

pQCD 方法中次扭度强子波函数 对 $B \rightarrow PV$ 过程的影响

学科、专业 : 物理学、粒子物理与原子核物理
申请学位 : 理学硕士
答辩人 : 赵旭乐
指导教师 : 孙俊峰 教授、杨悦铃 副教授

College Of Physics, Henan Normal University

April 11, 2022

- 1 选题背景与意义
- 2 研究方法
- 3 结果与分析
- 4 总结与展望
- 5 致谢

选题背景与意义

- 随着 LHCb 和 Belle-II 实验的运行, 大量 B 介子事例数在源源不断的产生, 已经测得的衰变道的实验数据精度也在不断提高。这为更加精确的检验标准模型, 提取模型参数, 探究 CP 破坏起源以及寻找超出标准模型以外的新物理提供了强大的实验数据支撑。同时这也要求我们完善理论框架, 不断提高理论计算结果的精度, 为实验数据的分析提供理论参考。

选题背景与意义

- 在因子化方法下， B 介子非轻弱衰变的振幅可以写成 Wilson 系数、硬散射振幅和强子波函数卷积的形式。其中，人们对 Wilson 系数和硬散射振幅已经计算的比较精确。相较于 Wilson 系数和硬散射振幅，很少有人考虑强子波函数部分。我们在 pQCD 方法框架下，考虑次扭度强子波函数部分，重新对 $B \rightarrow PV$ 两体非轻弱衰变过程进行唯象研究。

研究方法

- $B \rightarrow PV$ 两体非轻弱衰变过程中低能有效哈密顿量:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{eff} = & \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sum_{q=d,s} V_{ub}^* V_{uq} \{ [C_1(\mu) O_1(\mu) + C_2(\mu) O_2(\mu)] \\ & - V_{tb}^* V_{tq} \sum_{i=3}^{10} C_i(\mu) O_i(\mu) \} + h.c. \end{aligned} \quad (1)$$

- $B \rightarrow PV$ 两体非轻弱衰变过程中的强子矩阵元:

$$\begin{aligned} \langle PV | O_i | B \rangle \propto & \int dx_1 dx_2 dx_3 db_1 db_2 db_3 H_i(t_i, x_1, b_1, x_2, b_2, x_3, b_3) \\ & \Phi_B(x_1, b_1) e^{-S_B} \Phi_P(x_2, b_2) e^{-S_P} \Phi_V(x_3, b_3) e^{-S_V}. \end{aligned} \quad (2)$$

研究方法

- B 介子波函数的定义为:

$$\langle 0 | \bar{q}_\alpha(z) b_\beta(0) | \bar{B}(p_1) \rangle \\ = -\frac{i}{4} f_B \int d^4 k e^{-i k_1 \cdot z} \left\{ (\not{p}_1 + m_B) \gamma_5 \left(\phi_{B1} + \frac{\not{h}_+}{\sqrt{2}} \phi_{B2} \right) \right\}_{\beta\alpha}, \quad (3)$$

其中:

$$\phi_B^+(x_1, b_1) = N x_1^2 \bar{x}_1^2 \exp \left\{ - \left(\frac{x_1 m_B}{\sqrt{2} \omega_B} \right)^2 - \frac{1}{2} \omega_B^2 b_1^2 \right\}, \quad (4)$$

$$\phi_B^-(x_1, b_1) = N \frac{2 \omega_B^4}{m_B^4} \exp \left(- \frac{1}{2} \omega_B^2 b_1^2 \right) \left\{ \sqrt{\pi} \frac{m_B}{\sqrt{2} \omega_B} \text{Erf} \left(\frac{m_B}{\sqrt{2} \omega_B}, \frac{x_1 m_B}{\sqrt{2} \omega_B} \right) \right. \\ \left. + \left[1 + \left(\frac{m_B \bar{x}_1}{\sqrt{2} \omega_B} \right)^2 \right] \exp \left[- \left(\frac{x_1 m_B}{\sqrt{2} \omega_B} \right)^2 \right] - \exp \left(- \frac{m_B^2}{2 \omega_B^2} \right) \right\}. \quad (5)$$



T. Huang and X. G. Wu. *Consistent calculation of the B to pi transition form-factor in the whole physical region* [J]. Phys. Rev. D **71**, 034018 (2005).



T. Kurimoto. *Uncertainty in the leading order PQCD calculations of B meson decays* [J]. Phys. Rev. D **74**, 014027 (2006).

