



NNU · 南京师范大学
NANJING NORMAL UNIVERSITY



有限大动量下研究横向动量依赖 部分子分布函数

朱瑞林

南京师范大学

2022年7月30日

In collaborations with Yao Ji, Jian-Hui Zhang, Shuai Zhao

第四届重味物理与量子色动力学研讨会，长沙，2022.7.27-7.30

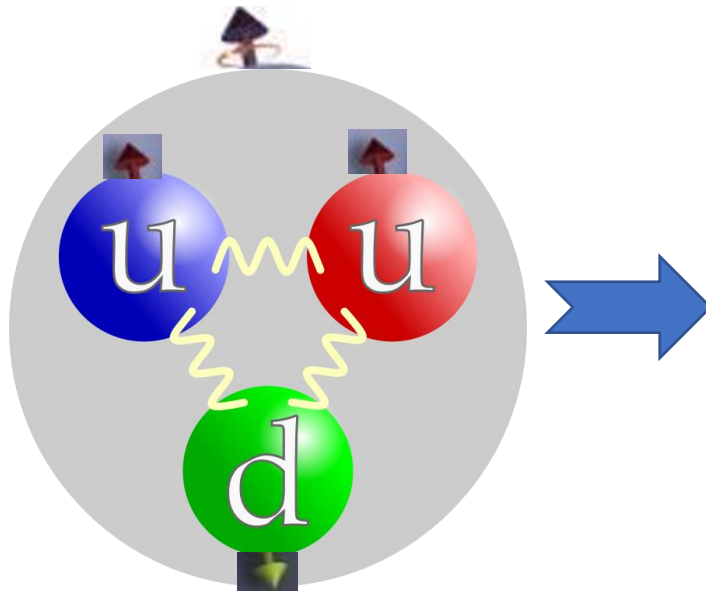
主要内容



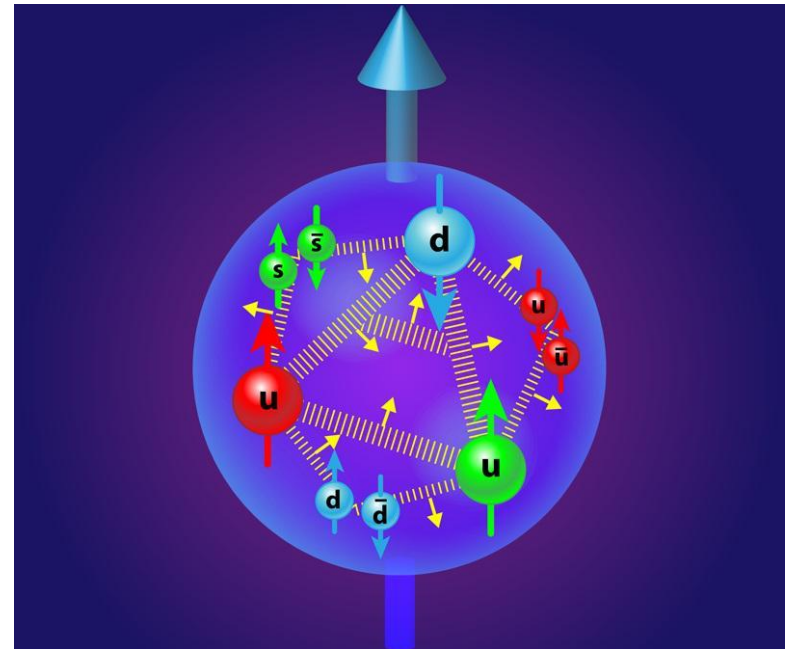
2

- 横向动量依赖部分子分布函数 (TMD PDFs) 研究现状
- 胶子(准)横向动量依赖部分子分布函数计算和匹配
- 总结和展望

1、质子结构



简单夸克模型



QCD图像

大动量有效理论(LaMET)



