

标量胶球辐射衰变的格点 QCD 研究

桂龙成 (HUNNU)

合作者：陈莹 (IHEP)、梁剑 (SCNU)、邹锦涛 (HUNNU)

湖南师范大学物理与电子科学学院
第三届中国格点量子色动力学研讨会、北京

October 9, 2023

- 1 Introduction
- 2 Lattice QCD and Radiative transition
- 3 $G_{0^{++}} \rightarrow \gamma\phi$
- 4 Summary

1 Introduction

2 Lattice QCD and Radiative transition

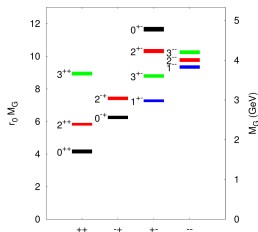
3 $G_{0^{++}} \rightarrow \gamma\phi$

4 Summary

- 上世纪 60 年代，夸克模型的提出，开启了更深层次物质世界的大门。
- 大多数强子的性质可以通过由正反夸克系统或三夸克系统得到解释。
- 当前描述强相互作用的基本理论是 QCD，其包含夸克和胶子两类基本粒子。
- 是否胶子自由度也会类似于夸克一样体现在强子谱学当中？
- 特别在 QCD 中，即使只考虑纯规范的情况，胶子和胶子之间也存在相互作用，可能存在类似于夸克系统一样的强子态。
- 胶球被认为是完全由组分胶子所构成的强子态，提供了检验和了解 QCD 理论的重要对象。

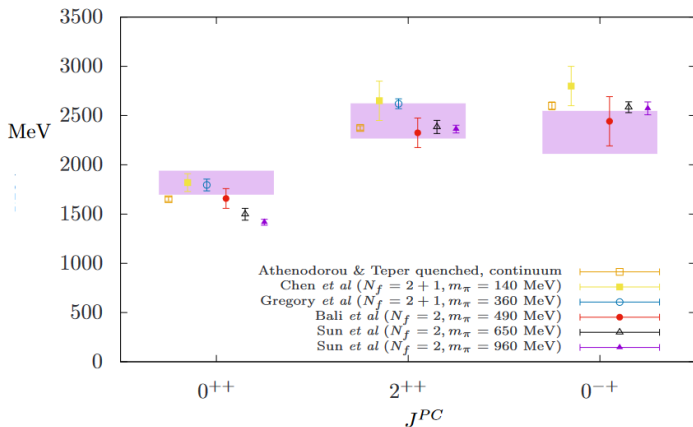
Theory Prediction

- 有许多理论开展了关于胶球质量的研究，如组分胶子模型、MIT 袋模型、QCD 求和规则等。
- 格点 QCD，基于 QCD 的第一性原理计算方法，成为研究胶球性质的有力理论工具。
- 早在淬火近似时期，已预言了各类胶球谱 [PRD.73.014516]



Theory Prediction

- 近些年来，也陆续开展了非淬火近似下的计算，结果基本上与淬火近似下的一致 [JHEP10(2012)170, PRD62(2000)054503, CPC42(2018)093103, CPC47(2023)063108, 2308.10054]。



Supernumerary

- 实验上也给出了一些胶球存在的迹象。如在标量介子区域中

$I = 0$	$I = \frac{1}{2}$	$I = 1$
$f_0(1710)$		
$f_0(1500)$	$K^*(1430)$	$a_0(1450)$
$f_0(1370)$		
$f_0(980)$		$a_0(980)$
	$K^*(900)/\kappa$	
$f_0(500)/\sigma$		

- 存在三个同位旋标量介子 $f_0(1370), f_0(1500), f_0(1710)$ 。额外的态可能是胶球？

- 格点 QCD 预言标量胶球在 J/ψ 辐射衰变过程的产率为 [PRL110(2013)021601]:

$$Br(J/\psi \rightarrow \gamma G_{0^{++}}) = 3.8(9) \times 10^{-3}$$

- PDG 上目前已有的测量可以得到

$$Br(J/\psi \rightarrow \gamma f_0(1710)) > 1.9 \times 10^{-3}$$

- 而 $f_0(1500)$ 根据当前的数据估计, 比 $f_0(1710)$ 的产率低了一个量级。

- 考虑到胶子和夸克的相互作用，物理上观察的态更可能是胶球态与夸克态的混合态。
- 不少工作考虑了这些态由 $n\bar{n}$, $s\bar{s}$, 胶球的混合问题 [PLB483(2000)345, PRD92(2015)094006, PRD97(2018)096002]。
- 在非淬火近似格点计算中也确实显示了赝标量胶球与 η_c, η 介子存在混合 [PLB827(2022)136960, PRD107(2023)094510]。
- 进一步研究纯胶球的相关性质对混合参数的确定也十分重要。

