

# BESIII的R值测量

胡海明

高能物理研究所

第四届重味物理与量子色动力学研讨会

湖南 长沙

2022.07.27-30

# 主要内容

## 🕒 R值的定义

## 🕒 R值对标准模型精确检验的贡献

- 夸克味、夸克色量子数直接验证
- 跑动耦合常数计算
- $\mu$ 子反常磁矩的计算
- 标准模型对Higgs粒子最可几质量的拟合

## 🕒 R值测量简介

- 数据分析
- 强子化模型及蒙特卡罗模拟
- 辐射修正
- 实验结果

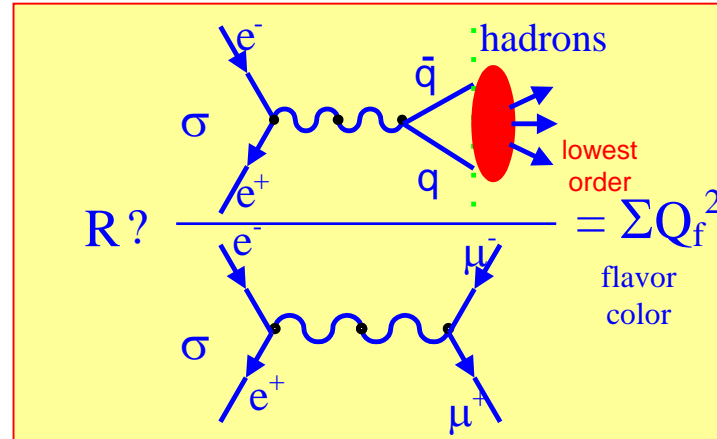
## 🕒 小结与展望

# R值定义

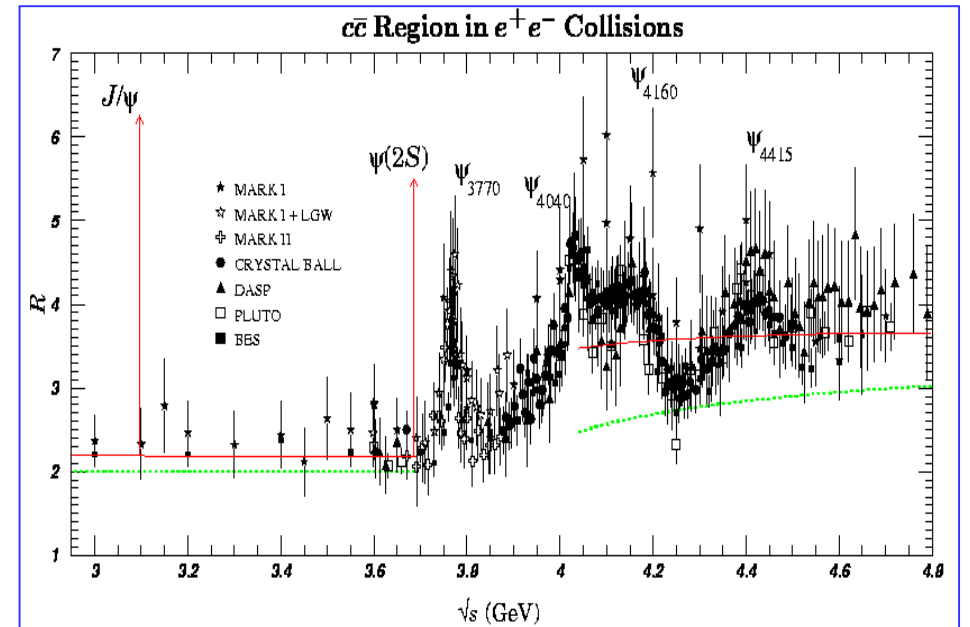
正负电子湮没过程强子产生截面  
(以 $\mu^+\mu^-$ 产生截面为单位, **R**值是无量纲数)

$$R = \frac{\sigma_{had}^0(e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \text{hadrons})}{\sigma_{\mu\mu}^0(e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \mu^+\mu^-)}$$

用Feynman图表示的R值



测量过R值的实验组: BESII, KEDR, VEPP, DAΦNE, DM2, DASP, PLUTO, Crystal-Ball, MARKI, MARKII, CLEO-c, AMY, JADE, TASSO, CUSB, MD-1, MARKJ, SLAC-LBL, MAC,  $\gamma\gamma 2$ , .....**BESIII**



# R值精确测量的意义

标准模型(SM)精确检验的实验和理论研究都与R值测量精度密切相关:

## ➤ Higgs粒子

SM对Higgs质量全局(global)拟合

## ➤ 直接检验量子色动力学(QCD)预言

夸克味、色量子数、微扰QCD预言、强相互作用跑动耦合常数 $\alpha_s(s)$

## ➤ 电磁跑动耦合常数 $\alpha_{\text{QED}}(s)$

电磁相互作用强度随相互作用能量改变规律

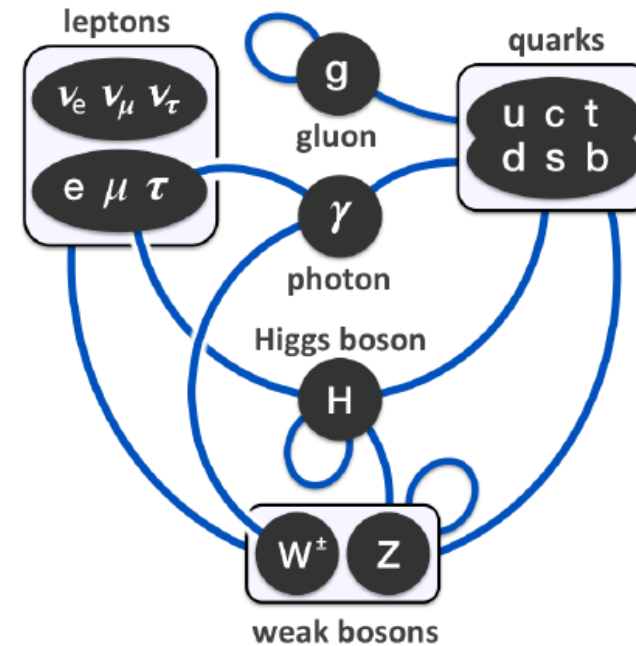
## ➤ $\mu$ 子反常磁矩( $g-2$ )

检验标准模型最灵敏、最精确的实验测量和理论计算

# 标准模型

- 标准模型(SM)是目前描述物质结构基本粒子及其相互作用最成功的理论。
- 在误差范围内，SM理论预言与实验测量基本一致。
- 高能粒子物理主要内容：
  - 对SM进行精确检验；
  - 发现新现象和新粒子(新物理)。

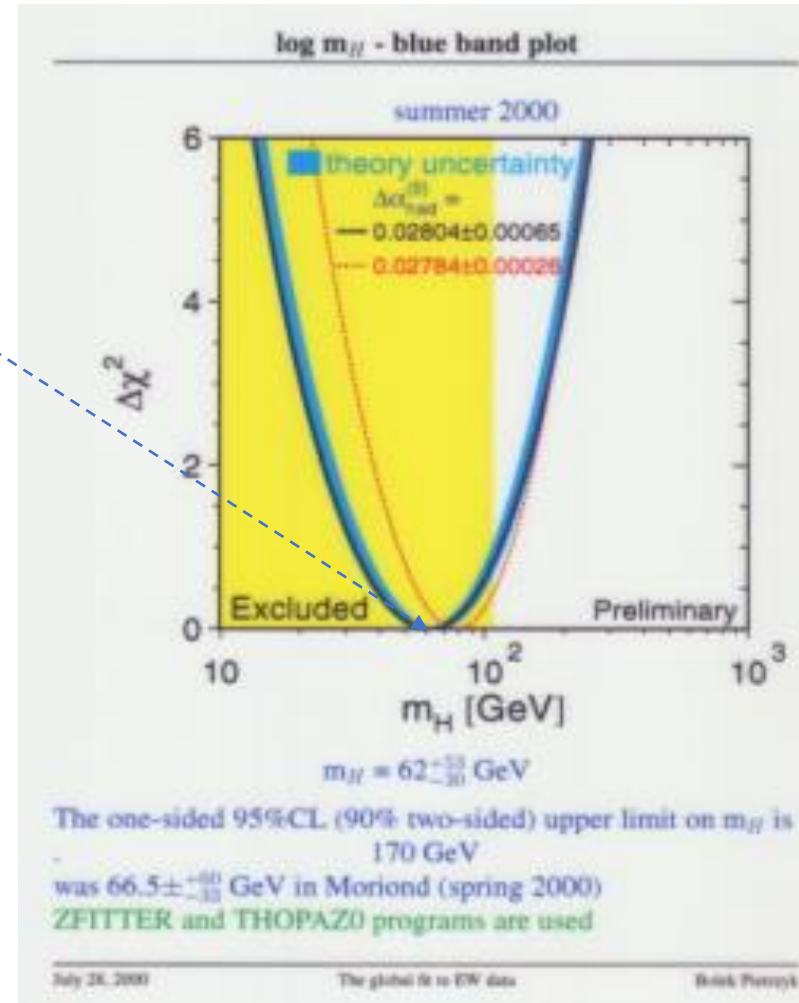
	mass	charge	spin
<b>UP</b>	$\approx 2.2 \text{ MeV}/c^2$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$
<b>CHARM</b>	$\approx 1.28 \text{ GeV}/c^2$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$
<b>TOP</b>	$\approx 173.1 \text{ GeV}/c^2$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$
<b>GLUON</b>	0	0	1
<b>HIGGS</b>	$\approx 124.97 \text{ GeV}/c^2$	0	0
<b>DOWN</b>	$\approx 4.7 \text{ MeV}/c^2$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
<b>STRANGE</b>	$\approx 96 \text{ MeV}/c^2$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
<b>BOTTOM</b>	$\approx 4.18 \text{ GeV}/c^2$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
<b>PHOTON</b>	0	0	1
<b>ELECTRON</b>	$\approx 0.511 \text{ MeV}/c^2$	-1	$\frac{1}{2}$
<b>MUON</b>	$\approx 105.66 \text{ MeV}/c^2$	-1	$\frac{1}{2}$
<b>TAU</b>	$\approx 1.7768 \text{ GeV}/c^2$	-1	$\frac{1}{2}$
<b>Z BOSON</b>	$\approx 91.19 \text{ GeV}/c^2$	0	1
<b>W BOSON</b>	$\approx 80.39 \text{ GeV}/c^2$	$\pm 1$	1
<b>VE</b>	$< 2.2 \text{ eV}/c^2$	0	$\frac{1}{2}$
<b>V<math>\mu</math></b>	$< 0.17 \text{ MeV}/c^2$	0	$\frac{1}{2}$
<b>V<math>\tau</math></b>	$< 18.2 \text{ MeV}/c^2$	0	$\frac{1}{2}$



# 对Higgs粒子最可几质量的拟合(历史意义)

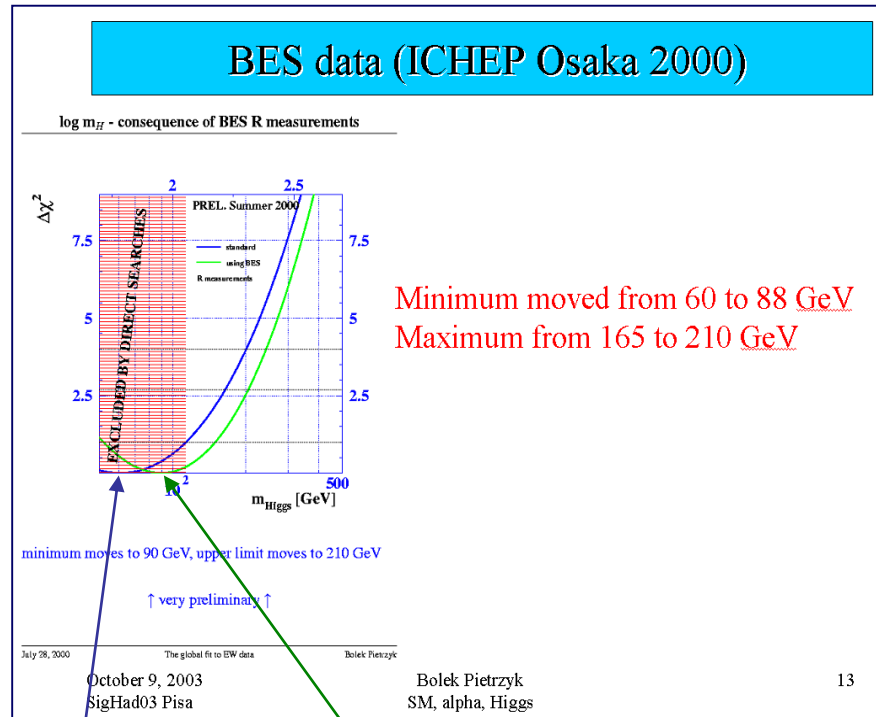
过去, 当实验上尚未发现的Higgs粒子时, 对其质量( $M_H$ )进行预言最好方法是用已有的标准模型参数值( $R$ 值是参数之一)进行全局(global)拟合,  $M_H$  作为自由参数, 分析目标函数的 $\chi^2$  随自由参数 $M_H$  的变化, 对应 $\chi^2$  最小找到 $M_H$  质量最可几值。

Measurement	Fit	$ O^{meas} - O^{fit}  / \sigma^{meas}$
$\Delta\alpha_{had}^{(5)}(m_Z)$	$0.02758 \pm 0.00035$ 0.02767	0.1
$m_Z$ [GeV]	$91.1875 \pm 0.0021$ 91.1874	0.0
$\Gamma_Z$ [GeV]	$2.4952 \pm 0.0023$ 2.4959	0.3
$\sigma_{had}^0$ [nb]	$41.540 \pm 0.037$ 41.478	1.7
$R_l$	$20.767 \pm 0.025$ 20.742	0.9
$A_{tb}^{0,l}$	$0.01714 \pm 0.00095$ 0.01643	0.8
$A_l(P_\gamma)$	$0.1465 \pm 0.0032$ 0.1480	0.2
$R_b$	$0.21629 \pm 0.00066$ 0.21579	0.1
$R_c$	$0.1721 \pm 0.0030$ 0.1723	0.0
$A_{tb}^{0,b}$	$0.0992 \pm 0.0016$ 0.1038	2.9
$A_{tb}^{0,c}$	$0.0707 \pm 0.0035$ 0.0742	1.1
$A_b$	$0.923 \pm 0.020$ 0.935	0.6
$A_c$	$0.670 \pm 0.027$ 0.668	0.0
$A_l(SLD)$	$0.1513 \pm 0.0021$ 0.1480	1.5
$\sin^2\theta_{eff}^{lept}(Q_{fb})$	$0.2324 \pm 0.0012$ 0.2314	0.8
$m_W$ [GeV]	$80.410 \pm 0.032$ 80.377	1.0
$\Gamma_W$ [GeV]	$2.123 \pm 0.067$ 2.092	0.5
$m_t$ [GeV]	$172.7 \pm 2.9$ 173.3	0.2



