m_2 \left[\frac{p_c(m_{B^*}^2 + m_1^2 - m_2^2)}{m_1 m_2} \tilde{V}_1 + \frac{2m_{B^*}^2 p_c^3}{(m_{B^*}^2 - m_1^2)m_1 m_2} \tilde{V}_3 - \frac{p_c(m_{B^*}^2 - m_1^2 - m_2^2)}{2m_1 m_2} \tilde{V}_5 \right. \\ \left. + \frac{p_c(m_{B^*}^2 - m_1^2 + m_2^2)}{2m_1 m_2} \tilde{V}_6 \right], \quad (4)$$

$$H_{++}^{V_1 V_2} = f_{V_2} m_2 \left[\frac{3m_{B^*}^2 + m_1^2 - m_2^2}{2m_{B^*}} \tilde{A}_1 - \frac{m_{B^*}^2 - m_1^2 + m_2^2}{2m_{B^*}} \tilde{A}_2 + \frac{2p_c^2 m_{B^*}}{m_{B^*}^2 - m_1^2} \tilde{A}_4 - p_c \tilde{V}_5 \right], \quad (5)$$

$$H_{--}^{V_1 V_2} = f_{V_2} m_2 \left[-\frac{3m_{B^*}^2 + m_1^2 - m_2^2}{2m_{B^*}} \tilde{A}_1 + \frac{m_{B^*}^2 - m_1^2 + m_2^2}{2m_{B^*}} \tilde{A}_2 - \frac{2p_c^2 m_{B^*}}{m_{B^*}^2 - m_1^2} \tilde{A}_4 - p_c \tilde{V}_5 \right], \quad (6)$$

$$H_{+0}^{V_1 V_2} = f_{V_2} m_2 \left[-\frac{m_{B^*}^2 - m_1^2}{m_2} \tilde{A}_1 + m_2 \tilde{A}_2 + \frac{2m_{B^*} p_c}{m_2} \tilde{V}_1 \right], \quad (7)$$

$$H_{-0}^{V_1 V_2} = f_{V_2} m_2 \left[\frac{m_{B^*}^2 - m_1^2}{m_2} \tilde{A}_1 - m_2 \tilde{A}_2 + \frac{2m_{B^*} p_c}{m_2} \tilde{V}_1 \right], \quad (8)$$

$$H_{0-}^{V_1 V_2} = f_{V_2} m_2 \left[-\frac{m_{B^*}^2 + 3m_1^2 - m_2^2}{2m_1} \tilde{A}_1 + \frac{m_{B^*}^2 - m_1^2 - m_2^2}{2m_1} \tilde{A}_2 - \frac{2p_c^2 m_{B^*}^2}{(m_{B^*}^2 - m_1^2)m_1} \tilde{A}_3 \right. \\ \left. - \frac{p_c m_{B^*}}{m_1} \tilde{V}_6 \right], \quad (9)$$

$$H_{0+}^{V_1 V_2} = f_{V_2} m_2 \left[\frac{m_{B^*}^2 + 3m_1^2 - m_2^2}{2m_1} \tilde{A}_1 - \frac{m_{B^*}^2 - m_1^2 - m_2^2}{2m_1} \tilde{A}_2 + \frac{2p_c^2 m_{B^*}^2}{(m_{B^*}^2 - m_1^2)m_1} \tilde{A}_3 \right. \\ \left. - \frac{p_c m_{B^*}}{m_1} \tilde{V}_6 \right]. \quad (10)$$

形状因子

	$F^{B^* \rightarrow D^*}(0)$	a	b	$F^{B^* \rightarrow K^*}(0)$	a	b
$\tilde{A}_1$	0.66	1.31	0.42	0.33	1.75	0.89
$\tilde{A}_2$	0.35	1.32	0.42	0.27	1.75	0.88
$\tilde{A}_3$	0.07	1.79	1.10	0.07	2.28	2.20
$\tilde{A}_4$	0.08	1.81	1.15	0.07	2.29	2.33
$\tilde{V}_1$	0.67	1.31	0.43	0.33	1.74	0.96
$\tilde{V}_2$	0.36	1.32	0.42	0.27	1.74	0.95
$\tilde{V}_3$	0.13	1.72	1.01	0.11	2.16	2.04
$\tilde{V}_4$	0.00	-0.08	1.24	-0.01	2.91	4.24
$\tilde{V}_5$	1.17	1.30	0.40	0.68	1.71	0.90
$\tilde{V}_6$	0.48	1.29	0.40	0.16	1.67	0.81

- 采用CLFQM得到形状因子的值。

	$F^{B^* \rightarrow \rho}(0)$	a	b	$F^{B_s^* \rightarrow D_s^*}(0)$	a	b
$\tilde{A}_1$	0.27	1.79	0.97	0.65	1.42	0.64
$\tilde{A}_2$	0.25	1.80	0.97	0.38	1.47	0.67
$\tilde{A}_3$	0.07	2.39	2.37	0.10	1.89	1.33
$\tilde{A}_4$	0.06	2.35	2.46	0.09	1.88	1.36
$\tilde{V}_1$	0.28	1.79	0.01	0.66	1.43	0.64
$\tilde{V}_2$	0.25	1.80	1.02	0.38	1.48	0.67
$\tilde{V}_3$	0.11	2.23	2.16	0.15	1.79	1.20
$\tilde{V}_4$	-0.03	2.77	3.74	-0.02	2.22	1.92
$\tilde{V}_5$	0.60	1.76	0.95	1.19	1.41	0.61
$\tilde{V}_6$	0.14	1.70	0.82	0.53	1.35	0.56

- 在CLFQM, 通常取 $q^+ = 0$, $q^2 = -q_\perp^2 \leq 0$ 区域, 也就是说形状因子只能是类空动量转移。
- 在 $q^2 \geq 0$ 区域, 可以通过 $F(q^2) = \frac{F(0)}{1 - a(q^2/m_{B^*}^2) + b(q^2/m_{B^*}^2)^2}$ 式得到 $F(q^2)$ 。

$$B_q^* \rightarrow D_q^* V$$

$$\Upsilon(nS) \rightarrow B_c V$$

$$B_{u,d,s} \rightarrow SM \ (M = P, V)$$

2.3 数值结果与分析

衰变道	$\mathcal{B}$
$B^{*-} \rightarrow D^{*0} K^{*-}$	$1.10^{+0.01+0.19}_{-0.01-0.17} \times 10^{-9}$
$B^{*-} \rightarrow D^{*0} \rho^-$	$2.23^{+0.04+0.39}_{-0.04-0.35} \times 10^{-8}$
$B^{*-} \rightarrow D^{*0} D^{*-}$	$1.44^{+0.11+0.24}_{-0.11-0.22} \times 10^{-9}$
$B^{*-} \rightarrow D^{*0} D_s^{*-}$	$3.71^{+0.18+0.64}_{-0.18-0.57} \times 10^{-8}$
$\bar{B}^{*0} \rightarrow D^{*+} K^{*-}$	$3.40^{+0.24+0.58}_{-0.23-0.52} \times 10^{-9}$
$\bar{B}^{*0} \rightarrow D^{*+} \rho^-$	$6.85^{+0.26+1.17}_{-0.26-1.05} \times 10^{-8}$
$\bar{B}^{*0} \rightarrow D^{*+} D^{*-}$	$4.33^{+0.33+0.74}_{-0.32-0.66} \times 10^{-9}$
$\bar{B}^{*0} \rightarrow D^{*+} D_s^{*-}$	$1.11^{+0.06+0.19}_{-0.05-0.17} \times 10^{-7}$
$\bar{B}_s^{*0} \rightarrow D_s^{*+} K^{*-}$	$4.80^{+0.34+0.83}_{-0.32-0.74} \times 10^{-9}$
$\bar{B}_s^{*0} \rightarrow D_s^{*+} \rho^-$	$9.39^{+0.36+1.63}_{-0.35-1.46} \times 10^{-8}$
$\bar{B}_s^{*0} \rightarrow D_s^{*+} D^{*-}$	$6.10^{+0.47+1.03}_{-0.45-0.92} \times 10^{-9}$
$\bar{B}_s^{*0} \rightarrow D_s^{*+} D_s^{*-}$	$1.54^{+0.08+0.26}_{-0.07-0.24} \times 10^{-7}$