4

Parton Physics on a Euclidean Lattice

#11

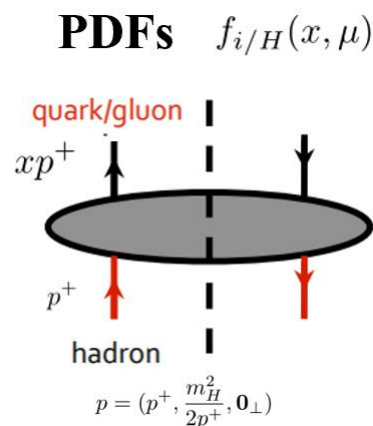
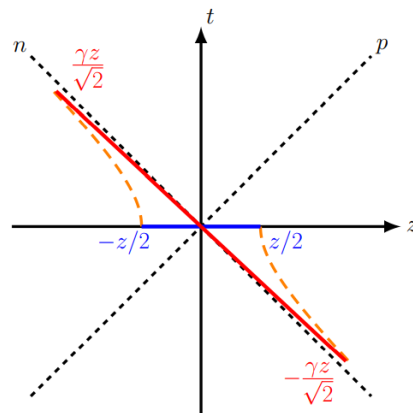
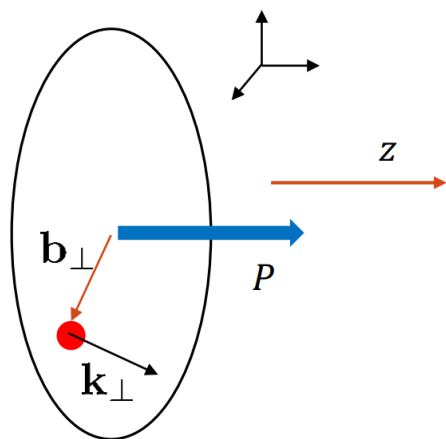
Xiangdong Ji (Maryland U. and Shanghai Jiaotong U.) (May 7, 2013)

Published in: *Phys.Rev.Lett.* 110 (2013) 262002 • e-Print: 1305.1539 [hep-ph]

pdf DOI cite claim

515 citations

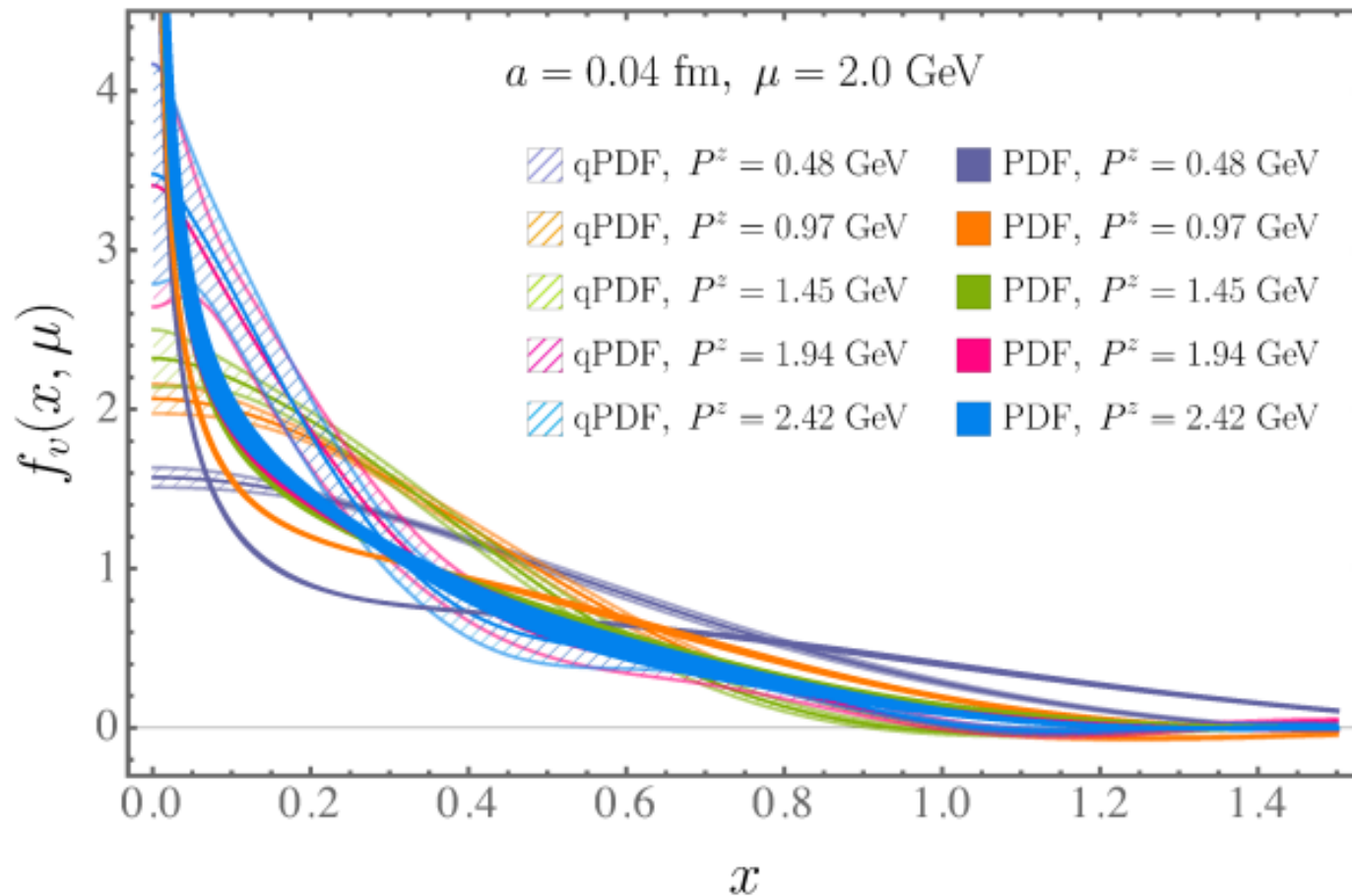
$$\tilde{f}_{i/H}(y, p^z) = \int_{-1}^1 \frac{dx}{|x|} \left[C_{ij} \left(\frac{y}{x}, \frac{|x|p^z}{\mu} \right) f_{j/H}(x, \mu) \right] + \mathcal{O} \left(\frac{m_h^2}{p^{z2}}, \frac{\Lambda_{\text{QCD}}^2}{p^{z2}} \right)$$



