华南师范大学
South China Normal University

基于量子计算的部分子结构和光锥分布振幅的研究

报告人: 李天胤 (from QUNU Collaboration)

华南师范大学

2022/8/10

目录

1. 研究动机
2. 量子计算背景知识
3. 国内外研究综述
4. 基于量子计算对强子部分子纵向结构的研究
5. 基于量子计算对强子光锥分布振幅 (LCDAs) 的研究
6. 总结和展望

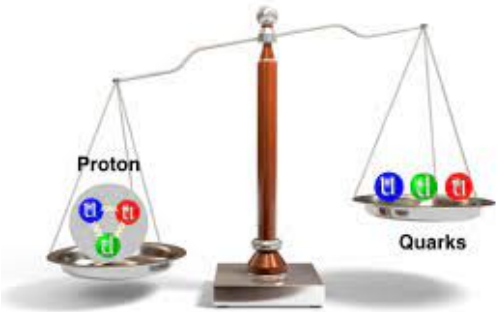
研究动机

人们认识质子的历史

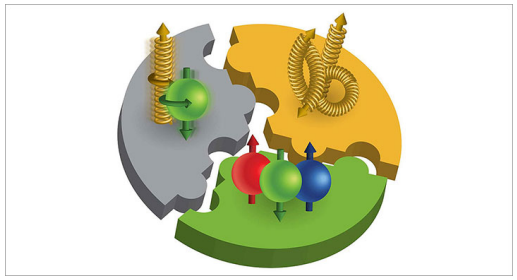
- 1919 年卢瑟福发现质子
- 1964 年盖尔曼提出质子的夸克模型
- 1969 年费曼提出质子的部分子模型
- ...

目前为止仍存在的问题

- 质子质量起源问题



- 质子自旋分解问题



- ...

研究动机

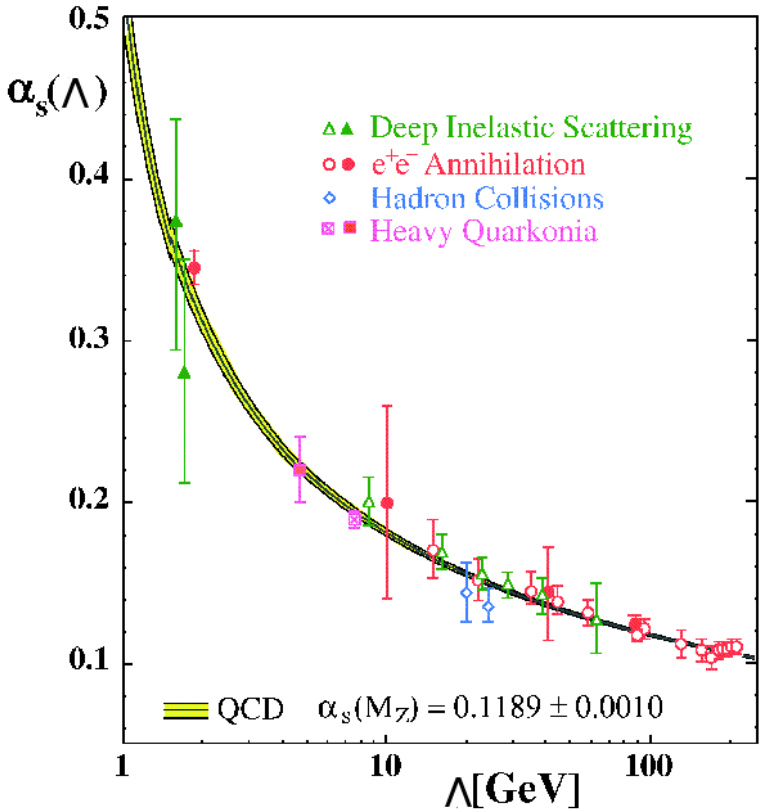


图 1: QCD 跑动耦合常数.[1]

- QCD 在低能标时是强耦合理论。
- 目前格点 QCD 是非微扰的重要方法，但仍有sign problem，无法模拟时间演化等问题。
- 我们需要新的方法，如量子计算的方法。

