

The Nature of Scalar Meson in QCD Sum Rule

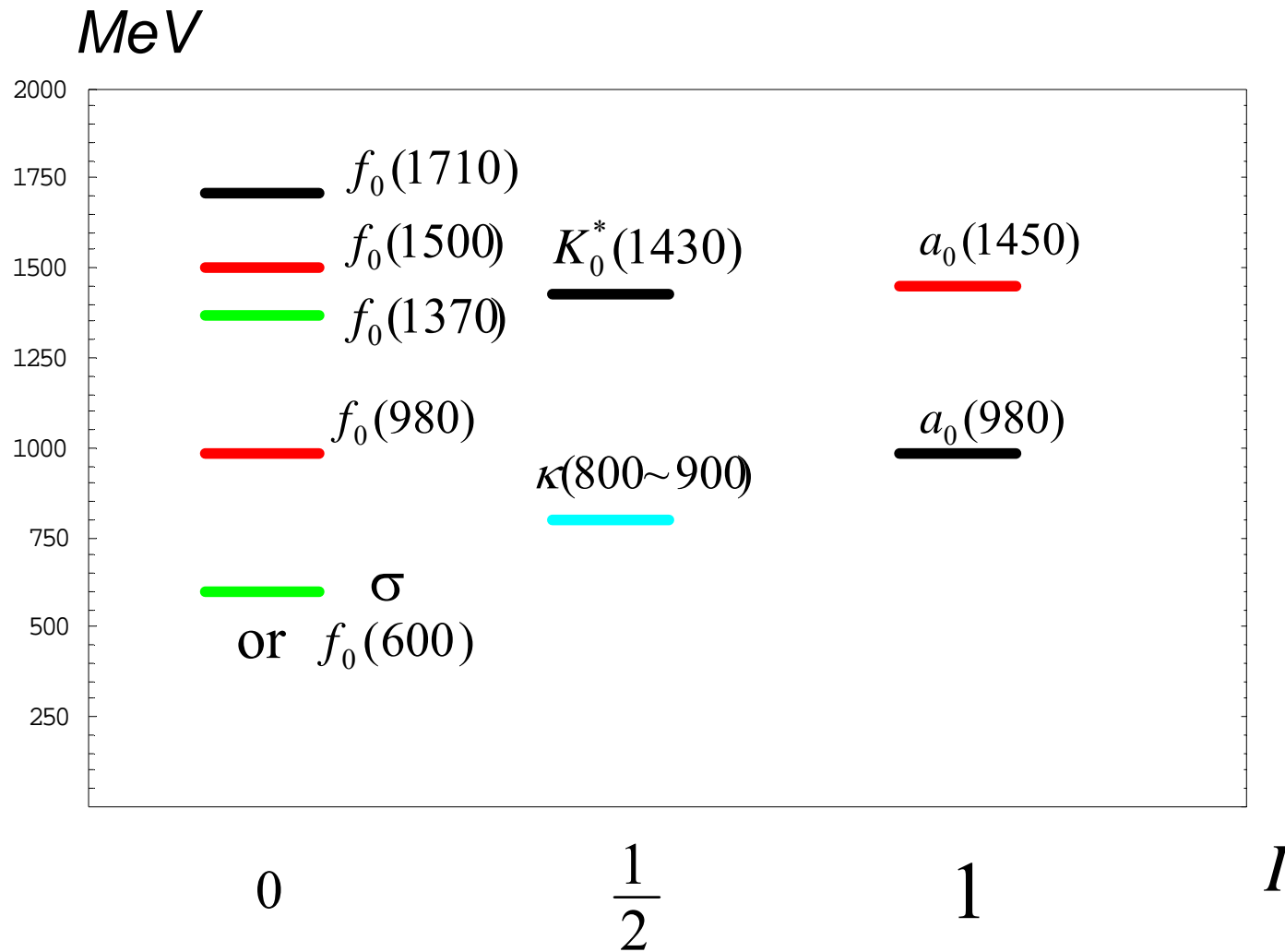
一、概述

- 强子是由夸克构成的，对于由正反夸克对构成的介子来说，依轨道角动量 l 和夸克总自旋 S 的不同，会形成不同的介子