给予质子一个有限大动量，静态分布函数在无穷大极限下趋向于部分子分布函数

2013 到 2022，头十年内时间，这一方向取得了很多进展，见2004.03543

一维纵向动量分布函数



质子u-d部分子分布函数 (格点QCD+NNLO匹配系数)

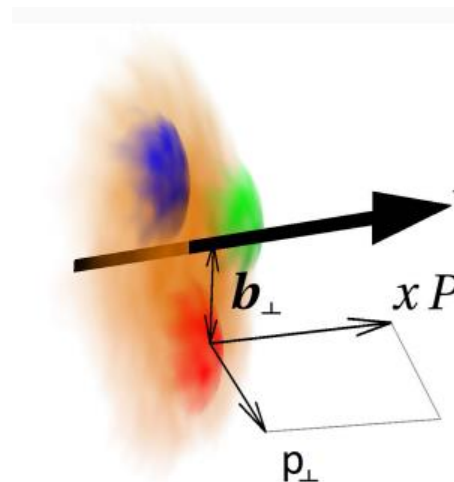
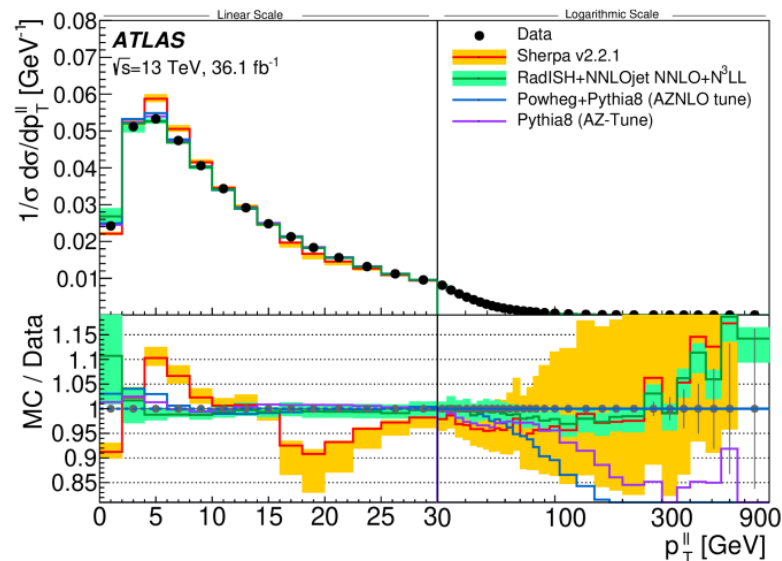
Gao et al., Phys.Rev.Lett. 128 (2022) 14, 142003;

NNLO matching: Li-Ma-Qiu, Phys.Rev.Lett. 126 (2021) 7, 072001;

Chen-Wang-Zhu, Phys.Rev.Lett. 126 (2021) 7, 072002

横向动量依赖分布函数 (why?)