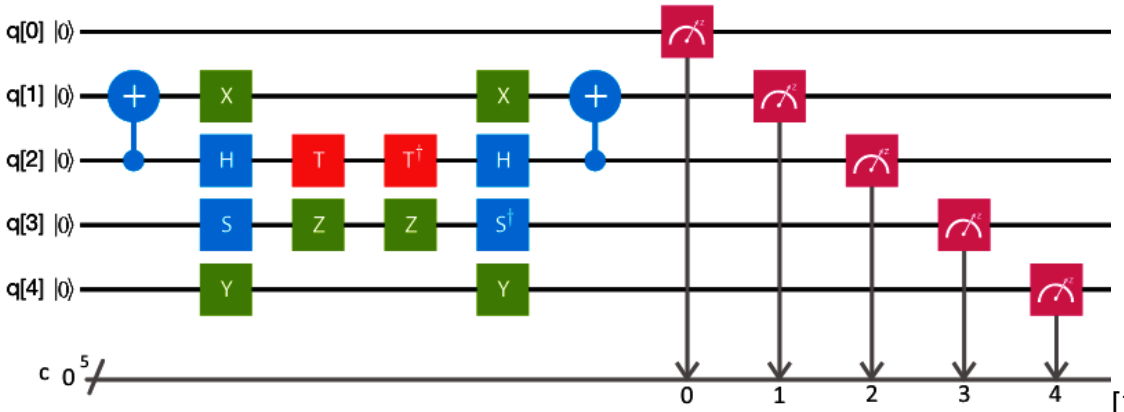
[1] S. Bethke, Prog.Part.Nucl.Phys. 58, 351 (2007), hep-ex/0606035.

量子计算背景知识

- 量子比特
  可把量子比特看作自旋, $|0\rangle$ 为自旋向上 $|1\rangle$ 为自旋向下。N 量子比特计算机的计算基矢为: $|i_1, ..., i_N\rangle$, $i_1, ..., i_N = 0, 1$.
- 量子门
  - 单量子比特门: 泡利算符 X, Y, Z , H 门
    $H|0\rangle(|1\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + (-)\,|1\rangle)...$
  - 两量子比特门: 控制非门或称控制 X ($CNOT$) 门:
    $CNOT\,|00\rangle\,(|01\rangle) = |00\rangle\,(|01\rangle)$, $CNOT\,|10\rangle\,(|11\rangle) = |11\rangle\,(|10\rangle)$
  - 单量子比特门和 CNOT 门为通用量子门。
  - 所有量子门都必须是幺正的。

量子计算背景知识

- 量子线路
  一个量子线路由初始输入态，一系列的量子门以及输出端的测量来组成。



[1]

- 测量。只需对 σ^z，进行多次测量。
- 量子计算机模拟粒子物理问题的优势: 轻松解决含时问题及符号问题(sign problem)!

[1] https://towardsdatascience.com/what-is-a-quantum-circuit-transpiler-ba9a7853e6f9

国内外研究综述

- Stephen P Jordan, Keith SM Lee, and John Preskill, "Quantum computation of scattering in scalar quantum field theories," arXiv preprint arXiv:1112.4833 (2011).

$$G_{\text{weak}} = \begin{cases} \left(\frac{1}{\varepsilon}\right)^{1.5+o(1)}, d=1 \\ \left(\frac{1}{\varepsilon}\right)^{2.376+o(1)}, d=2 \\ \left(\frac{1}{\varepsilon}\right)^{3.564+o(1)}, d=3 \end{cases} \tag{1}$$

- Henry Lamm, Scott Lawrence, Yukari Yamauchi, NuQS Collaboration, et al., "Parton physics on a quantum computer," Physical Review Research 2, 013272 (2020).