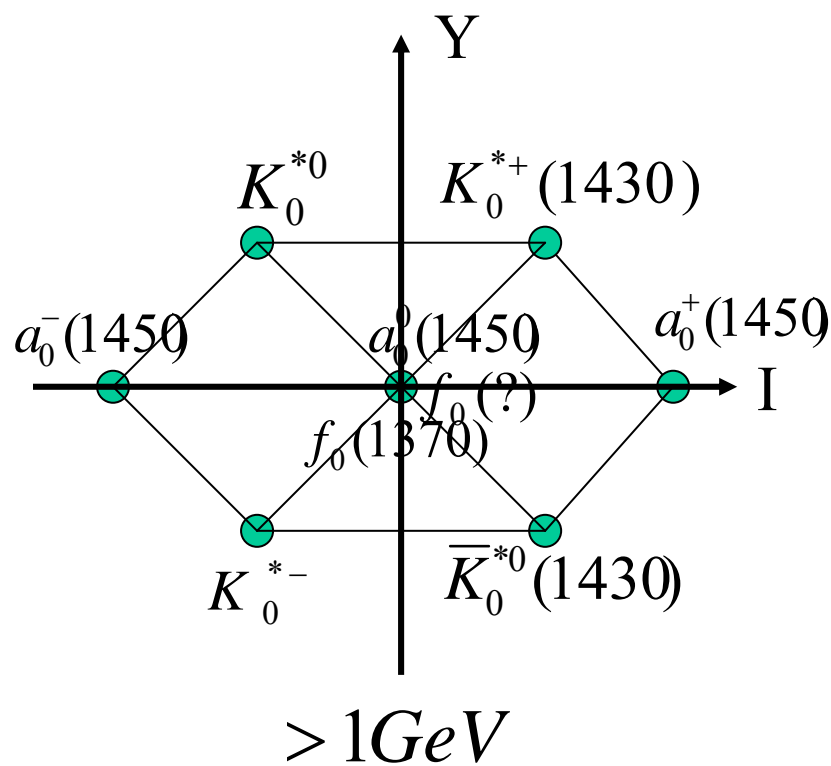
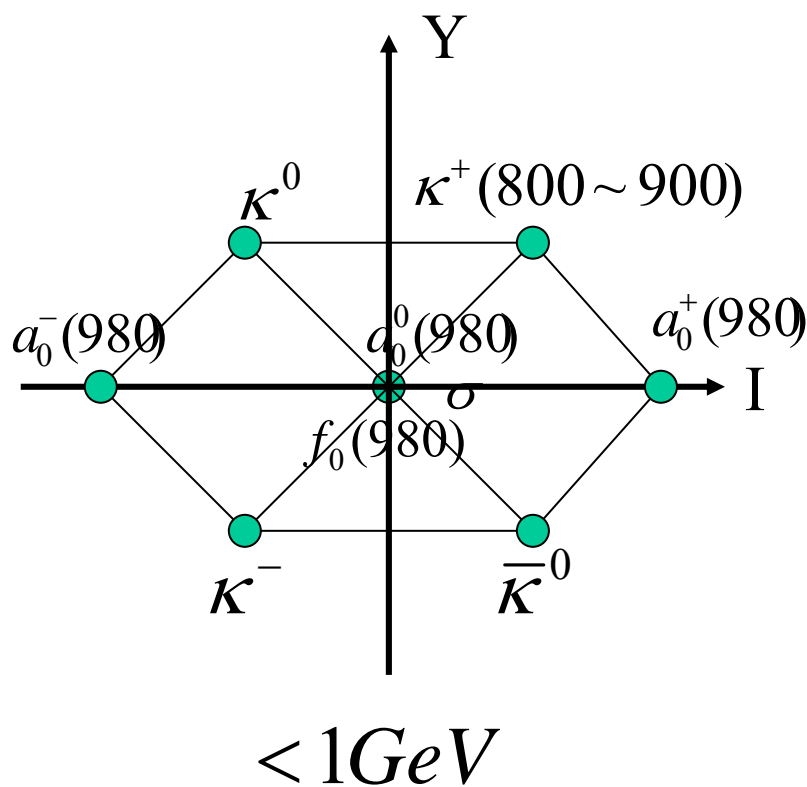
赝标量介子: $l = 0, S = 0, J^P = 0^-$