- 表中的第一个理论误差来自CKM参数，衰变常数和衰变宽度，第二个误差来源于形状因子。
- CKM因子： $V_{cb}V_{ud} : V_{cb}V_{us} \approx V_{cb}V_{cs} : V_{cb}V_{cd} \approx 1/\lambda$ ，
分支比： $\mathcal{B}(\bar{B}_q^* \rightarrow D_q^* \rho^-) > \mathcal{B}(\bar{B}_q^* \rightarrow D_q^* K^{*-})$ ， $\mathcal{B}(\bar{B}_q^* \rightarrow D_q^* D_s^{*-}) > \mathcal{B}(\bar{B}_q^* \rightarrow D_q^* D^{*-})$ 。
- 衰变常数： $f_{D_s^*} > f_\rho$ ， $f_{D^*} > f_{K^*}$ ，
分支比： $\mathcal{B}(\bar{B}_q^* \rightarrow D_q^* D_s^{*-}) > \mathcal{B}(\bar{B}_q^* \rightarrow D_q^* \rho^-)$ ， $\mathcal{B}(\bar{B}_q^* \rightarrow D_q^* D^{*-}) > \mathcal{B}(\bar{B}_q^* \rightarrow D_q^* K^{*-})$ 。

- CKM允许的 $\bar{B}_q^* \rightarrow D_q^* \rho^-$ 和 $D_q^* \bar{D}_s^*$ 衰变有相对大的分支比, $\gtrsim \mathcal{O}(10^{-8})$, 因此有望被LHC 和Belle-II 实验观测到。
- $\bar{B}^* \rightarrow V_L V_L$ 衰变。它既是CKM因子压低, 形状因子又相对较小, 因此分支比很小, $< \mathcal{O}(10^{-9})$ 。我们没有讨论这种情况。
- 作用在旁观者夸克的SU(3)味对称会导致

$$\mathcal{A}(B^{*-} \rightarrow D^{*0} V) \approx \mathcal{A}(\bar{B}_d^{*0} \rightarrow D^{*+} V) \approx \mathcal{A}(\bar{B}_s^{*0} \rightarrow D_s^{*+} V),$$

这也表明了它们的分支比会存在下列关系:

$$\begin{aligned} & \mathcal{B}(B^{*-} \rightarrow D^{*0} V) : \mathcal{B}(\bar{B}_d^{*0} \rightarrow D^{*+} V) : \mathcal{B}(\bar{B}_s^{*0} \rightarrow D_s^{*+} V) \\ & \approx \frac{1}{\Gamma_{\text{tot}}(B^{*-})} : \frac{1}{\Gamma_{\text{tot}}(\bar{B}^{*0})} : \frac{1}{\Gamma_{\text{tot}}(\bar{B}_s^*)}. \end{aligned}$$

衰变道	f_{00}	f_{--}	f_{++}	f_{-0}	f_{+0}	f_{0-}	f_{0+}
$B^{*-} \rightarrow D^{*0} K^{*-}$	24.4	4.5	0.3	69.2	0.0	1.4	0.2
$B^{*-} \rightarrow D^{*0} \rho^-$	24.1	3.3	0.2	71.0	0.0	1.2	0.2
$B^{*-} \rightarrow D^{*0} D^{*-}$	12.9	13.1	1.8	56.6	0.4	13.8	1.5
$B^{*-} \rightarrow D^{*0} D_s^{*-}$	12.1	14.1	2.0	54.8	0.5	14.7	1.8
$\bar{B}^{*0} \rightarrow D^{*+} K^{*-}$	19.7	3.2	0.3	73.2	0.0	3.4	0.2
$\bar{B}^{*0} \rightarrow D^{*+} \rho^-$	20.1	2.5	0.2	74.4	0.0	2.6	0.2
$\bar{B}^{*0} \rightarrow D^{*+} D^{*-}$	12.9	13.1	1.8	56.6	0.4	13.8	1.5
$\bar{B}^{*0} \rightarrow D^{*+} D_s^{*-}$	12.1	14.1	2.0	54.8	0.5	14.7	1.8
$\bar{B}_s^{*0} \rightarrow D_s^{*+} K^{*-}$	20.2	3.2	0.3	72.7	0.0	3.5	0.2
$\bar{B}_s^{*0} \rightarrow D_s^{*+} \rho^-$	20.4	2.5	0.2	74.1	0.0	2.7	0.2
$\bar{B}_s^{*0} \rightarrow D_s^{*+} D^{*-}$	13.3	13.0	1.7	56.2	0.3	14.1	1.4
$\bar{B}_s^{*0} \rightarrow D_s^{*+} D_s^{*-}$	12.9	13.9	1.9	54.4	0.4	15.1	1.5

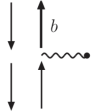
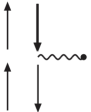
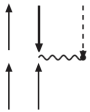
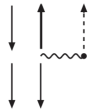
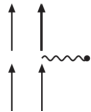
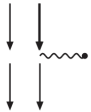
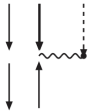
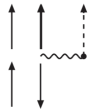
• 螺旋度分数

$$f_{\lambda_1 \lambda_2}(\bar{B}_q^* \rightarrow D_q^* V) = \frac{|\mathcal{A}_{\lambda_1 \lambda_2}(\bar{B}_q^* \rightarrow D_q^* V)|^2}{\sum_{\lambda_1, \lambda_2} |\mathcal{A}_{\lambda_1 \lambda_2}(\bar{B}_q^* \rightarrow D_q^* V)|^2}. \quad (11)$$

$B_q^* \rightarrow D_q^* V$

$\Upsilon(nS) \rightarrow B_c V$

$B_{u,d,s} \rightarrow SM \ (M = P, V)$

Helicity state	$(0, 0)_1$	$(0, 0)_2$	$(-, -)$	$(+, +)$
Helicity diagram				
$(V - A)/\text{spin flip}$	F/F	S/F	F/S	S/S
Helicity state	$(-, 0)$	$(+, 0)$	$(0, -)$	$(0, +)$
Helicity diagram				
$(V - A)/\text{spin flip}$	F/F	S/F	F/S	S/S

- $\lambda_{B^*} = 0$ 的螺旋度图像跟 $\bar{B}_q \rightarrow D_q^* V$ 衰变的情况很相似²。螺旋度振幅 H_{00} , H_{--} 和 H_{++} 应该满足

$$|H_{00}|_{(F/F)} > |H_{--}|_{(F/S)} > |H_{++}|_{(S/S)}. \quad (12)$$

- 对 V 介子是轻的情况, 会有下列近似关系:

$$|H_{00}| : |H_{--}| : |H_{++}| \approx 1 : 2m_V/m_{B^*} : 2m_V m_{D^*}/m_{B^*}^2. \quad (13)$$

- 对 V 介子是重的情况, 自旋翻转的压低不像轻矢量介子(V_L) 那么大, 因此 f_{00} 相对较小。

²Eur. Phys. J. C 76 (2016) 523.

