

# BESIII的R值测量

胡海明

高能物理研究所

第四届重味物理与量子色动力学研讨会

湖南 长沙

2022.07.27-30

# 主要内容

## 🕒 R值的定义

## 🕒 R值对标准模型精确检验的贡献

- 夸克味、夸克色量子数直接验证
- 跑动耦合常数计算
- $\mu$ 子反常磁矩的计算
- 标准模型对Higgs粒子最可几质量的拟合

## 🕒 R值测量简介

- 数据分析
- 强子化模型及蒙特卡罗模拟
- 辐射修正
- 实验结果

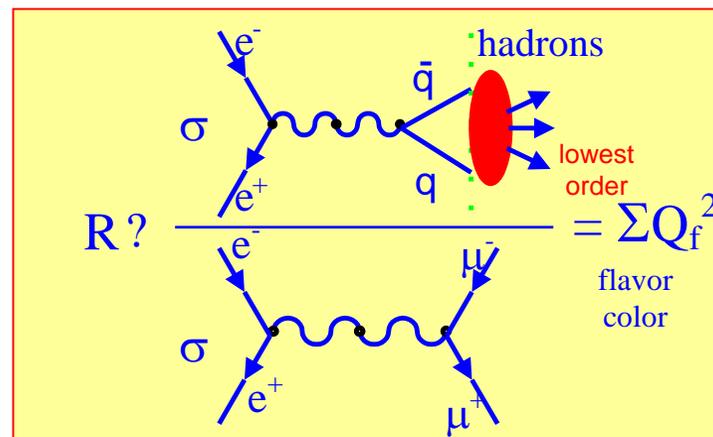
## 🕒 小结与展望

# R值定义

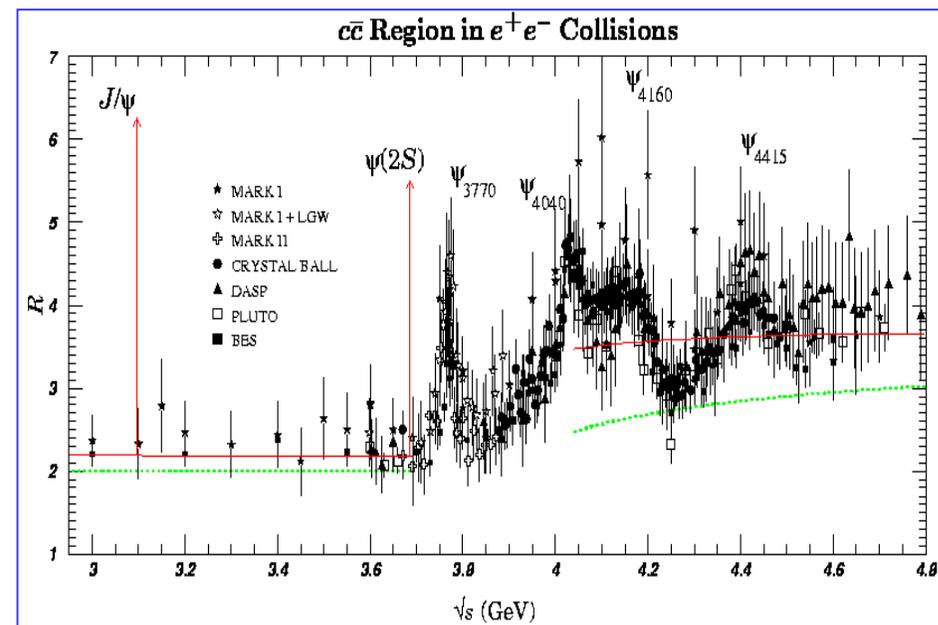
正负电子湮没过程强子产生截面  
(以 $\mu^+\mu^-$ 产生截面为单位, **R**值是无量纲数)

$$R = \frac{\sigma_{had}^0(e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \text{hadrons})}{\sigma_{\mu\mu}^0(e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \mu^+\mu^-)}$$

用Feynman图表示的R值



测量过R值的实验组: BESII, KEDR, VEPP, DAΦNE, DM2, DASP, PLUTO, Crystal-Ball, MARKI, MARKII, CLEO-c, AMY, JADE, TASSO, CUSB, MD-1, MARKJ, SLAC-LBL, MAC,  $\gamma\gamma 2$ , .....**BESIII**



# R值精确测量的意义

标准模型(SM)精确检验的实验和理论研究都与R值测量精度密切相关:

## ➤ Higgs粒子

SM对Higgs质量全局(global)拟合

## ➤ 直接检验量子色动力学(QCD)预言

夸克味、色量子数、微扰QCD预言、强相互作用跑动耦合常数 $\alpha_s(s)$

## ➤ 电磁跑动耦合常数 $\alpha_{\text{QED}}(s)$

电磁相互作用强度随相互作用能量改变规律

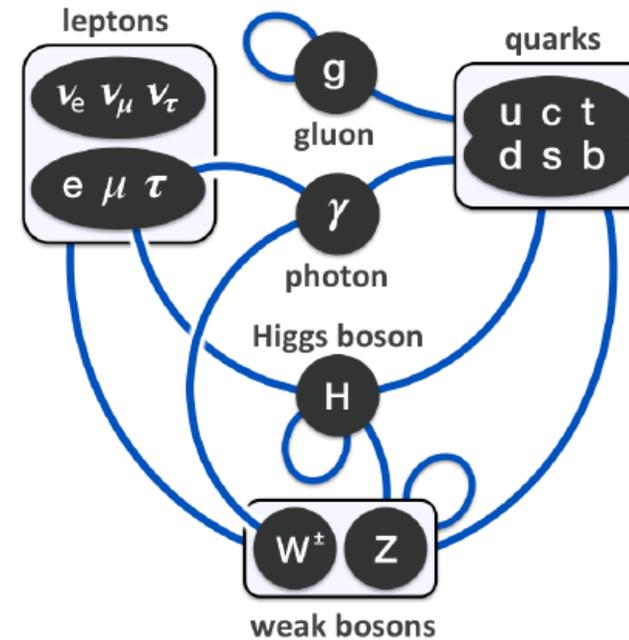
## ➤ $\mu$ 子反常磁矩( $g-2$ )

检验标准模型最灵敏、最精确的实验测量和理论计算

# 标准模型

- 标准模型(SM)是目前描述物质结构基本粒子及其相互作用最成功的理论。
- 在误差范围内，SM理论预言与实验测量基本一致。
- 高能粒子物理主要内容：
  - 对SM进行精确检验；
  - 发现新现象和新粒子(新物理)。

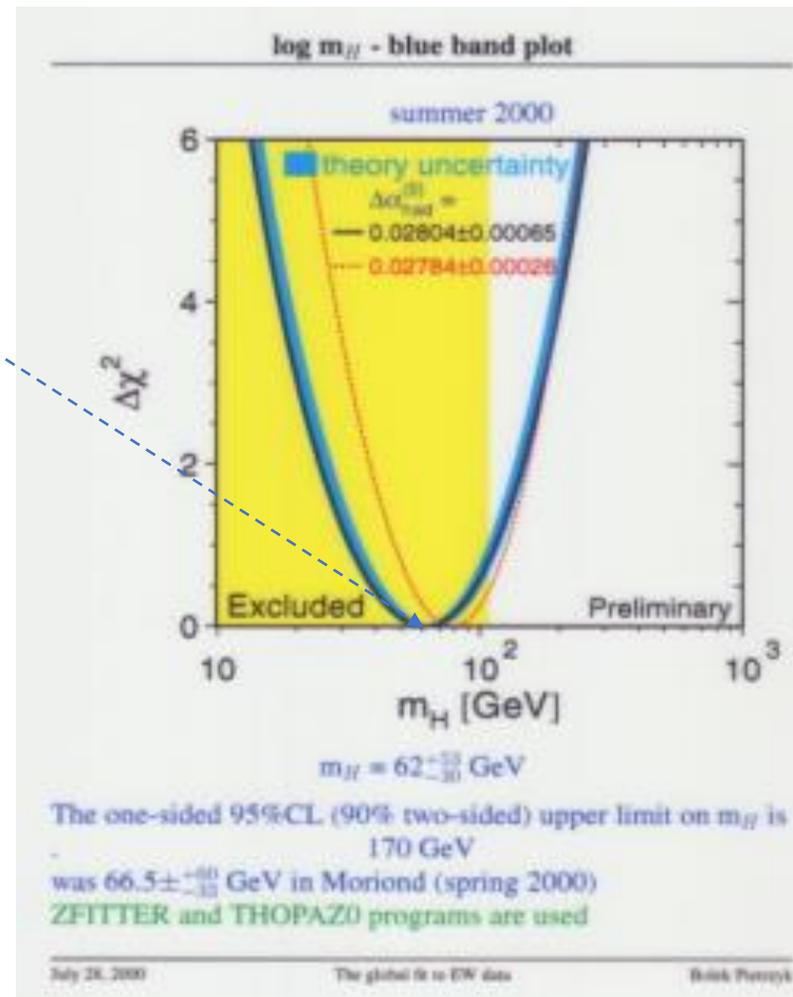
|                           | mass                             | charge         | spin          |
|---------------------------|----------------------------------|----------------|---------------|
| <b>UP</b>                 | $\approx 2.2 \text{ MeV}/c^2$    | $\frac{2}{3}$  | $\frac{1}{2}$ |
| <b>CHARM</b>              | $\approx 1.28 \text{ GeV}/c^2$   | $\frac{2}{3}$  | $\frac{1}{2}$ |
| <b>TOP</b>                | $\approx 173.1 \text{ GeV}/c^2$  | $\frac{2}{3}$  | $\frac{1}{2}$ |
| <b>GLUON</b>              | 0                                | 0              | 1             |
| <b>HIGGS</b>              | $\approx 124.97 \text{ GeV}/c^2$ | 0              | 0             |
| <b>DOWN</b>               | $\approx 4.7 \text{ MeV}/c^2$    | $-\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{2}$ |
| <b>STRANGE</b>            | $\approx 96 \text{ MeV}/c^2$     | $-\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{2}$ |
| <b>BOTTOM</b>             | $\approx 4.18 \text{ GeV}/c^2$   | $-\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{2}$ |
| <b>PHOTON</b>             | 0                                | 0              | 1             |
| <b>ELECTRON</b>           | $\approx 0.511 \text{ MeV}/c^2$  | -1             | $\frac{1}{2}$ |
| <b>MUON</b>               | $\approx 105.66 \text{ MeV}/c^2$ | -1             | $\frac{1}{2}$ |
| <b>TAU</b>                | $\approx 1.7768 \text{ GeV}/c^2$ | -1             | $\frac{1}{2}$ |
| <b>Z BOSON</b>            | $\approx 91.19 \text{ GeV}/c^2$  | 0              | 1             |
| <b>W BOSON</b>            | $\approx 80.39 \text{ GeV}/c^2$  | $\pm 1$        | 1             |
| <b>VE</b>                 | $< 2.2 \text{ eV}/c^2$           | 0              | $\frac{1}{2}$ |
| <b>V<math>\mu</math></b>  | $< 0.17 \text{ MeV}/c^2$         | 0              | $\frac{1}{2}$ |
| <b>V<math>\tau</math></b> | $< 18.2 \text{ MeV}/c^2$         | 0              | $\frac{1}{2}$ |



# 对Higgs粒子最可几质量的拟合(历史意义)

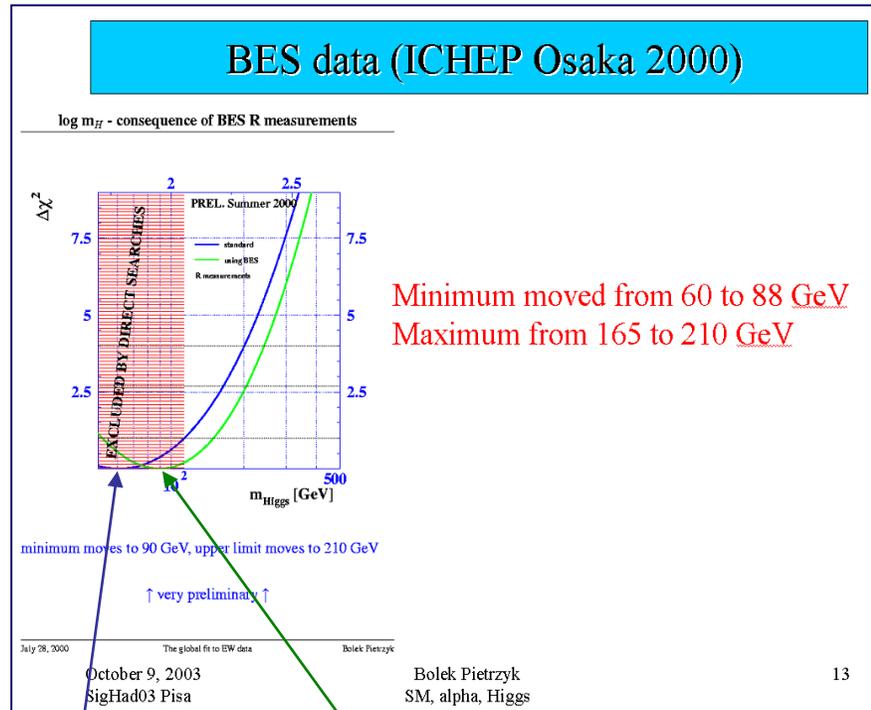
过去, 当实验上尚未发现的Higgs粒子时, 对其质量( $M_H$ )进行预言最好方法是用已有的标准模型参数值( $R$ 值是参数之一)进行全局(global)拟合,  $M_H$  作为自由参数, 分析目标函数的 $\chi^2$  随自由参数 $M_H$  的变化, 对应 $\chi^2$  最小找到 $M_H$  质量最可几值。

|   | Measurement           | Fit     | $ O^{meas} - O^{fit}  / \sigma^{meas}$ |
|---|-----------------------|---------|--|
| $\Delta\alpha_{had}^{(5)}(m_Z)$                   | $0.02758 \pm 0.00035$ | 0.02767 | 0.1                                    |
| $m_Z$ [GeV]                                       | $91.1875 \pm 0.0021$  | 91.1874 | 0.0                                    |
| $\Gamma_Z$ [GeV]                                  | $2.4952 \pm 0.0023$   | 2.4959  | 0.3                                    |
| $\sigma_{had}^0$ [nb]                             | $41.540 \pm 0.037$    | 41.478  | 1.7                                    |
| $R_l$   | $20.767 \pm 0.025$    | 20.742  | 0.9                                    |
| $A_{fb}^{0,l}$                                    | $0.01714 \pm 0.00095$ | 0.01643 | 0.8                                    |
| $A_l(P_\gamma)$                                   | $0.1465 \pm 0.0032$   | 0.1480  | 0.4                                    |
| $R_b$   | $0.21629 \pm 0.00066$ | 0.21579 | 0.7                                    |
| $R_c$   | $0.1721 \pm 0.0030$   | 0.1723  | 0.0                                    |
| $A_{fb}^{0,b}$                                    | $0.0992 \pm 0.0016$   | 0.1038  | 2.9                                    |
| $A_{fb}^{0,c}$                                    | $0.0707 \pm 0.0035$   | 0.0742  | 1.1                                    |
| $A_b$   | $0.923 \pm 0.020$     | 0.935   | 0.6                                    |
| $A_c$   | $0.670 \pm 0.027$     | 0.668   | 0.0                                    |
| $A_l(\text{SLD})$                                 | $0.1513 \pm 0.0021$   | 0.1480  | 1.6                                    |
| $\sin^2\theta_{\text{eff}}^{\text{lept}}(Q_{fb})$ | $0.2324 \pm 0.0012$   | 0.2314  | 0.9                                    |
| $m_W$ [GeV]                                       | $80.410 \pm 0.032$    | 80.377  | 1.0                                    |
| $\Gamma_W$ [GeV]                                  | $2.123 \pm 0.067$     | 2.092   | 0.5                                    |
| $m_t$ [GeV]                                       | $172.7 \pm 2.9$       | 173.3   | 0.2                                    |