研究方法

- 赝标量介子 P 和矢量介子 V 波函数的定义为:

$$\begin{aligned}
 & \langle P(p) | \bar{q}_i(0) q_j(z) | 0 \rangle \\
 = & -i \frac{f_B}{4} \int_0^1 dx_2 e^{+ik_2 \cdot z} \left\{ \gamma_5 \left[\not{p}_2 \phi_P^a(x) + \mu_P \phi_P^p(x) - \mu_P (\not{n} \cdot \not{n}_+ - 1) \phi_P^t(x) \right] \right\}_{\beta\alpha},
 \end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned}
 & \langle V(p, \epsilon_{\parallel}) | \bar{q}_i(0) q_j(z) | 0 \rangle \\
 = & \frac{1}{4} \int_0^1 dx_3 e^{+ik_3 \cdot z} \left\{ \epsilon_{\parallel} m_V f_V^{\parallel} \phi_V^v + \epsilon_{\parallel} \not{p}_3 f_V^{\perp} \phi_V^t - m_V f_V^{\perp} \phi_V^s \right\}_{ji}.
 \end{aligned} \tag{7}$$



P. Ball, V. M. Braun and A. Lenz. *Higher-twist distribution amplitudes of the K meson in QCD* [J]. JHEP **05**, 004 (2006).



P. Ball and G. W. Jones. *Twist-3 distribution amplitudes of K^* and ϕ mesons* [J]. JHEP **03**, 069 (2007).

研究方法

以赝标量介子 $P = K$, 矢量介子 $V = K^*$ 为例, twist-2 和 twist-3 的分布振幅有如下形式:

$$\phi_K^a(x) = 6 \times \bar{x} \{1 + a_1^K C_1^{3/2}(\xi) + a_2^K C_2^{3/2}(\xi)\}, \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \phi_K^p(x) &= 1 + 3 \rho_+^K - 9 \rho_-^K a_1^K + 18 \rho_+^K a_2^K \\ &+ \frac{3}{2} (\rho_+^K + \rho_-^K) (1 - 3 a_1^K + 6 a_2^K) \ln(x) \\ &+ \frac{3}{2} (\rho_+^K - \rho_-^K) (1 + 3 a_1^K + 6 a_2^K) \ln(\bar{x}) \\ &- \left(\frac{3}{2} \rho_-^K - \frac{27}{2} \rho_+^K a_1^K + 27 \rho_-^K a_2^K\right) C_1^{1/2}(\xi) \\ &+ (30 \eta_K - 3 \rho_-^K a_1^K + 15 \rho_+^K a_2^K) C_2^{1/2}(\xi), \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \phi_K^t(x) &= \frac{3}{2} (\rho_-^K - 3 \rho_+^K a_1^K + 6 \rho_-^K a_2^K) \\ &- C_1^{1/2}(\xi) \{1 + 3 \rho_+^K - 12 \rho_-^K a_1^K + 24 \rho_+^K a_2^K \\ &+ \frac{3}{2} (\rho_+^K + \rho_-^K) (1 - 3 a_1^K + 6 a_2^K) \ln(x) \\ &+ \frac{3}{2} (\rho_+^K - \rho_-^K) (1 + 3 a_1^K + 6 a_2^K) \ln(\bar{x})\} \\ &- 3 \left(3 \rho_+^K a_1^K - \frac{15}{2} \rho_-^K a_2^K\right) C_2^{1/2}(\xi), \end{aligned} \quad (10)$$