- 同样的分析也可以运用到 $\lambda_{B^*} = -$ 和 $+$ 的情况:

$$\lambda_{B^*} = -, \text{期望} |H_{-0}|_{(F/F)} > |H_{0+}|_{(S/S)}; \quad (14)$$

$$\lambda_{B^*} = +, \text{期望} |H_{+0}|_{(S/F)} \gtrsim |H_{0-}|_{(F/S)}. \quad (15)$$

- 实际上, 我们计算的 $\lambda_{B^*} = +$ 的数值结果并不符合上述期望。

$$H_{+0}^{V_1 V_2} = f_{V_2} m_2 \left[-\frac{m_{B^*}^2 - m_1^2}{m_2} \tilde{A}_1 + m_2 \tilde{A}_2 + \frac{2m_{B^*} p_c}{m_2} \tilde{V}_1 \right], \quad (16)$$

从上式可以看出 H_{+0} 的贡献主要跟 $\tilde{V}_1$ 和 $\tilde{A}_1$ 项有关, 而 $(\tilde{V}_1 - \tilde{A}_1) \lesssim \mathcal{O}(10^{-2})$, 所以 H_{+0} 的贡献几乎等于零。

- 螺旋态 $(0,0)$ 和 $(-,0)$, $(-,-)$ 和 $(0,-)$ 以及 $(+,+)$ 和 $(0,+)$ 满足

$$|H_{-0}| \approx 2 |H_{00}|, \quad |H_{0-}| \approx |H_{--}|, \quad |H_{0+}| \approx |H_{++}|. \quad (17)$$

其中

$$(0,0) \approx (0,0)_1 : |1,0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle |\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle + |\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle |\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle),$$

$$(-,0) : |1,-1\rangle = |\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle |\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle.$$

- 以 $\bar{B}^{*0} \rightarrow D^{*+} K^{*-}$ 衰变为例:

$$|H_{-0}| : |H_{00}| = 1.93 \text{ vs. } 2, \quad |H_{0-}| : |H_{--}| = 1.03 \text{ vs. } 1,$$

$$|H_{0+}| : |H_{++}| = 0.89 \text{ vs. } 1. \quad (18)$$

结合上述研究结果, 我们可以最终总结出螺旋态贡献的层次结构为

$$|H_{-0}| \approx 2 |H_{00}| > |H_{0-}| \approx |H_{--}| > |H_{0+}| \approx |H_{++}|.$$

2.4 小结

对 $\bar{B}_q^* \rightarrow D_q^* V$ 衰变研究之后有以下结论:

- $\bar{B}_q^* \rightarrow D_q^* V$ 的衰变与 B 介子的衰变有明显不同, $\bar{B}_q^* \rightarrow D_q^* V$ 衰变的贡献主要以 $(\lambda_{D_q^*}, \lambda_V) = (-, 0)$ 螺旋态主导, 而 $(0, 0)$ 态的振幅贡献约为 $(-, 0)$ 态的一半。
- $\bar{B}_q^* \rightarrow D_q^* V$ 螺旋度振幅存在非常明显的层次结构。

$\Upsilon(nS) \rightarrow B_c V$ 衰变

3.1 $\Upsilon(nS)$ 粒子的性质和研究动机

- $\Upsilon(nS)$ 的质量很重，但是总宽度却非常窄。
- $\Upsilon(nS)$ 主要通过强相互作用，电磁相互作用进行衰变之外，也可以通过弱相互作用进行衰变。
- 随着实验精度的不断提高， $\Upsilon(nS)$ 弱衰变的理论研究也要跟进。

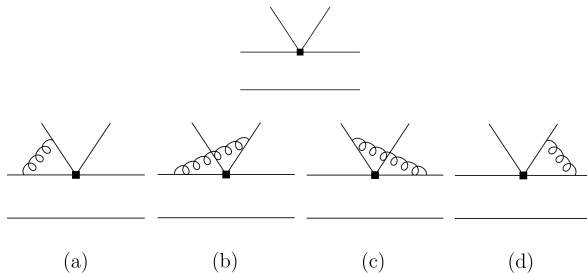
3.2 衰变振幅

- $b \rightarrow c \bar{u} q \ (q = d, s)$ 衰变的有效哈密顿的形式:

$$\mathcal{H}_{eff} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sum_{q=d,s} V_{cb} V_{uq}^* \left\{ C_1(\mu) O_1(\mu) + C_2(\mu) O_2(\mu) \right\} + h.c., \quad (19)$$

- QCDF框架下, 强子矩阵元

$$\langle B_c M | O_i | \Upsilon \rangle = \sum_j F_j^{\Upsilon \rightarrow B_c} \int dx \mathcal{T}_{ij}(x) \Phi_M(x), \quad (20)$$



- 衰变的振幅可以写成：

$$\mathcal{A}_\lambda(\Upsilon(nS) \rightarrow B_c V) = \langle B_c V | \mathcal{H}_{eff} | \Upsilon(nS) \rangle = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{cb} V_{uq}^* \alpha_1^\lambda H_\lambda, \quad (21)$$

- 螺旋度振幅 H_λ 的表达式为：

$$\begin{aligned} H_0 &\equiv \langle V(\varepsilon'_0, p_V) | \bar{q} \gamma^\mu q | 0 \rangle \langle B_c(p_{B_c}) | \bar{c} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) b | \Upsilon(\varepsilon_0, p_\Upsilon) \rangle \\ &= \frac{i f_V}{2 m_\Upsilon} \left[(m_\Upsilon^2 - m_{B_c}^2 + m_V^2) (m_\Upsilon + m_{B_c}) A_1^{\Upsilon \rightarrow B_c}(m_V^2) \right. \\ &\quad \left. + \frac{4 m_\Upsilon^2 p_c^2}{m_\Upsilon + m_{B_c}} A_2^{\Upsilon \rightarrow B_c}(m_V^2) \right], \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} H_\mp &\equiv \langle V(\varepsilon'_\mp, p_V) | \bar{q} \gamma^\mu q | 0 \rangle \langle B_c(p_{B_c}) | \bar{c} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) b | \Upsilon(\varepsilon_\mp, p_\Upsilon) \rangle \\ &= i f_V m_V \left[-(m_\Upsilon + m_{B_c}) A_1^{\Upsilon \rightarrow B_c}(m_V^2) \mp \frac{2 m_\Upsilon p_c}{m_\Upsilon + m_{B_c}} V^{\Upsilon \rightarrow B_c}(m_V^2) \right], \end{aligned} \quad (23)$$

- 有效系数 α_1^λ 为

$$\alpha_1^\lambda = C_1^{\text{NLO}} + \frac{1}{N_c} C_2^{\text{NLO}} + \frac{\alpha_s}{4\pi} \frac{C_F}{N_c} C_2^{\text{LO}} V_1^\lambda, \quad (24)$$

- V_1^λ 是顶角修正的单圈函数，它的确切表达式为：

$$V_1^0 = \int_0^1 du \Phi_V(u) \left[3 \log\left(\frac{m_b^2}{\mu^2}\right) + 3 \log\left(\frac{m_c^2}{\mu^2}\right) - 18 + g_0(u) \right], \quad (25)$$

$$V_1^{-,+} = \int_0^1 du \phi_{b,a}(u) \left[3 \log\left(\frac{m_b^2}{\mu^2}\right) + 3 \log\left(\frac{m_c^2}{\mu^2}\right) - 18 + g_{-,+}(u) \right]. \quad (26)$$