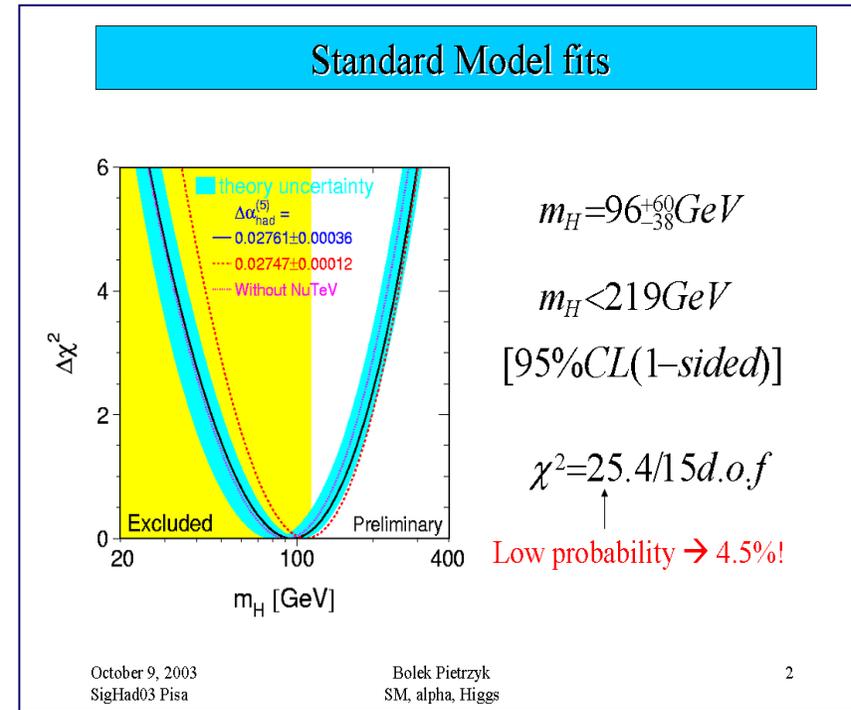
BESII的R值测量  
之前SM的 $\chi^2$ 拟合

# 对Higgs粒子最可几质量的拟合(历史意义)



早期拟合结果

引用BESII数据拟合结果



2003年拟合结果(拟合方法稍有改进)

把BESII的R值结果带入标准模型进行拟合，Higgs粒子质量最可几值由原来的60GeV上升为96GeV,质量上限由原来的170GeV改变为219GeV，与当时欧洲核子中心几个实验组在内部报告的疑似Higgs粒子质量 $114^{+69}_{-45} \text{ GeV}$ 的结果相容。BESII的R测量结果对实验上寻找Higgs粒子产生了极重要的影响。

# R值测量对标准模型夸克味与色量子数直接验证

- 直接反映夸克味(flavor)与色(color)量子数的基本物理量
- 曾是直接验证夸克模型的主要实验

Quarks have, besides flavour, a new quantum number

COLOUR

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-) = \frac{4\pi\alpha^2}{3q^2}$$

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow q\bar{q}) = \frac{4\pi\alpha^2}{3q^2} e_q^2 \quad e_q = 1/3, 2/3$$

At a given energy:

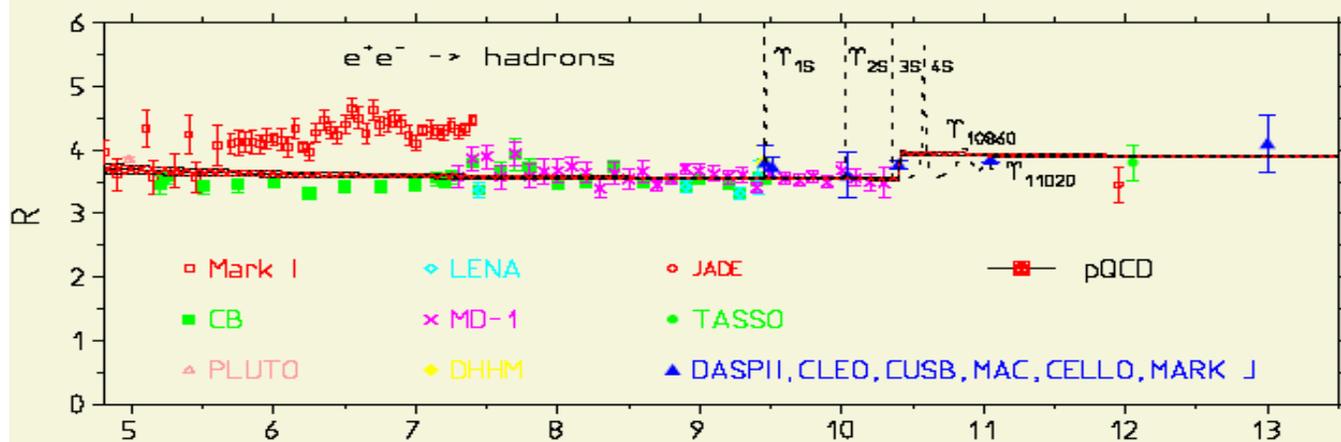
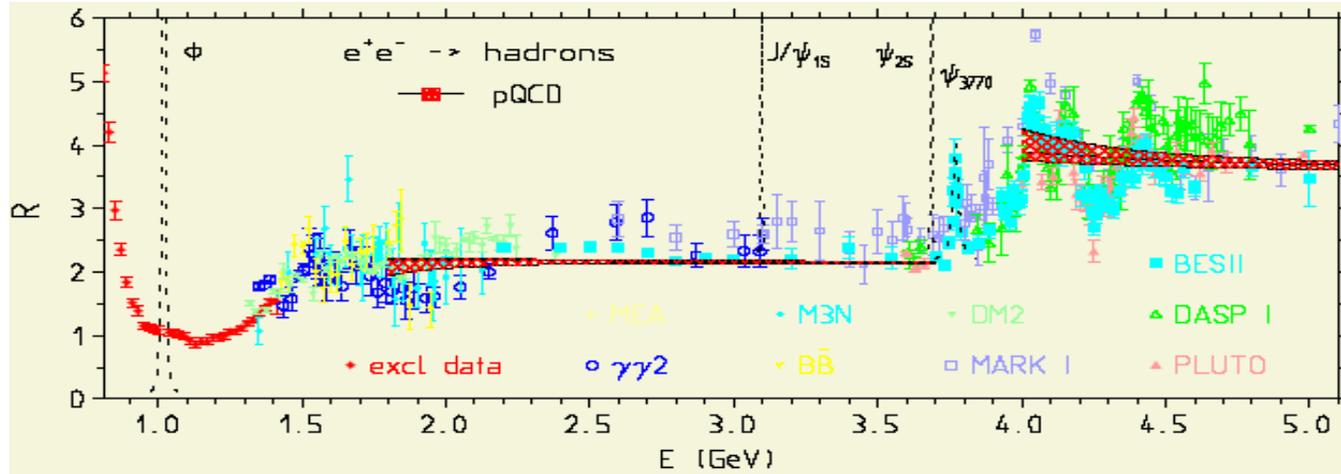
$$\sigma(e^+e^- \rightarrow X \text{ hadrons}) = \frac{4\pi\alpha^2}{3q^2} \sum_{\text{all } q} e_q^2 \quad \text{at lowest order}$$

$$R_{\text{had}} = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow X)}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} = \sum_{\text{all } q} e_q^2 = \begin{cases} 3 \left[ \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 \right] = 2 \\ 3 \left[ \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 \right] = \frac{11}{3} \end{cases}$$

below  
charm

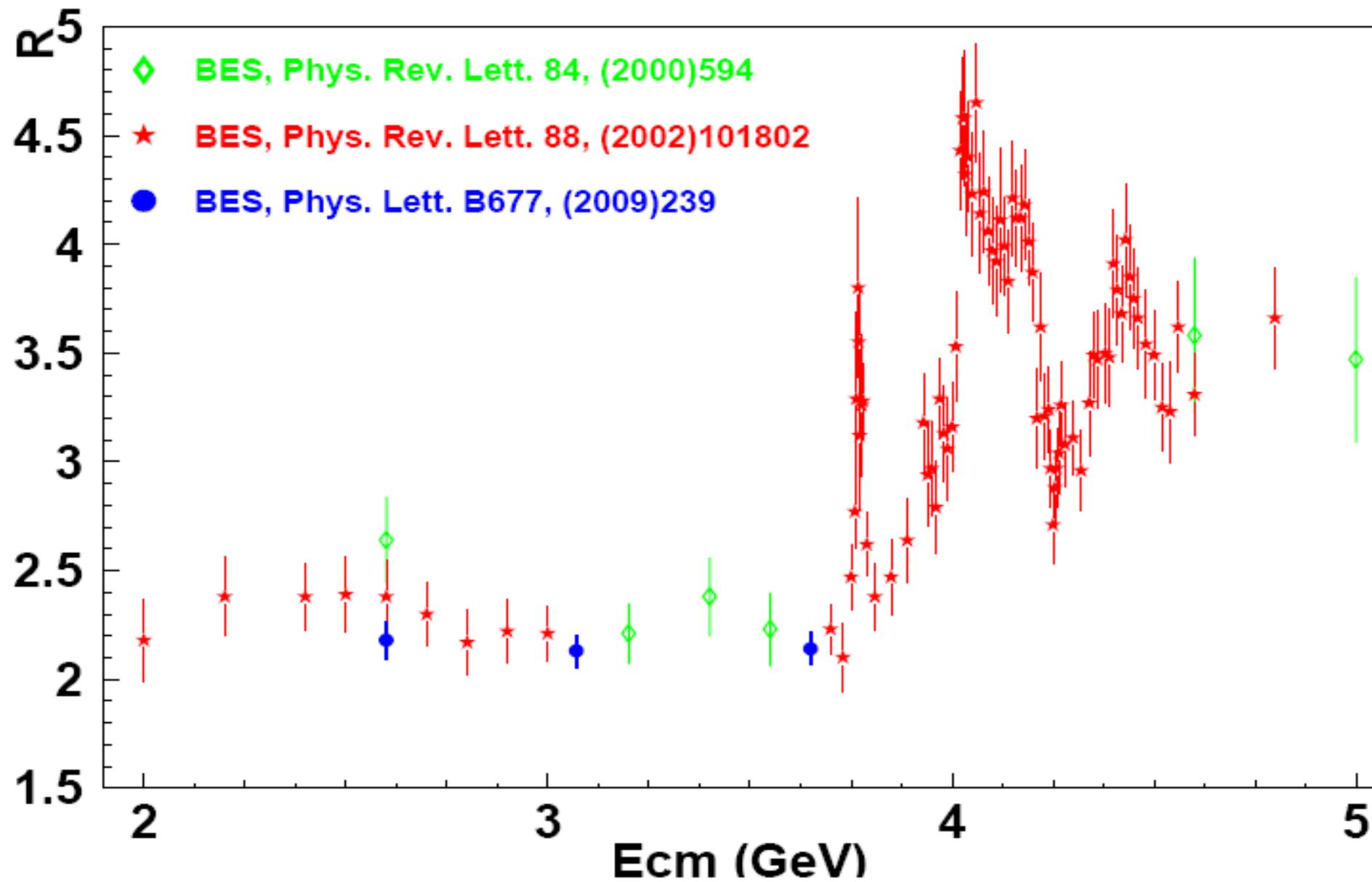
above  
bottom

# R值测量对标准模型夸克味与色量子数直接验证



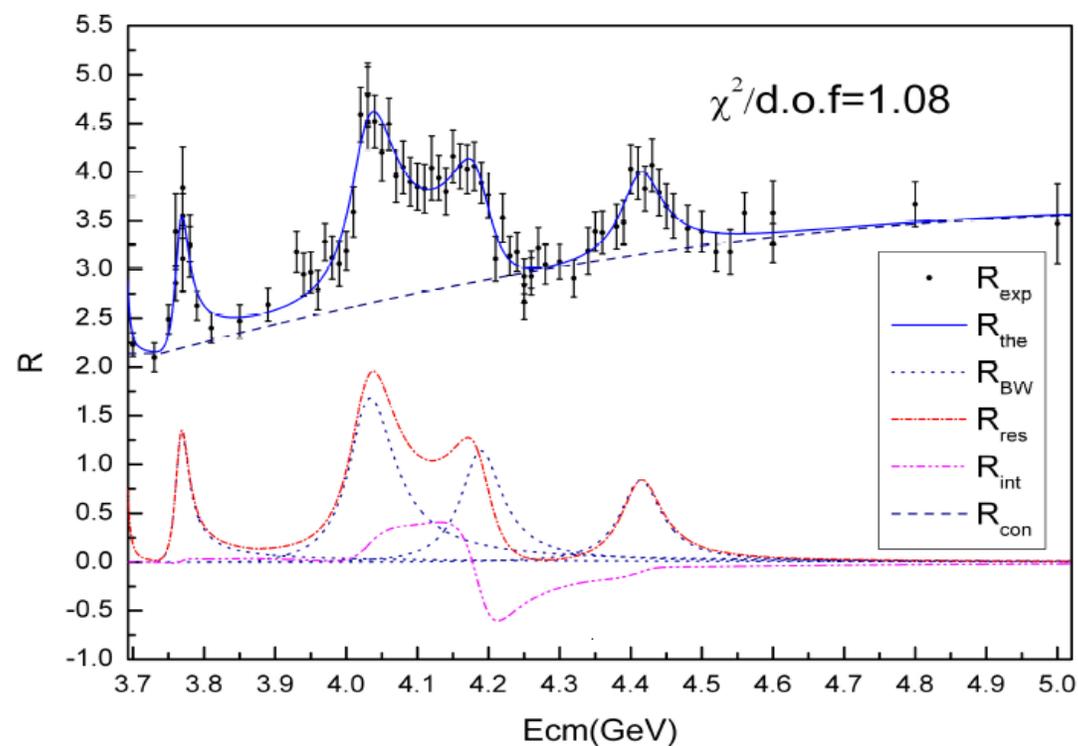
- 当质心能量超过某一较重的夸克味产生阈时，R值就上升一个平台~味量子数(d、u、s、c、b)。
- 只当考虑夸克色量子数3，夸克模型预言才与实验符合。
- 在夸克对产生阈附近，R值呈现复杂的非微扰能量相关性，微扰QCD在阈附近不适用。

# BESII的R值测量结果



# BESII的重粲偶素共振参数拟合

- PLB 660 (2008)315
- BESII测量结果至今仍是PDG引用值



不同工作测量的共振参数值

|                                |                 | $\psi(3770)$     | $\psi(4040)$     | $\psi(4160)$     | $\psi(4415)$     |
|--------------------------------|-----------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| $M$<br>( $\text{MeV}/c^2$ )    | PDG2004         | $3769.9 \pm 2.5$ | $4040 \pm 10$    | $4159 \pm 20$    | $4415 \pm 6$     |
|                                | PDG2006         | $3771.1 \pm 2.4$ | $4039 \pm 1.0$   | $4153 \pm 3$     | $4421 \pm 4$     |
|                                | CB (Seth)       | -                | $4037 \pm 2$     | $4151 \pm 4$     | $4425 \pm 6$     |
|                                | BES (Seth)      | -                | $4040 \pm 1$     | $4155 \pm 5$     | $4455 \pm 6$     |
|                                | BES (this work) | $3771.4 \pm 1.8$ | $4038.5 \pm 4.6$ | $4191.6 \pm 6.0$ | $4415.2 \pm 7.5$ |
| $\Gamma_{\text{tot}}$<br>(MeV) | PDG2004         | $23.6 \pm 2.7$   | $52 \pm 10$      | $78 \pm 20$      | $43 \pm 15$      |
|                                | PDG2006         | $23.0 \pm 2.7$   | $80 \pm 10$      | $103 \pm 8$      | $62 \pm 20$      |
|                                | CB (Seth)       | -                | $85 \pm 10$      | $107 \pm 10$     | $119 \pm 16$     |
|                                | BES (Seth)      | -                | $89 \pm 6$       | $107 \pm 16$     | $118 \pm 35$     |
|                                | BES (this work) | $25.4 \pm 6.5$   | $81.2 \pm 14.4$  | $72.7 \pm 15.1$  | $73.3 \pm 21.2$  |
| $\Gamma_{ee}$<br>(keV)         | PDG2004         | $0.26 \pm 0.04$  | $0.75 \pm 0.15$  | $0.77 \pm 0.23$  | $0.47 \pm 0.10$  |
|                                | PDG2006         | $0.24 \pm 0.03$  | $0.86 \pm 0.08$  | $0.83 \pm 0.07$  | $0.58 \pm 0.07$  |
|                                | CB (Seth)       | -                | $0.88 \pm 0.11$  | $0.83 \pm 0.08$  | $0.72 \pm 0.11$  |
|                                | BES (Seth)      | -                | $0.91 \pm 0.13$  | $0.84 \pm 0.13$  | $0.64 \pm 0.23$  |
|                                | BES (this work) | $0.18 \pm 0.04$  | $0.81 \pm 0.20$  | $0.50 \pm 0.27$  | $0.37 \pm 0.14$  |
| $\delta$ (degree)              | BES (this work) | 0                | $133 \pm 68$     | $301 \pm 61$     | $246 \pm 86$     |