国内外研究综述

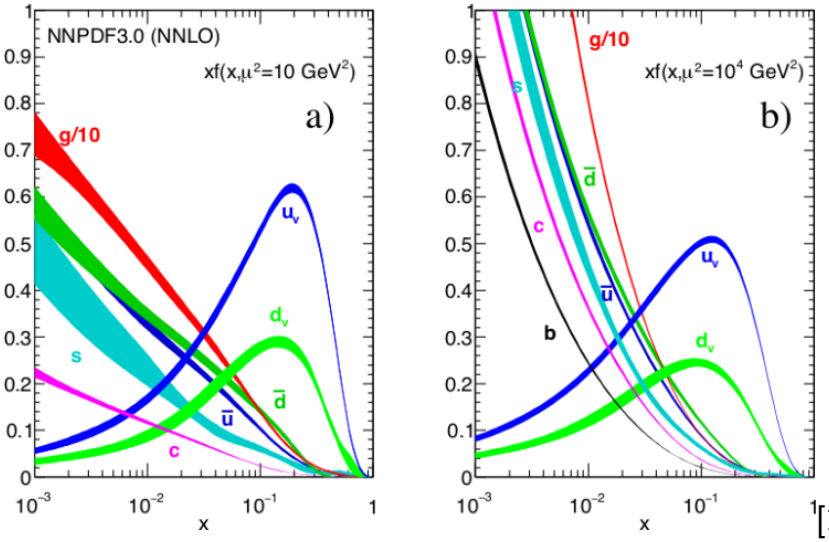
- Tianyin Li, Xingyu Guo, Wai Kin Lai, Xiaohui Liu, Enke Wang, Hongxi Xing, Dan-Bo Zhang, and Shi-Liang Zhu, "Partonic structure by quantum computing," Phys. Rev. D 105, L111502 (2022), arXiv:2106.03865 (2021).
- Christian W Bauer, Benjamin Nachman, and Marat Freytsis, "Simulating collider physics on quantum computers using effective field theories," Physical review letters 127, 212001 (2021).
- D.-B. Zhang, H. Xing, H. Yan, E. Wang, and S.-L. Zhu, Chin. Phys. B 30, 020306 (2021), arXiv:2011.014.
- C. W. Bauer et al., Quantum Simulation for High Energy Physics, 2204.03381.

基于量子计算对强子部分子纵向结构的研究

纵向非极化部分子分布函数

- 纵向非极化部分子分布函数 (PDFs)$f_{i/h}(x, Q^2)$ 被定义为在标度 Q^2 下，在强子 h 中找到一个部分子 i 且该部分子纵向动量占质子的纵向动量的份额为 x 的概率密度。
- PDFs 的算符定义 [2]：

$$f_{i/h}(x) = \int \frac{dy^-}{4\pi} e^{-ixP^+y^-} \langle h| \bar{\psi}(0, y^-)\gamma^+ W(y^-, 0)\psi(0,0) |h\rangle .$$



[1]

[1] http://nnpdf.mi.infn.it/nnpdf3-0/. [2] John Collins Foundations of perturbative QCD

如何获得 PDFs

- 通过对实验数据做全局分析可获得。
- 通过格点 QCD 的方法可获得，如 (LAMET).[1]
- 利用量子计算机模拟的方法得到。

[1] X. Ji, Phys. Rev. Lett. 110, 262002 (2013), arXiv:1305.1539

基于量子计算对强子部分子纵向结构的研究

NJL 模型

- NJL 模型的拉格朗日量 [1]

$$\mathscr{L} = \bar{\psi}_\alpha(i\gamma^\mu\partial_\mu - m_\alpha)\psi_\alpha + g(\bar{\psi}_\alpha\psi_\alpha)^2 \,, \tag{2}$$

- Staggered fermion 离散化 [2]+Jodarn-Wigner 变换 [3] 后的哈密顿量 $H = H_1 + ... + H_4$

$$\begin{aligned}
H_1 &= \sum_\alpha \sum_{n=\text{even}}^{\frac{N}{2}-1} \frac{1}{4}\left(\sigma^2_{\alpha,n}\sigma^1_{\alpha,n+1} - \sigma^1_{\alpha,n}\sigma^2_{\alpha,n+1}\right) \\
H_2 &= \sum_\alpha \sum_{n=\text{even}}^{\frac{N}{2}-1} \frac{g}{2}\,\sigma^3_{\alpha,n}\sigma^3_{\alpha,n+1} + \sum_{\alpha,\beta} H_{\text{int},\alpha\beta} \,, \\
H_3 &= H_1(n = \text{even} \to n = \text{odd}) + H_B \\
H_4 &= \sum_\alpha \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} \frac{m_\alpha}{2}(-1)^n(I - \sigma^3_{\alpha,n}) - \frac{g}{2}(I - \sigma^3_{\alpha,n}) \,,
\end{aligned} \tag{3}$$

[1] Y. Nambu and G. Jona-Lasinio, Phys. Rev. 122, 345 (1961). [2] John B. Kogut, The lattice gauge theory approach to quantum chromodynamics [3] S. Backens, A. Shnirman, and Y. Makhlin, Scientific Reports 9 (2019).