- twist-2的分布振幅 $\Phi_V(u)$ 对 V_1^0 有贡献：

$$\Phi_V(u) = 6u\bar{u} \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n^V(\mu) C_n^{3/2}(2u-1) \right]; \quad (27)$$

- twist-3的分布振幅 $\phi_{a,b}(u)$ 对 $V_1^{-,+}$ 有贡献：

$$\phi_a(u) = \int_u^1 dv \frac{\Phi_V(v)}{v}, \quad \phi_b(u) = \int_0^u dv \frac{\Phi_V(v)}{\bar{v}}. \quad (28)$$

- 单圈函数 $g_{0,\mp}(u)$ 写为:

$$g_0(u) = \frac{c_a}{1-c_a} \log(c_a) - \frac{4c_b}{1-c_b} \log(c_b) + \frac{c_d}{1-c_d} \log(c_d) - \frac{4c_c}{1-c_c} \log(c_c) \\ + f(c_a) - f(c_b) - f(c_c) + f(c_d) + 2 \log(z^2) [\log(c_a) - \log(c_b)] - \zeta(z), \quad (29)$$

$$g_{\mp}(u) = \frac{1+c_a}{1-c_a} \log(c_a) - \frac{4c_b}{1-c_b} \log(c_b) + \frac{1+c_d}{1-c_d} \log(c_d) - \frac{4c_c}{1-c_c} \log(c_c) \\ + f(c_a) - f(c_b) - f(c_c) + f(c_d) + 2 \log(z^2) [\log(c_a) - \log(c_b)] - \xi_{\mp}(z). \quad (30)$$

其中 $z = m_c/m_b$, $c_a = u(1-z^2)$, $c_b = \bar{u}(1-z^2)$, $c_c = -c_a/z^2$, $c_d = -c_b/z^2$, $f(c) = 2\text{Li}_2(\frac{c-1}{c}) - \log^2(c) - \frac{2c}{1-c} \log(c)$.

- 函数 $\zeta(z)$ 和 $\xi_{\mp}(z)$ 的具体形式如下:

$$\zeta(z) = -z \left[\frac{c_a}{(1-c_a)^2} \log(c_a) + \frac{1}{1-c_a} \right] - z^{-1} \left[\frac{c_d}{(1-c_d)^2} \log(c_d) + \frac{1}{1-c_d} \right], \quad (31)$$

$$\xi_{\mp}(z) = k_{\mp} z \left[\frac{2c_a-1}{(1-c_a)^2} \log(c_a) + \frac{1}{1-c_a} \right] + k_{\mp} z^{-1} \left[\frac{2c_d-1}{(1-c_d)^2} \log(c_d) + \frac{1}{1-c_d} \right]. \quad (32)$$

其中 $k_{\mp} \equiv H_{\mp}(A_1 \rightarrow -A_1)/H_{\mp}$ 。在 $m_c \rightarrow 0$ 的限定下, $\zeta(z)$ 和 $\xi_{\mp}(z)$ 都消失了,
即 $\lim_{m_c \rightarrow 0} \zeta(z) = \lim_{m_c \rightarrow 0} \xi_{\mp}(z) = 0$ 。

3.3 结果与分析

衰变道	本文	文献[1] ³	文献[2] ⁴	文献[3] ⁵	文献[4] ⁶
$\Upsilon(1S) \rightarrow B_c \rho$	$1.09^{+0.20}_{-0.19}$	1.76	$1.28^{+0.04}_{-0.02}$	$0.229^{+0.052}_{-0.043}$	$83.4^{+4.7+13.5+4.0+14.4}_{-6.9-8.8-4.0-12.9}$
$\Upsilon(2S) \rightarrow B_c \rho$	$2.59^{+0.53}_{-0.49}$	—	—	—	—
$\Upsilon(3S) \rightarrow B_c \rho$	$3.91^{+0.84}_{-0.77}$	—	—	—	—
$\Upsilon(1S) \rightarrow B_c K^*$	$0.64^{+0.12}_{-0.11}$	1.00	$0.76^{+0.02}_{-0.01}$	$0.182^{+0.040}_{-0.033}$	—
$\Upsilon(2S) \rightarrow B_c K^*$	$1.50^{+0.31}_{-0.29}$	—	—	—	—
$\Upsilon(3S) \rightarrow B_c K^*$	$2.26^{+0.50}_{-0.47}$	—	—	—	—

- 文献[1]是在BSW模型下的结果，文献[2]也是基于BSW模型，但是引入了味依赖参数 ω ，文献[3]使用的是BS模型。这些工作都没有计算振幅的QCD 单圈修正。

³ Z. Phys. C 62 (1994) 271.

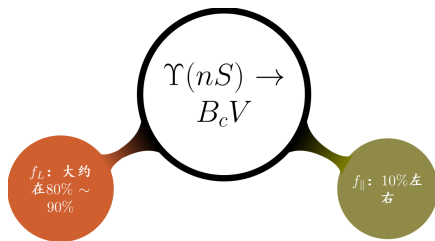
⁴ Adv. High Energy Phys. 2013 (2013) 706543.

⁵ J. Phys. G 44 (2017) no.4, 045004.

⁶ Nucl. Phys. B 909 (2016) 186.

- (i) 总的衰变宽度有, $\Gamma_{\text{tot}}^{\Upsilon(1S)} > \Gamma_{\text{tot}}^{\Upsilon(2S)} > \Gamma_{\text{tot}}^{\Upsilon(3S)}$; (ii) 质量有, $m_{\Upsilon(1S)} < m_{\Upsilon(2S)} < m_{\Upsilon(3S)}$, 末态相空间随着径向量子数 n 的增加而增加。由以上原因导致明显的等级关系:
 $\mathcal{B}(\Upsilon(1S) \rightarrow B_c V) < \mathcal{B}(\Upsilon(2S) \rightarrow B_c V) < \mathcal{B}(\Upsilon(3S) \rightarrow B_c V)$.
- 为了避免形状因子的影响, 我们定义了一个比值关系,
$$R_V \equiv \frac{\Gamma(\Upsilon(nS) \rightarrow B_c V)}{d\Gamma(\Upsilon(nS) \rightarrow B_c \ell \bar{\nu}_\ell)/dq^2|_{q^2=m_V^2}} \simeq 6\pi^2 f_V^2 |V_{uq}|^2 |\alpha_1|^2, \text{ 比值为 } R_V \simeq 2.91 \text{GeV}^2.$$

衰变道	本文	文献[2]	衰变道	本文	文献[2]
$\Upsilon(1S) \rightarrow B_c \rho$	$86.5^{+0.6}_{-0.6}$	82	$\Upsilon(1S) \rightarrow B_c K^*$	$83.0^{+0.7}_{-0.7}$	76
	$11.1^{+0.3}_{-0.3}$	—		$14.1^{+0.4}_{-0.4}$	—
$\Upsilon(2S) \rightarrow B_c \rho$	$89.6^{+0.4}_{-0.4}$	—	$\Upsilon(2S) \rightarrow B_c K^*$	$86.8^{+0.5}_{-0.5}$	—
	$8.5^{+0.3}_{-0.3}$	—		$10.9^{+0.4}_{-0.4}$	—
$\Upsilon(3S) \rightarrow B_c \rho$	$90.2^{+0.4}_{-0.4}$	—	$\Upsilon(3S) \rightarrow B_c K^*$	$87.5^{+0.4}_{-0.5}$	—
	$8.1^{+0.2}_{-0.2}$	—		$10.3^{+0.3}_{-0.3}$	—