标量介子: $l = 1, S = 1, J^P = 0^+$

- 实验上所发现的标量介子 $J^P = 0^+$



- 从数量上看，这些标量介子不可能属于同一八重态（九重态）
- 它们应至少分属两个九重态



- 这些标量介子的成分是什么？
meson-meson molecular states?

$$qq\bar{q}\bar{q} ?$$

$$q\bar{q} ?$$

$$q\bar{q} + G ?$$

← Glueball

- 根据QCD及夸克模型，一定应有夸克-反夸克构成的标量介子九重态存在
- 质量最低的夸克-反夸克标量介子九重态在哪里？

$> 1\text{GeV}?$ or $< 1\text{GeV}?$

$K_0^*(1430)$

$a_0(1450)$

$f_0(1370)$

\vdots

$\kappa(800 \sim 900)$

$a_0(980)$

$f_0(980)$

σ

- 用QCD Sum Rule来研究由正反夸克对构成的标量介子的能谱，看一看正反夸克对构成的标量介子基态在哪里
- 对于 $Y=0, I_3=0$ 的 $q\bar{q}$ 态来说，因其与胶球有相同的量子数，所以 $q\bar{q}$ 可以与 G 混合
- $I=\frac{1}{2}$ 的态带有奇异数，不会与胶球混合
- 研究 $s\bar{q}$ 的标量束缚态质量谱无须考虑混合

D.S.Du, J.W.Li, **M.Z.Yang**, Phys.Lett.B.619(2005)105

二、质量谱的QCD求和规则

- 两点关联函数关联函数

$$\Pi(q^2) = i \int d^4x e^{iq \cdot x} \langle 0 | T \{ j(x) j^+(0) \} | 0 \rangle,$$

where $j(x) = \bar{s}(x)q(x)$, $j^+(0) = \bar{q}(0)s(0)$.

在关联函数中插入完备集 $\sum |n\rangle\langle n|$

$$\Pi^h(q^2) = \frac{1}{\pi} \int \frac{ds \hat{I}_m \Pi(s)}{s - q^2},$$

$$2\hat{I}_m \Pi(s) = \sum_n 2\pi \delta(s - m_n^2) \langle 0 | j(0) | n \rangle \langle n | j^+(0) | 0 \rangle.$$

- 定义标量介子S的衰变常数

标量介子质量

$$\langle 0|j(0)|S\rangle = m_S f_S,$$

- 于是关联函数可表示为

$$\Pi^h(q^2) = \frac{m_S^2 f_S^2}{m_S^2 - q^2} + \frac{1}{\pi} \int_{s^0}^{\infty} \frac{ds \rho^h(s)}{s - q^2},$$

高阶态和连续态的贡献

- 另一方面，关联函数通过算符乘积展开

$$\begin{aligned}
 \Pi^{\text{QCD}}(q^2) &= i \int d^4x e^{iq \cdot x} \langle 0 | T \{ j(x) j^+(0) \} | 0 \rangle \\
 &= C_0 I + C_3 \langle 0 | \bar{\Psi} \Psi | 0 \rangle + C_4 \langle 0 | G_{\alpha\beta}^a G^{a\alpha\beta} | 0 \rangle \\
 &\quad + C_5 \langle 0 | \bar{\Psi} \sigma_{\alpha\beta} T^a G^{a\alpha\beta} \Psi | 0 \rangle \\
 &\quad + C_6 \langle 0 | \bar{\Psi} \Gamma \Psi \bar{\Psi} \Gamma' \Psi | 0 \rangle + \dots,
 \end{aligned}$$

Wilson Coefficients

- 把关联函数按凝聚量纲由低到高重新表示为

$$\Pi^{\text{QCD}}(q^2) = \frac{1}{\pi} \int \frac{ds \rho^{\text{pert}}}{s - q^2} + \rho_3^{\text{nonp}} + \rho_4^{\text{nonp}} + \rho_5^{\text{nonp}} + \rho_6^{\text{nonp}} + \dots$$