# 电磁跑动耦合常数 $\Delta\alpha(s)$

- 精细结构常数  $\alpha$  是指零动量传递极限下的电磁耦合常数:  $\alpha(0)=1/137$ 。
- 在高能相互作用过程中, 真空被极化, 出现真空态瞬时量子涨落。通常把真空极化效应归入有效相互作用顶点,  $\alpha(s)$  表现为能量相关的等效跑动相互作用常数:

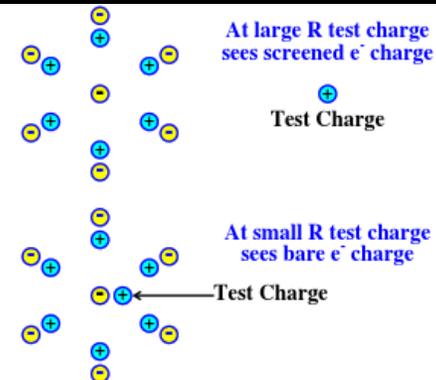
$$\alpha(s) = \frac{\alpha(0)}{1 - \Delta\alpha(s)} \quad (\text{相互作用能量越大, 电磁探针越能透过屏蔽层深入到电荷附近, 探测到的有效电磁相互作用越强})$$

- 真空极化产生瞬时虚费米子对: 轻子-反轻子, 夸克-反夸克。修正项可以写为所有贡献之和:

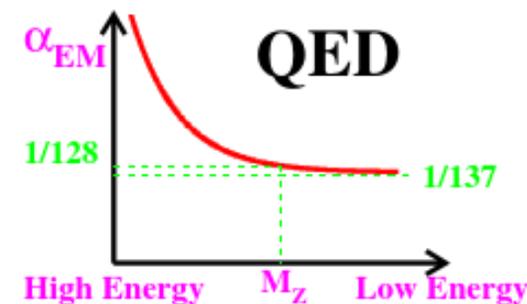
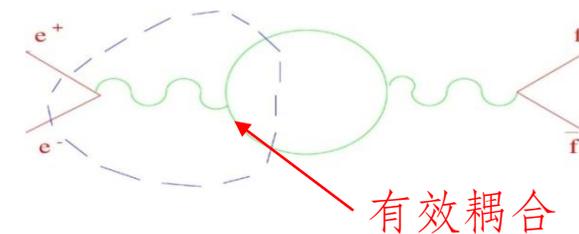
$$\Delta\alpha(s) = \Delta\alpha_{e\mu\tau}(s) + \Delta\alpha_{top}(s) + \Delta\alpha_{had}^{(5)}(s)$$

① 轻子的贡献可以由QED准确计算:

$$\Delta\alpha_{e\mu\tau}(M_Z^2) = \sum_{l=e,\mu,\tau} \frac{\alpha}{3\pi} \left[ -\frac{8}{3} + \beta_l^2 - \frac{1}{2}\beta_l(3 - \beta_l^2) \ln\left(\frac{1 - \beta_l}{1 + \beta_l}\right) \right] = 0.03142$$



电子电荷被辐射修正(辐射光子, 光子再瞬时演化为虚电子-正电子对)的真空极化效应所屏蔽



# 电磁跑动耦合常数 $\Delta\alpha(s)$

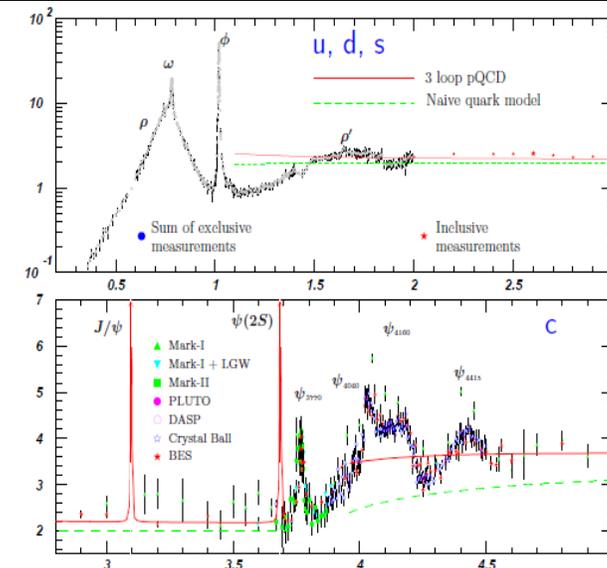
② 顶夸克 $t$ 很重, 其贡献很小:

$$\Delta\alpha_{top}(M_Z^2) = -\frac{4\alpha}{45\pi} \frac{M_Z^2}{m_t^2} = -0.00007(1)$$

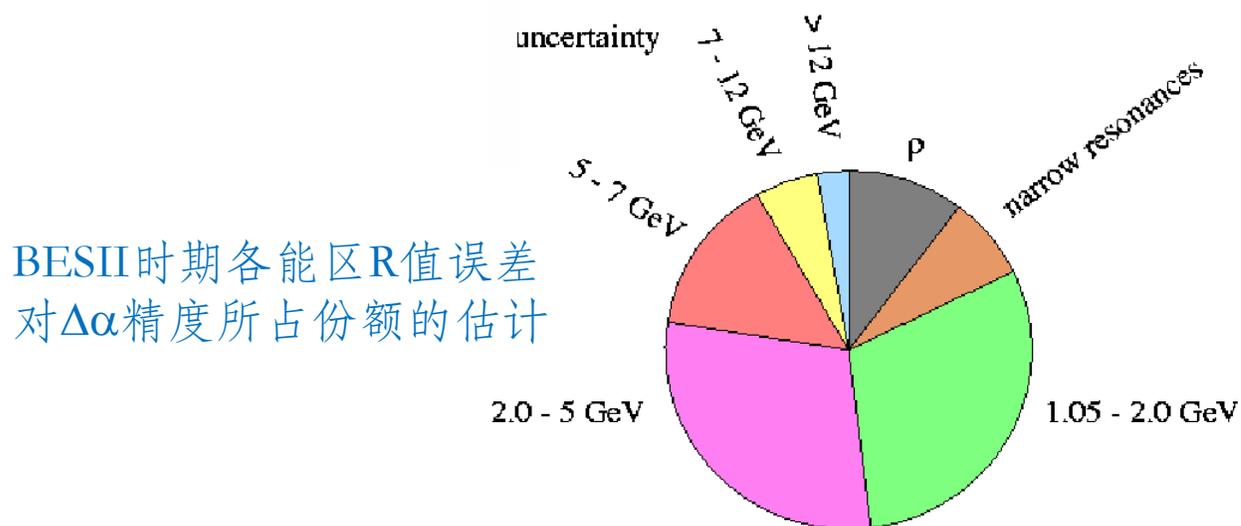
具有误差 $R \pm \sigma$

③ 较轻的夸克( $u, d, s, c, b$ )的贡献:

$$\Delta\alpha_{had}^{(5)}(M_Z^2) = -\frac{\alpha M_Z^2}{3\pi} \text{Re} \int_{4m\pi^2}^{\infty} ds \frac{R(s)}{s(s - M_Z^2 - i\epsilon)}$$



5GeV以下R值采用实验测量值, 5GeV以上采用QCD预言值, R值误差导致 $\alpha(s)$ 计算不确定性。由于被积函数中因子 $1/s$ , 低能下R值测量误差影响被放大, 成为制约 $\alpha(s)$ 理论精度主要因素。



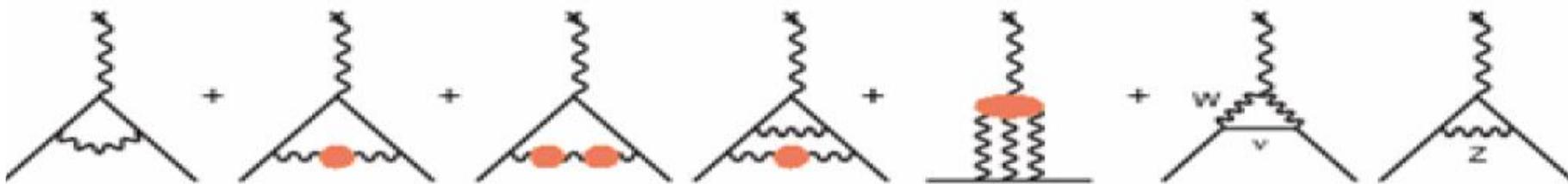
BESII时期各能区R值误差对 $\Delta\alpha$ 精度所占份额的估计

Eur. Phys. J. C 80, 241 (2020)

| Source                            | Contribution ( $\times 10^4$ ) |
|-----------------------------------|--------------------------------|
| $\Delta\alpha_{lepton}(M_Z^2)$    | $314.979 \pm 0.002$            |
| $\Delta\alpha_{had}^{(5)}(M_Z^2)$ | $276.0 \pm 1.0$                |
| $\Delta\alpha_{top}(M_Z^2)$       | $-0.7180 \pm 0.0054$           |

# $\mu$ 子反常磁矩

考虑了辐射修正， $\mu$ 子与光子相互作用顶角包括：



即

$$a_\ell^{\text{SM}} = a_\ell^{\text{QED}} + a_\ell^{\text{Weak}} + a_\ell^{\text{had}}$$

- QED和Weak项能够解析地算至非常高精度
- 强相互作用项可以划分为真空极化HVP和light-by-light (HLbL)

$$a_\ell^{\text{had}} = a_\ell^{\text{LO-HVP}} + a_\ell^{\text{NLO-HVP}} + a_\ell^{\text{HLbL}}$$

其中

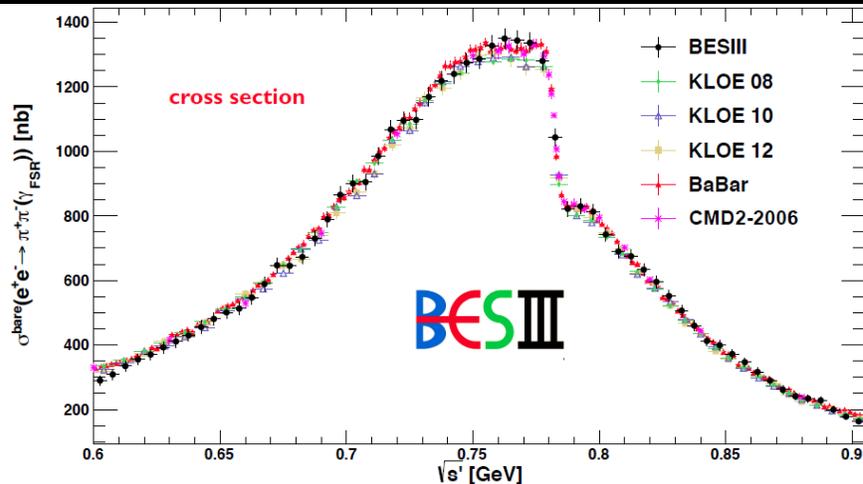
$$a_\mu^{\text{LO-HVP}} = \left( \frac{\alpha m_\mu}{3\pi} \right)^2 \int_{4m_\pi^2}^{\infty} ds \frac{R(s)K(s)}{s^2}$$

R(s)值:

- $2m_\pi-2\text{GeV}$ : 遍举测量值，最重要的是 $\rho \rightarrow \pi^+\pi^-$ 的贡献。
- $2-5\text{GeV}$ : 单举测量值。
- $5\text{GeV}-\infty$ : pQCD预言值。

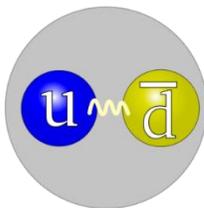
# BESIII数据ISR方法测量 $\pi^+\pi^-(\gamma^{\text{ISR}})$ 截面

- 截面



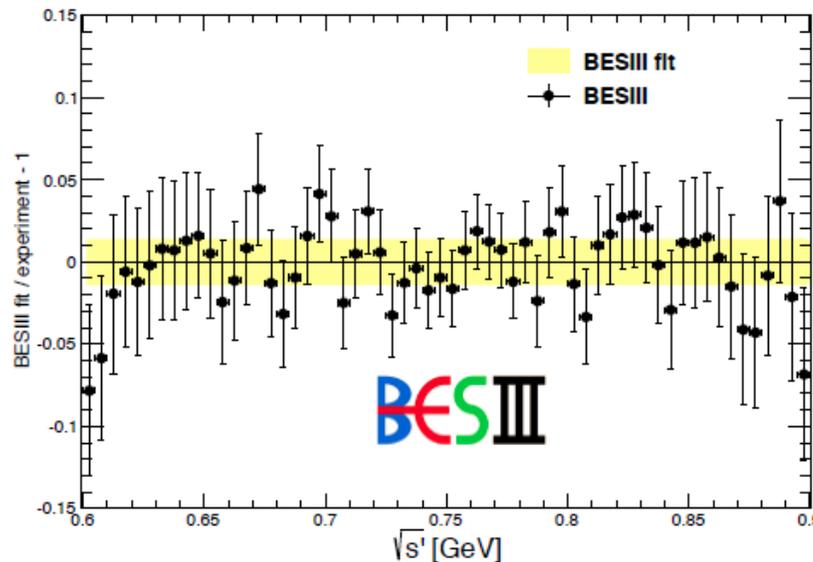
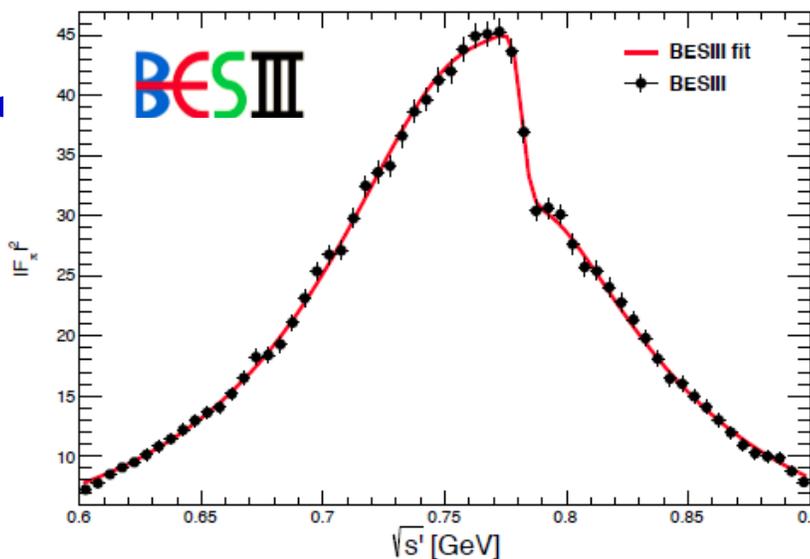
- 采用在 $\psi(3770)$ 峰上获取的大统计量数据。
- 所有实验组的结果一致，精度水平相当。
- 对g-2的计算有重要贡献。

- $\pi$ 介子夸克模型:



非点粒子  $\Rightarrow$  电磁形状因子

$$|F_\pi|^2(s') = \frac{3s'}{\pi\alpha\beta_\pi^3(s')} \sigma(e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-)(s') \quad , \quad \beta_\pi(s') = \sqrt{1 - \frac{4m_\pi^2}{s'}}$$



拟合函数: Gounaris-函数

拟合优度:  $\chi^2/\text{ndf}=33.2/51$

# $\mu$ 子反常磁矩理论计算与实验测量

$a_\mu^{\text{LO-HVP}}$ 项采用R值积分计算的结果与实验 $a_\mu$ 的比较:

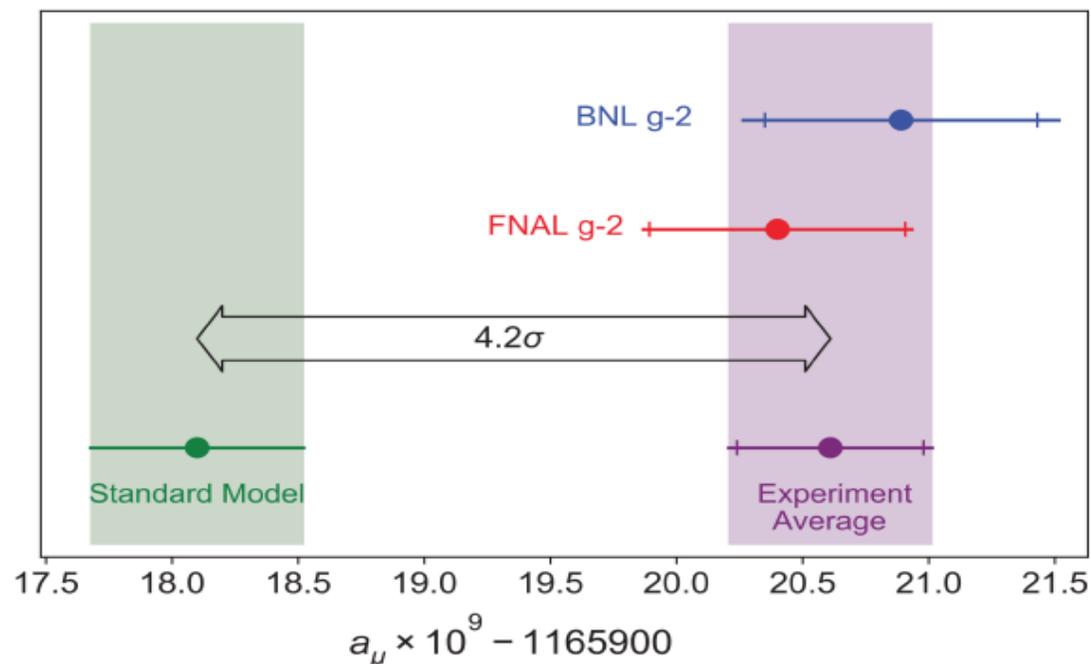
Phys. Rep. 887, 1 (2020)

| Source                    | Contribution( $\times 10^{11}$ ) |
|---------------------------|----------------------------------|
| $a_\mu^{\text{QED}}$      | $116584718.931 \pm 0.104$        |
| $a_\mu^{\text{Weak}}$     | $153.6 \pm 1.0$                  |
| $a_\mu^{\text{LO-HVP}}$   | $6931 \pm 40$                    |
| $a_\mu^{\text{NLO-HVP}}$  | $-98.3 \pm 0.7$                  |
| $a_\mu^{\text{NNLO-HVP}}$ | $12.4 \pm 0.1$                   |
| $a_\mu^{\text{HLbL}}$     | $92 \pm 18$                      |
| $a_\mu^{\text{SM}}$       | $116591810 \pm 43$               |
| $a_\mu^{\text{exp}}$      | $116592061 \pm 41$               |
| $\Delta a_\mu$            | $251 \pm 59 (4.2\sigma)$         |



各能区R值误差对g-2不确定性贡献

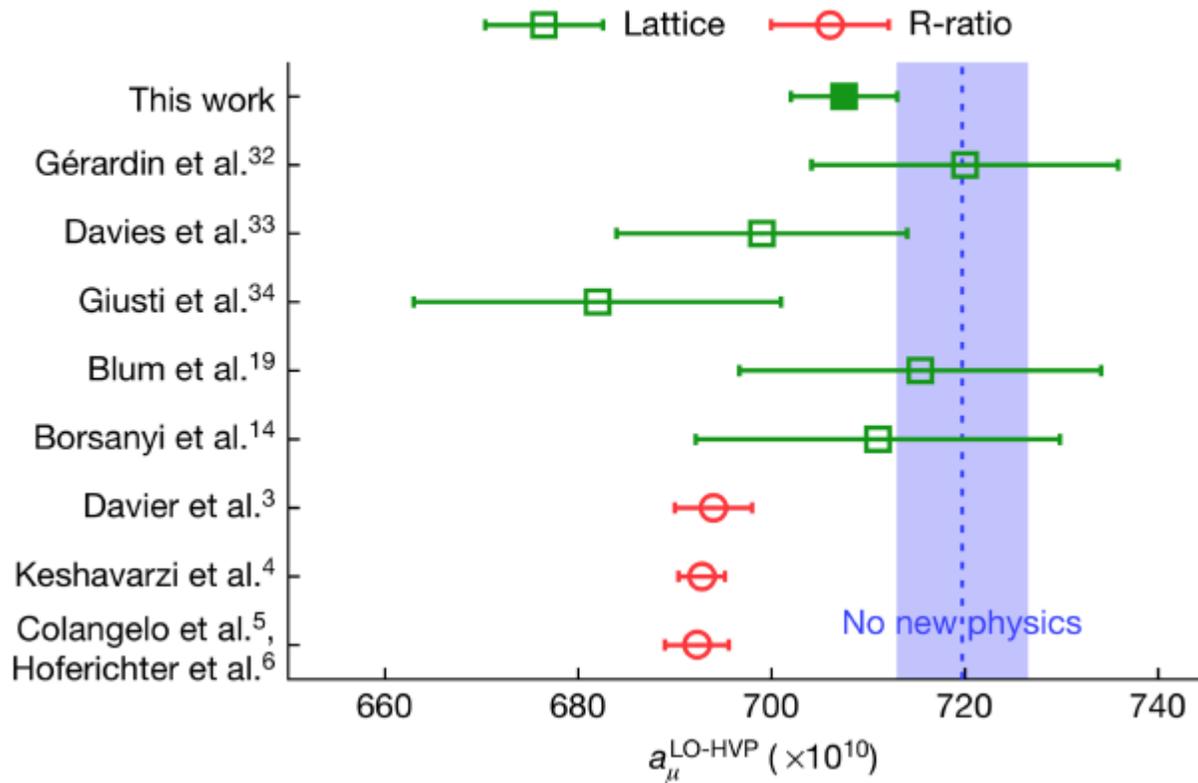
Phys. Rev. Lett. 126, 141801 (2021)



# $\mu$ 子反常磁矩理论计算与实验测量

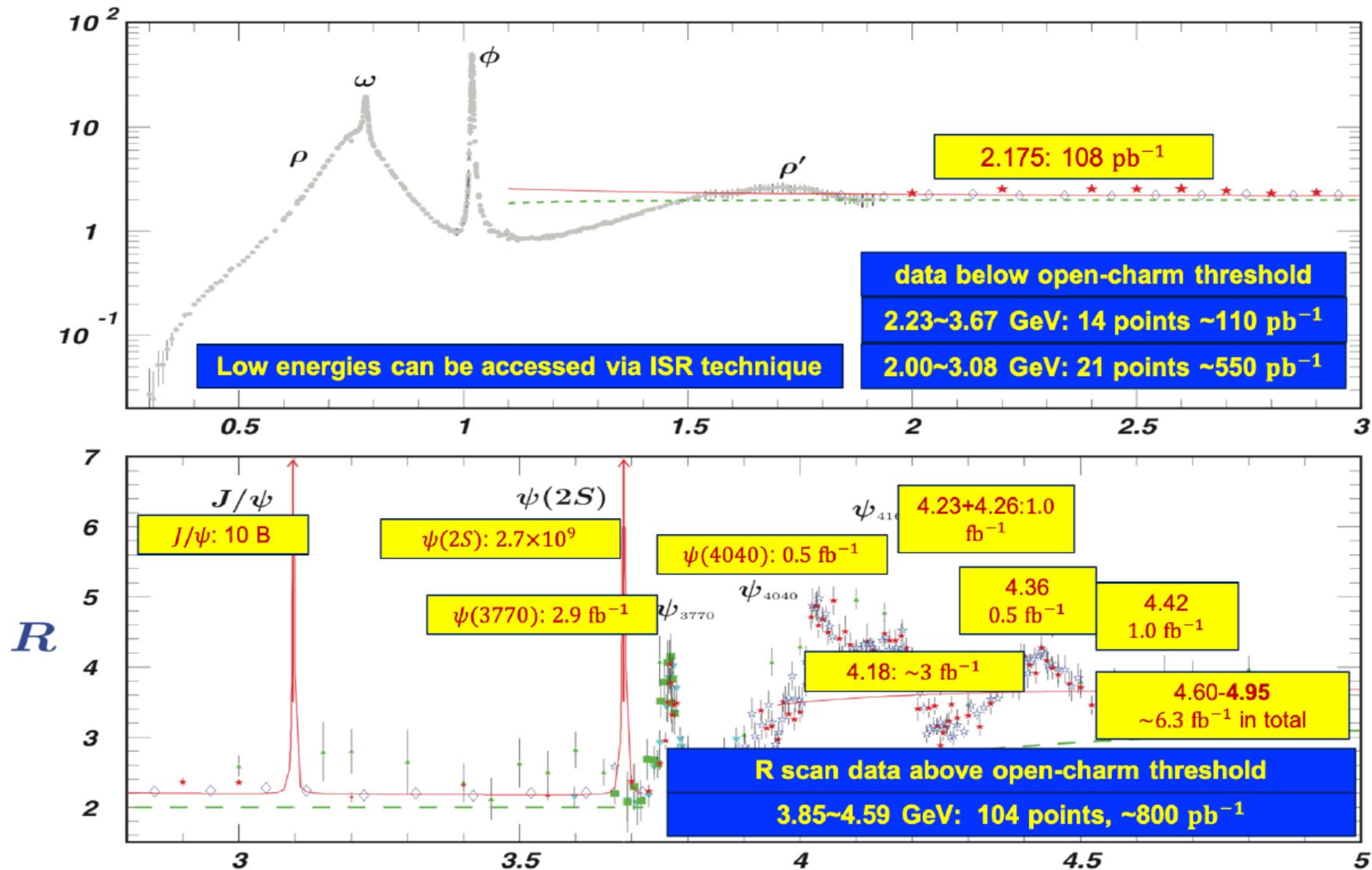
- $a_\mu^{\text{LO-HVP}}$ 项采用格点QCD方法计算与实验 $a_\mu$ 比较： $a_\mu^{\text{SM}}$ 与 $a_\mu^{\text{exp}}$ 的不一致性减小了，无新物理。
- R值积分的不确定性小于运用格点QCD。

Nature (London) 593, 51 (2021)



| Source                                   | Contribution( $\times 10^{11}$ ) |
|--|----------------------------------|
| $a_\mu^{\text{QED}}$                     | $116584718.931 \pm 0.104$        |
| $a_\mu^{\text{Weak}}$                    | $153.6 \pm 1.0$                  |
| $a_\mu^{\text{LO-HVP}} (R\text{-ratio})$ | $6931 \pm 40$                    |
| $a_\mu^{\text{LO-HVP}} (\text{lattice})$ | $7075 \pm 55$                    |
| $a_\mu^{\text{NLO-HVP}}$                 | $-98.3 \pm 0.7$                  |
| $a_\mu^{\text{NNLO-HVP}}$                | $12.4 \pm 0.1$                   |
| $a_\mu^{\text{HLbL}}$                    | $92 \pm 18$                      |
| $a_\mu^{\text{SM}}$                      | $116591954 \pm 58$               |
| $a_\mu^{\text{exp}}$                     | $116592061 \pm 41$               |
| $\Delta a_\mu$                           | $107 \pm 71 (1.5\sigma)$         |

# BEPCII/BESIII数据获取情况



- BESIII在BEPCII的全能区进行了扫描取数
- BESIII还计划在1.8-2.0GeV和4.8-5.0GeV能区取数

# BESIII的R值和QCD测量项目

- 第一轮数据获取

- ▶ 2.232–3.40GeV, 粲强子产生阈之下, 4+10个能量点。
- ▶ 积分亮度:  $1.7\sim 3.7\text{pb}^{-1}$ , 每能量点30k~200k强子事例。

- 第二轮数据获取

- ▶ 3.85–4.60GeV, 粲强子产生能区扫描, 104个能量点。
- ▶ 积分亮度:  $8\text{pb}^{-1}$ , 每能量点150k以上强子事例。

- 第三轮数据获取

- ▶ 2.00–3.08GeV, 粲强子产生阈之下, 21个能量点。
- ▶ 积分亮度:  $1\sim 100\text{pb}^{-1}$ , 每个能量点20k~2000k强子事例。

# R值实验测量

理论定义:

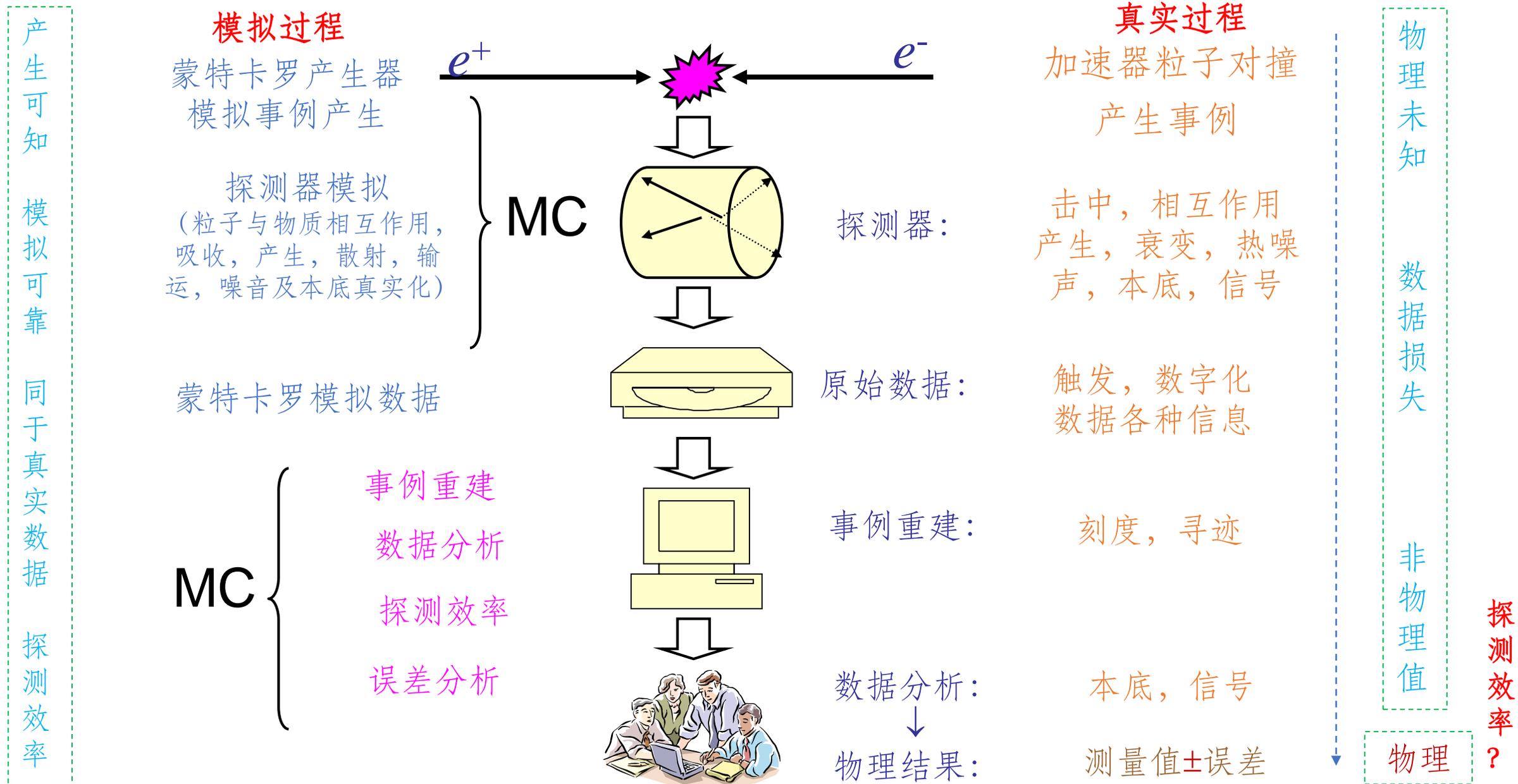
$$R = \frac{\sigma_{had}^0(e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \text{hadrons})}{\sigma_{\mu\mu}^0(e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \mu^+\mu^-)}$$

实验测量公式:

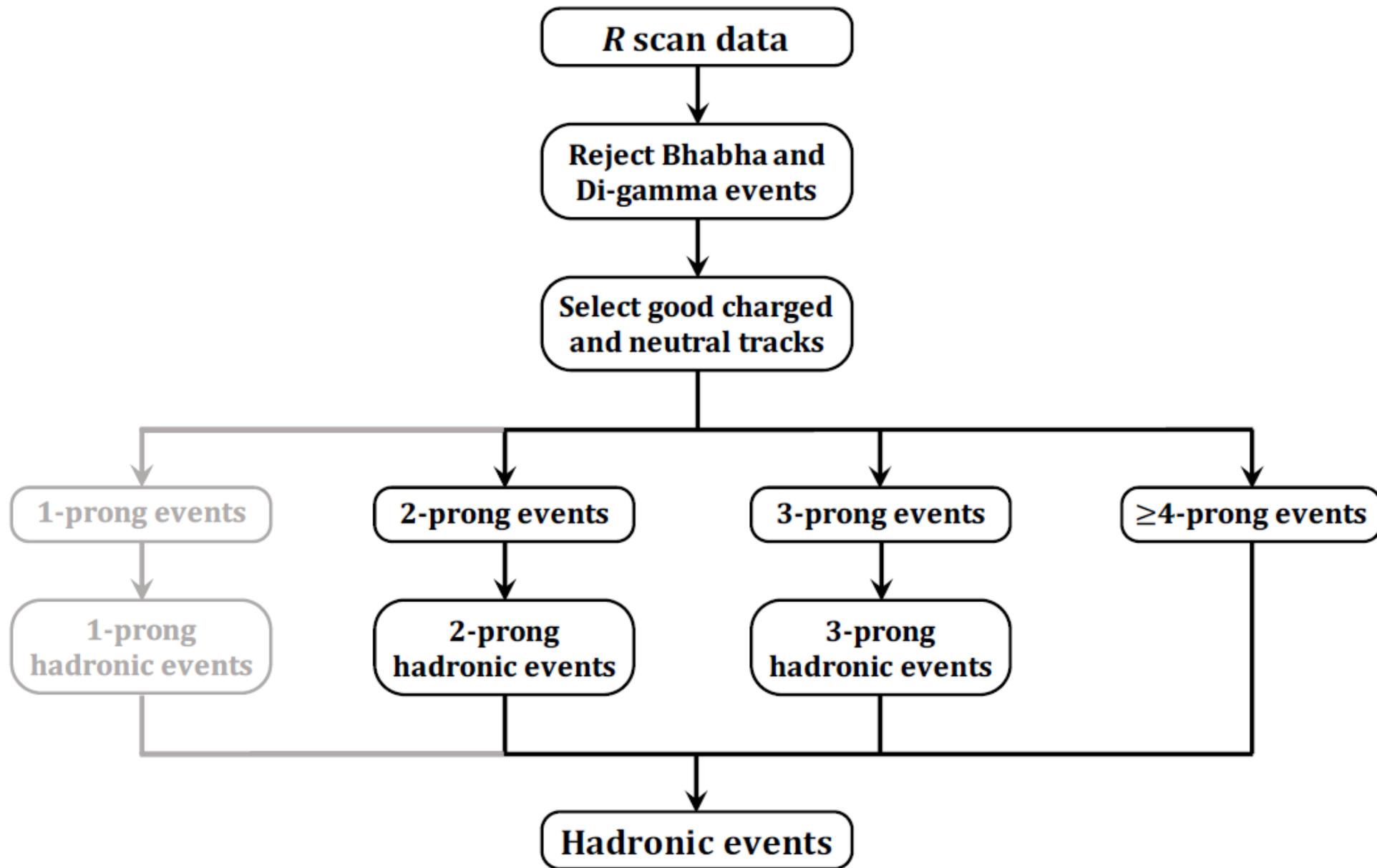
$$R = \frac{N_{had}^{obs} - N_{bkg}}{\sigma_{\mu\mu}^0 \mathcal{L}_{int.} \epsilon_{trig} \epsilon_{had} (1 + \delta)}$$

- $N_{had}^{obs}$  : 实验观测到的强子事例数
- $N_{bkg}$  : 残余本底事例数
- $\sigma_{\mu\mu}^0$  : 树图级 $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ 理论截面
- $\mathcal{L}_{int.}$  : 数据样本积分亮度, 用Bhabha事例或 $\gamma\gamma$ 事例测量
- $\epsilon_{trig}$  : 触发效率,  $\sim 100\%$
- $\epsilon_{had}$  : 强子事例探测效率, 用蒙特卡罗方法测定 其系统误差对R实验是最大的挑战
- $(1 + \delta)$  : 辐射修正因子, 理论计算, 反映高阶辐射过程事例的比例

# 实验数据分析流程



# 实验数据分析步骤

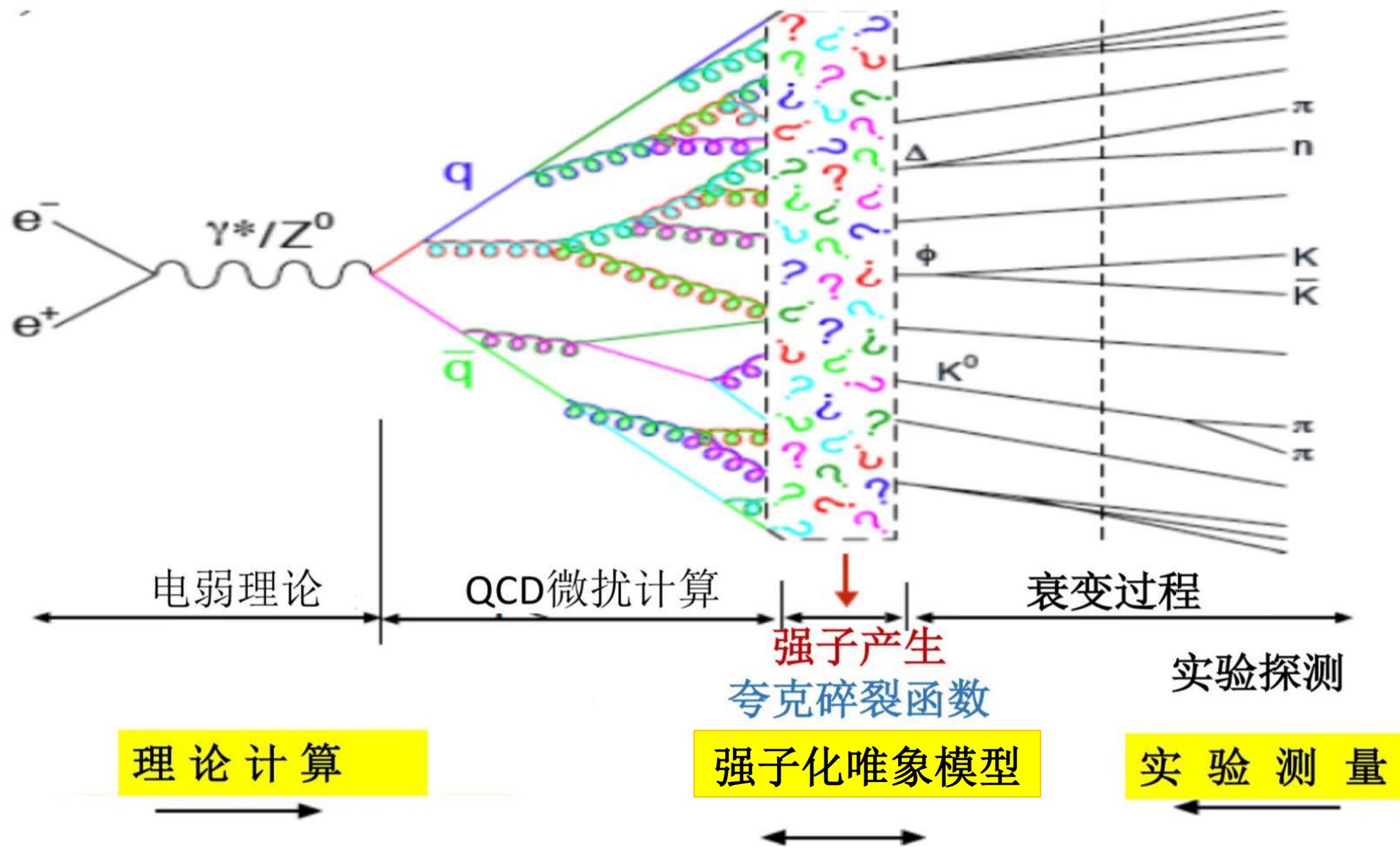


# R值测量主要本底

- ▶ Bhabha  $e^+e^- \rightarrow (\gamma)e^+e^-$ :
  - Relatively large cross section
  - Two back-to-back energetic associated showers
  - Two back-to-back charged tracks with large  $p$  and  $E/p$  close to 1
  - No or less than one isolated photon
- ▶ Di-gamma ( $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$ ):
  - Two back-to-back energetic showers and no charged tracks
- ▶ Di-muon ( $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ ):
  - Two back-to-back charged tracks with high momentum and no isolated photon
- ▶ Di-tau ( $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ ):
  - Emerging only above  $\sqrt{s} = 3.554$  GeV with large cross section
  - Difficult to be significantly rejected but can be accurately simulated
- ▶ Two-photon processes  $e^+e^- \rightarrow e^+e^- + X$ , with  $X = e^+e^-, \mu^+\mu^-, \pi^+\pi^-, K^+K^-, \eta, \eta'$ :
  - Low acceptance in the BESIII detector
  - No isolated photon for the first four channels
- ▶ **Beam-associated process**: beam-gas interaction and Touschek scatterings
  - Charged tracks with vertices away from the interaction point
  - No or less than one isolated photon

QED本底

# 正负电子湮没强子产生图像



# 弦碎裂强子产生图像：Lund模型

- **物理基础**：相对论，量子力学，因果律。
- **弦概念**：正反夸克间色力场限制在狭窄流管内，形成无质量相对论性弦，相当于QCD胶子场。
- **弦碎裂**：弦被色力场拉开，夸克动能转化为弦势能；新(双)夸克-反夸克对通过量子隧道效应从真空中激发出来；在新夸克对产生处断裂，形成介子或重子。

- **高能产生器**：JETSET, PYTHIA

核心：弦碎裂函数  $f(z) = N \frac{1}{z} (1-z)^a \exp\left(-\frac{bm^2}{z}\right)$

- **低能产生器**：LUARLW

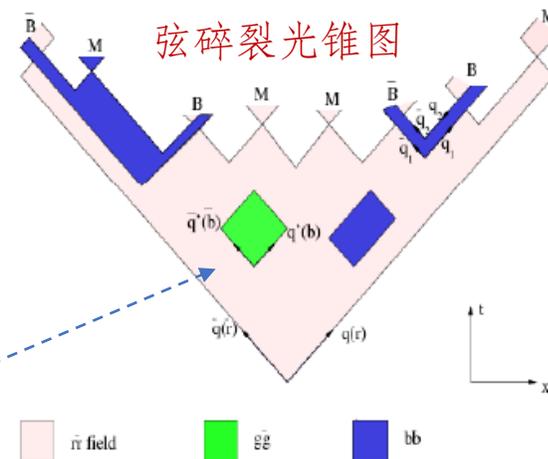
核心：Lund面积定律

$$d\varphi_n(q\bar{q} \rightarrow m_1, m_2, \dots, m_n) = (2\pi)^4 \delta\left(1 - \sum_{j=1}^n \frac{m_{\perp j}^2}{s z_j}\right) \delta\left(1 - \sum_{j=1}^n z_j\right) \delta\left(\sum_{j=1}^n \vec{k}_j\right) \sum |\mathcal{M}_{LUND}|^2 d\Phi_n$$

$$\mathcal{M}_{LUND}(q\bar{q} \rightarrow m_1, m_2, \dots, m_n) = C_n \mathcal{M}_{\perp} \mathcal{M}_{//}$$

横动量： $\mathcal{M}_{\perp} = \exp\left(-\sum_{j=1}^n \vec{k}_j^2\right)$

纵动量： $\mathcal{M}_{//} = \exp(i\xi \mathcal{A}_n)$



Lund面积定律多重数分布：

$$Z_n = s \int d\Phi_n \exp(-b\mathcal{A}_n) \quad P_n = Z_n / \sum Z_n$$

$$P_n(s) = \frac{\mu^n}{n!} \exp[c_0 + c_1(n - \mu) + c_2(n - \mu)^2]$$

$$\mu = a + b \exp\{c \cdot [\ln(s/Q_0^2)]^{1/2}\}$$

# LUARLW模拟功能

LUARLW能模拟如下强子产生道

$$e^+e^- \Rightarrow \gamma^* \Rightarrow \rho(770), \omega(782), \phi(1020), \omega(1420), \rho(1450), \omega(1650), \phi(1680), \rho(1700)$$

$$e^+e^- \Rightarrow \gamma^* \Rightarrow \begin{cases} q\bar{q} \Rightarrow \text{string} \Rightarrow \text{hadrons} \\ gq\bar{q} \Rightarrow \text{string} + \text{string} \Rightarrow \text{hadrons} \\ gggq\bar{q} \Rightarrow \text{string} + \text{string} + \text{string} \Rightarrow \text{hadrons} \end{cases}$$

$$e^+e^- \Rightarrow \gamma^* \Rightarrow J/\psi \Rightarrow \begin{cases} \gamma^* \Rightarrow e^+e^-, \mu^+\mu^- \\ q\bar{q} \Rightarrow \text{string} \Rightarrow \text{hadrons} \\ ggg \Rightarrow \text{string} + \text{string} + \text{string} \Rightarrow \text{hadrons} \\ \gamma gg \Rightarrow \gamma + \text{string} + \text{string} \Rightarrow \gamma + \text{hadrons} \\ \gamma\eta_c \end{cases}$$

$$e^+e^- \Rightarrow \gamma^* \Rightarrow \psi(2S) \Rightarrow \begin{cases} \gamma^* \Rightarrow e^+e^-, \mu^+\mu^-, \tau^+\tau^- \\ \gamma^* \Rightarrow q\bar{q} \Rightarrow \text{string} \Rightarrow \text{hadr} \\ ggg \Rightarrow \text{string} + \text{string} + \text{string} \Rightarrow \text{hadrons} \\ \gamma gg \Rightarrow \gamma + \text{string} + \text{string} \Rightarrow \gamma + \text{hadrons} \\ \pi^+\pi^- J/\psi, \pi^0\pi^0 J/\psi, \pi^0 J/\psi, \eta J/\psi, \gamma\chi_{cJ}, \phi\eta \end{cases}$$

$$e^+e^- \Rightarrow \gamma^* \Rightarrow \psi(3770) \Rightarrow \begin{cases} \gamma^* \Rightarrow e^+e^-, \mu^+\mu^-, \tau^+\tau^- \\ D^0\bar{D}^0, D^+\bar{D}^- \\ \gamma^* \Rightarrow q\bar{q} \Rightarrow \text{string} \Rightarrow \text{hadrons} \\ ggg \Rightarrow \text{string} + \text{string} + \text{string} \Rightarrow \text{hadrons} \\ \gamma gg \Rightarrow \gamma + \text{string} + \text{string} \Rightarrow \gamma + \text{hadrons} \\ \pi^+\pi^- J/\psi, \pi^0\pi^0 J/\psi, \pi^0 J/\psi, \eta J/\psi, \gamma\chi_{cJ} \end{cases}$$