3.4 小结

- 在QCD因子化框架下计算了 $\Upsilon(nS) \rightarrow B_c \rho$ 和 $B_c K^*$ 纵向振幅和横向振幅的NLO QCD修正，首次给出了完整形式的振幅以及分支比等物理可观测量。
- 尽管这些衰变是被纵向振幅主导的，但是在整个贡献中幂次压低的横向修正依然占了10% 左右的比重，这也表明横向振幅的贡献是不可忽略的。
- 利用一些有用的比值关系，例如 R_V ，能够有效地降低理论不确定度。

$B_{u,d,s} \rightarrow SM \ (M = P, V)$ 衰变的研究

4.1 研究动机

- 国际上首次观测到 B_s 介子到一个标量末态的衰变：

$$\mathcal{B}(B_s^0 \rightarrow K_0^*(1430)^+ K^- + c.c.) = (31.3 \pm 2.3 \pm 0.7 \pm 25.1 \pm 3.3) \times 10^{-6},$$

$$\mathcal{B}(B_s^0 \rightarrow \bar{K}_0^*(1430)^0 K^0 + c.c.) = (33.0 \pm 2.5 \pm 0.9 \pm 9.1 \pm 3.5) \times 10^{-6}.$$

- 对 $B \rightarrow SM$ 衰变的精确计算及唯象分析不仅有助于理论上研究标量粒子的性质，且在寻找 $B \rightarrow SM$ 衰变过程中可能存在的反常现象以及新物理的间接信号等方面具有重要的科学意义。

4.2 理论框架

以 $\bar{B}_s^0 \rightarrow \bar{K}_0^{*0}(1430) K^0$ 为例:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{A}_{\bar{B}_s^0 \rightarrow \bar{K}_0^{*0}(1430) K^0} &= B_{K_0^* K} [b_4^p - \frac{1}{2} b_{4,EW}^p] + A_{K K_0^*} [\alpha_4^p - \frac{1}{2} \alpha_{4,EW}^p + \beta_3^p + \beta_4^p - \frac{1}{2} \beta_{3,EW}^p - \frac{1}{2} \beta_{4,EW}^p] \\
 &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sum_{p=u,c} \lambda_p^{(s)} \left\{ \left((a_4^p - \gamma_{\chi}^{\bar{K}_0^{*0}} a_6^p) - \frac{1}{2} (a_{10}^p - \gamma_{\chi}^{\bar{K}_0^{*0}} a_8^p) \right)_{K K_0^*} \right. \\
 &\quad \times f_{\bar{K}_0^{*0}} F_0^{B_s K} (m_{K_0^*}^2) (m_B^2 - m_{K^0}^2) + f_{B_s} f_{\bar{K}_0^{*0}} f_K \left((b_4^p - \frac{1}{2} b_{4,EW}^p)_{K_0^* K} \right. \\
 &\quad \left. \left. + (b_3^p + b_4^p - \frac{1}{2} b_{3,EW}^p - \frac{1}{2} b_{4,EW}^p)_{K K_0^*} \right) \right\}, \tag{33}
 \end{aligned}$$

• 有效系数:

$$\begin{aligned}
 a_i^p(M_1 M_2) &= \left(C_i + \frac{C_{i\pm 1}}{N_c} \right) N_i(M_2) \\
 &\quad + \frac{C_{i\pm 1}}{N_c} \frac{C_F \alpha_s}{4\pi} \left[V_i(M_2) + \frac{4\pi^2}{N_c} H_i(M_1 M_2) \right] + P_i^p(M_2), \tag{34}
 \end{aligned}$$

- $V_i(M_2)$ 和 $P_i(M_2)$ 在 $B \rightarrow SP$ 和 SV 衰变中的表达式分别跟 $B \rightarrow PP$ 和 PV 一样。
- 硬旁观者散射和湮灭图的表达式在郑海扬老师的文章中已经详细给出⁷, 关于 $B \rightarrow SP$ 的湮灭图部分中的一些结果我们也进行了修正⁸。
- 介子的分布振幅:
twist-2,

$$\begin{aligned}\Phi_M(x, \mu) &= f_M 6x(1-x) \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n^M(\mu) C_n^{3/2}(2x-1) \right], \\ \Phi_S(x, \mu) &= f_S 6x(1-x) \left[1 + \bar{\mu}_S \sum_{m=1}^{\infty} b_m^S(\mu) C_m^{3/2}(2x-1) \right].\end{aligned}\quad (35)$$

twist-3,

$$\begin{aligned}\phi_{P,S} &= 1, \\ \phi_V(x, \mu) &\equiv \int_0^x dv \frac{\Phi_{\perp}(v)}{\bar{v}} - \int_x^1 \frac{\Phi_{\perp}(v)}{v} = 3 \sum_{n=0}^{\infty} a_{n,\perp}^V(\mu) P_{n+1}(2x-1).\end{aligned}\quad (36)$$

⁷Phys. Rev. D 73 (2006) 014017; Phys. Rev. D 77 (2008) 014034.

⁸ $b_4^p : A_2^f \rightarrow A_2^i$; $b_{3,EW}^p : A_3^i \rightarrow A_3^f$.

● 湮灭图修正

$$A_1^i(PS) \approx 2\pi\alpha_s \left\{ 9 \left[a_0(X_A - 4 + \frac{\pi^2}{3}) + a_1(3X_A + 4 - \pi^2) + a_2(6X_A - \frac{107}{3} + 2\pi^2) \right. \right. \\ \left. \left. + a_3(10X_A + \frac{23}{18} - \frac{10}{3}\pi^2) \right] - \gamma_\chi^P \gamma_\chi^S X_A^2 \right\}, \quad (37)$$

$$A_2^i(PS) \approx 2\pi\alpha_s \left\{ -9 \left[a_0(X_A - 4 + \frac{\pi^2}{3}) + a_1(X_A + 29 - 3\pi^2) + a_2(X_A - 119 + 12\pi^2) \right. \right. \\ \left. \left. + a_3(X_A + \frac{2956}{9} - \frac{100}{3}\pi^2) \right] + \gamma_\chi^P \gamma_\chi^S X_A^2 \right\}, \quad (38)$$

$$A_3^i(PS) \approx 6\pi\alpha_s \left\{ \gamma_\chi^P \left[a_0(X_A^2 - 2X_A + \frac{\pi^2}{3}) + 3a_1(X_A^2 - 4X_A + 4 + \frac{\pi^2}{3}) \right. \right. \\ \left. \left. + 6a_2(X_A^2 - \frac{16}{3}X_A + \frac{15}{2} + \frac{\pi^2}{3}) + 10a_3(X_A^2 - \frac{19}{3}X_A + \frac{191}{18} + \frac{\pi^2}{3}) \right] \right. \\ \left. + \gamma_\chi^S(X_A^2 - 2X_A + \frac{\pi^2}{3}) \right\}, \quad (39)$$

$$A_3^f(PS) \approx 6\pi\alpha_s X_A \left\{ \gamma_\chi^P \left[a_0(2X_A - 1) + a_1(6X_A - 11) + a_2(12X_A - 31) \right. \right. \\ \left. \left. + a_3(20X_A - \frac{187}{3}) \right] - \gamma_\chi^S(2X_A - 1) \right\} \quad (40)$$