J-W 变换之后的部分子分布函数

$$f_{q_\alpha/h} = \sum_z \frac{1}{4\pi} e^{-ixM_h z} D_\alpha(z) \,, \tag{4}$$

其中

$$D_\alpha(z) = \sum_{i,j=0}^{1} \langle h| \, e^{iHz} \phi^\dagger_{\alpha,-2z+i} e^{-iHz} \phi_{\alpha,j} \, |h\rangle \,. \tag{5}$$

我们需要

- 在量子计算机上制备强子态。
- 一个在量子计算机上计算动力学两点关联函数的量子算法。

基于量子计算对强子部分子纵向结构的研究

在量子计算机上计算 PDF 的量子算法 (Phys.Rev.D 105 (2022) 11, L111502)

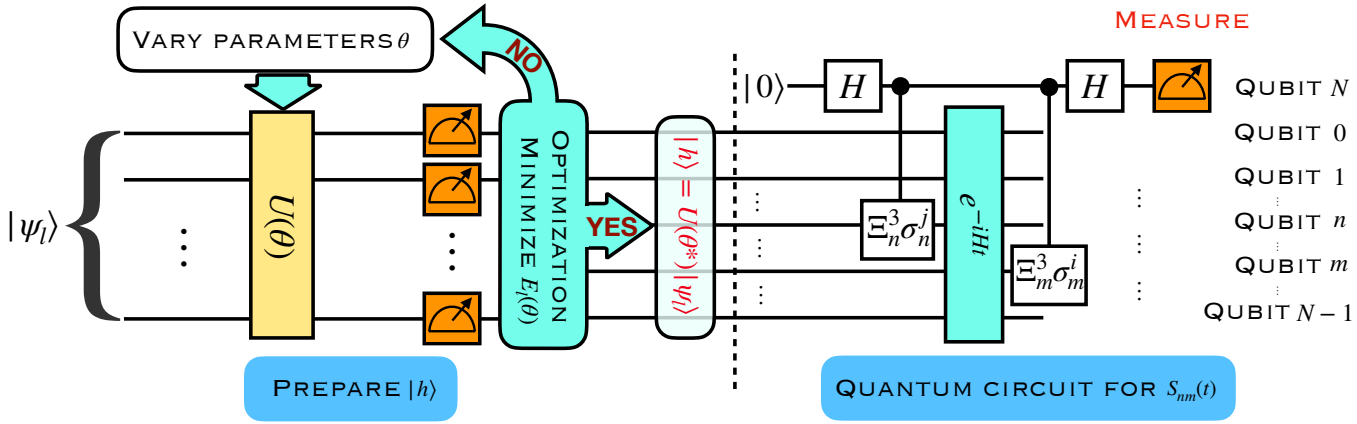


图 2: 在量子计算机上计算 PDFs 的量子线路。

- 虚线左边为制备强子态的量子算法。
- 虚线右边为计算强子态下光锥两点关联函数算法。[1]
- 输入为与目标强子量子数相同的简单态；输出为光锥上的关联函数。

[1] J. S. Pedernales, R. Di Candia, I. L. Egusquiza, J. Casanova, and E. Solano, Phys. Rev. Lett. 113, 020505 (2014).

- 把哈密顿量分成$H = H_1 + ... + H_n$且满足两个条件。
- 若目标强子态 $|h\rangle$ 是具有量子数 l 的第 k 激发态，我们需要k个具有与目标强子态具有相同量子数且相互正交的简单输入态 $|\psi_{lk}\rangle_{\text{ref}}$.(Dicke 态)[1]
- $U(\theta) \equiv \prod_{i=1}^{p} \underbrace{\left(\prod_{j=1}^{n} \exp(i\theta_{ij}H_j)\right)}_{\text{one layer}}$
- 最小化目标函数 $E_l(\theta) = \sum_i^k w_{li} \langle\psi_{li}(\theta)| H |\psi_{li}(\theta)\rangle$[2]，其中 w_{li} 满足 $w_{l1} > w_{l2} > \cdots > w_{lk}$. 寻求最优参数 θ^*
- 制备强子态 $|h\rangle = U(\theta^*)\,|\psi_{li}(\theta)\rangle$.