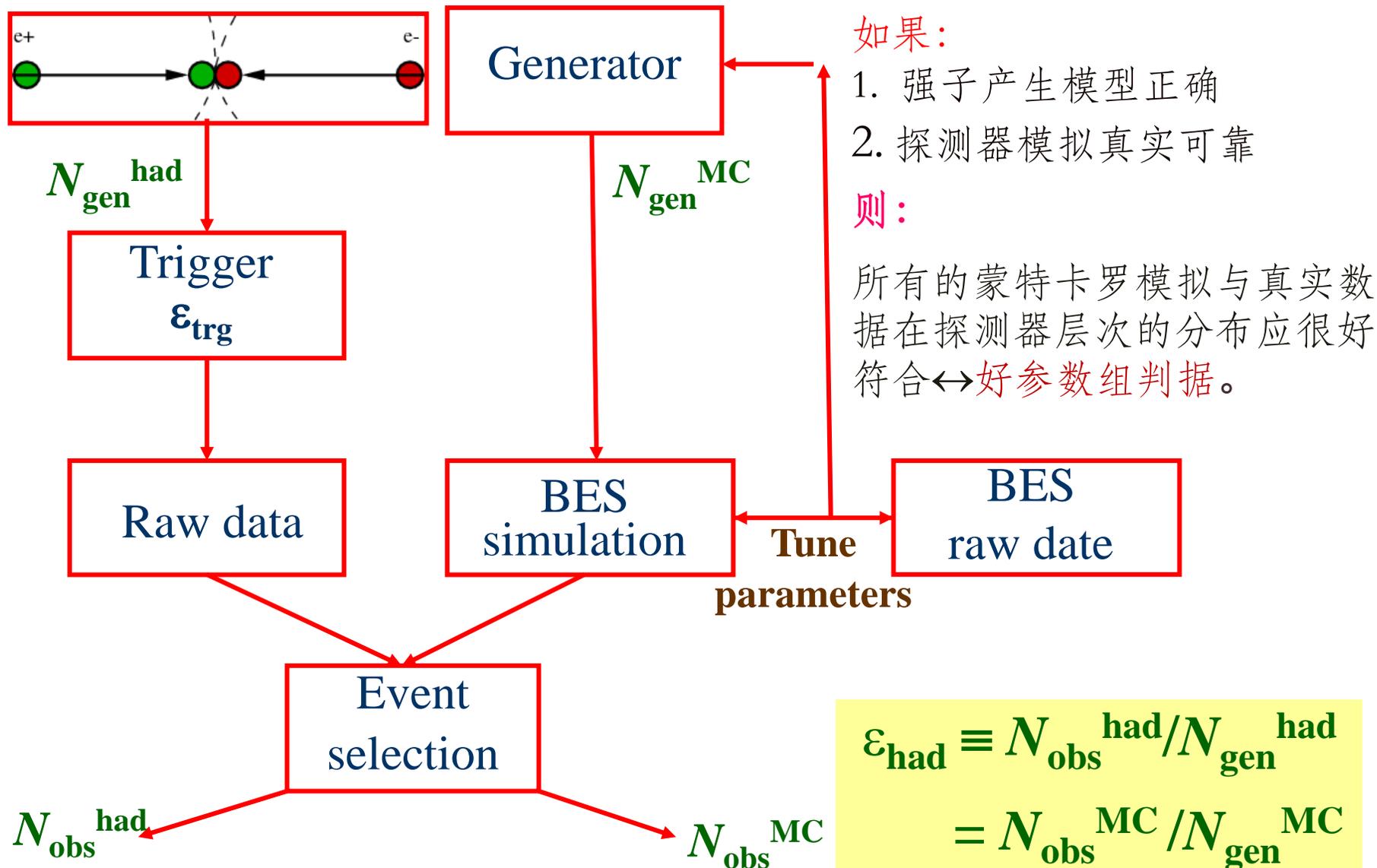
$$e^+e^- \Rightarrow \gamma^* \Rightarrow \begin{cases} \psi(4040) \Rightarrow D\bar{D}, D^*\bar{D}^*, D\bar{D}^*, \bar{D}D^*, D_s\bar{D}_s; \\ \psi(4160) \Rightarrow D\bar{D}, D^*\bar{D}^*, D\bar{D}^*, \bar{D}D^*, D_s\bar{D}_s, D_s\bar{D}_s^*; \\ \psi(4415) \Rightarrow D\bar{D}, D^*\bar{D}^*, D\bar{D}^*, \bar{D}D^*, D_s\bar{D}_s, D_s\bar{D}_s^*, D_s^*\bar{D}_s^*. \end{cases}$$

$$e^+e^- \Rightarrow \gamma^* \Rightarrow X(4160), X(4260) \dots \quad \text{with } J^{PC} = 1^{--}$$

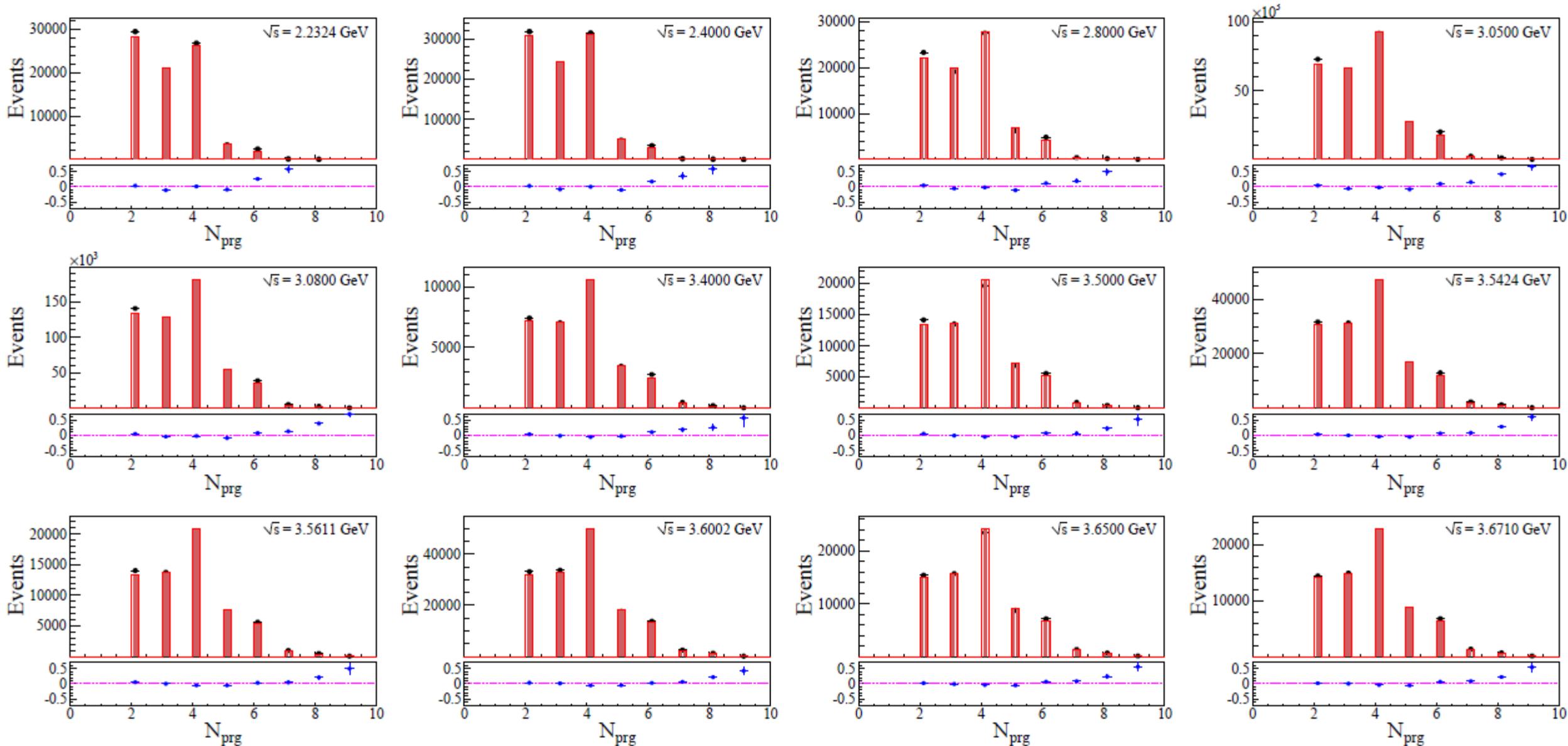
包含了BEPCLIII能区主要强子产生类型

# 强子产生子参数协调

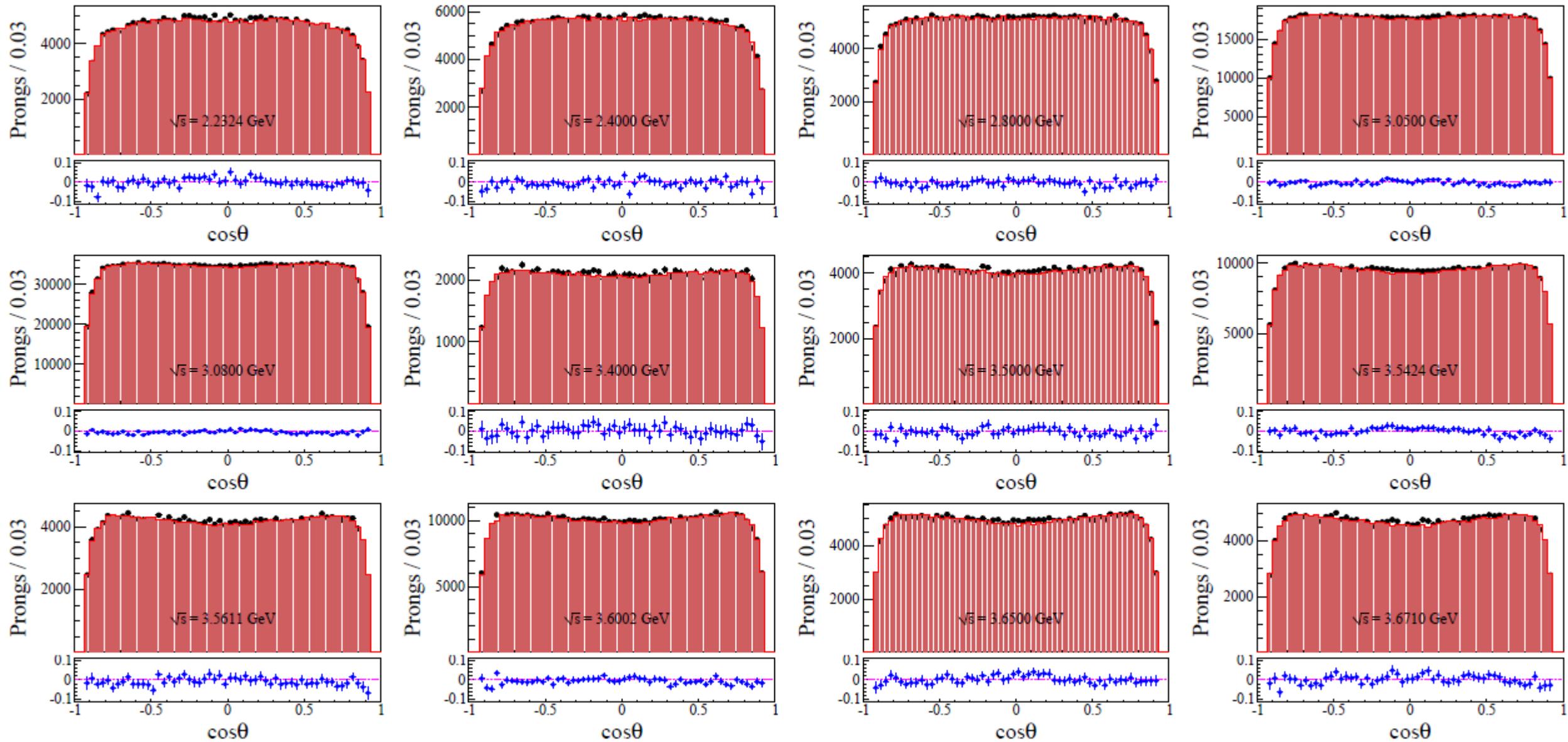
把真实数据与模拟数据经过相同的过程后进行比较，找到最佳参数值。



# LUARLW模拟：强子事例带电粒子多重数分布



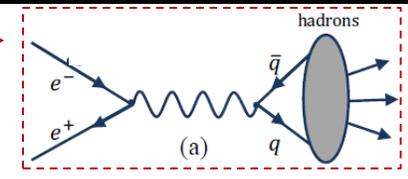
# LUARLW模拟：强子事例带电粒子角度分布



# 初态辐射修正

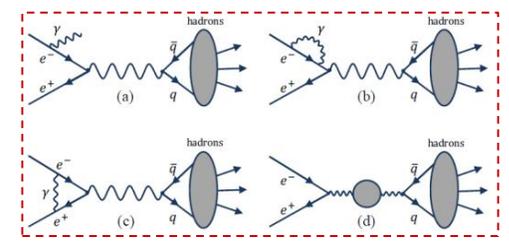
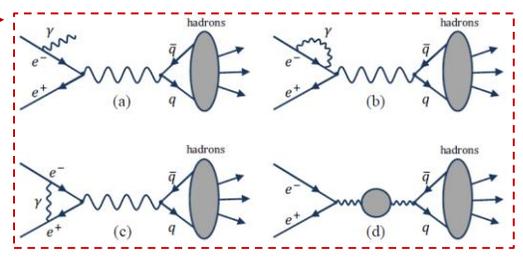
R值的定义:

$$R = \frac{\sigma_{had}^0(e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \text{hadrons})}{\sigma_{\mu\mu}^0(e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \mu^+\mu^-)}$$



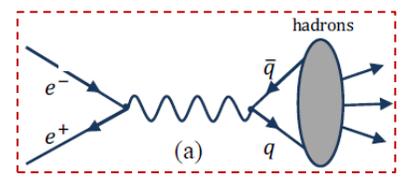
实验测量公式:

$$R = \frac{N_{had} - N_{bg}}{\sigma_{\mu\mu}^0 L \epsilon_{trg} \epsilon_{had} (1 + \delta)}$$



初态辐射修正  
因子定义:

$$(1 + \delta) =$$



辐射谱函数

全能区R值line-shape

顶点修正因子

强子产生总截面计算公式:

$$\sigma_{had}^{tot}(s) = \delta_{vert} \frac{\sigma_{had}^0(s)}{|1 - \Pi(s)|^2} + \int_0^{x_m} F_{FD}(x, s) \frac{\sigma_{had}^0(s')}{|1 - \Pi(s')|^2} dx$$

$$(1 + \delta)(s) \equiv \sigma_{had}^{tot}(s) / \sigma_{had}^0(s)$$

真空极化因子

最大辐射光子能量  
 $x_m = 1 - 4m_\pi^2/s$

# 系统误差分析

► 根据R实验测量公式，R值的基本系统误差为

$$\left(\frac{\Delta R}{R}\right)_{\text{sys}}^2 = \left(\frac{\Delta \tilde{N}}{\tilde{N}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \sigma_{\mu\mu}^0}{\sigma_{\mu\mu}^0}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \mathcal{L}_{\text{int.}}}{\mathcal{L}_{\text{int.}}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \varepsilon_{\text{trig}}}{\varepsilon_{\text{trig}}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \varepsilon_{\text{had}}}{\varepsilon_{\text{had}}}\right)^2 + \left[\frac{\Delta(1+\delta)}{(1+\delta)}\right]^2$$

► 实际上，从如下方面考虑系统误差

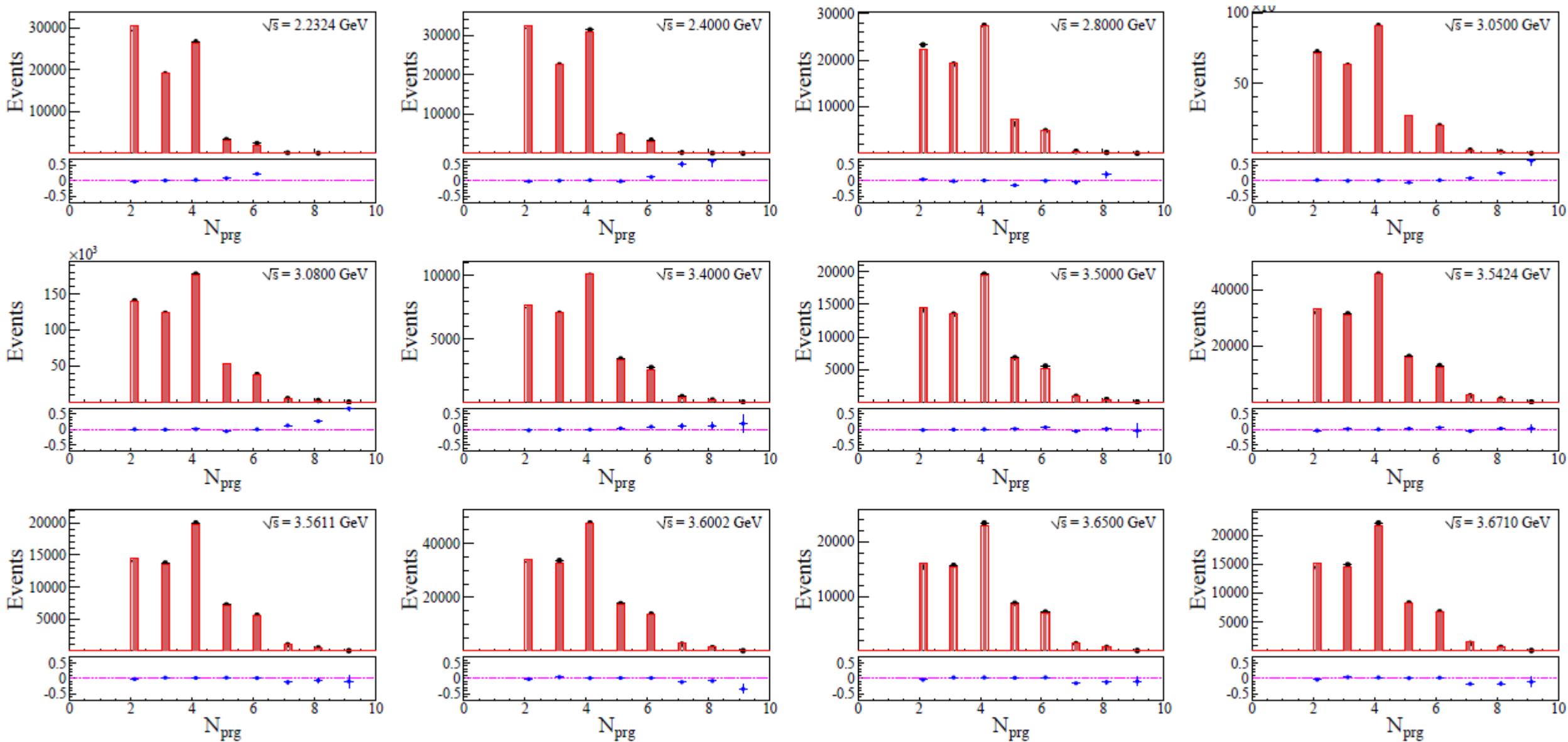
- 事例选择：把各项选择条件适当地变换范围。
- 本底估计：用不同的方法和本底模拟模型。
- $\sigma_{\mu}^0$ ：QED计算，误差可忽略。
- 积分亮度：直接引用已发表的结果。
- 触发效率：数值接近100%，误差小于0.1%。
- 探测效率：采用不同的强子产生器(HYBRID)模拟，比较效率差（最大系统误差）。
- 辐射修正：考虑方案的理论精度，输入值 $\sigma_{\text{had}}^0(\text{s})$ 的系统误差（次大系统误差）。