$$A_1^i(SP) = A_2^i(PS), \ A_2^i(SP) = A_1^i(PS), \ A_3^i(SP) = -A_3^i(PS), \ A_3^f(SP) = A_3^f(PS)$$

$$A_1^i(SP) = -A_2^i(PS), \ A_2^i(SP) = -A_1^i(PS), \ A_3^i(SP) = A_3^i(PS), \ A_3^f(SP) = -A_3^f(PS)$$

$$A_1^i(VS) \approx 6\pi\alpha_s \left\{ 3 \left[a_0(X_A - 4 + \frac{\pi^2}{3}) + a_1(3X_A + 4 - \pi^2) + a_2(6X_A - \frac{107}{3} + 2\pi^2) \right. \right. \\ \left. \left. + a_3(10X_A + \frac{23}{18} - \frac{10}{3}\pi^2) \right] - \gamma_\chi^V \gamma_\chi^S X_A (X_A - 2) \right\}, \quad (41)$$

$$A_2^i(VS) \approx 6\pi\alpha_s \left\{ 3 \left[a_0(X_A - 4 + \frac{\pi^2}{3}) + a_1(X_A + 29 - 3\pi^2) + a_2(X_A - 119 + 12\pi^2) \right. \right. \\ \left. \left. + a_3(X_A + \frac{2956}{9} - \frac{100}{3}\pi^2) \right] - \gamma_\chi^V \gamma_\chi^S X_A (X_A - 2) \right\}, \quad (42)$$

$$A_3^i(VS) \approx 6\pi\alpha_s \left\{ -\gamma_\chi^V \left[3a_0(X_A^2 - 2X_A + 4 - \frac{\pi^2}{3}) + 9a_1(X_A^2 - 4X_A - 4 + \pi^2) \right. \right. \\ \left. \left. + 3a_2(6X_A^2 - 32X_A + 79 - 2\pi^2) + 10a_3(3X_A^2 - 19X_A + \frac{61}{6} + 3\pi^2) \right] \right. \\ \left. - \gamma_\chi^S (X_A^2 - 2X_A + \frac{\pi^2}{3}) \right\}, \quad (43)$$

$$A_3^f(VS) \approx 6\pi\alpha_s \left\{ -3\gamma_\chi^V (X_A - 2) \left[a_0(2X_A - 1) + a_1(6X_A - 11) + a_2(12X_A - 31) \right. \right. \\ \left. \left. + a_3(20X_A - \frac{187}{3}) \right] + \gamma_\chi^S X_A (2X_A - 1) \right\} \quad (44)$$

$$A_1^i(SV) = -A_2^i(VS), \ A_2^i(SV) = -A_1^i(VS), \ A_3^i(SV) = A_3^i(VS), \ A_3^f(SV) = -A_3^f(VS)$$

$$A_1^i(SV) = A_2^i(VS), \ A_2^i(SV) = A_1^i(VS), \ A_3^i(SV) = -A_3^i(VS), \ A_3^f(SV) = A_3^f(VS)$$

-

$$X_H = \ln \left(\frac{m_B}{\Lambda_h} \right) (1 + \rho_H e^{i\phi_H}), \quad X_A = \ln \left(\frac{m_B}{\Lambda_h} \right) (1 + \rho_A e^{i\phi_A}). \quad (45)$$

标量粒子的衰变常数和形状因子:

- 衰变常数:

$$\langle S(p) | \bar{q} \gamma^\mu q | 0 \rangle = f_S p_\mu, \quad \langle S(p) | \bar{q} q | 0 \rangle = f_S \bar{\mu}_S = M_S \bar{f}_S.$$

其中, $\bar{f}_S = \bar{\mu}_S f_S = \frac{\mu_S}{M_S} f_S = \frac{M_S}{m_1(\mu) - m_2(\mu)} f_S$.

- 形状因子:

$$\begin{aligned} \langle S(p'') | \bar{q}'' \gamma_\mu \gamma_5 b | B(p') \rangle = & -i \left[\left(P_\mu - \frac{m_B^2 - m_S^2}{q^2} q_\mu \right) U_1^{BS}(q^2) \right. \\ & \left. + \frac{m_B^2 - m_S^2}{q^2} q_\mu U_0^{BS}(q^2) \right]. \end{aligned}$$

- 关于标量粒子的衰变常数和形状因子, 我们统一采用CLFQM 给出衰变过程中用到的相关数值。

4.3 数值结果与分析

根据标量粒子质量的大小可以将它们分成两类：

- 质量 $< 1\text{GeV}$ (比如: $a_0(980), f_0(980), \kappa/K_0^*(700)$ 等) ;
- 质量 $> 1\text{GeV}$ (比如: $a_0(1450), f_0(1370), K_0^*(1430)$ 等) ;

在两种方案下对标量粒子的结构性质进行分析：

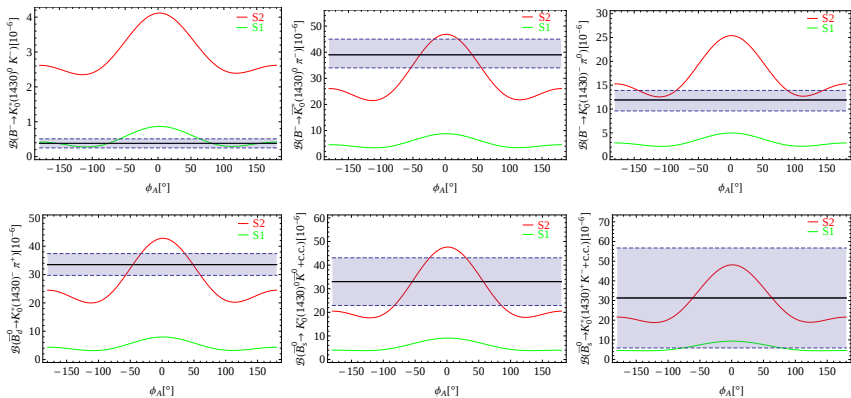
- SI方案：将前者看作 $q\bar{q}$ 基态，后者看作 $q\bar{q}$ 激发态；
- SII方案：将前者看作 $qq\bar{q}\bar{q}$ 态，后者看作 $q\bar{q}$ 基态。