[1] A. B¨artschi and S. Eidenbenz, Deterministic preparation of dicke states.

基于量子计算对强子部分子纵向结构的研究

NJL 模型 $|q\bar{q}\rangle$ 态夸克 PDF 结果

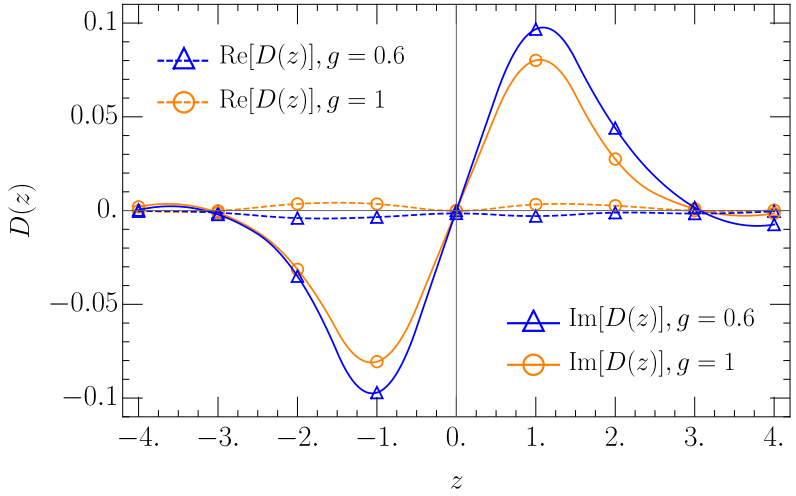


图 3: Quark field correlation function $D(z)$.

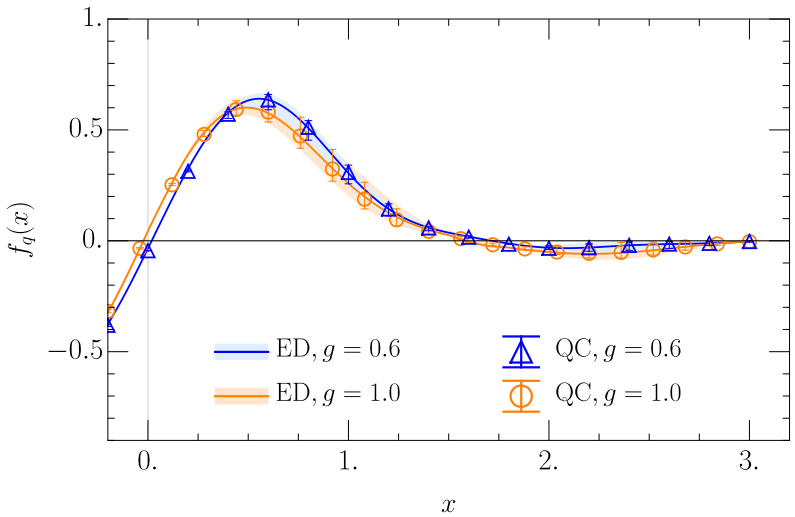


图 4: The quark PDF $f_q(x)$.

- $f_q(x) = -f_{\bar{q}}(-x)$ 在减去真空图后成立 [1]
- $Re[D(z)] = 0$ 可得 $f_q(x) = -f_q(-x)$. 因此对于 $q\bar{q}$ 有 $f_{\bar{q}}(x) = f_q(x)$.
- $x = 0.5$ 处有一峰，定性符合 lattice QCD 的 pion PDFs. [2]

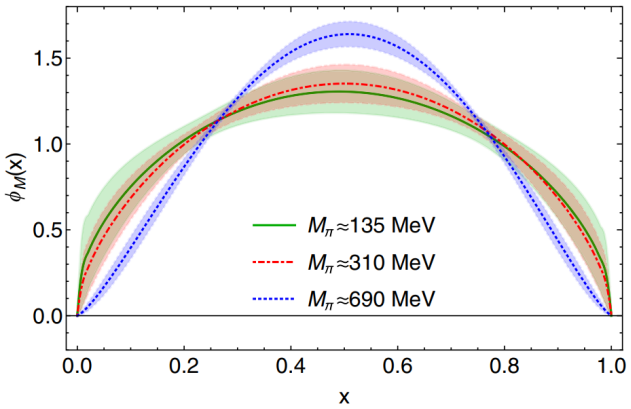
[1] John Collins Foundations of perturbative QCD. [2] Y. Jia, S. Liang, X. Xiong, and R. Yu, Phys. Rev. D.