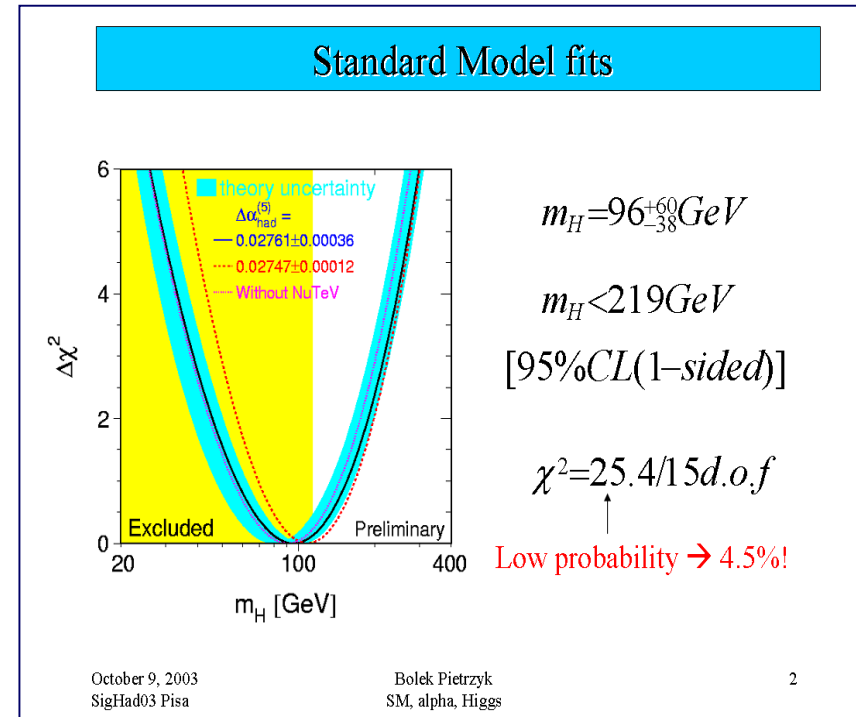
BESII的R值测量  
之前SM的 $\chi^2$ 拟合

# 对Higgs粒子最可几质量的拟合(历史意义)



早期拟合结果

引用BESII数据拟合结果



2003年拟合结果(拟合方法稍有改进)

把BESII的R值结果带入标准模型进行拟合，Higgs粒子质量最可几值由原来的60GeV上升为96GeV,质量上限由原来的170GeV改变为219GeV，与当时欧洲核子中心几个实验组在内部报告的疑似Higgs粒子质量 $114^{+69}_{-45} \text{ GeV}$ 的结果相容。BESII的R测量结果对实验上寻找Higgs粒子产生了极重要的影响。

# R值测量对标准模型夸克味与色量子数直接验证

- 直接反映夸克味(flavor)与色(color)量子数的基本物理量
- 曾是直接验证夸克模型的主要实验

Quarks have, besides flavour, a new quantum number

COLOUR

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-) = \frac{4\pi\alpha^2}{3q^2}$$

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow q\bar{q}) = \frac{4\pi\alpha^2}{3q^2} e_q^2 \quad e_q = 1/3, 2/3$$

At a given energy:

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow X \text{ hadrons}) = \frac{4\pi\alpha^2}{3q^2} \sum_{\text{all } q} e_q^2 \quad \text{at lowest order}$$

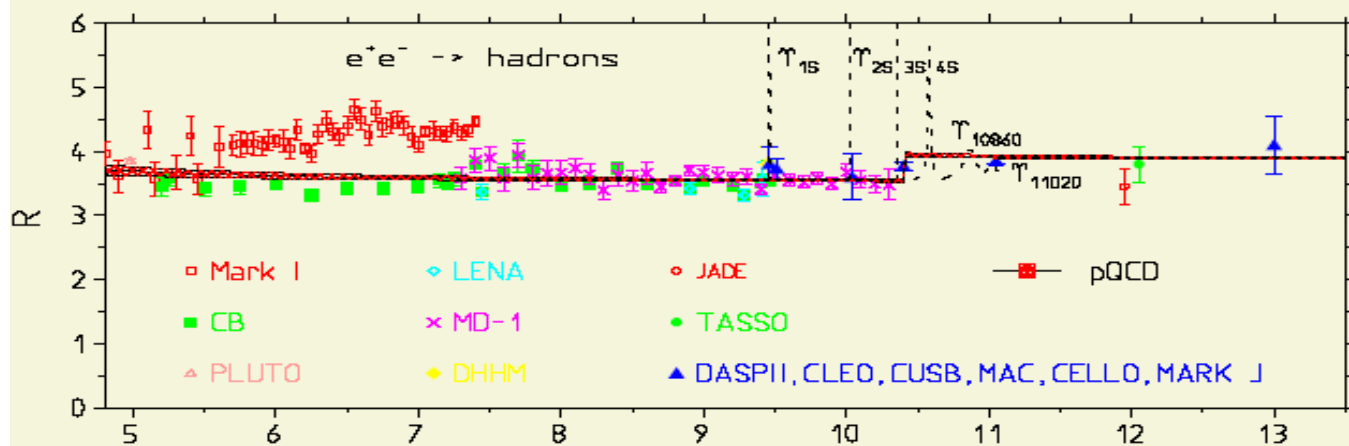
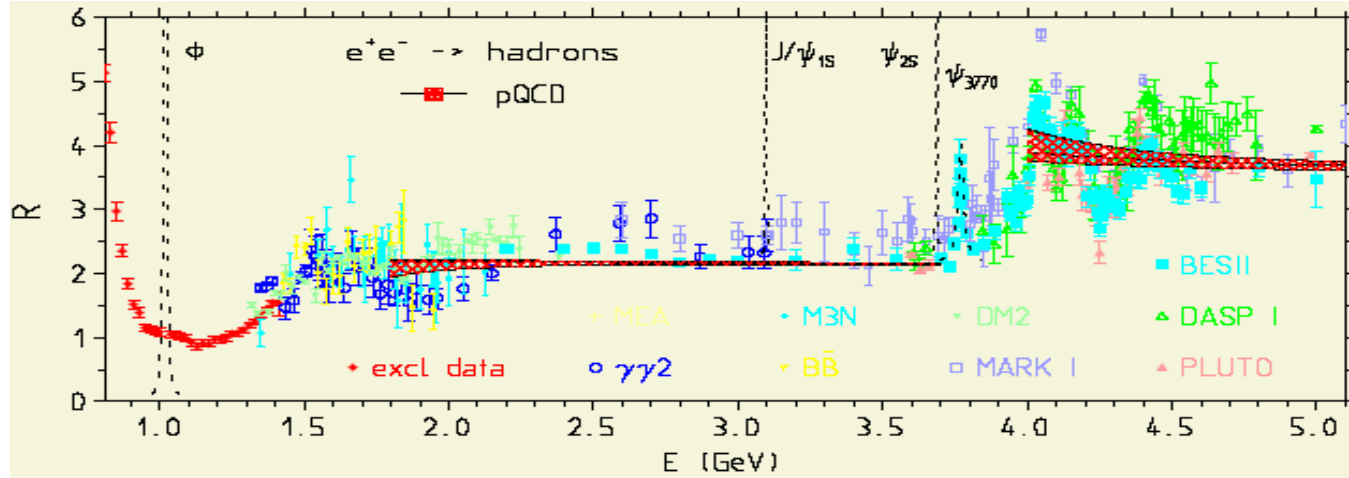
$$R_{\text{had}} = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow X)}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} = \sum_{\text{all } q} e_q^2 = \begin{cases} 3 \left[ \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 \right] = 2 \\ 3 \left[ \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 \right] = \frac{11}{3} \end{cases}$$

below  
charm

above  
bottom

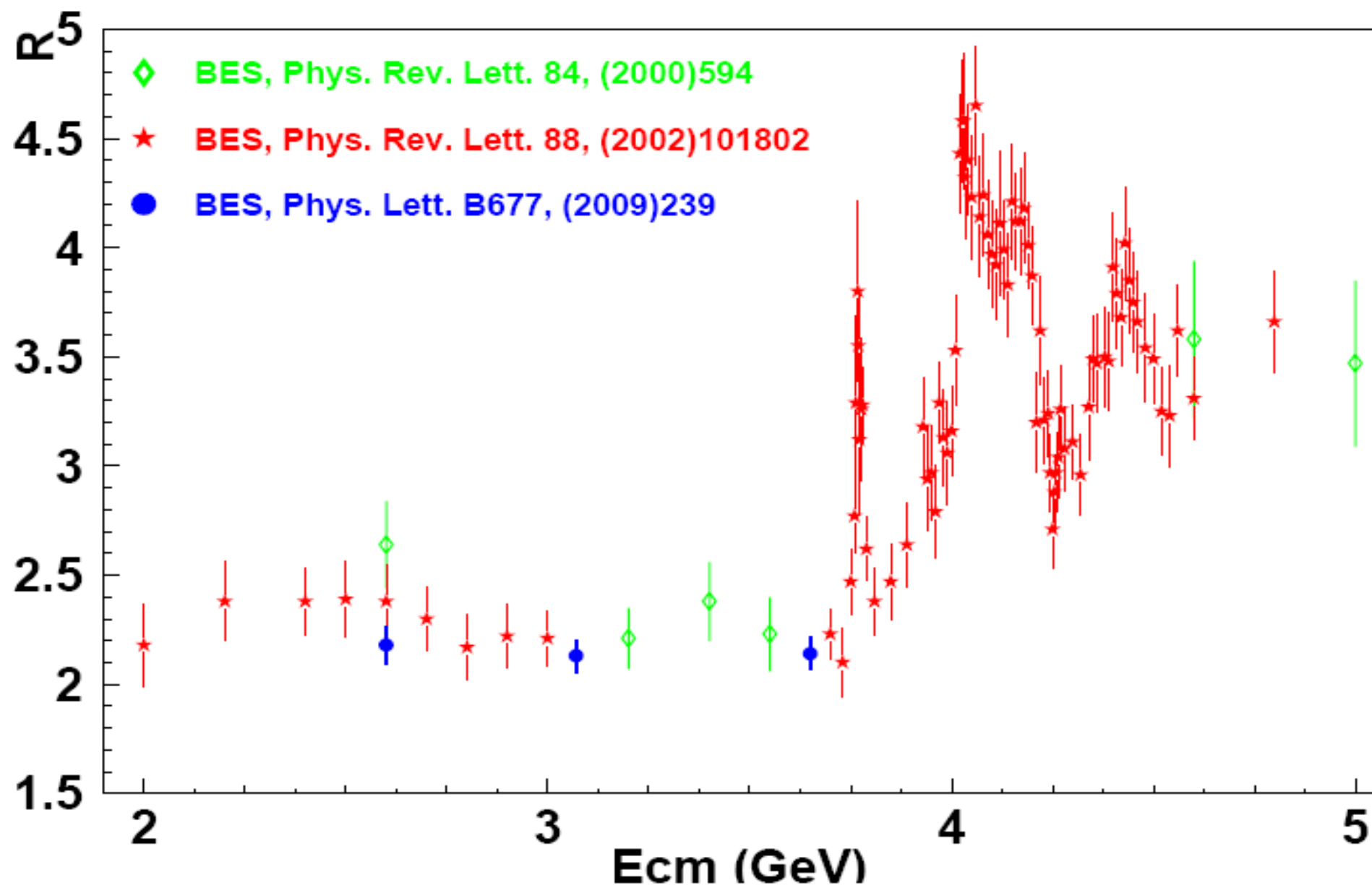


# R值测量对标准模型夸克味与色量子数直接验证



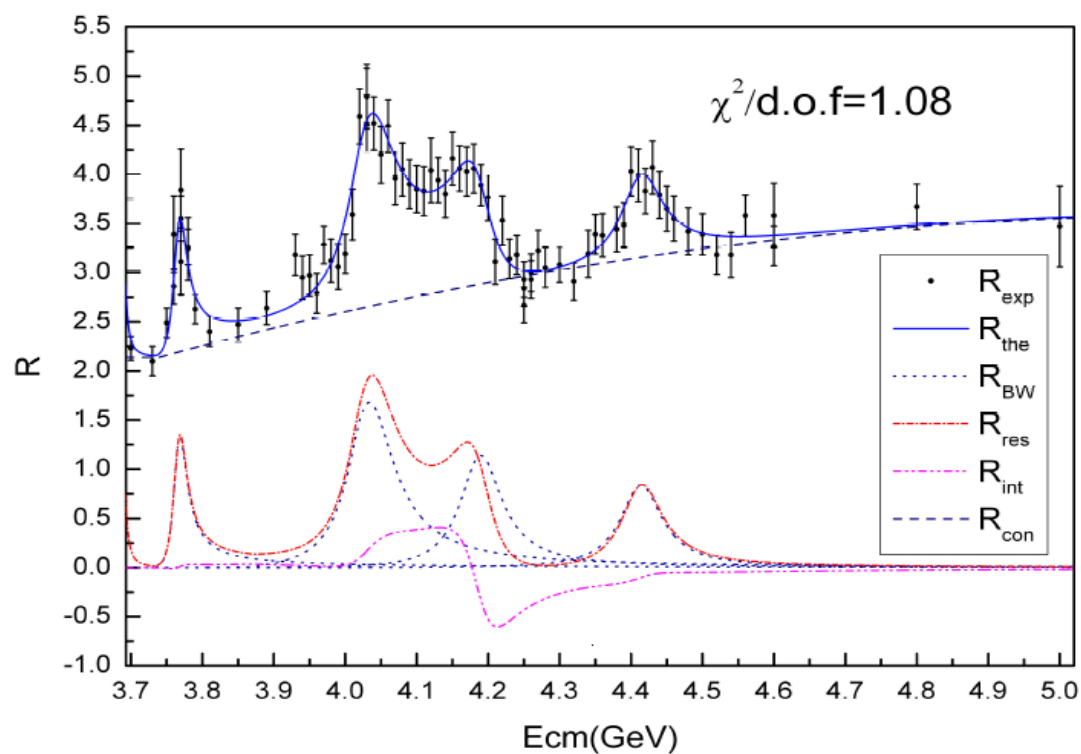
- 当质心能量超过某一较重的夸克味产生阈时，R值就上升一个平台~味量子数(d、u、s、c、b)。
- 只当考虑夸克色量子数3，夸克模型预言才与实验符合。
- 在夸克对产生阈附近，R值呈现复杂的非微扰能量相关性，微扰QCD在阈附近不适用。

# BESII的R值测量结果



# BESII的重粲偶素共振参数拟合

- PLB 660 (2008)315
- BESII测量结果至今仍是PDG引用值



不同工作测量的共振参数值

		$\psi(3770)$	$\psi(4040)$	$\psi(4160)$	$\psi(4415)$
$M$ (MeV/ $c^2$ )	PDG2004	$3769.9 \pm 2.5$	$4040 \pm 10$	$4159 \pm 20$	$4415 \pm 6$
	PDG2006	$3771.1 \pm 2.4$	$4039 \pm 1.0$	$4153 \pm 3$	$4421 \pm 4$
	CB (Seth)	-	$4037 \pm 2$	$4151 \pm 4$	$4425 \pm 6$
	BES (Seth)	-	$4040 \pm 1$	$4155 \pm 5$	$4455 \pm 6$
	BES (this work)	$3771.4 \pm 1.8$	$4038.5 \pm 4.6$	$4191.6 \pm 6.0$	$4415.2 \pm 7.5$
$\Gamma_{tot}$ (MeV)	PDG2004	$23.6 \pm 2.7$	$52 \pm 10$	$78 \pm 20$	$43 \pm 15$
	PDG2006	$23.0 \pm 2.7$	$80 \pm 10$	$103 \pm 8$	$62 \pm 20$
	CB (Seth)	-	$85 \pm 10$	$107 \pm 10$	$119 \pm 16$
	BES (Seth)	-	$89 \pm 6$	$107 \pm 16$	$118 \pm 35$
	BES (this work)	$25.4 \pm 6.5$	$81.2 \pm 14.4$	$72.7 \pm 15.1$	$73.3 \pm 21.2$
$\Gamma_{ee}$ (keV)	PDG2004	$0.26 \pm 0.04$	$0.75 \pm 0.15$	$0.77 \pm 0.23$	$0.47 \pm 0.10$
	PDG2006	$0.24 \pm 0.03$	$0.86 \pm 0.08$	$0.83 \pm 0.07$	$0.58 \pm 0.07$
	CB (Seth)	-	$0.88 \pm 0.11$	$0.83 \pm 0.08$	$0.72 \pm 0.11$
	BES (Seth)	-	$0.91 \pm 0.13$	$0.84 \pm 0.13$	$0.64 \pm 0.23$
	BES (this work)	$0.18 \pm 0.04$	$0.81 \pm 0.20$	$0.50 \pm 0.27$	$0.37 \pm 0.14$
$\delta$ (degree)	BES (this work)	0	$133 \pm 68$	$301 \pm 61$	$246 \pm 86$

# 电磁跑动耦合常数 $\Delta\alpha(s)$

- 精细结构常数  $\alpha$  是指零动量传递极限下的电磁耦合常数:  $\alpha(0)=1/137$ 。
- 在高能相互作用过程中, 真空被极化, 出现真空态瞬时量子涨落。通常把真空极化效应归入有效相互作用顶点,  $\alpha(s)$  表现为能量相关的等效跑动相互作用常数:

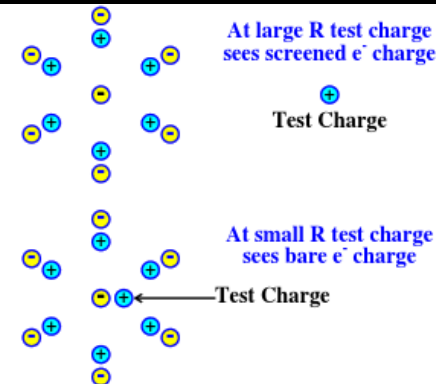
$$\alpha(s) = \frac{\alpha(0)}{1 - \Delta\alpha(s)} \quad (\text{相互作用能量越大, 电磁探针越能透过屏蔽层深入到电荷附近, 探测到的有效电磁相互作用越强})$$

- 真空极化产生瞬时虚费米子对: 轻子-反轻子, 夸克-反夸克。修正项可以写为所有贡献之和:

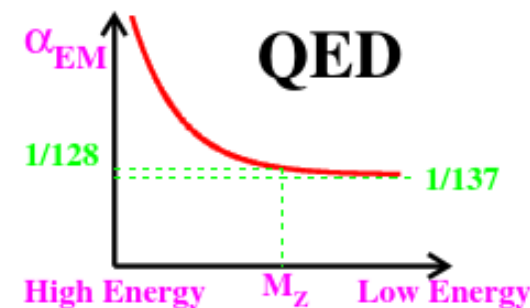
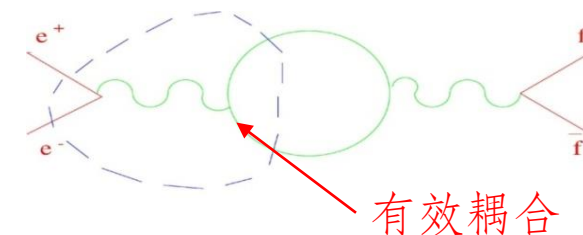
$$\Delta\alpha(s) = \Delta\alpha_{e\mu\tau}(s) + \Delta\alpha_{top}(s) + \Delta\alpha_{had}^{(5)}(s)$$

① 轻子的贡献可以由QED准确计算:

$$\Delta\alpha_{e\mu\tau}(M_Z^2) = \sum_{l=e,\mu,\tau} \frac{\alpha}{3\pi} \left[ -\frac{8}{3} + \beta_l^2 - \frac{1}{2}\beta_l(3 - \beta_l^2) \ln\left(\frac{1 - \beta_l}{1 + \beta_l}\right) \right] = 0.03142$$



电子电荷被辐射修正(辐射光子, 光子再瞬时演化为虚电子-正电子对)的真空极化效应所屏蔽



# 电磁跑动耦合常数 $\Delta\alpha(s)$

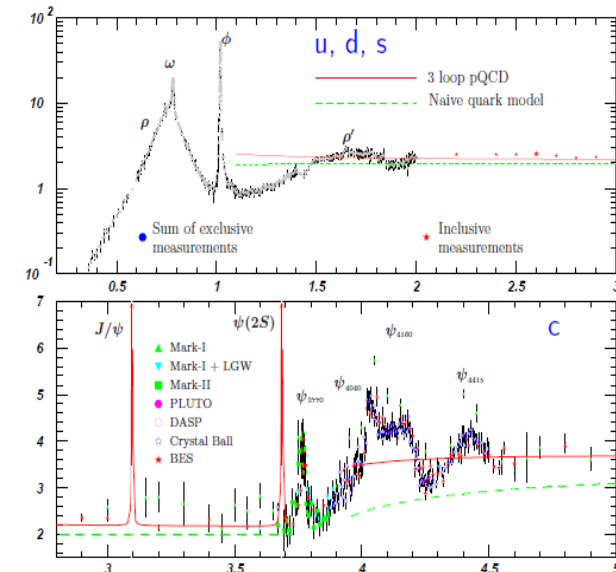
② 顶夸克 $t$ 很重, 其贡献很小:

$$\Delta\alpha_{top}(M_Z^2) = -\frac{4\alpha}{45\pi} \frac{M_Z^2}{m_t^2} = -0.00007(1)$$

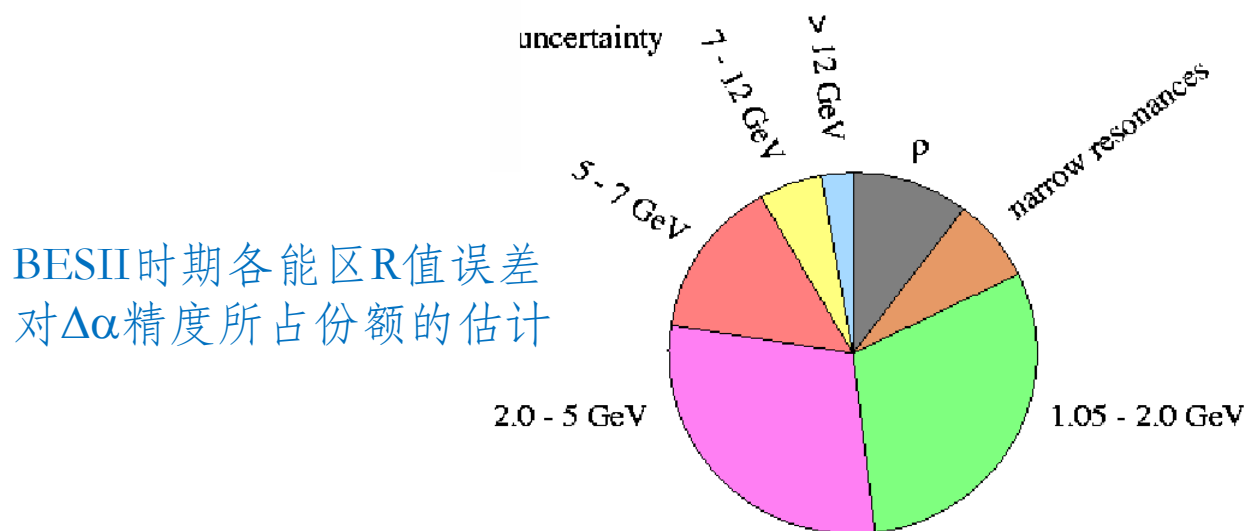
具有误差 $R \pm \sigma$

③ 较轻的夸克( $u, d, s, c, b$ )的贡献:

$$\Delta\alpha_{had}^{(5)}(M_Z^2) = -\frac{\alpha M_Z^2}{3\pi} \text{Re} \int_{4m\pi^2}^{\infty} ds \frac{R(s)}{s(s - M_Z^2 - i\epsilon)}$$



5GeV以下R值采用实验测量值, 5GeV以上采用QCD预言值, R值误差导致 $\alpha(s)$ 计算不确定性。由于被积函数中因子 $1/s$ , 低能下R值测量误差影响被放大, 成为制约 $\alpha(s)$ 理论精度主要因素。



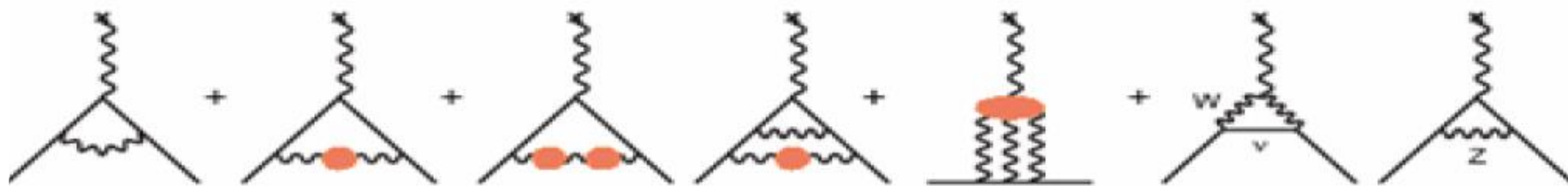
BESII时期各能区R值误差对 $\Delta\alpha$ 精度所占份额的估计

Eur. Phys. J. C 80, 241 (2020)

Source	Contribution ( $\times 10^4$ )
$\Delta\alpha_{lepton}(M_Z^2)$	$314.979 \pm 0.002$
$\Delta\alpha_{had}^{(5)}(M_Z^2)$	$276.0 \pm 1.0$
$\Delta\alpha_{top}(M_Z^2)$	$-0.7180 \pm 0.0054$

# $\mu$ 子反常磁矩

考虑了辐射修正， $\mu$ 子与光子相互作用顶角包括：



即

$$a_\ell^{\text{SM}} = a_\ell^{\text{QED}} + a_\ell^{\text{Weak}} + a_\ell^{\text{had}}$$

- QED和Weak项能够解析地算至非常高精度
- 强相互作用项可以划分为真空极化HVP和light-by-light (HLbL)

$$a_\ell^{\text{had}} = a_\ell^{\text{LO-HVP}} + a_\ell^{\text{NLO-HVP}} + a_\ell^{\text{HLbL}}$$

其中

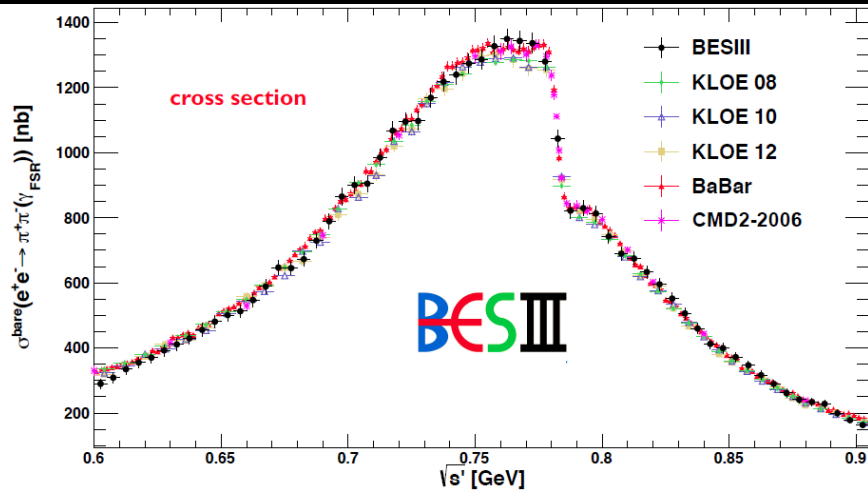
$$a_\mu^{\text{LO-HVP}} = \left( \frac{\alpha m_\mu}{3\pi} \right)^2 \int_{4m_\pi^2}^{\infty} ds \frac{R(s)K(s)}{s^2}$$

R(s)值:

- $2m_\pi-2\text{GeV}$ : 遍举测量值，最重要的是 $\rho \rightarrow \pi^+\pi^-$ 的贡献。
- $2-5\text{GeV}$ : 单举测量值。
- $5\text{GeV}-\infty$ : pQCD预言值。

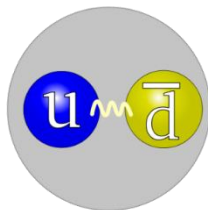
# BESIII数据ISR方法测量 $\pi^+\pi^-(\gamma^{\text{ISR}})$ 截面

- 截面



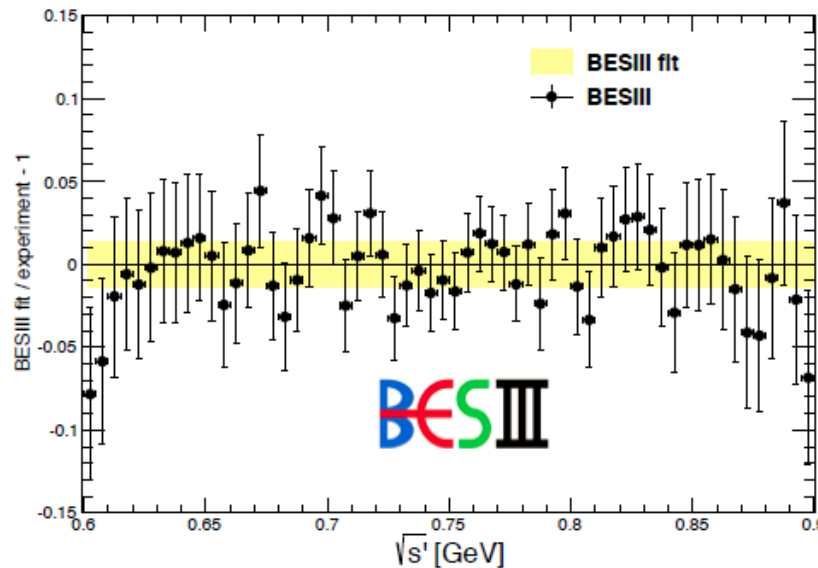
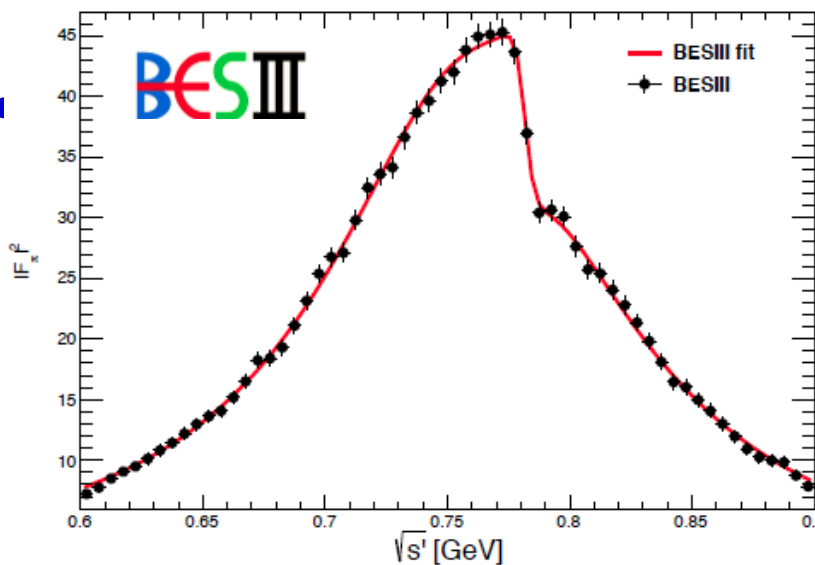
- 采用在 $\psi(3770)$ 峰上获取的大统计量数据。
- 所有实验组的结果一致，精度水平相当。
- 对g-2的计算有重要贡献。

- $\pi$ 介子夸克模型:



非点粒子  $\Rightarrow$  电磁形状因子

$$|F_\pi|^2(s') = \frac{3s'}{\pi\alpha\beta_\pi^3(s')} \sigma(e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-)(s') \quad , \quad \beta_\pi(s') = \sqrt{1 - \frac{4m_\pi^2}{s'}}$$