$$B_q^* \rightarrow D_q^* V$$

$$\Upsilon(nS) \rightarrow B_c V$$

$$B_{u,d,s} \rightarrow SM \ (M = P, V)$$

$$B_{u,d,s} \rightarrow K_0^*(1430) P$$

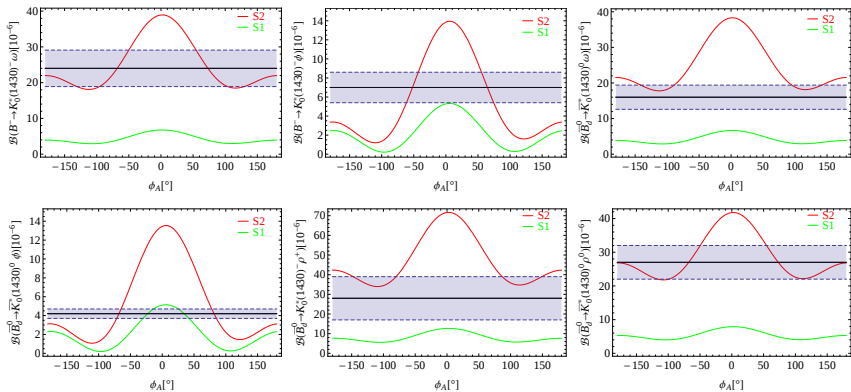


$$B_q^* \rightarrow D_q^* V$$

$$\Upsilon(nS) \rightarrow B_c V$$

$$B_{u,d,s} \rightarrow SM \ (M = P, V)$$

$$B_{u,d,s} \rightarrow K_0^*(1430) V$$



$$B_q^* \rightarrow D_q^* V$$

$$\Upsilon(nS) \rightarrow B_c V$$

$$B_{u,d,s} \rightarrow SM \ (M = P, V)$$

衰变道	S2	S1	QCDF(S2)	pQCD(S2)	HFAG.
$B^- \rightarrow K_0^{*-} K^0$	$0.08^{+0.00+0.01+0.03}_{-0.00-0.02-0.03}$	0.06	$0.11^{+0.05}_{-0.04}$	0.38 ± 0.22	
$B^- \rightarrow K_0^{*0} K^-$	$3.19^{+0.18+0.36+1.73}_{-0.14-0.62-1.39}$	0.54	$3.37^{+1.03}_{-0.85}$	3.99 ± 1.38	0.38 ± 0.13
$B^- \rightarrow \bar{K}_0^{*0} \pi^-$	$33.37^{+1.48+4.28+18.52}_{-1.04-7.29-14.95}$	5.85	$12.9^{+4.6}_{-3.7}$	$47.6^{+11.3}_{-10.1}$	39^{+6}_{-5}
$B^- \rightarrow K_0^{*-} \pi^0$	$18.42^{+0.82+2.18+9.52}_{-0.58-3.73-7.80}$	3.41	$7.4^{+2.4}_{-1.9}$	36.6 ± 11.3 $28.8^{+6.8}_{-6.1}$ 12.7 ± 4.2	$11.9^{+2.0}_{-2.3}$
$\bar{B}_d^0 \rightarrow \bar{K}_0^{*0} K^0$	$0.08^{+0.00+0.01+0.04}_{-0.00-0.02-0.03}$	0.06	$0.24^{+0.12}_{-0.09}$	0.49 ± 0.33	
$\bar{B}_d^0 \rightarrow K_0^{*0} \bar{K}^0$	$2.97^{+0.16+0.33+1.61}_{-0.13-0.57-1.29}$	0.50	$4.05^{+1.34}_{-1.08}$	4.61 ± 1.50	
$\bar{B}_d^0 \rightarrow K_0^{*-} K^+$	$0.08^{+0.01+0.02+0.04}_{-0.01-0.02-0.03}$	0.02	$0.11^{+0.07}_{-0.05}$	0.09 ± 0.06	
$\bar{B}_d^0 \rightarrow K_0^{*+} K^-$	$0.09^{+0.01+0.02+0.05}_{-0.01-0.03-0.04}$	0.05	$0.06^{+0.05}_{-0.03}$	0.62 ± 0.40	
$\bar{B}_d^0 \rightarrow K_0^{*-} \pi^+$	$30.55^{+1.36+3.85+16.97}_{-0.97-6.56-13.70}$	5.31	$13.8^{+4.5}_{-3.6}$	$43.0^{+10.2}_{-9.1}$ 33.4 ± 10.2	$33.5^{+3.9}_{-3.8}$
$\bar{B}_d^0 \rightarrow \bar{K}_0^{*0} \pi^0$	$13.78^{+0.61+1.89+8.24}_{-0.44-3.20-6.54}$	2.26	$5.6^{+2.6}_{-1.3}$	$18.4^{+4.4}_{-3.9}$ 22.4 ± 6.6	
$\bar{B}_s^0 \rightarrow \bar{K}_0^{*0} K^0 + c.c.$	$33.46^{+1.48+4.26+16.81}_{-0.93-6.37-13.32}$	5.40			33.0 ± 10.1
$\bar{B}_s^0 \rightarrow K_0^{*-} K^+ + c.c.$	$33.82^{+1.51+4.21+16.82}_{-1.08-7.15-13.58}$	5.37			31.3 ± 25.4
$\bar{B}_s^0 \rightarrow K_0^{*+} \pi^-$	$6.41^{+0.49+0.04+1.22}_{-0.44-0.02-1.14}$	4.51		$37.0^{+14.0}_{-10.0}$	
$\bar{B}_s^0 \rightarrow K_0^{*0} \pi^0$	$0.70^{+0.05+0.07+0.31}_{-0.04-0.12-0.26}$	0.21		$0.41^{+0.10}_{-0.07}$	

- 第一个理论误差来自CKM 参数, 第二个误差来自夸克质量, 第三个误差来自衰变常数, 形状因子和盖根保尔矩。
- 纯湮灭中性衰变过程, $\bar{B}_d^0 \rightarrow K_0^{*}(1430)^- K^+$ 只与非因子化湮灭参数 X_A^i 有关, 由于同位旋对称, 因子化湮灭参数消失了, 这与pQCD的结果是一致的。



$$\begin{aligned} \mathcal{A}^{NF+V+P}(B^- \rightarrow K_0^*(1430)^0 K^-) &\propto (a_4^u - \gamma_{\chi}^{K_0^{*0}} a_6^u) \cdot f_{K_0^{*0}} F_0^{BK}(m_B^2 - m_K^2) \\ &= 0.24 + 0.08i, \end{aligned} \quad (46)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}^{NF+V+P}(B^- \rightarrow K_0^*(1430)^- K^0) &\propto (a_4^u - \gamma_{\chi}^{K^0} a_6^u) \cdot f_K U_0^{BK_0^*}(m_B^2 - m_{K_0^*}^2) \\ &= 0.03 + 0.01i. \end{aligned} \quad (47)$$