- 解释高能散射过程中(比如Drell-Yan等过程)小 p_T 行为, 另外对于鉴别标准模型与新物理信号有影响 (比如 W mass 中一个最大的误差来源于部分子分布函数)
- 本身描绘了强子的三维图像, 是一个过程无关的物理量
- 是EIC和中国未来EICCC的重要物理目标
- . . .



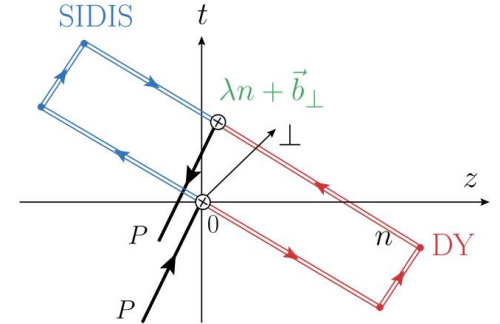
2、胶子(准)TMD PDF计算和匹配

Ji-Zhang-Zhao-Zhu, 2022



胶子 TMD PDF 量子场算符 定义(非极化情况)

$$xg(x, q_{\perp}, \mu, \zeta) = \int \frac{d\xi^- d^2\xi_{\perp}}{(2\pi)^3 P^+} e^{-ixP^+ \xi^- + i\vec{q}_{\perp} \cdot \vec{\xi}_{\perp}} \times \frac{\langle P | G_i^+(\xi^{\mu}) \mathcal{W}_v^{\dagger}(\xi^{\mu}) \mathcal{W}_T^{\dagger}(\infty v^{\mu}; \xi_{\perp}, 0_{\perp}) \mathcal{W}_v(0) G^{i+}(0) | P \rangle}{\sqrt{S(\xi_{\perp}, \mu)}},$$



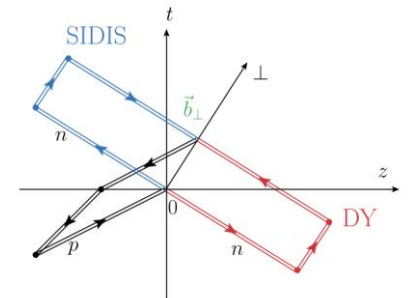
Soft function

$$S(\xi_{\perp}, \mu) = \frac{1}{(N_c^2 - 1)} \langle 0 | \mathcal{W}_v^{\dagger}(\xi_{\perp}^{\mu}) \mathcal{W}_T^{\dagger}(\infty v^{\mu}; \xi_{\perp}, 0_{\perp}) \mathcal{W}_v(0) \mathcal{W}_n(\xi_{\perp}^{\mu}) \mathcal{W}_T(\infty n^{\mu}; \xi_{\perp}, 0_{\perp}) \mathcal{W}_n^{\dagger}(0) | 0 \rangle$$

光锥方向和横向方向Wilson lines

$$\mathcal{W}_v(\xi^{\mu}) = \mathcal{P} e^{-ig \int_0^{\infty} ds v \cdot A(\xi^{\mu} + s v^{\mu})},$$

$$\mathcal{W}_T(x^{\mu}; \xi_{\perp}, 0_{\perp}) = \mathcal{P} e^{-ig \int_0^{\vec{b}_T} d\vec{s}_T \cdot \vec{A}_T(x^{\mu} + s_T^{\mu})}.$$



格点计算碰到的问题

- 快度（光锥）发散的问题（ $k^+=0$ 或者 k^- 等于无穷大，积分发散）

$$I = \int dk^+ dk^- \frac{f(k^+ k^-)}{(k^+ k^-)^{1+\epsilon}} = \frac{1}{2} \int \frac{dy}{y} \int dm^2 \frac{f(m^2)}{m^{2+2\epsilon}},$$