凝聚的贡献

- 把两次计算的关联函数列等式

$$\Pi^h(q^2) = \Pi^{\text{QCD}}(q^2)$$

- 即

$$\begin{aligned} & \frac{m_S^2 f_S^2}{m_S^2 - q^2} + \frac{1}{\pi} \int_{s^0}^{\infty} \frac{ds \rho^h(s)}{s - q^2} \\ &= \frac{1}{\pi} \int \frac{ds \rho^{\text{pert}}}{s - q^2} + \rho_3^{\text{nonp}} + \rho_4^{\text{nonp}} + \rho_5^{\text{nonp}} + \rho_6^{\text{nonp}} + \dots \end{aligned}$$

- 高阶态和连续态的贡献近似为

$$\frac{1}{\pi} \int_{s^0}^{\infty} \frac{ds \rho^h(s)}{s - q^2} = \frac{1}{\pi} \int_{s^0}^{\infty} \frac{ds \rho^{\text{pert}}(s)}{s - q^2}$$

- Borel变换

$$\hat{B}_{|p^2, M^2} f(q^2) = \lim_{\substack{n \rightarrow \infty \\ q^2 \rightarrow -\infty \\ -q^2/n = M^2}} \frac{(-q^2)^n}{(n-1)!} \frac{\partial^n}{\partial (q^2)^n} f(q^2).$$



压低高量纲凝聚和连续态的贡献

- 质量和衰变常数的求和规则

$$m_S = \sqrt{\frac{R_1}{R_2}}, \quad f_S = \frac{1}{m_S} \sqrt{e^{m_S^2/M^2} R_2},$$

- 其中

$$R_1 = \frac{1}{\pi} \int_{(m_1+m_2)^2}^{s^0} ds s \rho^{\text{pert}}(s) e^{-s/M^2} + M^4 \left[\frac{\partial(M^2 \hat{B} \rho_3^{\text{nonp}})}{\partial M^2} \right] + M^4 \left[\frac{\partial(M^2 \hat{B} \rho_4^{\text{nonp}})}{\partial M^2} \right]$$

$$+ M^4 \left[\frac{\partial(M^2 \hat{B} \rho_5^{\text{nonp}})}{\partial M^2} \right] + M^4 \left[\frac{\partial(M^2 \hat{B} \rho_6^{\text{nonp}})}{\partial M^2} \right],$$

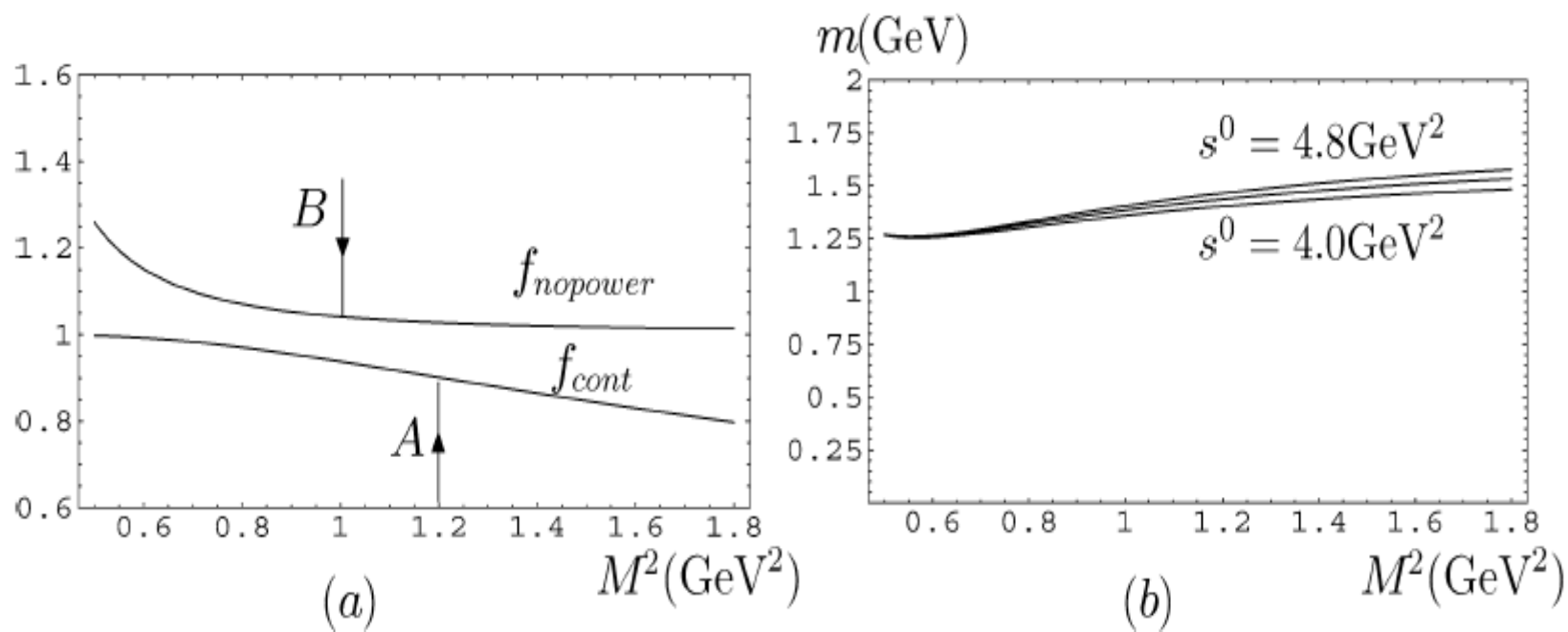
$$R_2 = \frac{1}{\pi} \int_{(m_1+m_2)^2}^{s^0} ds \rho^{\text{pert}}(s) e^{-s/M^2} + M^2 \hat{B} \rho_3^{\text{nonp}} + M^2 \hat{B} \rho_4^{\text{nonp}} + M^2 \hat{B} \rho_5^{\text{nonp}} + M^2 \hat{B} \rho_6^{\text{nonp}},$$