基于量子计算对强子 LCDAs 的研究

介子 LCDAs 的定义

- 介子 LCDA $\phi_\pi(x,\mu)$ 可被看作在标度 μ 下，在一个高速运动的介子中找到一对 $q\bar{q}$ 且 q 占介子纵向动量份额为 x, $\bar{q}$ 占介子纵向动量份额为 $1-x$ 的概率振幅函数。
- 介子 LCDA 的算符定义

$$\phi(x) = \frac{1}{f}\int dz\, e^{-i(x-1)n\cdot Pz}\,\langle\Omega|\,\bar{\psi}(zn)\gamma^+ W(zn,0)\psi(0)\,|h(P)\rangle\ . \tag{6}$$

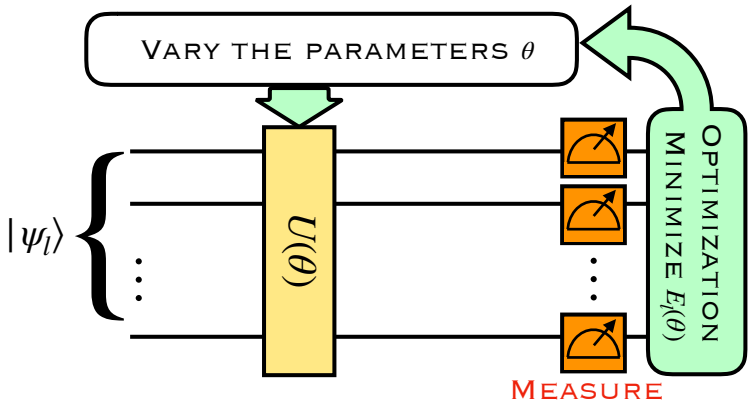


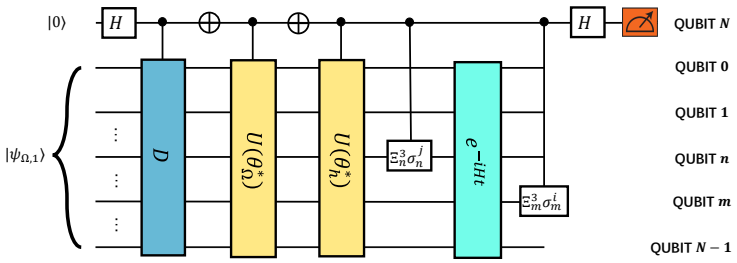
[1]

[1] R. Zhang, C. Honkala, H.-W. Lin, and J.-W. Chen, Phys. Rev. D 102, 094519 (2020).

基于量子计算对强子 LCDAs 的研究

在量子计算机上计算 LCDAs 的量子算法 (e-Print: 2207.13258)