拟合函数: Gounaris-函数

拟合优度:  $\chi^2/\text{ndf}=33.2/51$

# $\mu$ 子反常磁矩理论计算与实验测量

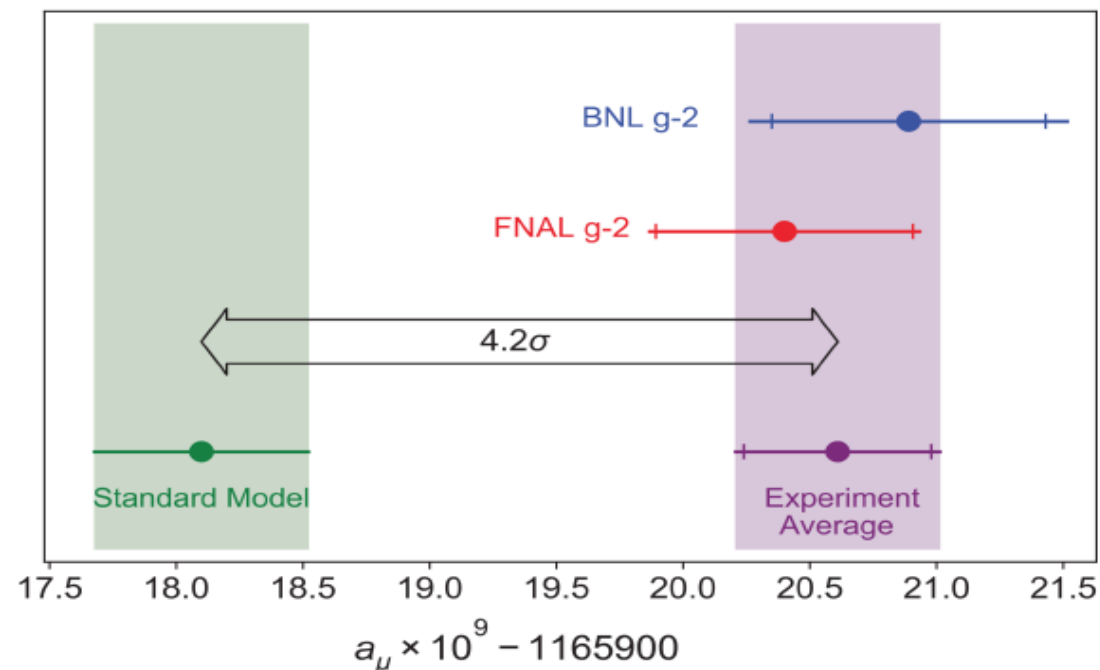
$a_\mu^{\text{LO-HVP}}$ 项采用R值积分计算的结果与实验 $a_\mu$ 的比较:

Phys. Rep. 887, 1 (2020)

Source	Contribution ( $\times 10^{11}$ )
$a_\mu^{\text{QED}}$	$116584718.931 \pm 0.104$
$a_\mu^{\text{Weak}}$	$153.6 \pm 1.0$
$a_\mu^{\text{LO-HVP}}$	$6931 \pm 40$
$a_\mu^{\text{NLO-HVP}}$	$-98.3 \pm 0.7$
$a_\mu^{\text{NNLO-HVP}}$	$12.4 \pm 0.1$
$a_\mu^{\text{HLbL}}$	$92 \pm 18$
$a_\mu^{\text{SM}}$	$116591810 \pm 43$
$a_\mu^{\text{exp}}$	$116592061 \pm 41$
$\Delta a_\mu$	$251 \pm 59 (4.2\sigma)$



Phys. Rev. Lett. 126, 141801 (2021)

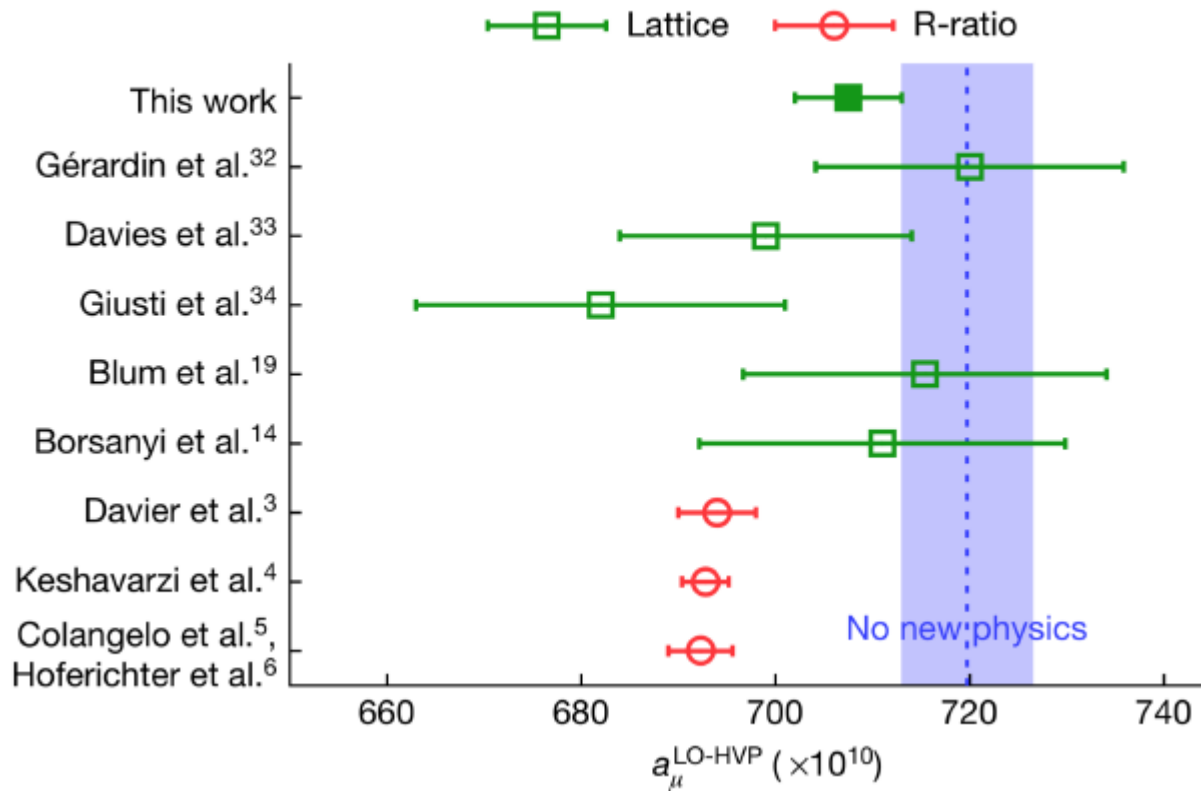




# $\mu$ 子反常磁矩理论计算与实验测量

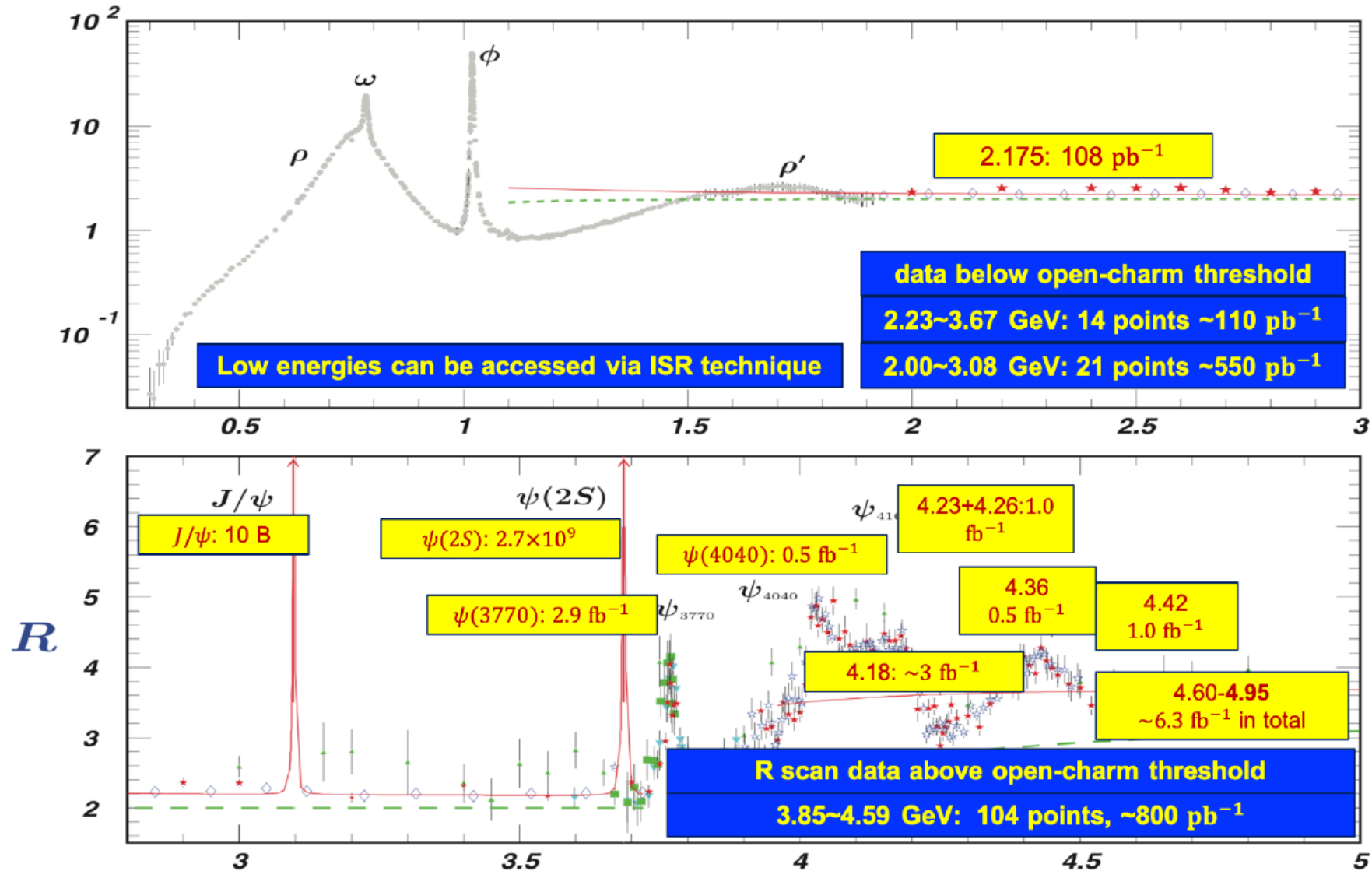
- $a_\mu^{\text{LO-HVP}}$ 项采用格点QCD方法计算与实验 $a_\mu$ 比较： $a_\mu^{\text{SM}}$ 与 $a_\mu^{\text{exp}}$ 的不一致性减小了，无新物理。
- R值积分的不确定性小于运用格点QCD。

Nature (London) 593, 51 (2021)



Source	Contribution( $\times 10^{11}$ )
$a_\mu^{\text{QED}}$	$116584718.931 \pm 0.104$
$a_\mu^{\text{Weak}}$	$153.6 \pm 1.0$
$a_\mu^{\text{LO-HVP}} (R\text{-ratio})$	$6931 \pm 40$
$a_\mu^{\text{LO-HVP}} (\text{lattice})$	$7075 \pm 55$
$a_\mu^{\text{NLO-HVP}}$	$-98.3 \pm 0.7$
$a_\mu^{\text{NNLO-HVP}}$	$12.4 \pm 0.1$
$a_\mu^{\text{HLbL}}$	$92 \pm 18$
$a_\mu^{\text{SM}}$	$116591954 \pm 58$
$a_\mu^{\text{exp}}$	$116592061 \pm 41$
$\Delta a_\mu$	$107 \pm 71 (1.5\sigma)$

# BEPCII/BESIII数据获取情况



- BESIII在BEPCII的全能区进行了扫描取数
- BESIII还计划在1.8-2.0GeV和4.8-5.0GeV能区取数

# BESIII的R值和QCD测量项目

- 第一轮数据获取

- ▶ 2.232–3.40GeV, 粲强子产生阈之下, 4+10个能量点。
- ▶ 积分亮度:  $1.7\sim 3.7\text{pb}^{-1}$ , 每能量点30k~200k强子事例。

- 第二轮数据获取

- ▶ 3.85–4.60GeV, 粲强子产生能区扫描, 104个能量点。
- ▶ 积分亮度:  $8\text{pb}^{-1}$ , 每能量点150k以上强子事例。

- 第三轮数据获取

- ▶ 2.00–3.08GeV, 粲强子产生阈之下, 21个能量点。
- ▶ 积分亮度:  $1\sim 100\text{pb}^{-1}$ , 每个能量点20k~2000k强子事例。

# R值实验测量

理论定义:

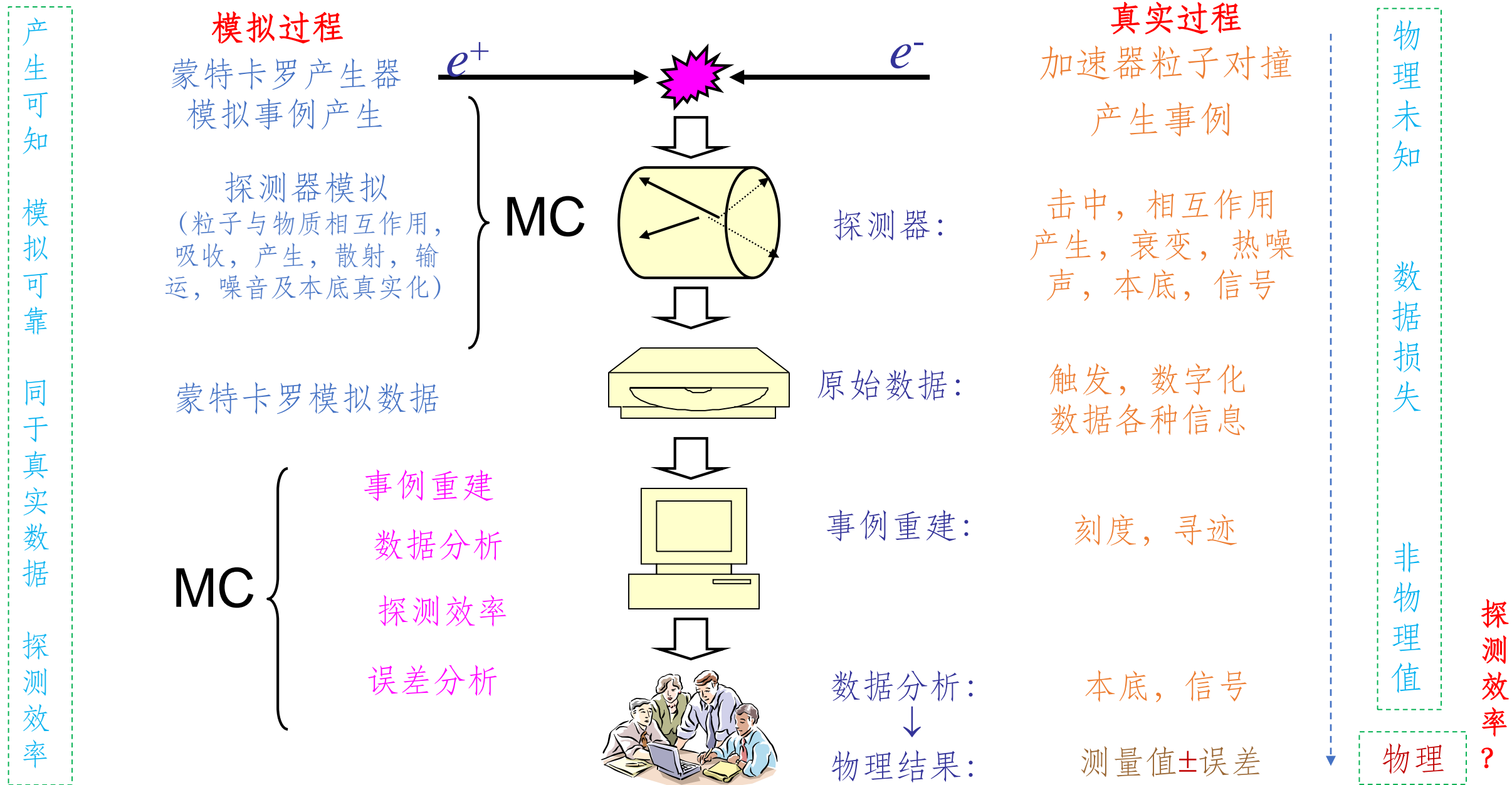
$$R = \frac{\sigma_{had}^0(e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \text{hadrons})}{\sigma_{\mu\mu}^0(e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \mu^+\mu^-)}$$

实验测量公式:

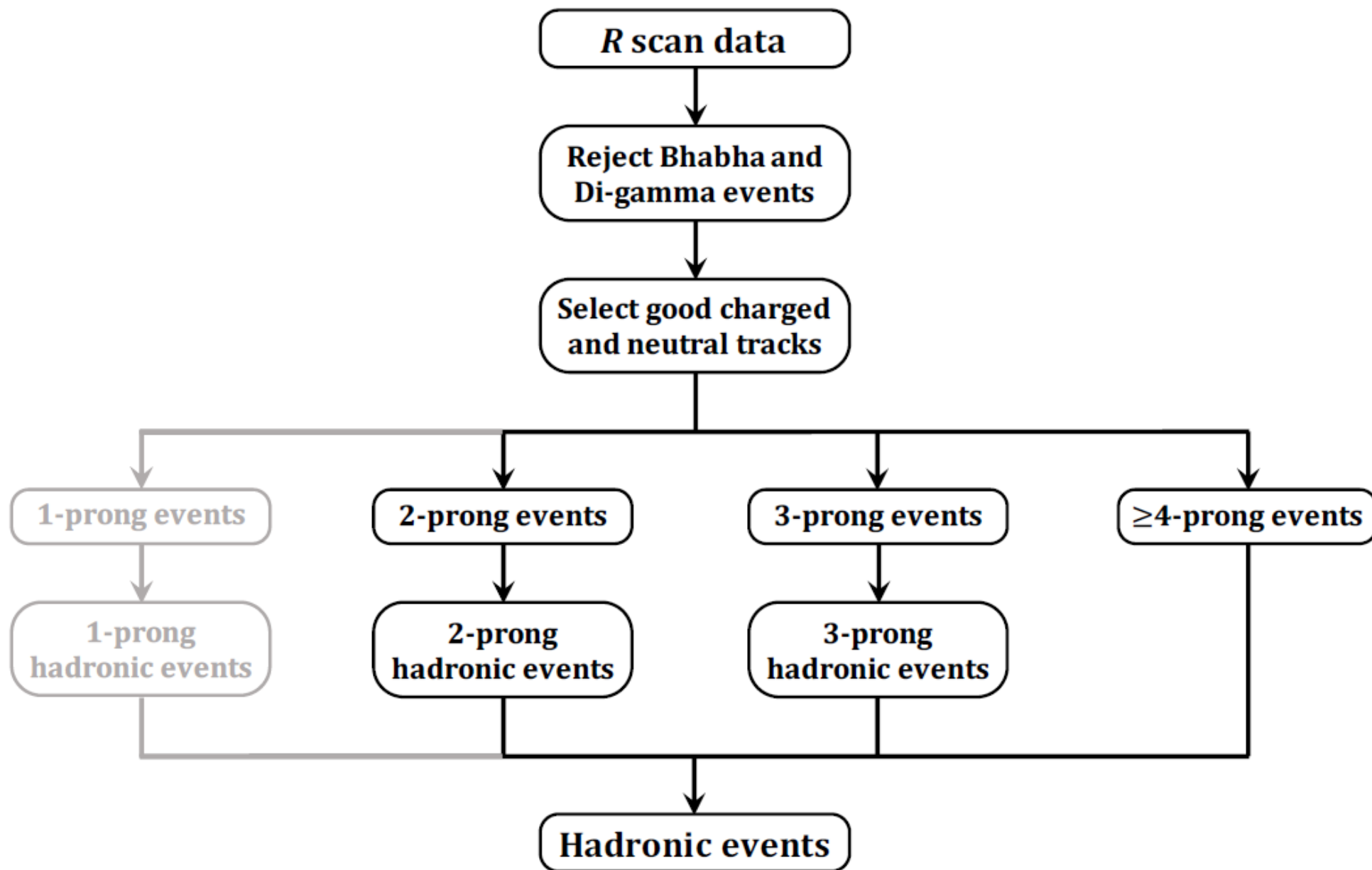
$$R = \frac{N_{had}^{obs} - N_{bkg}}{\sigma_{\mu\mu}^0 \mathcal{L}_{int.} \epsilon_{trig} \epsilon_{had} (1 + \delta)}$$

- $N_{had}^{obs}$  : 实验观测到的强子事例数
- $N_{bkg}$  : 残余本底事例数
- $\sigma_{\mu\mu}^0$  : 树图级 $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ 理论截面
- $\mathcal{L}_{int.}$  : 数据样本积分亮度, 用Bhabha事例或 $\gamma\gamma$ 事例测量
- $\epsilon_{trig}$  : 触发效率,  $\sim 100\%$
- $\epsilon_{had}$  : 强子事例探测效率, 用蒙特卡罗方法测定 其系统误差对R实验是最大的挑战
- $(1 + \delta)$  : 辐射修正因子, 理论计算, 反映高阶辐射过程事例的比例

# 实验数据分析流程



# 实验数据分析步骤

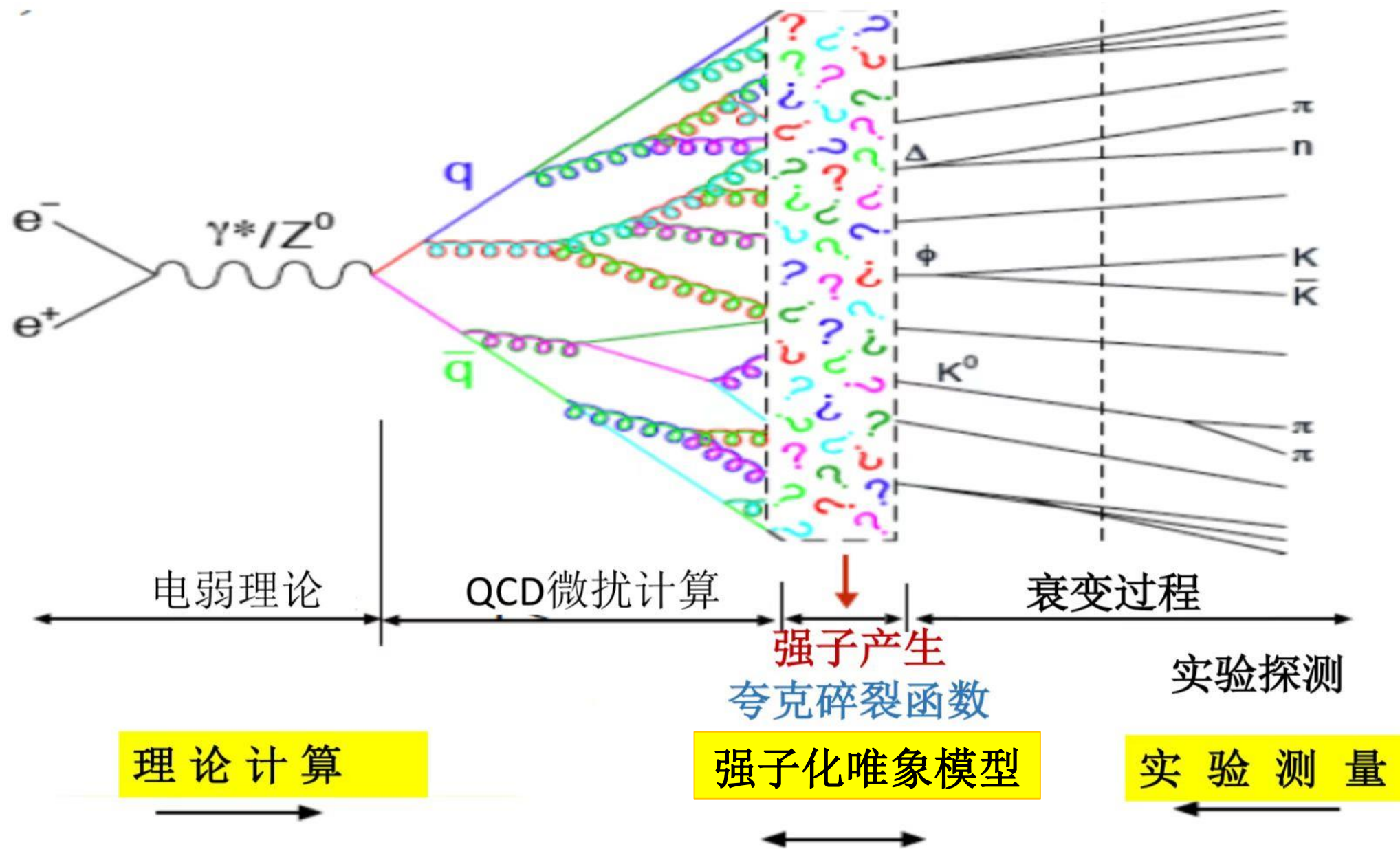


# R值测量主要本底

- ▶ Bhabha  $e^+e^- \rightarrow (\gamma)e^+e^-$ :
  - Relatively large cross section
  - Two back-to-back energetic associated showers
  - Two back-to-back charged tracks with large  $p$  and  $E/p$  close to 1
  - No or less than one isolated photon
- ▶ Di-gamma ( $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$ ):
  - Two back-to-back energetic showers and no charged tracks
- ▶ Di-muon ( $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ ):
  - Two back-to-back charged tracks with high momentum and no isolated photon
- ▶ Di-tau ( $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ ):
  - Emerging only above  $\sqrt{s} = 3.554$  GeV with large cross section
  - Difficult to be significantly rejected but can be accurately simulated
- ▶ Two-photon processes  $e^+e^- \rightarrow e^+e^- + X$ , with  $X = e^+e^-, \mu^+\mu^-, \pi^+\pi^-, K^+K^-, \eta, \eta'$ :
  - Low acceptance in the BESIII detector
  - No isolated photon for the first four channels
- ▶ **Beam-associated process**: beam-gas interaction and Touschek scatterings
  - Charged tracks with vertices away from the interaction point
  - No or less than one isolated photon

QED本底

# 正负电子湮没强子产生图像





# 弦碎裂强子产生图像：Lund模型

- **物理基础**：相对论，量子力学，因果律。
- **弦概念**：正反夸克间色力场限制在狭窄流管内，形成无质量相对论性弦，相当于QCD胶子场。
- **弦碎裂**：弦被色力场拉开，夸克动能转化为弦势能；新(双)夸克-反夸克对通过量子隧道效应从真空中激发出来；在新夸克对产生处断裂，形成介子或重子。

- **高能产生器**：JETSET, PYTHIA

核心：弦碎裂函数  $f(z) = N \frac{1}{z} (1-z)^a \exp\left(-\frac{bm^2}{z}\right)$

- **低能产生器**：LUARLW

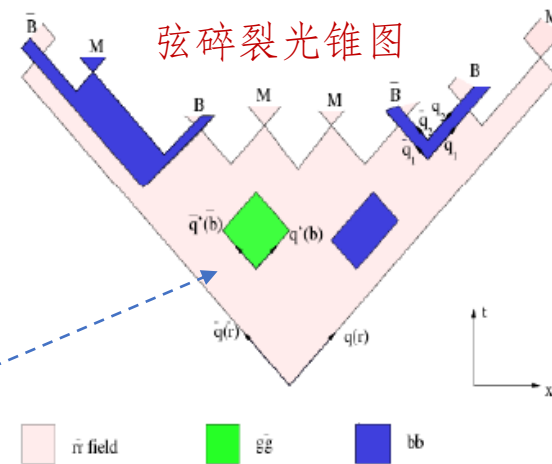
核心：Lund面积定律

$$d\varphi_n(q\bar{q} \rightarrow m_1, m_2, \dots, m_n) = (2\pi)^4 \delta\left(1 - \sum_{j=1}^n \frac{m_{\perp j}^2}{sz_j}\right) \delta\left(1 - \sum_{j=1}^n z_j\right) \delta\left(\sum_{j=1}^n \vec{k}_j\right) \sum |\mathcal{M}_{LUND}|^2 d\Phi_n$$

$$\mathcal{M}_{LUND}(q\bar{q} \rightarrow m_1, m_2, \dots, m_n) = C_n \mathcal{M}_{\perp} \mathcal{M}_{//}$$

横动量： $\mathcal{M}_{\perp} = \exp\left(-\sum_{j=1}^n \vec{k}_j^2\right)$

纵动量： $\mathcal{M}_{//} = \exp(i\xi \mathcal{A}_n)$



Lund面积定律多重数分布：

$$Z_n = s \int d\Phi_n \exp(-b\mathcal{A}_n) \quad P_n = Z_n / \sum Z_n$$

$$P_n(s) = \frac{\mu^n}{n!} \exp[c_0 + c_1(n - \mu) + c_2(n - \mu)^2]$$

$$\mu = a + b \exp\{c \cdot [\ln(s/Q_0^2)]^{1/2}\}$$

# LUARLW模拟功能

LUARLW能模拟如下强子产生道

$$e^+e^- \Rightarrow \gamma^* \Rightarrow \rho(770), \omega(782), \phi(1020), \omega(1420), \rho(1450), \omega(1650), \phi(1680), \rho(1700)$$

$$e^+e^- \Rightarrow \gamma^* \Rightarrow \begin{cases} q\bar{q} \Rightarrow \text{string} \Rightarrow \text{hadrons} \\ gq\bar{q} \Rightarrow \text{string} + \text{string} \Rightarrow \text{hadrons} \\ gggq\bar{q} \Rightarrow \text{string} + \text{string} + \text{string} \Rightarrow \text{hadrons} \end{cases}$$

$$e^+e^- \Rightarrow \gamma^* \Rightarrow J/\psi \Rightarrow$$

$$e^+e^- \Rightarrow \gamma^* \Rightarrow \psi(2S) \Rightarrow \begin{cases} \gamma^* \Rightarrow e^+e^-, \mu^+\mu^-, \tau^+\tau^- \\ \gamma^* \Rightarrow q\bar{q} \Rightarrow \text{string} \Rightarrow \text{hadr} \\ ggg \Rightarrow \text{string} + \text{string} + \text{string} \Rightarrow \text{hadrons} \\ \gamma gg \Rightarrow \gamma + \text{string} + \text{string} \Rightarrow \gamma + \text{hadrons} \\ \pi^+\pi^- J/\psi, \pi^0\pi^0 J/\psi, \pi^0 J/\psi, \eta J/\psi, \gamma\chi_{cJ}, \phi\eta \end{cases}$$

$$e^+e^- \Rightarrow \gamma^* \Rightarrow \psi(3770) \Rightarrow$$

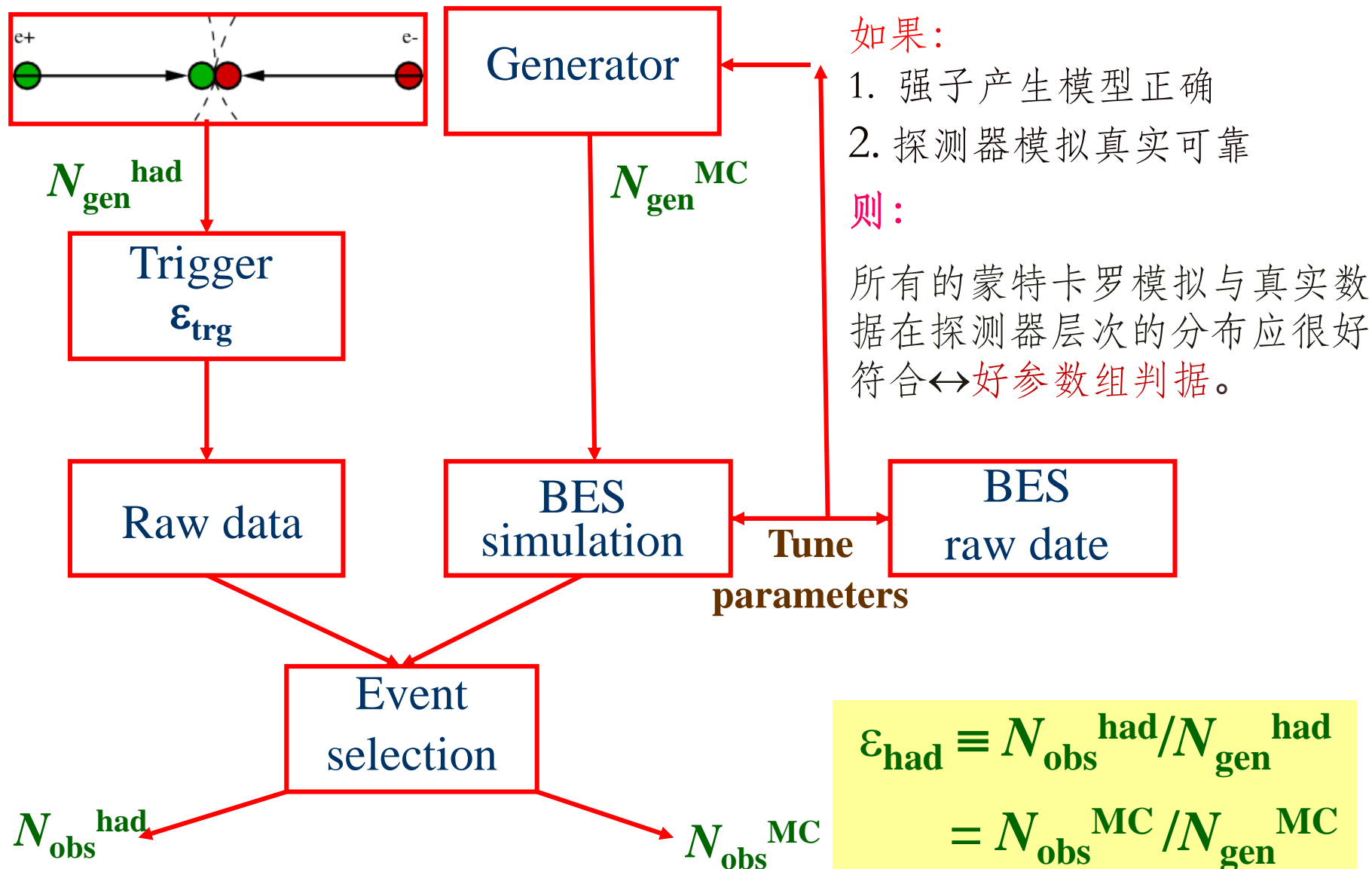
$$e^+e^- \Rightarrow \gamma^* \Rightarrow \begin{cases} \psi(4040) \Rightarrow D\bar{D}, D^*\bar{D}^*, D\bar{D}^*, \bar{D}D^*, D_s\bar{D}_s; \\ \psi(4160) \Rightarrow D\bar{D}, D^*\bar{D}^*, D\bar{D}^*, \bar{D}D^*, D_s\bar{D}_s, D_s\bar{D}_s^*; \\ \psi(4415) \Rightarrow D\bar{D}, D^*\bar{D}^*, D\bar{D}^*, \bar{D}D^*, D_s\bar{D}_s, D_s\bar{D}_s^*, D_s^*\bar{D}_s^*. \end{cases}$$

$$e^+e^- \Rightarrow \gamma^* \Rightarrow X(4160), X(4260) \dots \quad \text{with } J^{PC} = 1^{--}$$