三、分析和讨论

- 域值 s^0 需要根据能否出现稳定的Borel参数平台来确定
- 当 s^0 较低时未在 $\kappa(800 \sim 900)$ 质量附近发现可靠的稳定平台，且此时连续态和高量纲算符的贡献太大

这说明夸克-反夸克的QCD求和规则无法与 $\kappa(800 \sim 900)$ 相容

- 当 $s^0 = 4.0\text{--}4.8 \text{ GeV}^2$ 时，发现存在稳定可靠的平台



- 此时高激发态和高量纲算符凝聚的贡献都在10%以下

- 域值 $s^0 = 4.0\text{--}4.8 \text{ GeV}^2$, Borel参数 $1.0 < M^2 < 1.2 \text{ GeV}^2$,
QCD求和规则的结果

$$m(s\bar{q}) = 1.410 \pm 0.049 \text{ GeV},$$

误差:

Borel参数: 1.8%

s^0 不确定性: 2.0%

α_s 高阶修正: 2.2%

凝聚参数变化: <0.6%

- 一方面正反夸克对的QCD求和规则不能与 $\kappa(800 \sim 900)$ 相容
- 另一方面, QCD求和规则给出的 $s\bar{q}$ 标量束缚态质量与 $K_0^*(1430)$ 一致
- 所以我们必须接受 $\kappa(800 \sim 900)$ 不是 $s\bar{q}$ 束缚态, $K_0^*(1430)$ 为 $s\bar{q}$ 标量束缚态的基态