$$B_q^* \rightarrow D_q^* V$$

$$\Upsilon(nS) \rightarrow B_c V$$

$$B_{u,d,s} \rightarrow SM \ (M = P, V)$$

衰变道	S2	S1	QCDF(S2)	pQCD(S2)	HFAG
$B^- \rightarrow K_0^{*-} K^{*0}$	$0.24^{+0.01+0.01+0.05}_{-0.01-0.01-0.04}$	0.07	$0.01^{+0.01}_{-0.01}$	$1.3^{+0.5}_{-0.3}$	
$B^- \rightarrow K_0^{*0} K^{*-}$	$2.48^{+0.14+0.30+1.38}_{-0.11-0.52-1.12}$	0.43	$2.17^{+0.55}_{-0.47}$	$1.5^{+0.5}_{-0.3}$	
$B^- \rightarrow \bar{K}_0^{*0} \rho^-$	$51.81^{+2.29+5.64+28.39}_{-1.62-9.71-22.86}$	8.66	$39.0^{+34.5}_{-35.8}$	$12.1^{+2.8}_{-0.0}$	
$B^- \rightarrow K_0^{*-} \rho^0$	$20.99^{+0.93+2.55+12.72}_{-0.66-4.35-10.02}$	3.15	$14.8^{+3.7}_{-3.2}$	$8.4^{+2.3}_{-0.0}$	
$B^- \rightarrow K_0^{*-} \omega$	$25.08^{+1.11+2.82+13.98}_{-0.78-4.84-11.20}$	4.11	$21.5^{+5.8}_{-4.9}$	$7.4^{+2.1}_{-1.5}$	24.0 ± 5.1
$B^- \rightarrow K_0^{*-} \phi$	$4.97^{+0.22+0.21+1.08}_{-0.16-0.37-0.96}$	1.29	$3.80^{+0.7}_{-0.6}$	$25.6^{+6.2}_{-5.4}$	7.0 ± 1.6
$\bar{B}_d^0 \rightarrow \bar{K}_0^{*0} K^{*0}$	$0.22^{+0.01+0.01+0.05}_{-0.01-0.01-0.04}$	0.06			< 3.3
$\bar{B}_d^0 \rightarrow K_0^{*0} \bar{K}^{*0}$	$2.30^{+0.13+0.28+1.28}_{-0.10-0.48-1.03}$	0.39	$2.01^{+0.54}_{-0.45}$		
$\bar{B}_d^0 \rightarrow K_0^{*-} K^{*+}$	$0.03^{+0.00+0.00+0.02}_{-0.00-0.00-0.01}$	0.01	$0.18^{+0.13}_{-0.08}$		
$\bar{B}_d^0 \rightarrow K_0^{*+} K^{*-}$	$0.04^{+0.00+0.00+0.03}_{-0.00-0.00-0.02}$	0.05	$0.01^{+0.01}_{-0.01}$		
$\bar{B}_d^0 \rightarrow K_0^{*-} \rho^+$	$45.92^{+2.03+5.05+25.14}_{-1.43-8.69-20.24}$	7.67	$36.3^{+8.5}_{-7.4}$	$10.5^{+2.7}_{-0.0}$	28.0 ± 11.0
$\bar{B}_d^0 \rightarrow \bar{K}_0^{*0} \rho^0$	$27.95^{+1.24+2.78+13.95}_{-0.87-4.82-11.45}$	5.10	$23.4^{+5.1}_{-4.5}$	$4.8^{+1.1}_{-0.0}$	27.0 ± 5.0
$\bar{B}_d^0 \rightarrow \bar{K}_0^{*0} \omega$	$24.71^{+1.10+2.74+13.76}_{-0.78-4.71-11.03}$	4.06	$21.9^{+5.9}_{-5.0}$	$9.3^{+2.1}_{-2.0}$	16.0 ± 3.4
$\bar{B}_d^0 \rightarrow \bar{K}_0^{*0} \phi$	$4.80^{+0.21+0.21+1.46}_{-0.15-0.38-1.18}$	1.25	$3.7^{+0.8}_{-0.6}$	$23.6^{+5.6}_{-5.0}$	4.2 ± 0.5
$\bar{B}_s^0 \rightarrow \bar{K}_0^{*0} K^{*0}$	$29.87^{+1.32+3.28+17.95}_{-0.93-5.64-14.51}$	5.08			
$\bar{B}_s^0 \rightarrow K_0^{*0} \bar{K}^{*0}$	$5.11^{+0.23+0.29+1.43}_{-0.16-0.50-1.17}$	2.15			
$\bar{B}_s^0 \rightarrow K_0^{*-} K^{*+}$	$28.39^{+1.26+3.15+17.04}_{-0.89-5.42-13.77}$	4.83			
$\bar{B}_s^0 \rightarrow K_0^{*+} K^{*-}$	$5.42^{+0.28+0.32+1.63}_{-0.21-0.56-1.34}$	2.17			
$\bar{B}_s^0 \rightarrow K_0^{*+} \rho^-$	$17.77^{+1.36+0.12+2.74}_{-1.22-0.07-2.56}$	12.57		108^{+25}_{-23}	
$\bar{B}_s^0 \rightarrow K_0^{*0} \rho^0$	$1.28^{+0.10+0.11+0.56}_{-0.09-0.20-0.46}$	0.35		$0.96^{+0.22}_{-0.20}$	
$\bar{B}_s^0 \rightarrow K_0^{*0} \omega$	$1.45^{+0.11+0.12+0.57}_{-0.10-0.20-0.48}$	0.44		$0.86^{+0.21}_{-0.18}$	
$\bar{B}_s^0 \rightarrow K_0^{*0} \phi$	$1.90^{+0.11+0.22+1.03}_{-0.08-0.38-0.84}$	0.35		$0.95^{+0.25}_{-0.17}$	

- 由于SU(3)味对称, $B^- \rightarrow \bar{K}_0^*(1430)\pi$ 和 $\bar{B}_d^0 \rightarrow K_0^*(1430)\pi$ 的振幅的比值,

$$\mathcal{A}(B^- \rightarrow \bar{K}_0^*(1430)^0 \pi^-) \simeq \mathcal{A}(\bar{B}_d^0 \rightarrow K_0^*(1430)^- \pi^+), \quad (48)$$

$$\mathcal{A}(B^- \rightarrow \bar{K}_0^*(1430)^- \pi^0) \simeq \mathcal{A}(\bar{B}_d^0 \rightarrow K_0^*(1430)^0 \pi^0). \quad (49)$$

若考虑衰变寿命, 会有以下关系,

$$R_{ud} = \frac{\mathcal{B}(B^- \rightarrow \bar{K}_0^*(1430)^0 \pi^- / \pi^0) \tau_{B^0}}{\mathcal{B}(\bar{B}_d^0 \rightarrow K_0^*(1430)^- \pi^+ / \pi^0) \tau_{B^-}} \approx 1, \quad (50)$$

从我们给出的分支比结果, 可以得到 $R_{ud} \approx 1.02/1.23$ 。

- 色允许树图过程 $\bar{B}_s^0 \rightarrow K_0^*(1430)^+ \pi^- / \rho^-$ 比 $\bar{B}_s^0 \rightarrow K_0^*(1430)^0 \pi^0 / \rho^0$ 的分支比大一个量级, 因为后者是色压低的过程。相比 $\bar{B}_s \rightarrow K \pi^9$, $\bar{B}_s \rightarrow K^+ \pi^- = (10.2_{-3.9}^{+4.5}) \times 10^{-6}$ 也比 $\bar{B}_s \rightarrow K^0 \pi^0 = (0.49_{-0.24}^{+0.28}) \times 10^{-6}$ 的过程大了一个量级。

⁹Nucl. Phys. B 675 (2003) 333.

4.4 小结

- 在S1和S2两种方案下，我们对 $B_{u,d,s} \rightarrow K_0^*(1430)P, K_0^*(1430)V$ 衰变的研究结果进行对比之后，可以看出S2 方案对 $K_0^*(1430)$ 的预言与实验更加一致，这说明或许 $K_0^*(1430)$ 由 $q\bar{q}$ 基态的假设是合理的。
- 目前实验上除了 $B_s \rightarrow \bar{K}_0^*(1430)^0 K^0 + c.c.$ 和 $B_s \rightarrow K_0^*(1430)^+ K^- + c.c.$ 之外，还没有其他的关于 $B_s \rightarrow K_0^*(1430)M \ (M = P, V)$ 的衰变被测量到，但是它们的分支比也都 $\gtrsim 10^{-6}$ ，有望被未来的实验测量到。

5 总结与展望

- 在NF框架下，我们对 $B^* \rightarrow D^* V$ 的衰变进行了研究，给出了相应的数值结果，并且对它的7个螺旋度振幅进行了分析。
- 在QCDF框架下对 $\Upsilon(nS) \rightarrow B_c V$ 和 $B_{u,d,s} \rightarrow K_0^*(1430)M$ 的衰变进行了研究，我们首次给出了 $\Upsilon(nS) \rightarrow B_c \rho$ 和 $B_c K^*$ 横向振幅的NLO QCD修正。
- 这些工作对我们今后理解b味介子弱衰变提供了很有意义的参考，并且关于 $B \rightarrow SM$ 理论和实验上的进展都为我们未来更好地研究和理解重味物理奠定了坚实的基础。

感谢各位专家批评指正！