研究方法

$$\phi_{K^*}^v(x) = 6 \times \bar{x} \{1 + a_1^{\parallel, K^*} C_1^{3/2}(\xi) + a_2^{\parallel, K^*} C_2^{3/2}(\xi)\}, \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \phi_{K^*}^t(x) = & 3 \xi \{C_1^{1/2}(\xi) + a_1^{\perp, K^*} C_2^{1/2}(\xi) + a_2^{\perp, K^*} C_3^{1/2}(\xi)\} \\ & + \frac{3}{2} \frac{m_s + m_q}{m_{K^*}} \frac{f_{K^*}^{\parallel}}{f_{K^*}^{\perp}} \{1 + 8 \xi a_1^{\parallel, K^*} + (21 - 90 \times \bar{x}) a_2^{\parallel, K^*} \\ & + \xi \ln \bar{x} (1 + 3 a_1^{\parallel, K^*} + 6 a_2^{\parallel, K^*}) - \xi \ln x (1 - 3 a_1^{\parallel, K^*} + 6 a_2^{\parallel, K^*})\} \\ & - \frac{3}{2} \frac{m_s - m_q}{m_{K^*}} \frac{f_{K^*}^{\parallel}}{f_{K^*}^{\perp}} \xi \{2 + 9 \xi a_1^{\parallel, K^*} + (22 - 60 \times \bar{x}) a_2^{\parallel, K^*} \\ & + \ln \bar{x} (1 + 3 a_1^{\parallel, K^*} + 6 a_2^{\parallel, K^*}) + \ln x (1 - 3 a_1^{\parallel, K^*} + 6 a_2^{\parallel, K^*})\}, \quad (12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi_{K^*}^s(x) = & -3 C_1^{1/2}(\xi) - 3 C_2^{1/2}(\xi) a_1^{\perp, K^*} - 3 C_3^{1/2}(\xi) a_2^{\perp, K^*} \\ & - \frac{3}{2} \frac{m_s + m_q}{m_{K^*}} \frac{f_{K^*}^{\parallel}}{f_{K^*}^{\perp}} \{C_1^{1/2}(\xi) + 2 C_2^{1/2}(\xi) a_1^{\parallel, K^*} + [3 C_3^{1/2}(\xi) + 18 C_1^{1/2}(\xi)] a_2^{\parallel, K^*} \\ & + (\ln \bar{x} + 1) (1 + 3 a_1^{\parallel, K^*} + 6 a_2^{\parallel, K^*}) - (\ln x + 1) (1 - 3 a_1^{\parallel, K^*} + 6 a_2^{\parallel, K^*})\} \\ & + \frac{3}{2} \frac{m_s - m_q}{m_{K^*}} \frac{f_{K^*}^{\parallel}}{f_{K^*}^{\perp}} \{9 C_1^{1/2}(\xi) a_1^{\parallel, K^*} + 10 C_2^{1/2}(\xi) a_2^{\parallel, K^*} \\ & + (\ln \bar{x} + 1) (1 + 3 a_1^{\parallel, K^*} + 6 a_2^{\parallel, K^*}) + (\ln x + 1) (1 - 3 a_1^{\parallel, K^*} + 6 a_2^{\parallel, K^*})\}. \quad (13) \end{aligned}$$

研究方法

- $B \rightarrow PV$ 过程输入参数(中心值后面的值为误差):

$A = 0.790^{+0.017}_{-0.012}$	$\lambda = 0.22650 \pm 0.00048$	$\bar{\rho} = 0.141^{+0.016}_{-0.017}$	$\bar{\eta} = 0.357 \pm 0.011$
粒子的质量(单位为 MeV)			
$m_{\pi^\pm} = 139.57$	$m_{K^\pm} = 493.677 \pm 0.016$	$m_\rho = 775.26 \pm 0.25$	$m_{K^{*\pm}} = 895.5 \pm 0.8$
$m_{\pi^0} = 134.98$	$m_{K^0} = 497.611 \pm 0.013$	$m_\omega = 782.65 \pm 0.12$	$m_{K^{*0}} = 895.55 \pm 0.20$
$m_{B_u} = 5279.34 \pm 0.12$	$m_{B_d} = 5279.65 \pm 0.12$	$m_\phi = 1019.461 \pm 0.016$	
衰变常数(单位为 MeV)			
$f_\rho^\parallel = 216 \pm 3$	$f_\omega^\parallel = 187 \pm 5$	$f_\phi^\parallel = 215 \pm 5$	$f_{K^*}^\parallel = 220 \pm 5$
$f_\rho^\perp = 165 \pm 9$	$f_\omega^\perp = 151 \pm 9$	$f_\phi^\perp = 186 \pm 9$	$f_{K^*}^\perp = 185 \pm 10$
$f_B = 190.0 \pm 1.3$	$f_\pi = 130.2 \pm 1.2$	$f_K = 155.7 \pm 0.3$	
在 $\mu = 1$ GeV 时的盖根堡尔参数			
$a_2^{\parallel, \rho, \omega} = 0.15 \pm 0.07$	$a_2^{\parallel, \phi} = 0.18 \pm 0.08$	$a_1^{\parallel, K^*} = 0.03 \pm 0.02$	$a_2^{\parallel, K^*} = 0.11 \pm 0.09$
$a_2^{\perp, \rho, \omega} = 0.14 \pm 0.06$	$a_2^{\perp, \phi} = 0.14 \pm 0.07$	$a_1^{\perp, K^*} = 0.04 \pm 0.03$	$a_2^{\perp, K^*} = 0.10 \pm 0.08$
$a_1^{\pi, \rho, \omega, \phi} = 0$	$a_2^\pi = 0.25 \pm 0.15$	$a_1^K = 0.06 \pm 0.03$	$a_2^K = 0.25 \pm 0.15$