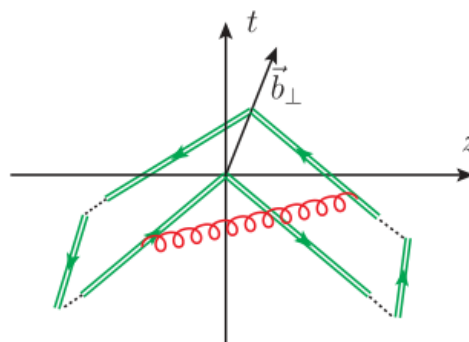
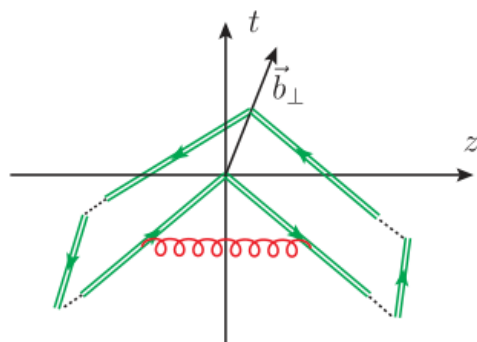
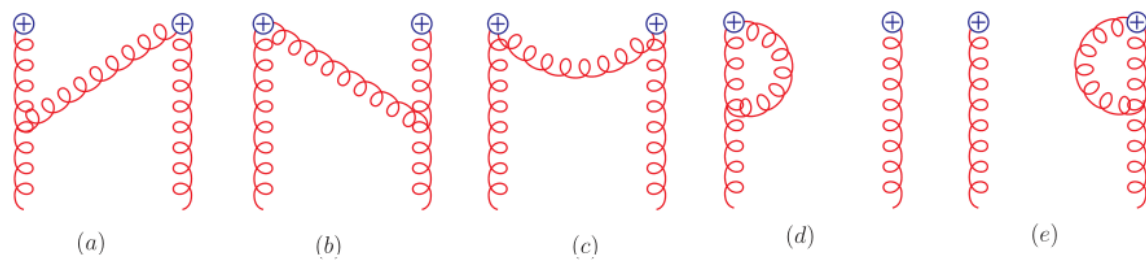
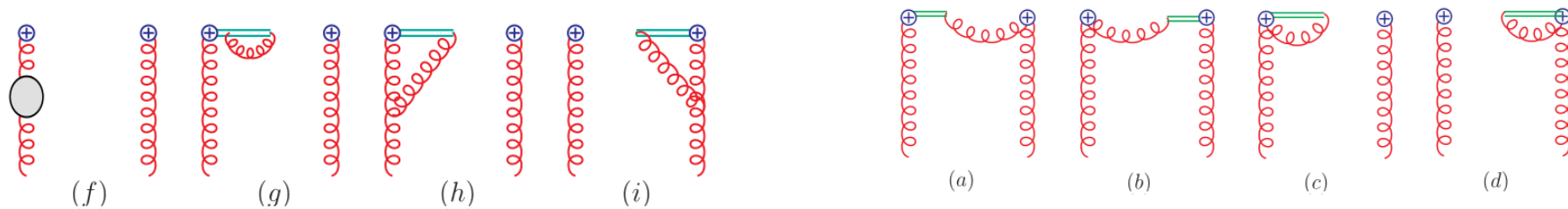
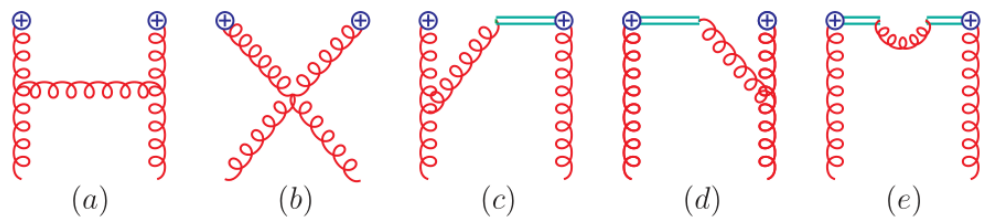
where $m^2 = k^+ k^-$ and $y = k^+ / k^-$

- 维数正规化方案无法解决，需要引入合适的正规化方案：
有限长(L) Wilson line、delta正规化等

$$(-ig) \frac{iv^\mu}{v \cdot k \pm i0} \Rightarrow (-ig) \frac{iv^\mu}{v \cdot k \pm i\delta^-},$$