- 检验①

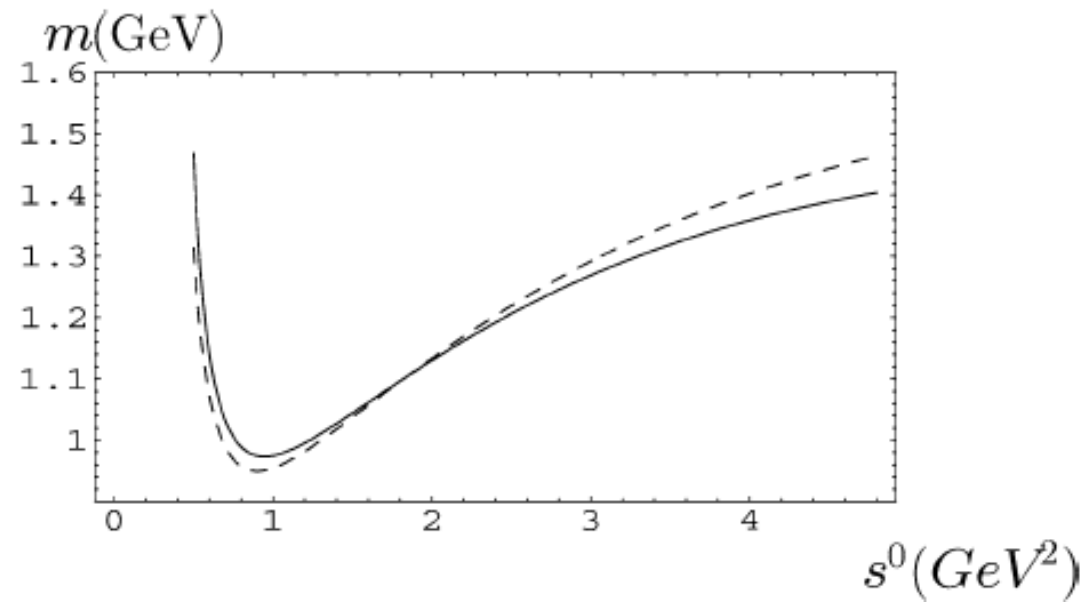
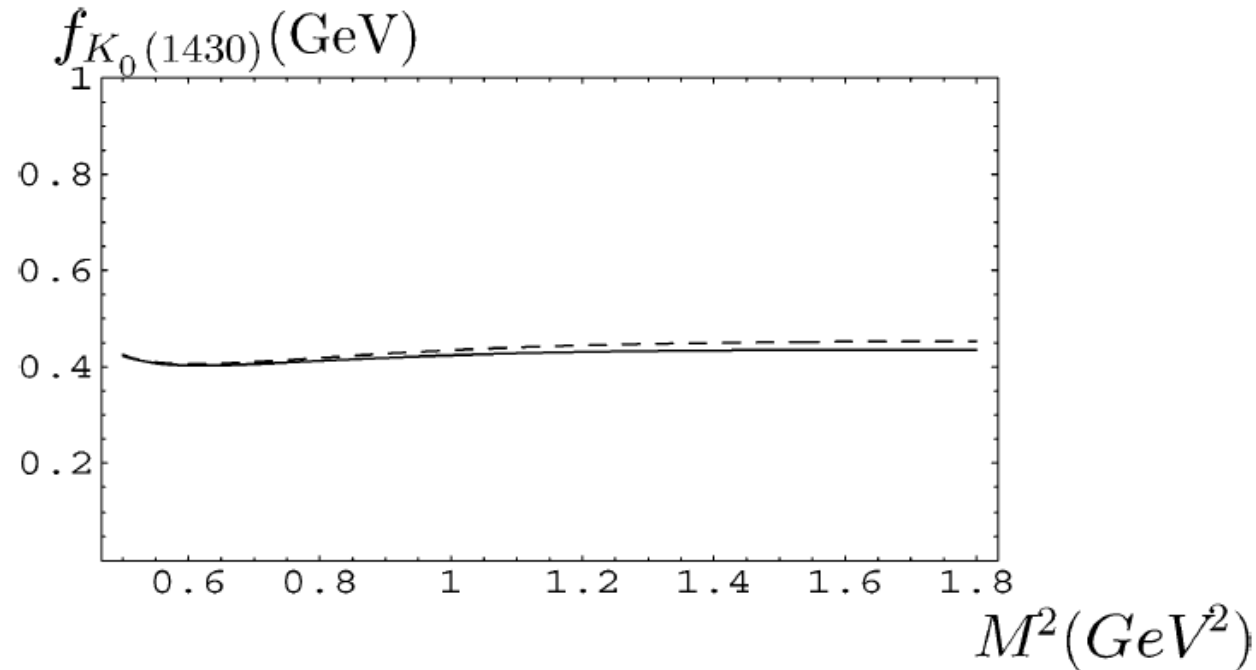


Fig. 3. The possible mass result by varving the value of the threshold s^0 .

The solid curve is for the Borel parameter $M^2 = 1.0$ GeV²,
dashed one for $M^2 = 1.2$ GeV².

$$m(s\bar{q}) > 960 \text{ MeV} \quad \text{而E791 } m_K = 797 \pm 19 \pm 42 \text{ MeV}$$

- Decay Constant



$$f(K_0^*(1430)) = 427 \pm 85 \text{ MeV.}$$

The variation of s^0 yields $\pm 30\%$ uncertainty for the decay constant, α_s correction gives $\pm 20\%$, the uncertainties caused by the condensate parameters and the variation of Borel parameter are less than 0.3% and 0.1%, respectively. All the uncertainties are added quadratically to give the error bar in the above result.