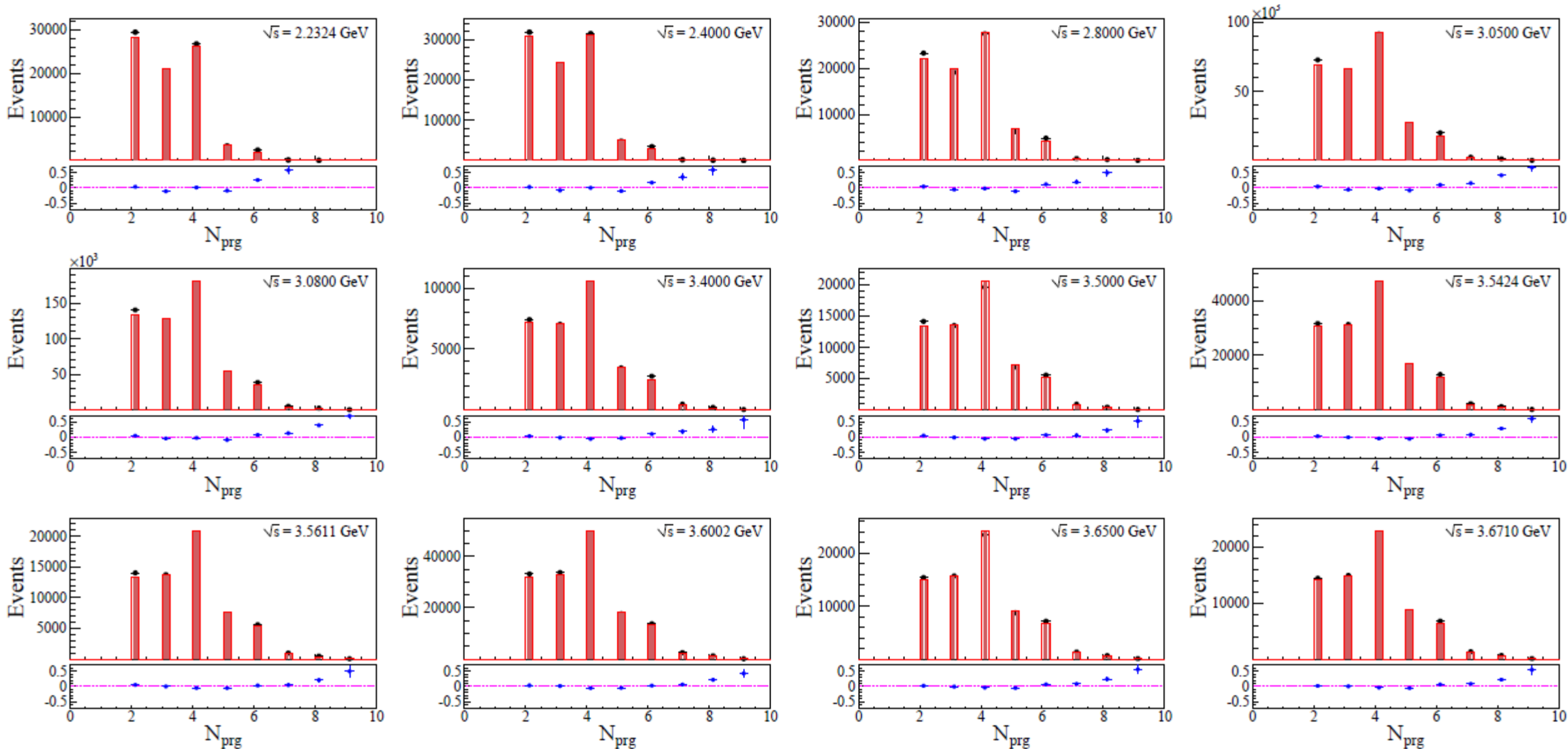
包含了BEPCLIII能区主要强子产生类型

# 强子产生子参数协调

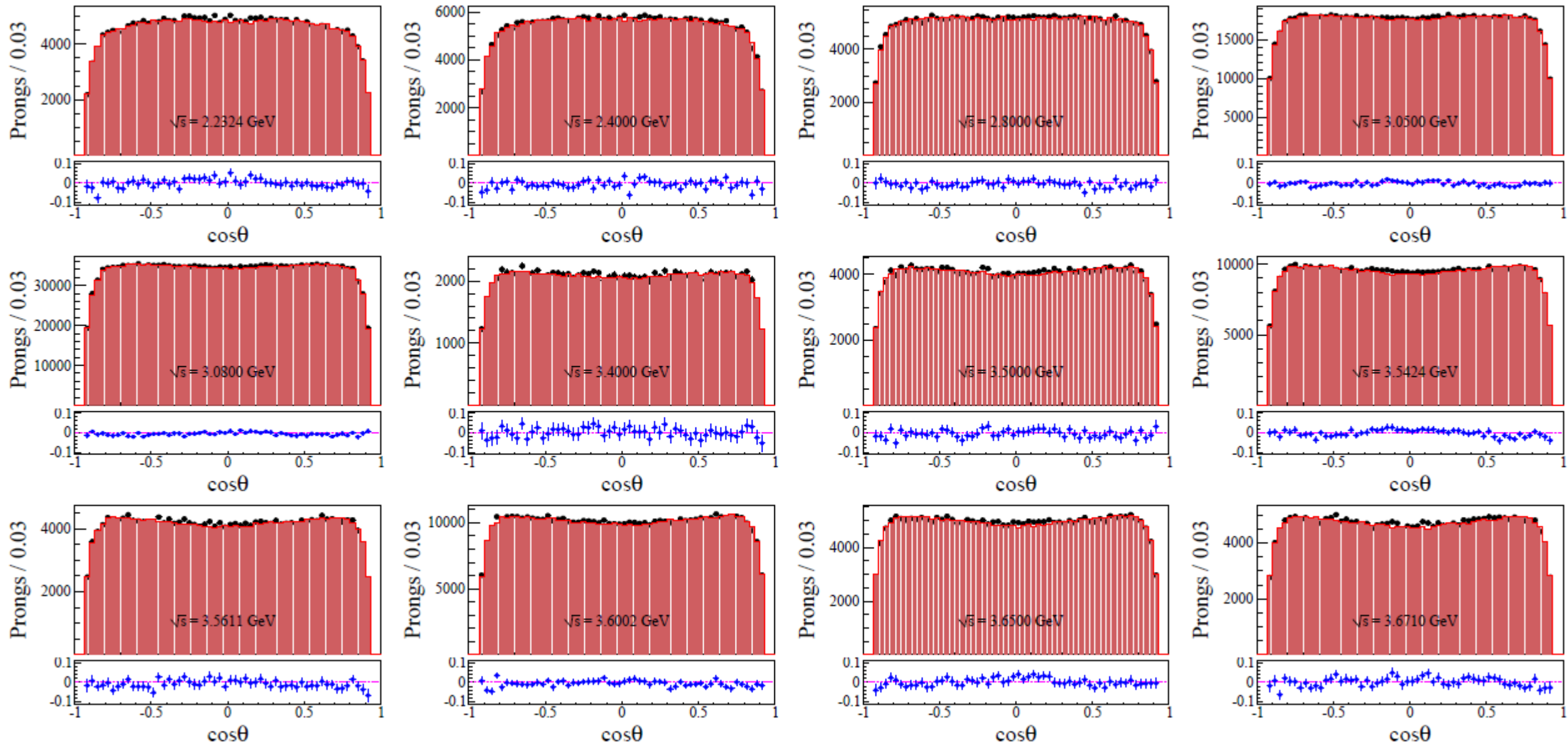
把真实数据与模拟数据经过相同的过程后进行比较，找到最佳参数值。



# LUARLW模拟：强子事例带电粒子多重数分布



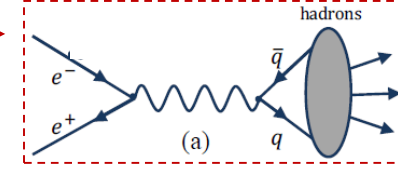
# LUARLW模拟：强子事例带电粒子角度分布



# 初态辐射修正

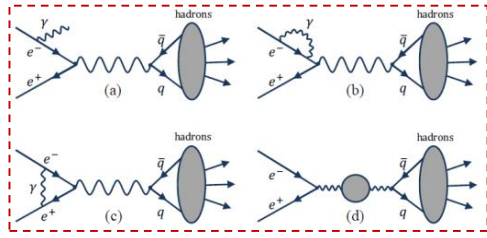
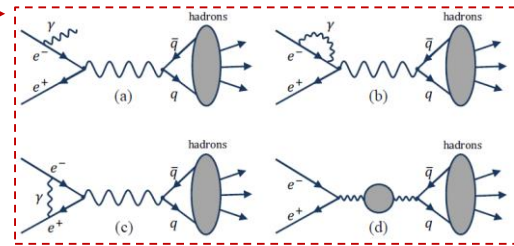
R值的定义:

$$R = \frac{\sigma_{had}^0(e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \text{hadrons})}{\sigma_{\mu\mu}^0(e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \mu^+\mu^-)}$$



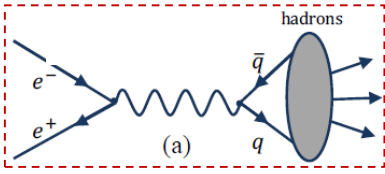
实验测量公式:

$$R = \frac{N_{had} - N_{bg}}{\sigma_{\mu\mu}^0 L \epsilon_{trg} \epsilon_{had} (1 + \delta)}$$



初态辐射修正因子定义:

$$(1 + \delta) =$$



辐射谱函数

全能区R值line-shape

顶点修正因子

强子产生总截面计算公式:

$$\sigma_{had}^{tot}(s) = \delta_{vert} \frac{\sigma_{had}^0(s)}{|1 - \Pi(s)|^2} + \int_0^{x_m} F_{FD}(x, s) \frac{\sigma_{had}^0(s')}{|1 - \Pi(s')|^2} dx$$

$$(1 + \delta)(s) \equiv \sigma_{had}^{tot}(s) / \sigma_{had}^0(s)$$

真空极化因子

最大辐射光子能量  
 $x_m = 1 - 4m_\pi^2/s$

# 系统误差分析

► 根据R实验测量公式，R值的基本系统误差为

$$\left(\frac{\Delta R}{R}\right)_{\text{sys}}^2 = \left(\frac{\Delta \tilde{N}}{\tilde{N}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \sigma_{\mu\mu}^0}{\sigma_{\mu\mu}^0}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \mathcal{L}_{\text{int.}}}{\mathcal{L}_{\text{int.}}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \varepsilon_{\text{trig}}}{\varepsilon_{\text{trig}}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \varepsilon_{\text{had}}}{\varepsilon_{\text{had}}}\right)^2 + \left[\frac{\Delta(1+\delta)}{(1+\delta)}\right]^2$$

► 实际上，从如下方面考虑系统误差

- 事例选择：把各项选择条件适当地变换范围。
- 本底估计：用不同的方法和本底模拟模型。
- $\sigma_{\mu}^0$ ：QED计算，误差可忽略。
- 积分亮度：直接引用已发表的结果。
- 触发效率：数值接近100%，误差小于0.1%。
- 探测效率：采用不同的强子产生器(HYBRID)模拟，比较效率差（最大系统误差）。
- 辐射修正：考虑方案的理论精度，输入值 $\sigma_{\text{had}}^0(\text{s})$ 的系统误差（次大系统误差）。

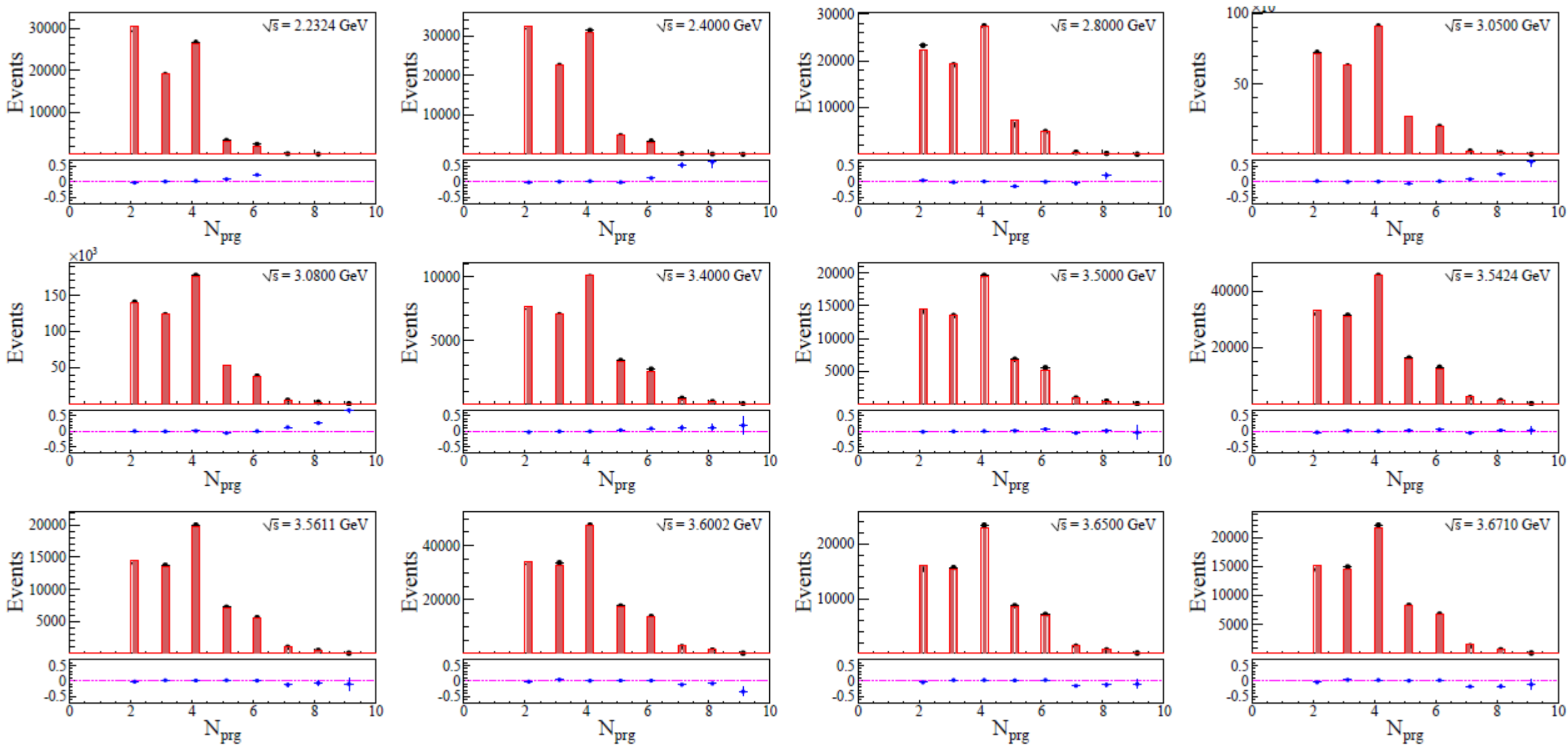
# 混合强子产生子HYBRID

$$\text{HYBRID} = \text{PHOKHARA} \oplus \text{ConExc} \oplus \text{LUARLW}$$

- 遍举道产生子PHOKHARA: 基于唯象模型, 能模拟11个强子道, 已知截面和中间态,  $e^+e^- \rightarrow 2\pi$ 、 $3\pi$ 、 $4\pi$ 等, 已用于很多分析。
- 遍举道产生子ConExc: 相空间模拟, 能模拟47个强子道, 其截面数值取自其它实验文章, 如 $e^+e^- \rightarrow K^+K^-\pi^0$ 、 $K_S^0K\pi$ 、 $K^+K^-\pi\pi$ 、 $5\pi$ 、 $6\pi$ 和 $\gamma_{\text{ISR}}J/\psi$ , 等。
- 单举产生子LUARLW: 原则上能模拟所有 $e^+e^-$ 湮没产生的强子道, 但在HYBRID中仅用于模拟PHOKHARA和ConExc不能产生的强子道。
- 三个产生子所模拟的强子道没有重复。