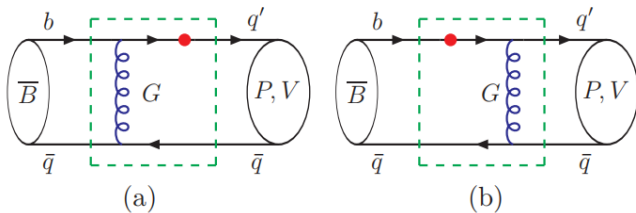
P. Ball, V. M. Braun and A. Lenz. *Higher-twist distribution amplitudes of the K meson in QCD* [J]. JHEP 05, 004 (2006).



P. Ball and G. W. Jones. *Twist-3 distribution amplitudes of K^* and ϕ mesons* [J]. JHEP 03, 069 (2007).

研究方法

- $B \rightarrow PV$ 过程中的跃迁形状因子:



结果分析

- 不同扭度的分布振幅对形状因子 $F_1(q^2)$ 和 $A_0(q^2)$ 的贡献:

$F_1^{B \rightarrow \pi}(0)$	ϕ_π^a	ϕ_π^p	ϕ_π^t	Σ_π	ϕ_π^a / Σ_π	ϕ_π^p / Σ_π	ϕ_π^t / Σ_π
ϕ_{B1}	0.064	0.106	0.019	0.188	34.0	56.0	9.9
ϕ_{B2}	0.045	-0.003	-0.000	0.042	107.5	-6.8	-0.7
Σ_B	0.109	0.103	0.018	0.230	47.4	44.7	8.0
ϕ_{B2} / Σ_B	41.1	-2.8	-1.6	18.1			
$A_0^{B \rightarrow K^*}(0)$	$\phi_{K^*}^v$	$\phi_{K^*}^t$	$\phi_{K^*}^s$	Σ_{K^*}	$\phi_{K^*}^v / \Sigma_{K^*}$	$\phi_{K^*}^t / \Sigma_{K^*}$	$\phi_{K^*}^s / \Sigma_{K^*}$
ϕ_{B1}	0.098	0.106	0.052	0.256	38.1	41.4	20.5
ϕ_{B2}	0.070	-0.003	-0.001	0.067	104.5	-3.7	-0.8
Σ_B	0.168	0.104	0.052	0.323	52.0	32.0	16.0
ϕ_{B2} / Σ_B	42.0	-2.4	-1.1	20.9			

研究方法

- 在利用 pQCD 方法对包含 ϕ_{B2} 部分的 $B \rightarrow PV$ 衰变过程进行研究时, 衰变振幅写为:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{A}(B \rightarrow PV) &= \langle PV | \mathcal{H}_{\text{eff}} | B \rangle \\
 &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sum_i \mathcal{F}_i \int dx_1 dx_2 dx_3 db_1 db_2 db_3 \mathcal{T}_i(t_i, x_1, b_1, x_2, b_2, x_3, b_3) \\
 &\quad C_i(t_i) \Phi_B(x_1, b_1) e^{-S_B} \Phi_P(x_2, b_2) e^{-S_P} \Phi_V(x_3, b_3) e^{-S_V}. \quad (14)
 \end{aligned}$$

研究方法

- 衰变道振幅的一般表达式

$B \rightarrow PV$ 过程共有二十七个衰变道, 以其中一个衰变过程 $\bar{B}_d^0 \rightarrow \rho^- \pi^+$ 为例, 振幅表达式如下:

$$\begin{aligned}
 & \mathcal{A}(\bar{B}_d^0 \rightarrow \rho^- \pi^+) \\
 = & \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ub} V_{ud}^* \{ a_1 \mathcal{A}_{ab}^{LL}(\rho, \pi) + C_2 \mathcal{A}_{cd}^{LL}(\rho, \pi) + a_2 \mathcal{A}_{ef}^{LL}(\pi, \rho) + C_1 \mathcal{A}_{gh}^{LL}(\pi, \rho) \} \\
 - & \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{tb} V_{td}^* \{ (a_4 + a_{10}) \mathcal{A}_{ab}^{LL}(\rho, \pi) + (C_3 + C_9) \mathcal{A}_{cd}^{LL}(\rho, \pi) \\
 & + (a_3 + a_4 - a_5 + \frac{1}{2} a_7 - \frac{1}{2} a_9 - \frac{1}{2} a_{10}) \mathcal{A}_{ef}^{LL}(\rho, \pi) \\
 & + (C_3 + C_4 - \frac{1}{2} C_9 - \frac{1}{2} C_{10}) \mathcal{A}_{gh}^{LL}(\rho, \pi) + (C_6 - \frac{1}{2} C_8) \mathcal{A}_{gh}^{LR}(\rho, \pi) \\
 & + (a_6 - \frac{1}{2} a_8) \mathcal{A}_{ef}^{SP}(\rho, \pi) + (C_5 - \frac{1}{2} C_7) \mathcal{A}_{gh}^{SP}(\rho, \pi) \\
 & + (a_3 - a_5 - a_7 + a_9) \mathcal{A}_{ef}^{LL}(\pi, \rho) + (C_4 + C_{10}) \mathcal{A}_{gh}^{LL}(\pi, \rho) \\
 & + (C_6 + C_8) \mathcal{A}_{gh}^{LR}(\pi, \rho) + (C_5 + C_7) \mathcal{A}_{cd}^{SP}(\rho, \pi) \}. \tag{15}
 \end{aligned}$$

研究方法

- 在 B 介子静止系, $B \rightarrow PV$ 两体衰变 CP 平均衰变分支比的定义如下:

$$\mathcal{B} = \frac{\tau_B}{16\pi} \frac{p_{\text{cm}}}{m_B^2} \{ |\mathcal{A}(B \rightarrow f)|^2 + |\mathcal{A}(\bar{B} \rightarrow \bar{f})|^2 \}, \quad (16)$$

$|p_{\text{cm}}|$ 是在 B 介子静止系中两个末态强子的质心动量, τ_B 为 B 介子的寿命。

- 最小 χ^2 拟合方法:

$$\chi^2 = \sum_i \chi_i^2 = \sum_i \frac{(\mathcal{B}_i^{\text{th.}} - \mathcal{B}_i^{\text{exp.}})^2}{\sigma_i^2}. \quad (17)$$

结果与分析

- 利用最小 χ^2 的方法对参数 ω_B 进行筛选:

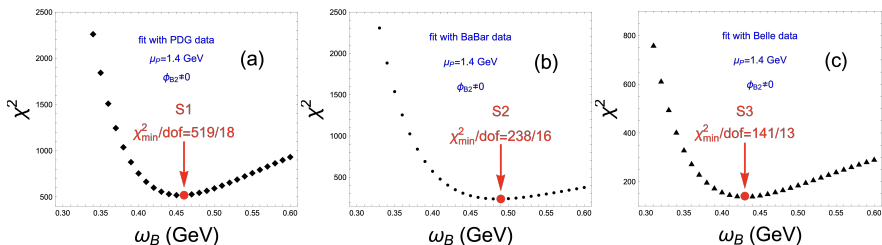


Figure: χ^2_i 随参数 ω_B 的分布，其中箭头处的红色点对应于最优值。

结果与分析

- 分支比的理论计算结果如下表所示：

Table: $B_u \rightarrow PV$ 衰变过程的 CP 平均分支比，第一和第二个理论的不确定性分别来自于 $\omega_B \pm 0.01\text{GeV}$ 和 $\mu_p \pm 0.1\text{GeV}$ 的变化。(单位: 10^{-6})