- 检验②

如果将 $\kappa(800 \sim 900)$ 和 $K_0^*(1430)$ 同时放入 $s\bar{q}$ 道的QCD求和规则中去作拟合, 则结果会变为

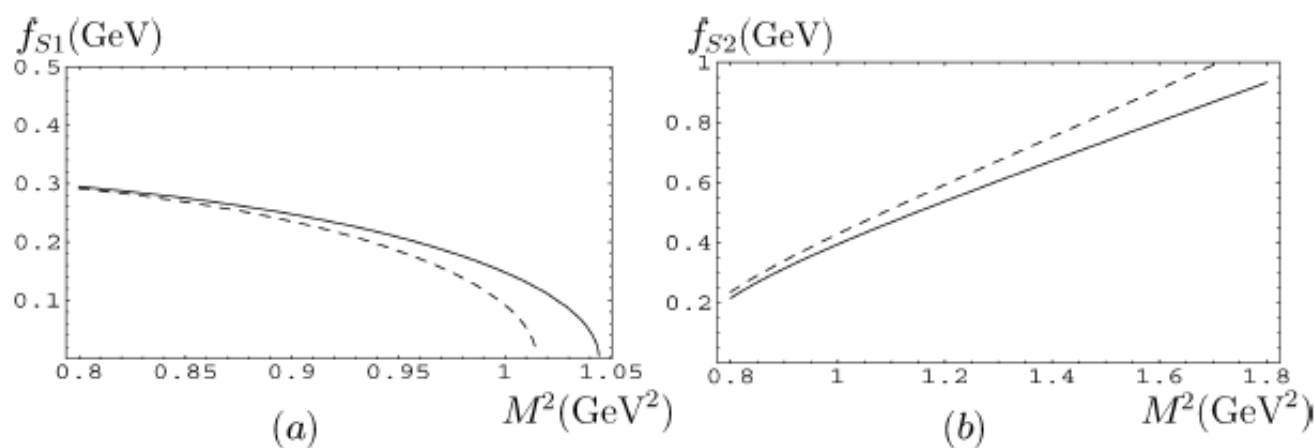


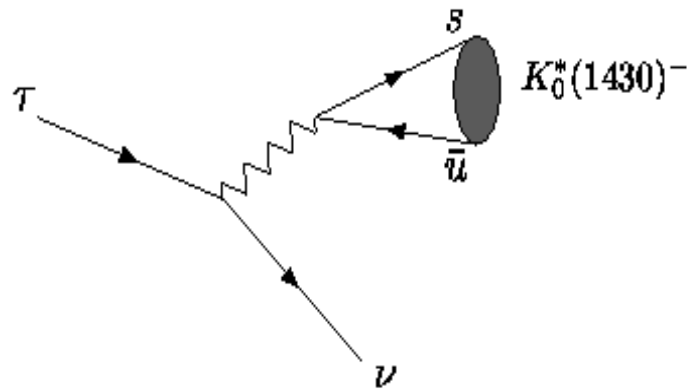
Fig. 5. The decay constants in two-resonance ansatz below 2 GeV. The solid curve is for $s^0 = 4.0$ GeV², and the dashed one for $s^0 = 4.8$ GeV². (a) The decay constant of the low resonance $\kappa(900)$. (b) The decay constant of the higher resonance $K_0^*(1430)$.