# HYBRID模拟强子事例带电粒子多重数分布



# LUARLW与HYBRID辐射谱比较

► 初态 $e^+$ 初致辐射光子微分截面(辐射谱)

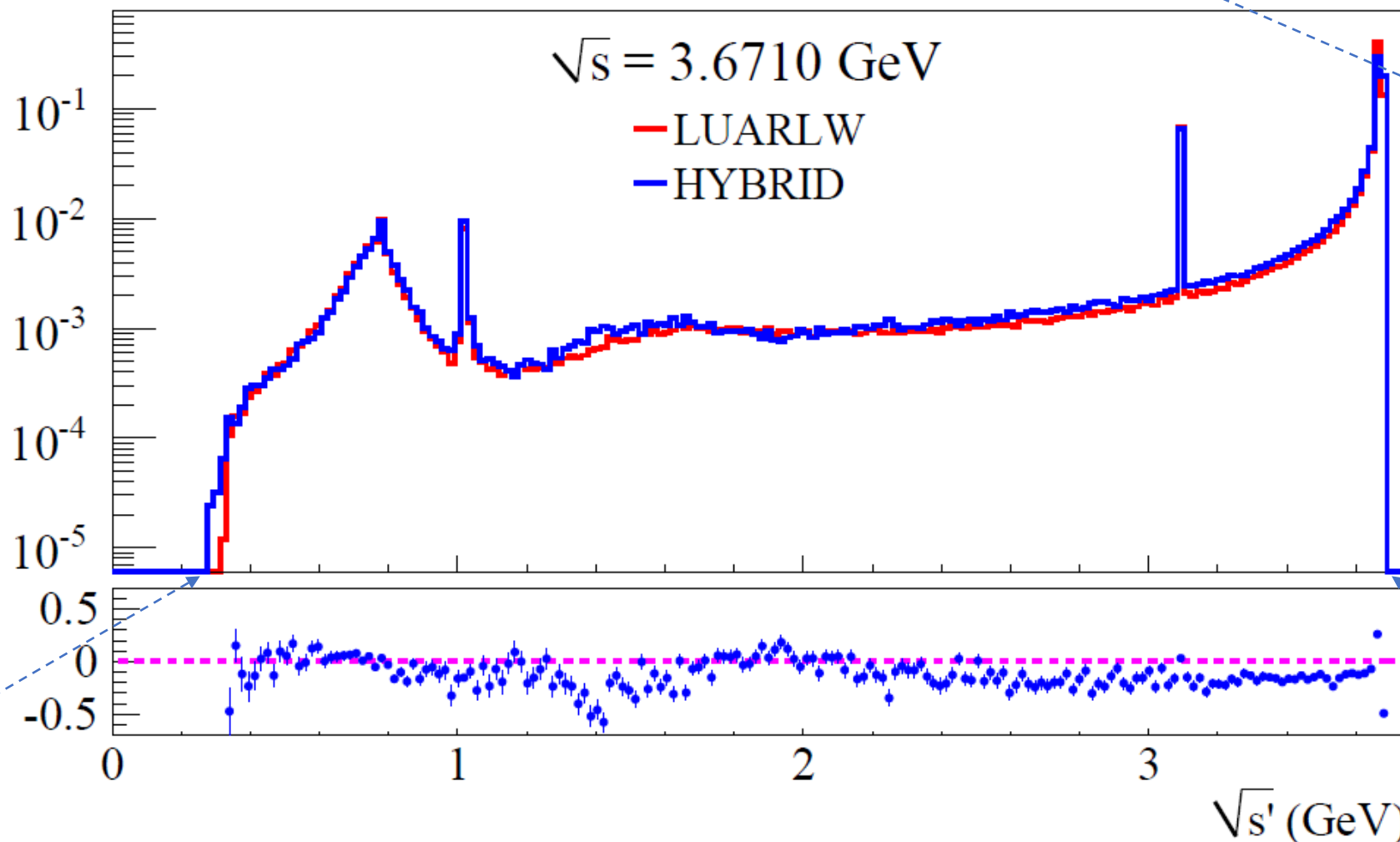
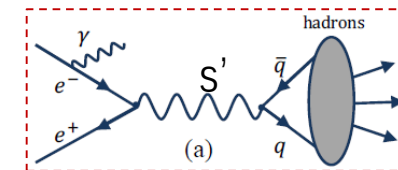
$$d\sigma^{HB}(s) = \frac{\alpha}{\pi^2} \frac{\sin^2 \theta}{(1 - a^2 \cos^2 \theta)} \frac{dk d\Omega_\gamma}{k} \left(1 - k + \frac{k^2}{2}\right) d\sigma^0(s')$$

强子产生有效能量

初态辐射光子  
能量分数

$$k = E_\gamma / E_{\text{beam}}$$

$$s' = (1 - k)s$$



# LUARLW与HYBRID模拟的 $\epsilon_{\text{had}}$ 及 $(1+\delta)$ 比较

$\sqrt{s}$ (GeV)	LUARLW $\epsilon_{\text{had}}$ (%)	HYBRID $\epsilon_{\text{had}}$ (%)	Diff. (%)	LUARLW $(1 + \delta)$	HYBRID $(1 + \delta)$	Diff. (%)
2.2324	64.45	64.50	-0.09	1.1955	1.2016	-0.52
2.4000	67.29	67.62	-0.49	1.2043	1.2118	-0.62
2.8000	72.25	73.16	-1.25	1.2185	1.2276	-0.74
3.0500	73.91	74.54	-0.85	1.1929	1.2040	-0.93
3.0600	73.88	74.54	-0.90	1.1825	1.1940	-0.97
3.0800	73.98	74.11	-0.18	1.1228	1.1357	-1.15
3.4000	74.81	75.19	-0.50	1.3817	1.4009	-1.39
3.5000	75.32	75.88	-0.75	1.3509	1.3690	-1.33
3.5424	75.58	76.17	-0.78	1.3413	1.3587	-1.30
3.5538	75.50	76.23	-0.97	1.3384	1.3557	-1.29
3.5611	75.50	76.27	-1.02	1.3368	1.3542	-1.30
3.6002	75.73	76.52	-1.05	1.3285	1.3453	-1.26
3.6500	76.00	76.89	-1.16	1.3082	1.3234	-1.16
3.6710	76.11	77.11	-1.30	1.2597	1.2718	-0.96

# R值测量各项相对系统误差

(%)

$\sqrt{s}$ (GeV)	Event selection	QED background	Beam background	Luminosity	Trigger efficiency	Signal model	ISR correction	Total
2.2324	0.41	0.23	0.28	0.80	0.10	0.60	1.15	1.62
2.4000	0.55	0.27	0.15	0.80	0.10	1.11	1.10	1.87
2.8000	0.58	0.28	0.34	0.80	0.10	1.97	1.06	2.48
3.0500	0.61	0.33	0.41	0.80	0.10	1.76	1.01	2.33
3.0600	0.60	0.34	0.48	0.80	0.10	1.84	1.00	2.39
3.0800	0.61	0.35	0.35	0.80	0.10	1.31	1.05	2.02
3.4000	0.65	0.33	0.16	0.80	0.10	1.86	1.24	2.49
3.5000	0.60	0.35	0.62	0.80	0.10	2.05	1.16	2.66
3.5424	0.61	0.37	0.01	0.80	0.10	2.05	1.14	2.58
3.5538	0.66	0.31	0.39	0.80	0.10	2.22	1.13	2.74
3.5611	0.74	0.34	0.34	0.80	0.10	2.28	1.12	2.81
3.6002	0.66	0.33	0.38	0.80	0.10	2.27	1.09	2.77
3.6500	0.53	0.35	0.69	0.80	0.10	2.28	1.13	2.83
3.6710	0.61	0.42	0.63	0.80	0.10	2.23	1.04	2.77

# $\varepsilon_{\text{had}}(1+\delta)$ 与 $\varepsilon(0)(1+\delta_{\text{obs}})$ 方案的比较

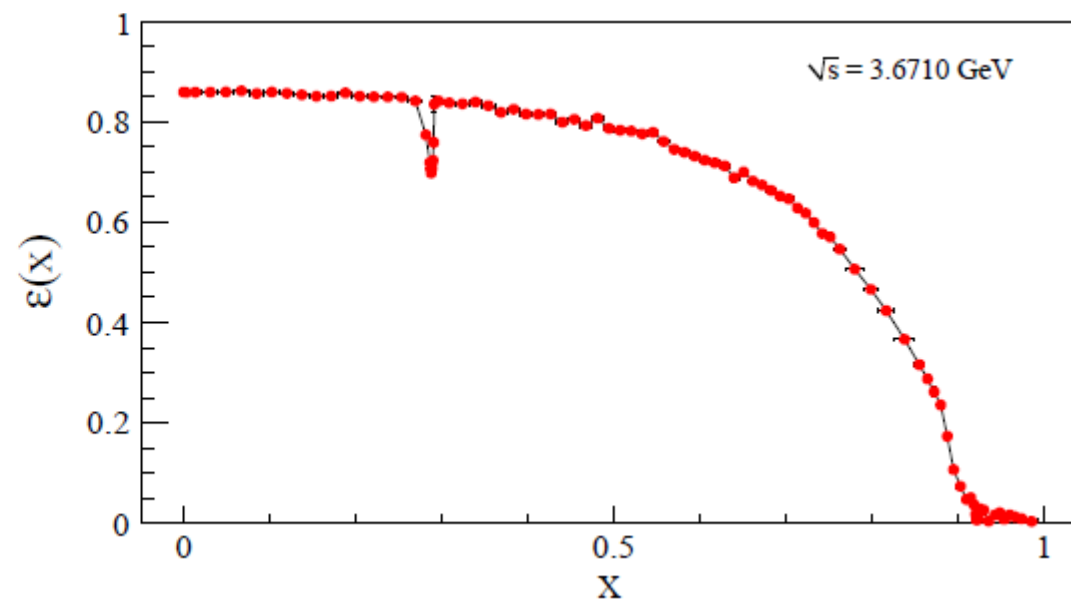
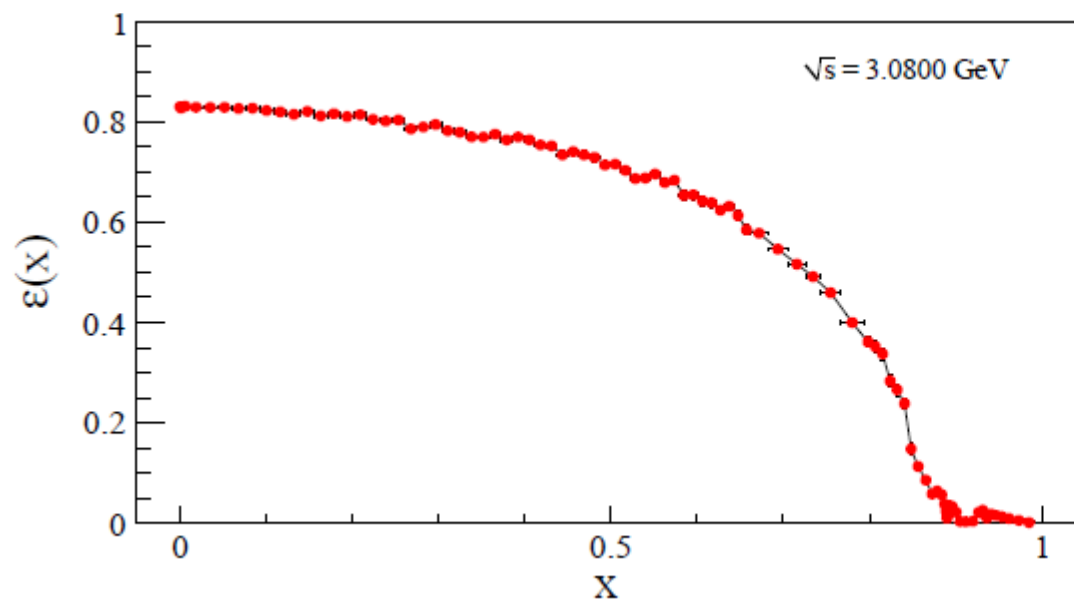
► 另一种等效的R值测量公式:

$$R = \frac{N_{\text{had}}^{\text{obs}} - N_{\text{bkg}}}{\sigma_{\mu\mu}^0 \mathcal{L}_{\text{int.}} \varepsilon_{\text{trig}} \varepsilon_{\text{had}}(0)(1 + \delta_{\text{obs}})}$$