	mode	$B^- \rightarrow \pi^- \rho^0$	$B^- \rightarrow \rho^- \pi^0$	$B^- \rightarrow \pi^- \omega$	$B^- \rightarrow \pi^- \phi$
data	PDG	8.3 ± 1.2	10.9 ± 1.4	6.9 ± 0.5	$(3.2 \pm 1.5) \times 10^{-2}$
S1	$\phi_{B1} + \phi_{B2}$	$4.25^{+0.22+0.01}_{-0.21-0.00}$	$6.91^{+0.39+0.46}_{-0.37-0.45}$	$3.83^{+0.20+0.01}_{-0.19-0.01}$	$4.9^{+0.4+0.6}_{-0.4-0.5} \times 10^{-2}$
	ϕ_{B1}	$2.66^{+0.15+0.01}_{-0.14-0.01}$	$4.56^{+0.28+0.38}_{-0.26-0.36}$	$2.47^{+0.14+0.01}_{-0.13-0.01}$	$4.2^{+0.3+0.5}_{-0.3-0.5} \times 10^{-2}$
S2	BaBar	8.1 ± 1.7	10.2 ± 1.7	6.7 ± 0.6	
	$\phi_{B1} + \phi_{B2}$	$3.66^{+0.19+0.01}_{-0.18-0.00}$	$5.87^{+0.32+0.38}_{-0.30-0.37}$	$3.28^{+0.17+0.01}_{-0.16-0.01}$	$3.9^{+0.3+0.4}_{-0.3-0.4} \times 10^{-2}$
	ϕ_{B1}	$2.26^{+0.12+0.01}_{-0.12-0.01}$	$3.83^{+0.22+0.31}_{-0.21-0.30}$	$2.10^{+0.12+0.00}_{-0.11-0.00}$	$3.3^{+0.3+0.4}_{-0.3-0.4} \times 10^{-2}$
S3	Belle	8.0 ± 2.4	13.2 ± 3.0	6.9 ± 0.8	
	$\phi_{B1} + \phi_{B2}$	$4.96^{+0.26+0.01}_{-0.25-0.00}$	$8.17^{+0.48+0.56}_{-0.45-0.54}$	$4.47^{+0.24+0.01}_{-0.23-0.01}$	$6.2^{+0.5+0.7}_{-0.5-0.7} \times 10^{-2}$
	ϕ_{B1}	$3.13^{+0.18+0.01}_{-0.17-0.01}$	$5.45^{+0.34+0.46}_{-0.32-0.44}$	$2.91^{+0.17+0.01}_{-0.16-0.01}$	$5.3^{+0.4+0.6}_{-0.4-0.6} \times 10^{-2}$

结果与分析

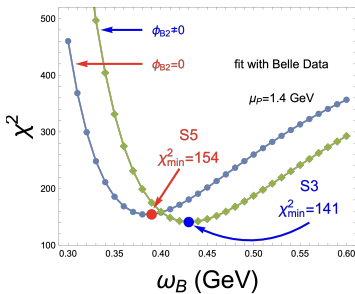
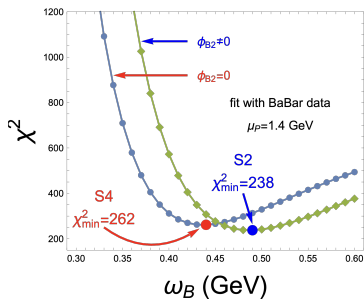


Figure: χ^2_i 在包含和不包含 ϕ_{B2} 贡献时随参数 ω_B 的分布

结果与分析

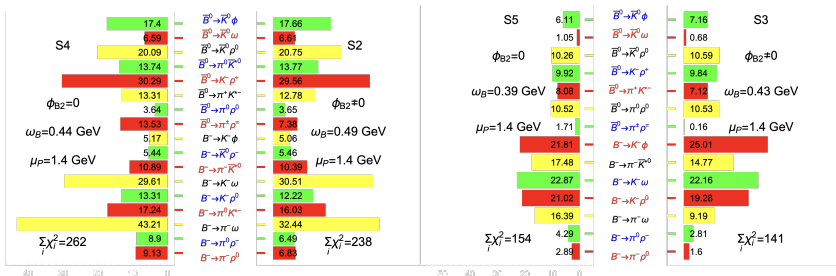


Figure: 在包含和不包含 ϕ_{B2} 贡献时分支比的 χ_i^2 分布

总结与展望

- 高扭度强子波函数和 ϕ_{B2} 部分对跃迁形状因子 $F_1(0)$ 和 $A_0(0)$ 有很明显的影响。
- 基于三个测量组给出的实验数据，研究发现，不论三种情况中的哪一种， ϕ_{B2} 的贡献都可以增加有些或者大部分衰变道分支比。
- 通过用最小 χ^2 方法对理论计算的分支比结果和实验数据进行拟合，选出最优 ω_B ，进而确定其对应的形状因子和衰变分支比，研究发现 ϕ_{B2} 的参与有助于提高 pQCD 方法理论计算结果与实验数据之间的一致性。
- 随着实验的进行，未来实验的测量结果会越来越准确，从 pQCD 计算结果与实验结果之间存在的差异可以看出，B 介子非轻衰变在实验和理论上都有进一步努力的价值，值得人们为其进行更加深入的研究。

请各位老师和同学们批评指正！