# 混合强子产生子HYBRID

$$\text{HYBRID} = \text{PHOKHARA} \oplus \text{ConExc} \oplus \text{LUARLW}$$

- 遍举道产生子PHOKHARA: 基于唯象模型, 能模拟11个强子道, 已知截面和中间态,  $e^+e^- \rightarrow 2\pi$ 、 $3\pi$ 、 $4\pi$ 等, 已用于很多分析。
- 遍举道产生子ConExc: 相空间模拟, 能模拟47个强子道, 其截面数值取自其它实验文章, 如 $e^+e^- \rightarrow K^+K^-\pi^0$ 、 $K_S^0K\pi$ 、 $K^+K^-\pi\pi$ 、 $5\pi$ 、 $6\pi$ 和 $\gamma_{\text{ISR}}J/\psi$ , 等。
- 单举产生子LUARLW: 原则上能模拟所有 $e^+e^-$ 湮没产生的强子道, 但在HYBRID中仅用于模拟PHOKHARA和ConExc不能产生的强子道。
- 三个产生子所模拟的强子道没有重复。

# HYBRID模拟强子事例带电粒子多重数分布



# LUARLW与HYBRID辐射谱比较

► 初态 $e^+$ 初致辐射光子微分截面(辐射谱)

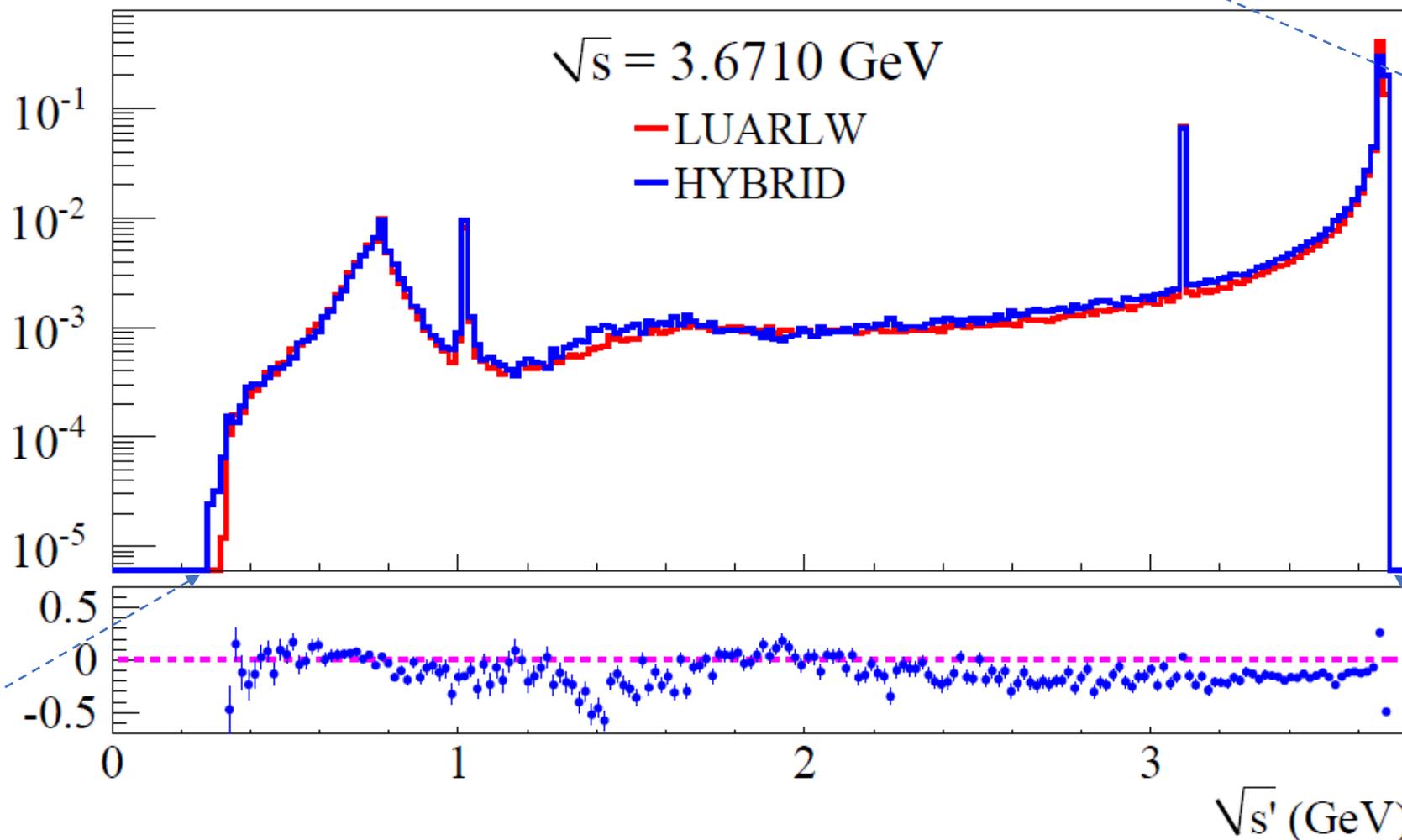
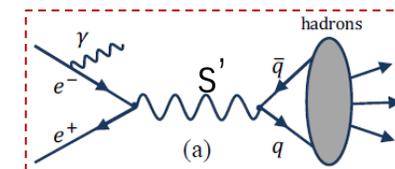
$$d\sigma^{HB}(s) = \frac{\alpha}{\pi^2} \frac{\sin^2 \theta}{(1 - a^2 \cos^2 \theta)} \frac{dk d\Omega_\gamma}{k} \left(1 - k + \frac{k^2}{2}\right) d\sigma^0(s')$$

强子产生有效能量

初态辐射光子  
能量分数

$$k = E_\gamma / E_{\text{beam}}$$

$$s' = (1 - k)s$$



# LUARLW与HYBRID模拟的 $\epsilon_{\text{had}}$ 及 $(1+\delta)$ 比较

| $\sqrt{s}$ (GeV) | LUARLW<br>$\epsilon_{\text{had}}$ (%) | HYBRID<br>$\epsilon_{\text{had}}$ (%) | Diff. (%) | LUARLW<br>( $1 + \delta$ ) | HYBRID<br>( $1 + \delta$ ) | Diff. (%) |
|------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|-----------|----------------------------|----------------------------|-----------|
| 2.2324           | 64.45                                 | 64.50                                 | -0.09     | 1.1955                     | 1.2016                     | -0.52     |
| 2.4000           | 67.29                                 | 67.62                                 | -0.49     | 1.2043                     | 1.2118                     | -0.62     |
| 2.8000           | 72.25                                 | 73.16                                 | -1.25     | 1.2185                     | 1.2276                     | -0.74     |
| 3.0500           | 73.91                                 | 74.54                                 | -0.85     | 1.1929                     | 1.2040                     | -0.93     |
| 3.0600           | 73.88                                 | 74.54                                 | -0.90     | 1.1825                     | 1.1940                     | -0.97     |
| 3.0800           | 73.98                                 | 74.11                                 | -0.18     | 1.1228                     | 1.1357                     | -1.15     |
| 3.4000           | 74.81                                 | 75.19                                 | -0.50     | 1.3817                     | 1.4009                     | -1.39     |
| 3.5000           | 75.32                                 | 75.88                                 | -0.75     | 1.3509                     | 1.3690                     | -1.33     |
| 3.5424           | 75.58                                 | 76.17                                 | -0.78     | 1.3413                     | 1.3587                     | -1.30     |
| 3.5538           | 75.50                                 | 76.23                                 | -0.97     | 1.3384                     | 1.3557                     | -1.29     |
| 3.5611           | 75.50                                 | 76.27                                 | -1.02     | 1.3368                     | 1.3542                     | -1.30     |
| 3.6002           | 75.73                                 | 76.52                                 | -1.05     | 1.3285                     | 1.3453                     | -1.26     |
| 3.6500           | 76.00                                 | 76.89                                 | -1.16     | 1.3082                     | 1.3234                     | -1.16     |
| 3.6710           | 76.11                                 | 77.11                                 | -1.30     | 1.2597                     | 1.2718                     | -0.96     |

# R值测量各项相对系统误差

(%)

| $\sqrt{s}$ (GeV) | Event selection | QED background | Beam background | Luminosity | Trigger efficiency | Signal model | ISR correction | Total |
|------------------|-----------------|----------------|-----------------|------------|--------------------|--------------|----------------|-------|
| 2.2324           | 0.41            | 0.23           | 0.28            | 0.80       | 0.10               | 0.60         | 1.15           | 1.62  |
| 2.4000           | 0.55            | 0.27           | 0.15            | 0.80       | 0.10               | 1.11         | 1.10           | 1.87  |
| 2.8000           | 0.58            | 0.28           | 0.34            | 0.80       | 0.10               | 1.97         | 1.06           | 2.48  |
| 3.0500           | 0.61            | 0.33           | 0.41            | 0.80       | 0.10               | 1.76         | 1.01           | 2.33  |
| 3.0600           | 0.60            | 0.34           | 0.48            | 0.80       | 0.10               | 1.84         | 1.00           | 2.39  |
| 3.0800           | 0.61            | 0.35           | 0.35            | 0.80       | 0.10               | 1.31         | 1.05           | 2.02  |
| 3.4000           | 0.65            | 0.33           | 0.16            | 0.80       | 0.10               | 1.86         | 1.24           | 2.49  |
| 3.5000           | 0.60            | 0.35           | 0.62            | 0.80       | 0.10               | 2.05         | 1.16           | 2.66  |
| 3.5424           | 0.61            | 0.37           | 0.01            | 0.80       | 0.10               | 2.05         | 1.14           | 2.58  |
| 3.5538           | 0.66            | 0.31           | 0.39            | 0.80       | 0.10               | 2.22         | 1.13           | 2.74  |
| 3.5611           | 0.74            | 0.34           | 0.34            | 0.80       | 0.10               | 2.28         | 1.12           | 2.81  |
| 3.6002           | 0.66            | 0.33           | 0.38            | 0.80       | 0.10               | 2.27         | 1.09           | 2.77  |
| 3.6500           | 0.53            | 0.35           | 0.69            | 0.80       | 0.10               | 2.28         | 1.13           | 2.83  |
| 3.6710           | 0.61            | 0.42           | 0.63            | 0.80       | 0.10               | 2.23         | 1.04           | 2.77  |

# $\epsilon_{\text{had}}(1+\delta)$ 与 $\epsilon(0)(1+\delta_{\text{obs}})$ 方案的比较

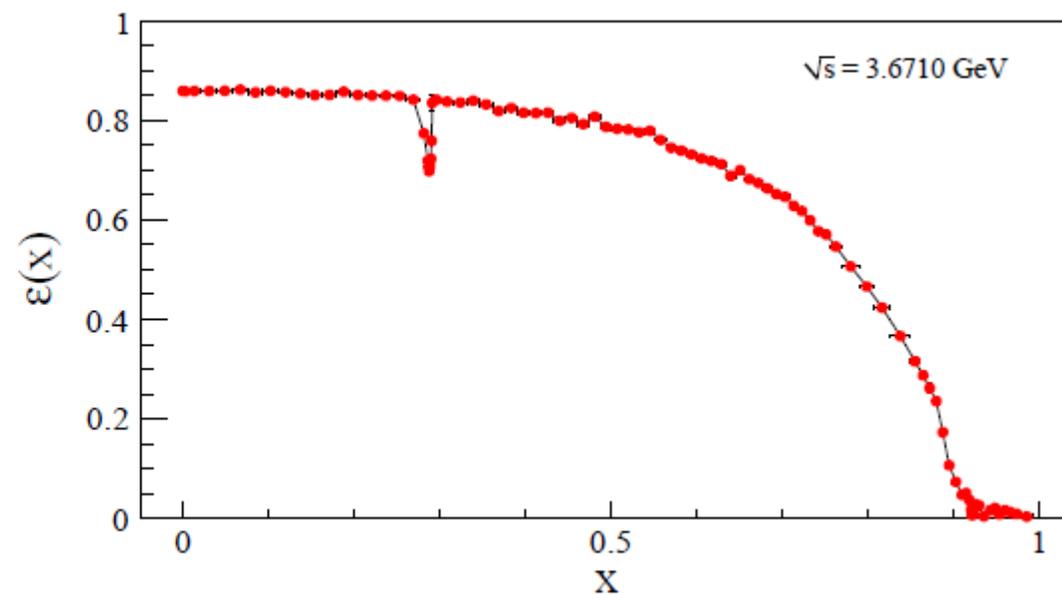
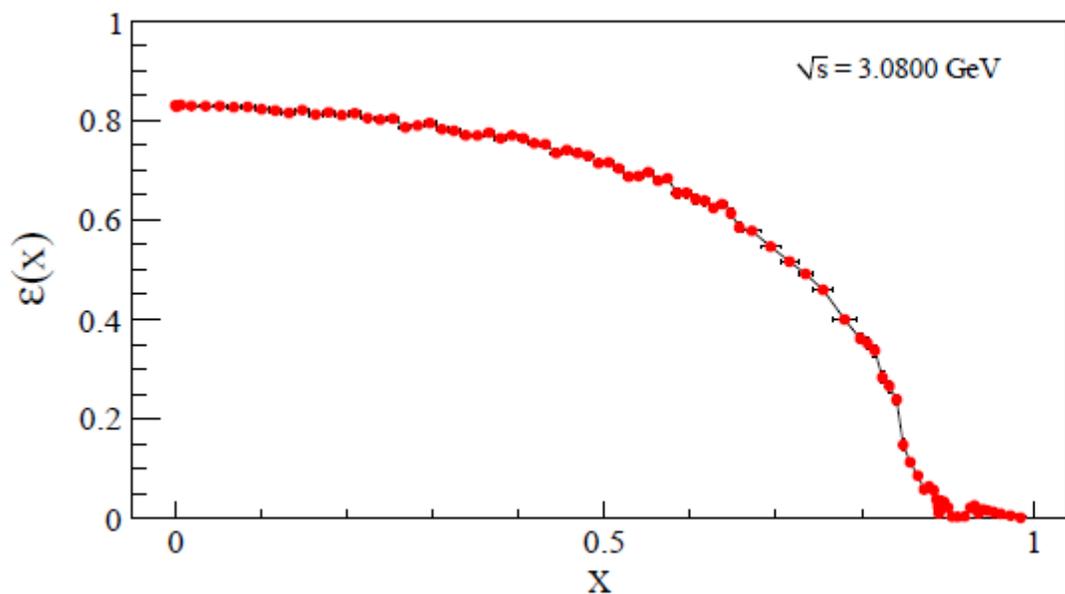
► 另一种等效的R值测量公式:

$$R = \frac{N_{\text{had}}^{\text{obs}} - N_{\text{bkg}}}{\sigma_{\mu\mu}^0 \mathcal{L}_{\text{int.}} \epsilon_{\text{trig}} \epsilon_{\text{had}}(0)(1 + \delta_{\text{obs}})}$$