- NJL 模型的 LCDA

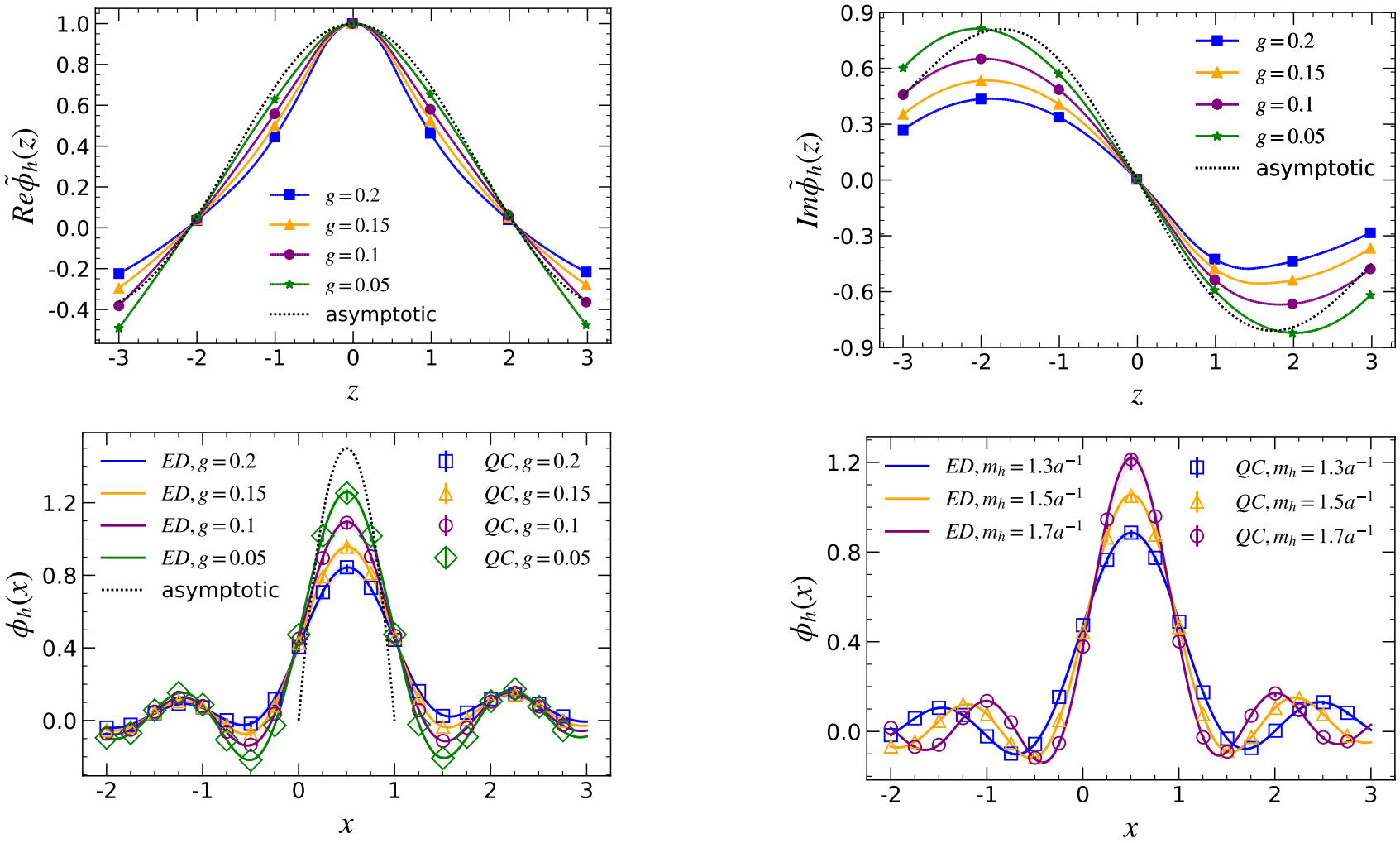
$$\phi(x) = \sum_z \frac{1}{4\pi} e^{-i(x-1)M_h z} \tilde{\phi}(z) \,,$$

$$\tilde{\phi}(z) = \sum_{i,j=0}^{1} \langle \Omega | \, e^{iHz} \phi^\dagger_{-2z+i} e^{-iHz} \phi_j \, | h \rangle \,. \tag{7}$$

- 左图：制备强子态。
- 右图：计算左矢真空，右矢强子态的“左右矢不对称”关联函数。

基于量子计算对强子 LCDAs 的研究

NJL 模型 $|h\rangle$ 强子 LCDAs 结果



总结与展望
总结

- 在基于量子计算对强子部分子纵向研究的课题中，我们首次提出了一整套系统的直接从算符定义出发计算强子共线非极化 PDFs 的方法，并且利用了 18 个量子比特经典计算机模拟的量子计算机计算了 NJL 模型的夸克 PDF，得到定性上与 lattice QCD 相符的结果。
- 基于量子计算对强子 LCDAs 的研究，我们首次提出了可以在量子计算机上模拟强子的 LCDAs，给出了做该模拟所需量子线路，并利用了 14 个量子比特经典计算机模拟量子计算机计算了 NJL 模型的强子 LCDAs，得到了定性上与 lattice QCD 相符的结果。

总结与展望
展望

- 部分子碎裂函数 (parton Fragmentation Functions)
- Helicity PDFs
- TMDs
- 核态的 PDFs
- ...