$\varepsilon(0)$ : 产生子关闭辐射模拟时的效率

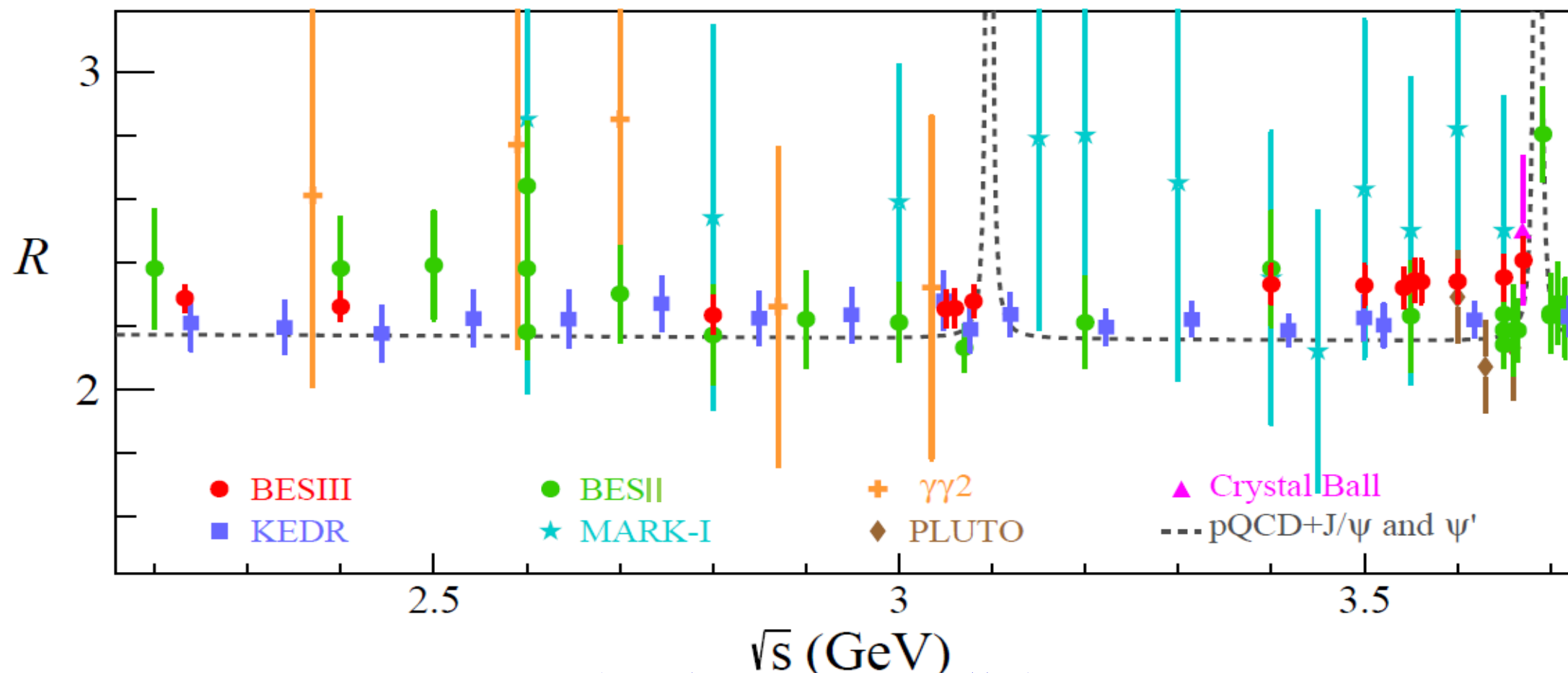
$(1+\delta_{\text{obs}})$ : 吸收了效率的辐射修正因子

$$1 + \delta_{\text{obs}} = \frac{\delta_{\text{vert}}}{|1 - \Pi(s)|^2} + \frac{1}{\sigma_{\text{had}}^0(s) \varepsilon_{\text{had}}(0)} \int_0^{x_m} \frac{x^\beta}{x} \left(1 - x + \frac{x^2}{2}\right) \frac{\sigma_{\text{had}}^0(s') \varepsilon_{\text{had}}(x)}{|1 - \Pi(s')|^2} dx$$



$$x = E_\gamma / E_{\text{beam}}$$

► 两种方案的差别约为0.8%，也作为系统误差的一个成分。

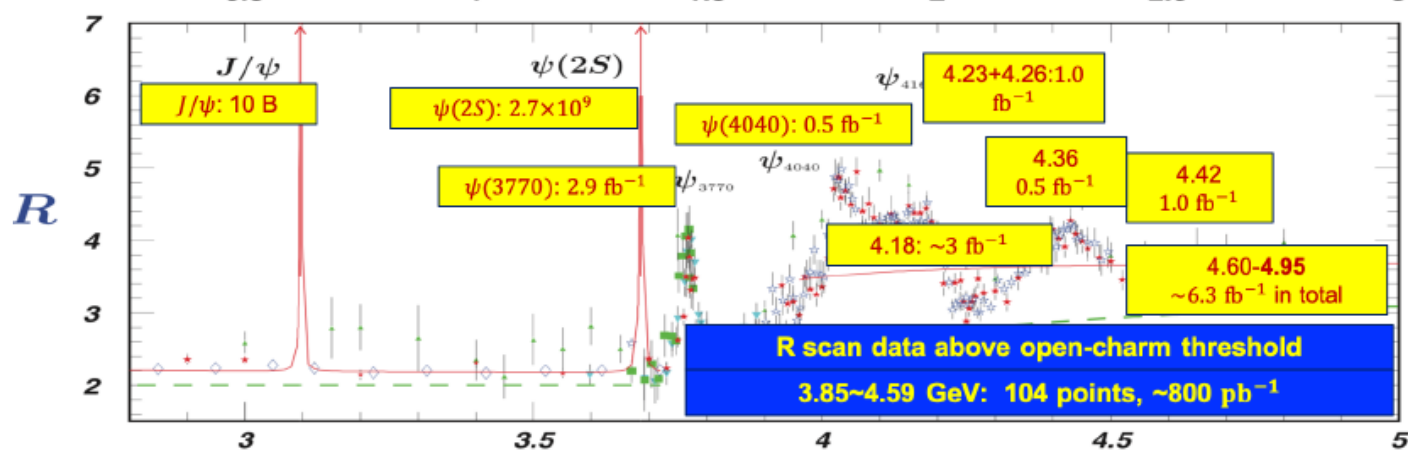
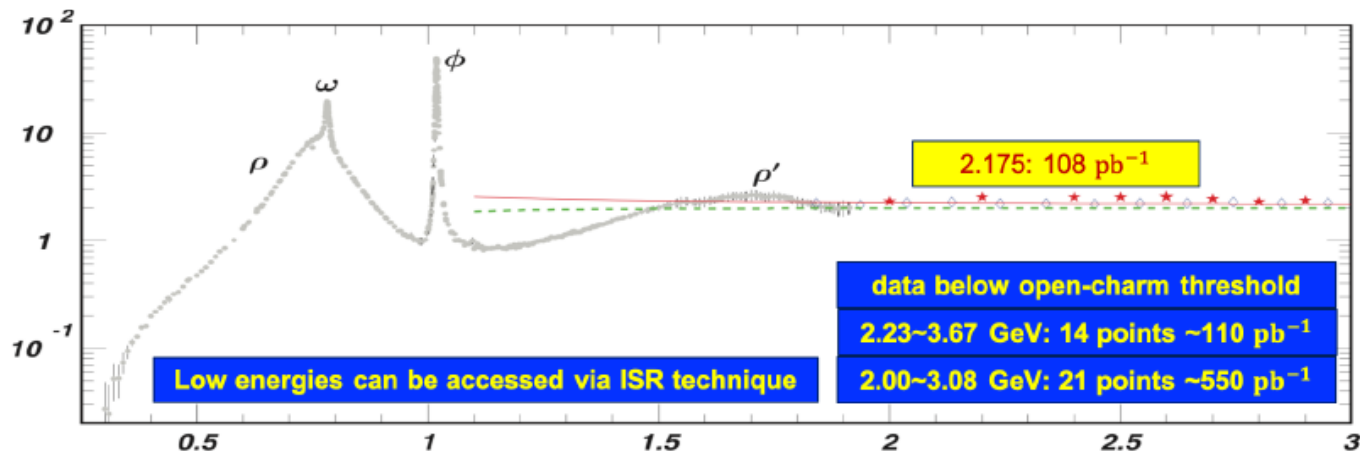


- ▶ R值测量误差小于2.5%，为目前这一能区的最精确值。
- ▶ 在3.4~3.6GeV能量范围，BESIII数据的测量值比pQCD理论预言值偏高 $2.7\sigma$ 。
- ▶ BESIII测量的R值SM对g-2计算的影响有多大？有人估计是 $4.1\sigma \rightarrow 3.9\sigma$ ，影响5% (?)。

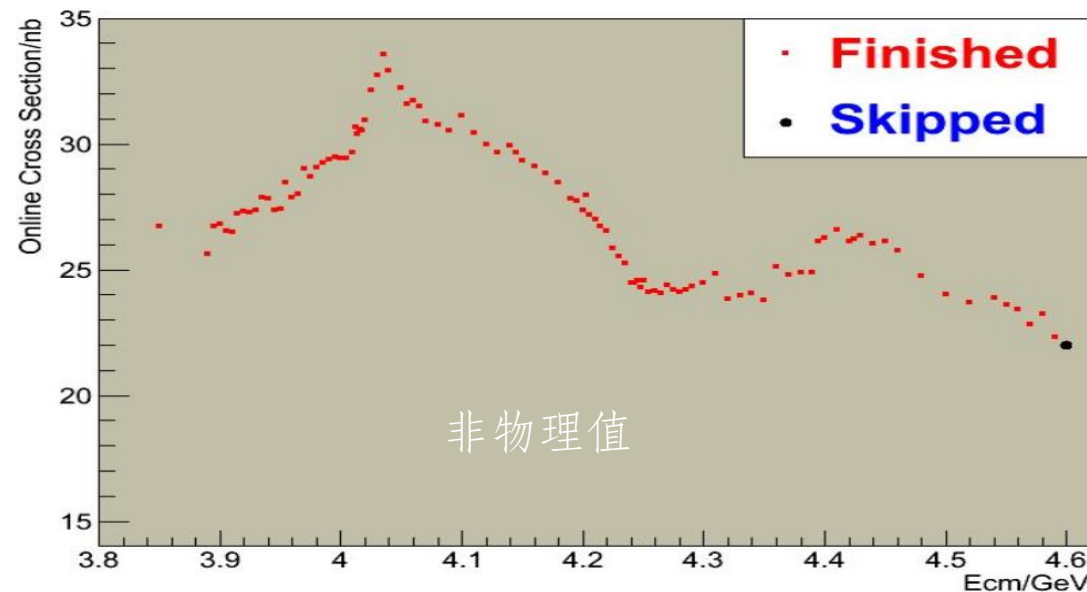
# 小结

► BESIII对R值测量精度的提高对精确检验标准模型具有重要意义。

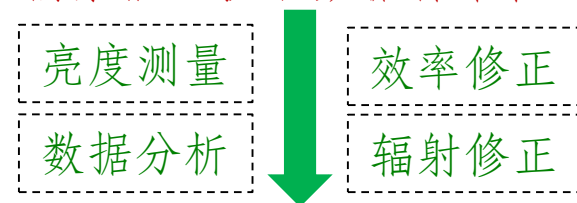
► 利用BESIII在更多能量点上获取的数据测量R值在进行中。



BESIII获取的数据样本



BESIII在重偶素能区获取数据样本在线强子截面

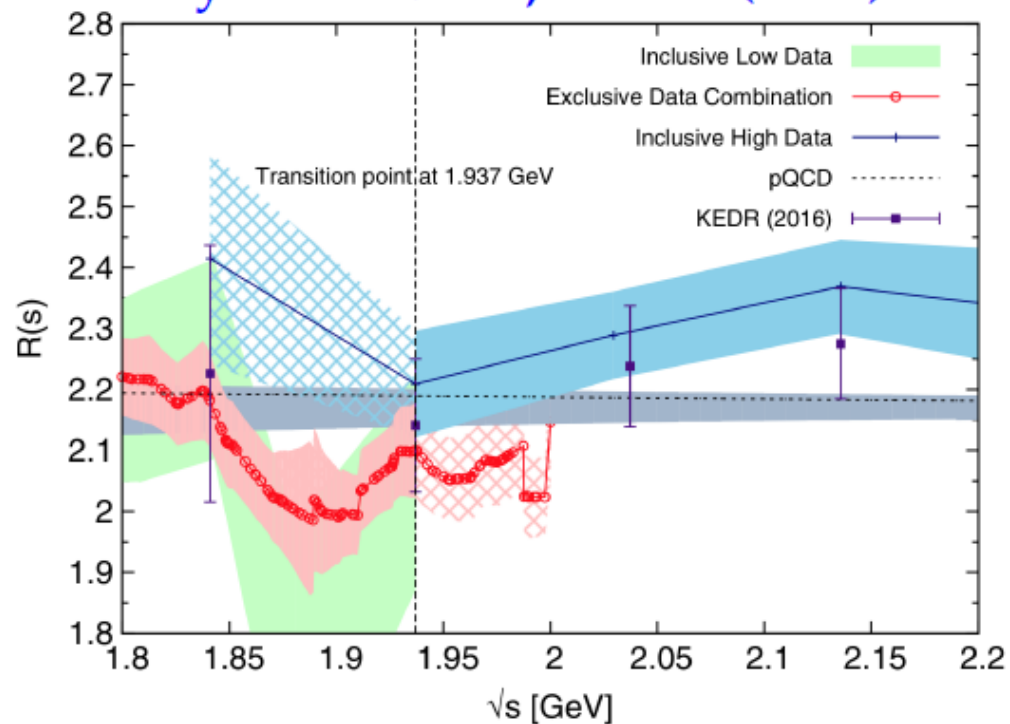


- R值
- 重粲偶素参数

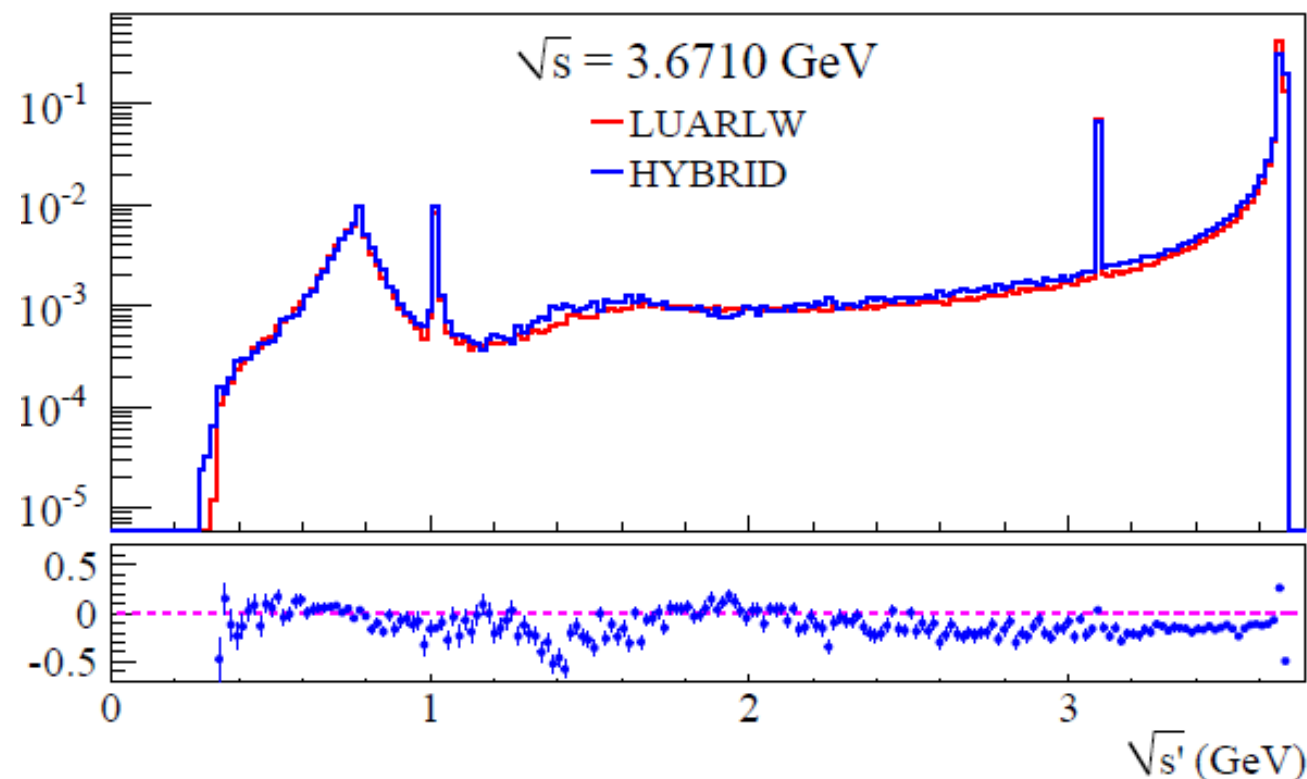
# 展望

- ▶ 在2.0GeV之下能区，分别用单举和遍举方法测量R值。
- ▶ 利用在 $\psi(3770)$ 峰上获取的大统计量数据样本用ISR技术测量从 $2\pi$ 到 $\psi(3770)$ 峰以下连续区R值。
- ▶ 用上述几种方法测量R值的结果将有助于对实验测量和SM预言的g-2偏离的理解。

Phys. Rev. D 97, 114025 (2018)



不同方法测量R值



ISR方法测量R值