- 寻找合适的 Quasi TMD PDF 定义算符
- 建立 Quasi TMD PDF 到 TMD PDF 合适的因子化方案
- 格点QCD信号的问题（比较大的 b_T ，比较大的 P^z ）。。。

微扰计算，单圈费曼图



胶子TMD PDF

➤ 单圈微扰计算结果（未做重整化）

$$\begin{aligned}
 g^{sub.}(x, b_{\perp}; \mu, \zeta) &= g^{(0)}(x) + g^{(1)}(x, b_{\perp}; \mu, \zeta) - \frac{1}{2} S^{(1)}(b_{\perp}, \mu) \delta(1-x) \\
 &= \delta(1-x) + \frac{\alpha_s}{2\pi} \left\{ \left[\frac{C_A}{\varepsilon_{UV}^2} + \frac{1}{\varepsilon_{UV}} \left(C_A \ln \frac{\mu^2}{\zeta} + \frac{\beta_0}{2} \right) \right] \delta(1-x) \right. \\
 &\quad \left. + C_A \left(-\frac{L_{b_{\perp}}^2}{2} + L_{b_{\perp}} \ln \frac{\mu^2}{\zeta} + \frac{\beta_0}{2} L_{b_{\perp}} - \frac{\pi^2}{12} \right) \delta(1-x) - \left(\frac{1}{\varepsilon_{IR}} + L_T \right) \mathcal{P}_{g/g} \right\}
 \end{aligned}$$

双能标：重整化能标，**Collins-Soper**能标 $\zeta = 2(p^+)^2 \frac{\delta^-}{\delta^+} = 2(p^+)^2$

横向坐标对数项：
$$L_{b_{\perp}} = \ln \frac{\mu^2 b_{\perp}^2 e^{2\gamma_E}}{4}.$$

胶子到胶子劈裂函数

$$\begin{aligned}
 \mathcal{P}_{g/g} &= 2C_A \left(\frac{x}{(1-x)_+} + \frac{1-x}{x} + x(1-x) \right) + \frac{\beta_0}{2} \delta(1-x), \\
 \text{with } \beta_0 &= \frac{11C_A - 2n_f}{3}.
 \end{aligned}$$

胶子quasi TMD PDF



12

静态场算符合适的定义:

$$x\tilde{g}(y, P^z, q_\perp, \mu, x\zeta) = \int \frac{db^z d^2 b_\perp}{(2\pi)^3 P^z} e^{-ixP^z b^z + i\vec{q}_\perp \cdot \vec{b}_\perp} \frac{\langle P | O_g(b^z, b_\perp, L) | P \rangle}{\sqrt{\tilde{S}(b_\perp, L)}},$$

$$O_g(b^z, b_\perp, L) \equiv O_g^{0i, i0}(b^z, b_\perp, L) + O_g^{ji, ij}(b^z, b_\perp, L),$$

$$O_g^{i'i, ii'}(b^z, b_\perp, L) \equiv G_i^{i'}(b^z, b_\perp) \mathcal{W}_z^\dagger(b^\mu; L - b^z) \mathcal{W}_T^\dagger(Lz^\mu; \xi_\perp, 0_\perp) \mathcal{W}_z(0; L) G^{ii'}(0).$$

Quasi soft function:

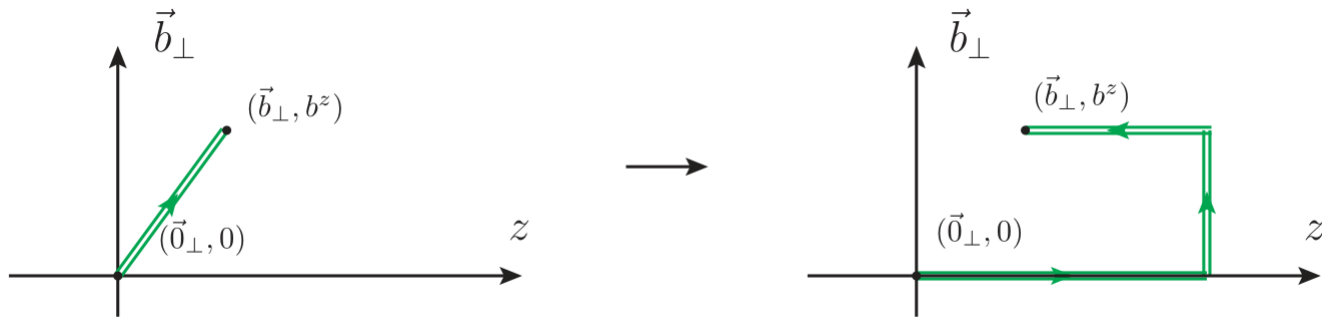
$$\tilde{S}(b_\perp, \mu, L) = \frac{1}{(N_c^2 - 1)} \left\langle 0 \left| \mathcal{W}_z^\dagger(b_\perp^\mu; L) \mathcal{W}_T^\dagger(Lz^\mu; b_\perp, 0_\perp) \mathcal{W}_z(0; L) \mathcal{W}_z(b_\perp^\mu; L) \mathcal{W}_T(Lz^\mu; b_\perp, 0_\perp) \mathcal{W}_z^\dagger(0; L) \right| 0 \right\rangle.$$

与光锥不同, 需要替换成沿着z方向的有限长**Wilson line**

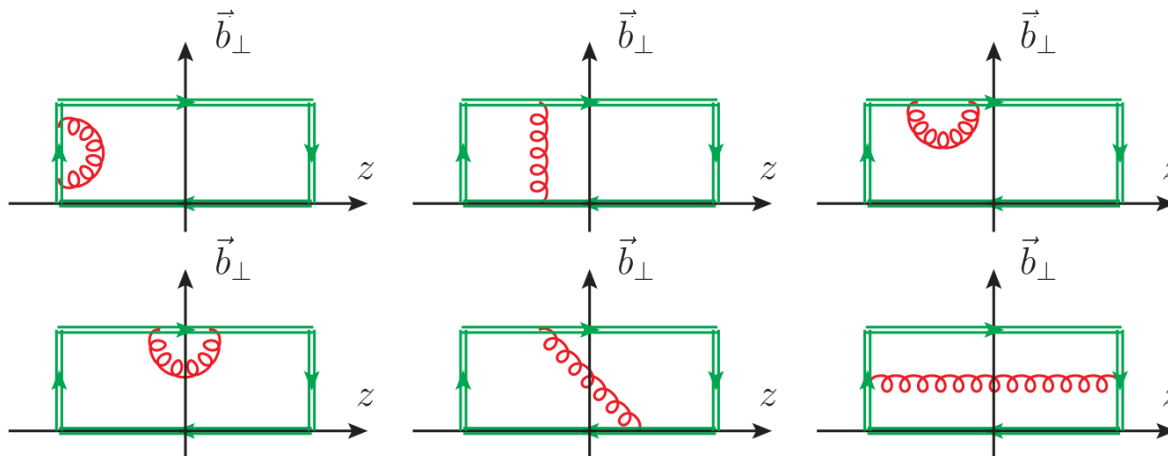
$$\mathcal{W}_z(b^\mu; L) = \mathcal{P} e^{-ig \int_0^L ds z \cdot A(b^\mu + sz^\mu)},$$

Quasi 计算要点

将quasi TMD PDF费曼图中的Wilson lines 分为3段:



Quasi soft function 单圈费曼图:



Quasi TMD PDF 结果



14

quasi TMD PDF单圈计算结果:

$$\begin{aligned}\tilde{g}^{sub.}(x, b_{\perp}; \mu, P^z) &= \tilde{g}^{(0)}(x) + \tilde{g}^{(1)}(x, b_{\perp}; \mu, p^z) - \frac{1}{2} \tilde{S}^{(1)}(b_{\perp}, \mu) \delta(1-x) \\ &= \delta(1-x) + \frac{\alpha_s}{2\pi} \left\{ \left[\frac{1}{\varepsilon_{UV}} \left(\frac{\beta_0}{2} \right) \right] \delta(1-x) \right. \\ &\quad + C_A \left(-\frac{L_{b_{\perp}}^2}{2} - L_{b_{\perp}} \ln \frac{(2xP^z)^2}{\mu^2} - \frac{1}{2} \ln^2 \frac{(2xp^z)^2}{\mu^2} + \ln \frac{(2xp^z)^2}{\mu^2} \right. \\ &\quad \left. \left. + \left(\frac{\beta_0}{2} + C_A \right) L_{b_{\perp}} - 2 \right) \delta(1-x) - \left(\frac{1}{\varepsilon_{IR}} + L_{b_{\perp}} \right) \mathcal{P}_{g/g} \right\},\end{aligned}$$