QCD Sum Rule 的分析表明：

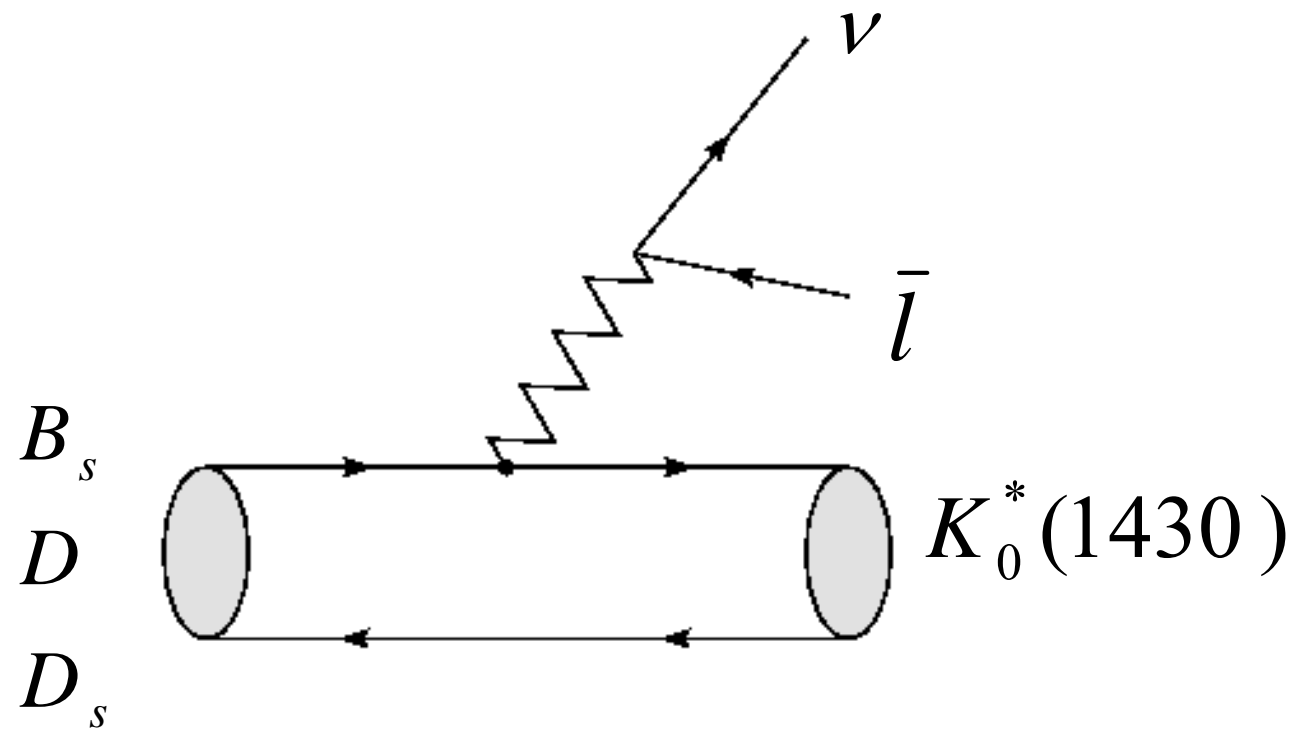
- $\kappa(800 \sim 900)$ 不是 $s\bar{q}$ 的标量束缚态
- $K_0^*(1430)$ 是 $s\bar{q}$ 标量束缚态的基态

一些可能的实验检验

τ 轻子, B和D介子的半轻子衰变



Feynman diagram for $\tau \rightarrow K_0^*(1430)\nu$



Decay Mode	Branching Ratio
$\tau \rightarrow K_0^*(1430)^- \nu_\tau$	$(7.9 \pm 3.1) \times 10^{-5}$
$B_s^0 \rightarrow K_0^*(1430)^- \bar{l} \nu$	$(4.8 \pm 2.2) \times 10^{-6}$
$D^0 \rightarrow K_0^*(1430)^- \bar{l} \nu$	$(3.2 \pm 0.7) \times 10^{-4}$
$D^+ \rightarrow \bar{K}_0^*(1430)^0 \bar{l} \nu$	$(8.2 \pm 1.7) \times 10^{-4}$
$D_s^+ \rightarrow K_0^*(1430)^0 \bar{l} \nu$	$(3.4 \pm 1.1) \times 10^{-5}$

M.Z. Yang, **Phys. Rev. D** **73**, 034027 (2006)

Summary

- QCD Sum Rule 的分析表明
 - 1) $\kappa(800 \sim 900)$ 不是 $s\bar{q}$ 的标量束缚态
 - 2) $K_0^*(1430)$ 是 $s\bar{q}$ 标量束缚态的基态
- 计算了在 τ 轻子, B和D介子的半轻子衰变中产生 $K_0^*(1430)$ 的分支比