$\epsilon(0)$ : 产生子关闭辐射模拟时的效率

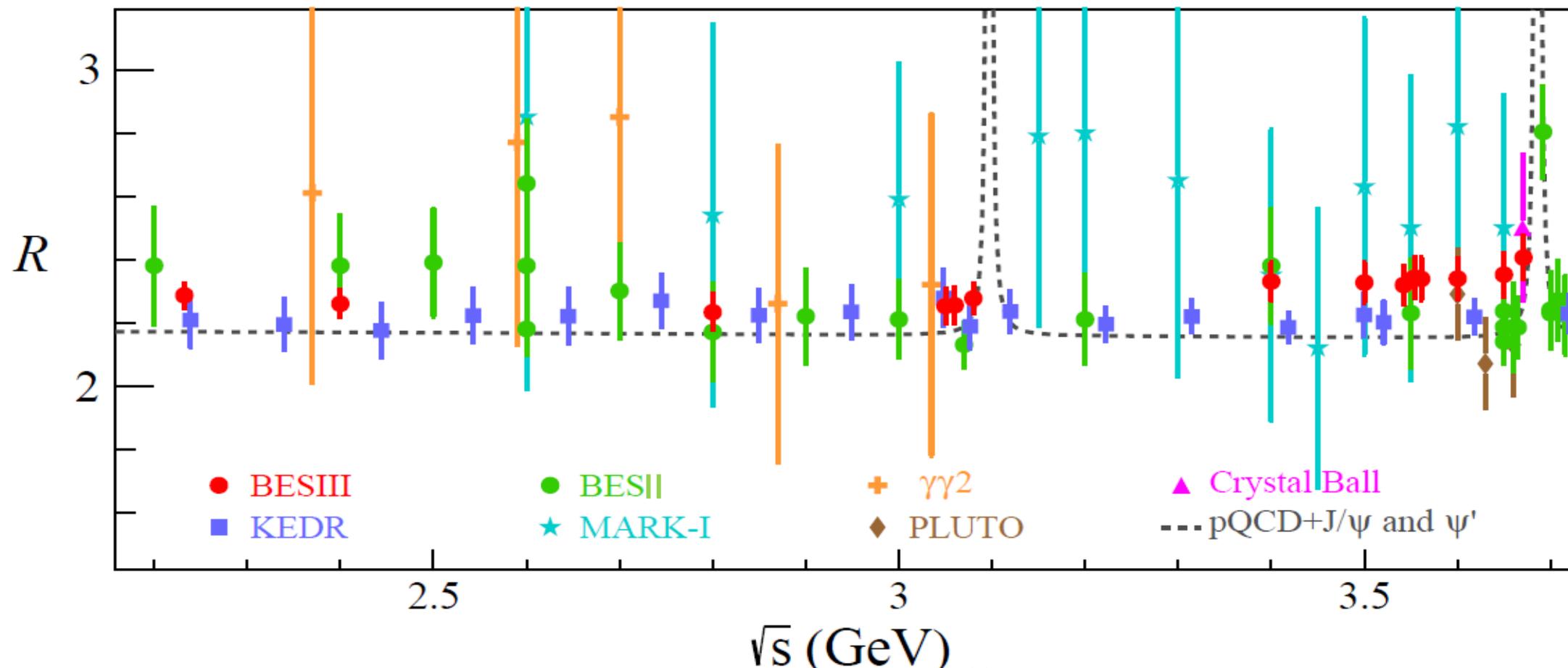
$(1+\delta_{\text{obs}})$ : 吸收了效率的辐射修正因子

$$1 + \delta_{\text{obs}} = \frac{\delta_{\text{vert}}}{|1 - \Pi(s)|^2} + \frac{1}{\sigma_{\text{had}}^0(s) \epsilon_{\text{had}}(0)} \int_0^{x_m} \frac{x^\beta}{x} \left(1 - x + \frac{x^2}{2}\right) \frac{\sigma_{\text{had}}^0(s') \epsilon_{\text{had}}(x)}{|1 - \Pi(s')|^2} dx$$



$$x = E_\gamma / E_{\text{beam}}$$

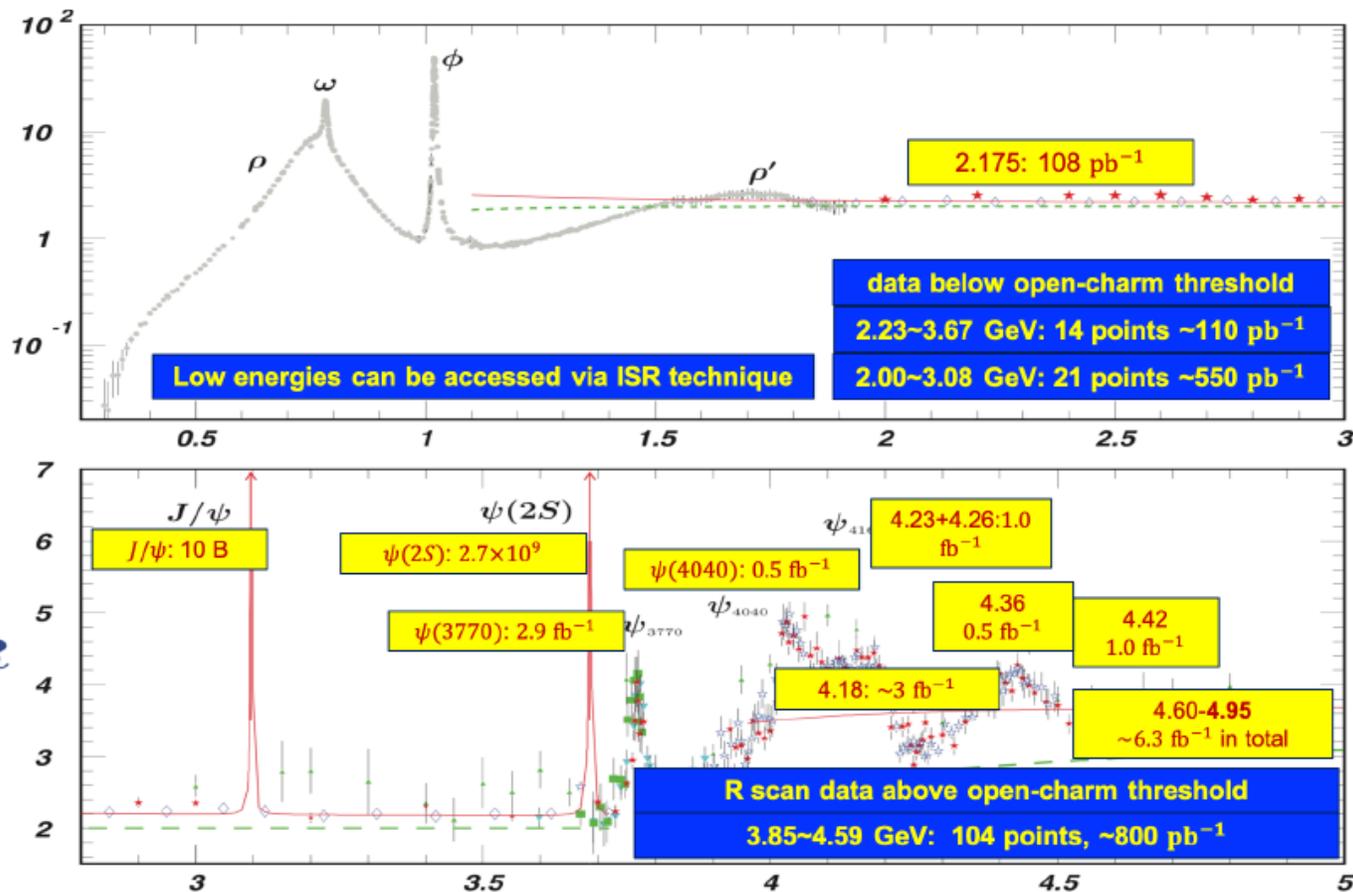
► 两种方案的差别约为0.8%，也作为系统误差的一个成分。



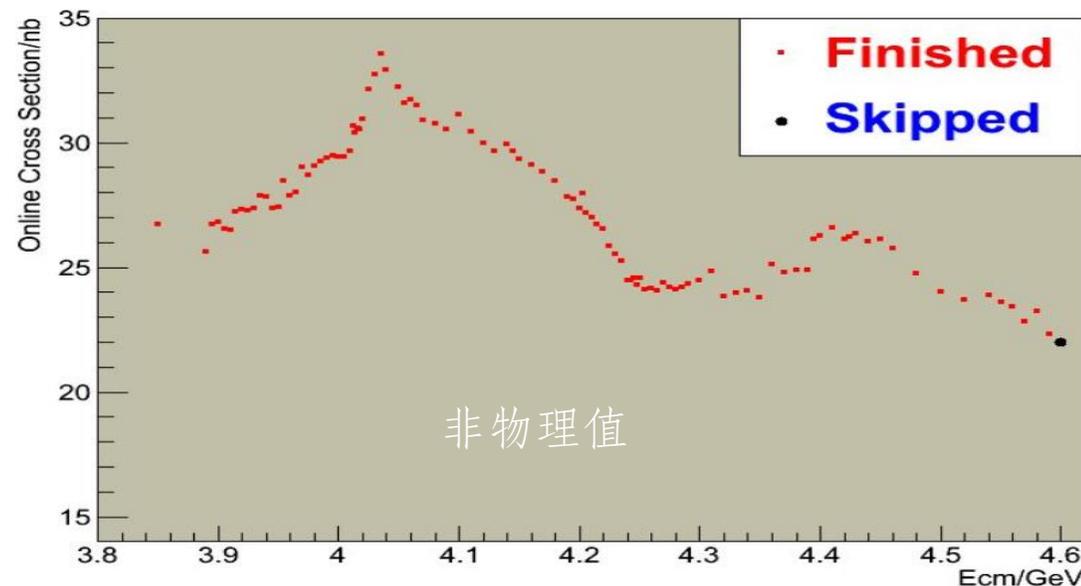
- ▶ R值测量误差小于2.5%，为目前这一能区的最精确值。
- ▶ 在3.4~3.6GeV能量范围，BESIII数据的测量值比pQCD理论预言值偏高 $2.7\sigma$ 。
- ▶ BESIII测量的R值SM对g-2计算的影响有多大？有人估计是 $4.1\sigma \rightarrow 3.9\sigma$ ，影响5% (?)。

# 小结

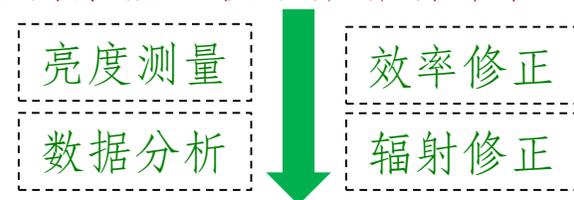
- ▶ BESIII对R值测量精度的提高对精确检验标准模型具有重要意义。
- ▶ 利用BESIII在更多能量点上获取的数据测量R值在进行中。



BESIII获取的数据样本



BESIII在重偶素能区获取数据样本在线强子截面

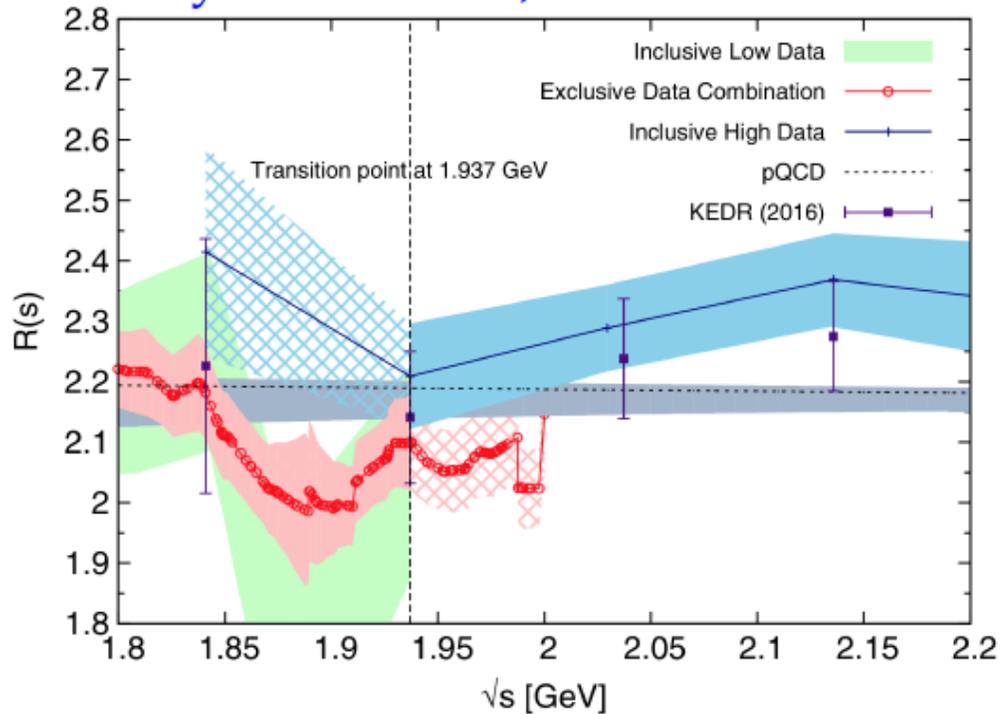


- R值
- 重粲偶素参数

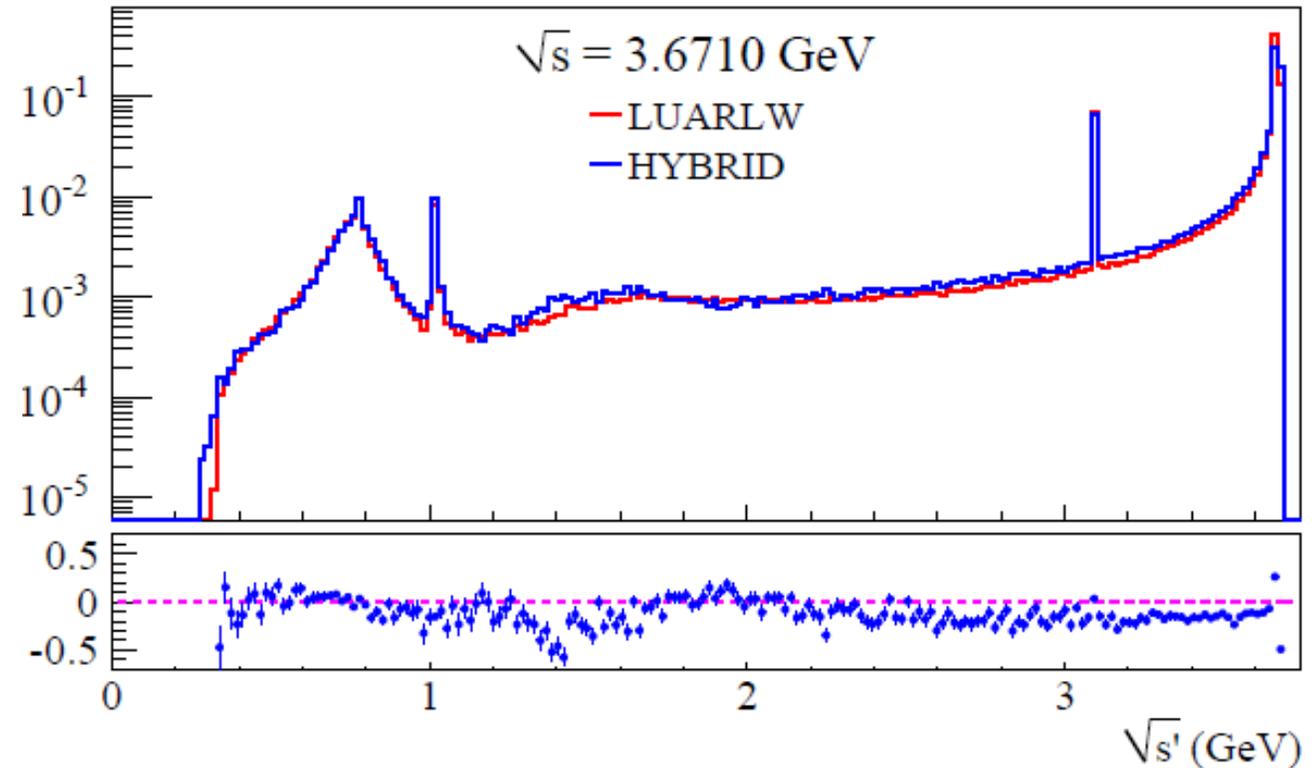
# 展望

- ▶ 在2.0GeV之下能区，分别用单举和遍举方法测量R值。
- ▶ 利用在 $\psi(3770)$ 峰上获取的大统计量数据样本用ISR技术测量从 $2\pi$ 到 $\psi(3770)$ 峰以下连续区R值。
- ▶ 用上述几种方法测量R值的结果将有助于对实验测量和SM预言的g-2偏离的理解。

Phys. Rev. D 97, 114025 (2018)



不同方法测量R值



ISR方法测量R值