与光锥TMD PDF相比:

相同的红外结构, 保证了因子化的可能成立;

不同的紫外结构, 来源于有限大动量;

横向坐标 $b_{\perp}$ (代表长程物理) **double**对数相同,
single 对数并不一样

Quasi TMD PDF 匹配公式



15

quasi TMD PDF与光锥结果做比值：

$$\frac{\tilde{g}_R^{sub.}(x, b_{\perp}; \mu, p^z)}{g_R^{sub.}(x, b_{\perp}; \mu, \zeta)} = 1 + \frac{\alpha_s C_A}{2\pi} \left[-L_{b_{\perp}} \ln \frac{(2xp^z)^2}{\zeta} + L_{b_{\perp}} - \frac{1}{2} \ln^2 \frac{(2xp^z)^2}{\mu^2} + \ln \frac{(2xp^z)^2}{\mu^2} - 2 + \frac{\pi^2}{12} \right]$$

匹配系数含有大的横向坐标，代表非微扰效应，需要建立新的因子化公式。

建立正确因子化公式

$$\tilde{g}(x, b_{\perp}, \mu, \zeta_z) / S_r^{\frac{1}{2}}(b_{\perp}, \mu) = H\left(\frac{\zeta_z}{\mu^2}\right) e^{\ln(\frac{\zeta_z}{\mu^2})K(b_{\perp}, \mu)} g^{\text{TMD}}(x, b_{\perp}, \mu, \zeta) + \dots$$

quasi TMD CS scale $\zeta_z = (2xP^z)^2$ ，**Sr** 代表 **reduced soft factor**
动量演化方程（类比于光锥的Zeta演化方程，但是额外多了一项）

$$P^z \frac{d}{dP^z} \ln g_R^{sub.}(x, b_{\perp}, \mu, \zeta_z) = K(b_{\perp}, \mu) + \mathcal{G}\left(\frac{(P^z)^2}{\mu^2}\right)$$

总结与展望

16

- ✓ 大动量有效理论进入2.0时代（提升精度，扩展适用范围）
- ✓ 给出了胶子准横向动量依赖部分子分布函数的场算符定义
- ✓ 获得了胶子横向动量依赖部分子分布函数的单圈匹配系数

展望

- 夸克胶子TMD匹配系数只差色因子的物理机制
- 考虑不同的自旋结构分布函数
- 更高阶微扰计算匹配系数
- 格点QCD实现。。。

谢谢大家!

第十九届全国重味物理与CP破坏研讨会

8-12 December 2022
南京古南都饭店
Asia/Shanghai timezone

Search

Overview

Scientific Programme

Call for Abstracts

... View my Abstracts

... Submit Abstract

Timetable

Contribution List

Author List

Book of Abstracts

Registration

... Registration Form

Participant List

Travel Information

Group Photo

Past Conferences

Nanjing Normal
University

✉ rlzhu@njnu.edu.cn

会议第一轮通知

第十九届全国重味物理与CP破坏研讨会（HFCPV-2022）将于2022年12月8日-12日在南京举办。

全国重味物理与CP破坏系列研讨会自2002年首次举办以来，已成功举办十八届，今年恰逢研讨会二十周年，热诚欢迎全国各地专家学者莅临参会。会议以检视和总结在味物理和CP破坏领域的阶段性成果，推动全国同行的交流和合作为目标。会议的主要议题涵盖：B物理与粲物理、CP破坏、相关的量子色动力学计算、强子结构、中微子物理、新物理唯象学和BESIII、LHCb、Belle-II、ATLAS、CMS及未来对撞机上的重味物理实验研究等。

本次会议由中国科学院高能物理研究所、南京师范大学、北京大学、清华大学、上海交通大学、中国科学院大学、南开大学、复旦大学、兰州大学、烟台大学、华中师范大学、江苏师范大学、内蒙古大学、暨南大学、南京市科协联合主办，南京师范大学物理科学与技术学院承办。

<https://indico.ihep.ac.cn/event/16696/>

南京欢迎您！