- 理论上计算胶球衰变到 $\gamma\phi$ 的过程，不仅可以提供实验上辨别胶球的理论依据，也有助于了解胶球与轻介子的混合问题。
- 因此，我们采用淬火近似下的格点 QCD 计算标量胶球辐射衰变到 ϕ 的过程。
- 为何采用淬火近似？
- 能有更良好的胶球态的定义。方便产生大统计量组态，获得更好的统计信号。

Outline

- 1 Introduction
- 2 Lattice QCD and Radiative transition
- 3 $G_{0^{++}} \rightarrow \gamma\phi$
- 4 Summary

- 路径积分量子化

$$Z = \int D A D \psi D \bar{\psi} e^{iS[A, \psi, \bar{\psi}]} \rightarrow \int D U \det M[U] e^{-S_g[U]}$$

$$\langle \hat{O}[U, \psi, \bar{\psi}] \rangle = \frac{1}{Z} \int D U \det M[U] e^{-S_g[U]} \hat{O}[U]$$

- Wick 转动到欧氏时空，通过离散化，采用蒙特卡洛求解

$$\langle \hat{O}[U, \psi, \bar{\psi}] \rangle = \frac{1}{N} \sum_i O[U_i] + O\left(\frac{1}{\sqrt{N}}\right)$$

Radiative decay formulas

- 衰变宽度

$$\Gamma(i \rightarrow \gamma f) = \frac{1}{2J_i + 1} \frac{1}{32\pi^2} \int d\Omega_q \frac{|\vec{q}|}{M_i^2} \sum_{r_i, r_j, r_\gamma} |\mathcal{M}_{r_i, r_j, r_\gamma}|^2$$

- 衰变振幅

$$\mathcal{M}_{r_i, r_f, r_\gamma} = \epsilon_\mu^*(q, r_\gamma) \langle f(p_f, r_f) | j_{em}^\mu(0) | i(p_i, r_i) \rangle$$

- 多极展开

$$\langle f(p_f, r_f) | j_{em}^\mu(0) | i(p_i, r_i) \rangle = \sum_k \alpha_k^\mu(p_f, p_i, \epsilon_f, \epsilon_i) F_k(Q^2)$$

- 对于 $S \rightarrow \gamma V$ 过程的分解公式为 [PRD73(2006)074507]

$$\begin{aligned}
 \langle S(\vec{p}_S) | j^\mu(0) | V(\vec{p}_V, r) \rangle &= \Omega^{-1}(q^2) (E_1(q^2) \\
 &\times [\Omega(q^2) \epsilon^\mu(\vec{p}_V, r) - \epsilon(\vec{p}_V, r) \cdot p_S (p_V^\mu p_V \cdot p_S - m_V^2 p_S^\mu)] \\
 &+ \frac{C_1(q^2)}{\sqrt{q^2}} m_V \epsilon(\vec{p}_V, r) \cdot p_S \\
 &\times [p_V \cdot p_S (p_V + p_S)^\mu - m_S^2 p_V^\mu - m_V^2 p_S^\mu]).
 \end{aligned}$$

- 衰变宽度可由在壳形状因子给出

$$\Gamma(i \rightarrow \gamma f) \propto \sum_k F_k^2(0)$$

Outline

- 1 Introduction
- 2 Lattice QCD and Radiative transition
- 3 $G_{0^{++}} \rightarrow \gamma\phi$
- 4 Summary

Lattice setup

- 我们采用淬火近似下的组态，主要参数如下

β	ξ	$a_s(\text{fm})$	$La_s(\text{fm})$	$L^3 \times T$	$N_{\text{conf.}}$
2.4	5	0.222(2)	2.66	$12^3 \times 192$	4000
2.8	5	0.138(1)	2.21	$16^3 \times 192$	4000

- 采用 PyQuda 来进行传播子的求解及关联函数的拼接。

Two-point functions

- 通过计算初末态相关的两点关联函数得到其质量信息：

$$\Gamma_{ij}^{(2)}(\vec{p}, t) = \sum e^{-i\vec{p}\cdot\vec{x}} \left\langle \Omega \left| \mathcal{O}_i(\vec{x}, t) \mathcal{O}_j^\dagger(0, 0) \right| \Omega \right\rangle$$
$$\xrightarrow{t \rightarrow \infty} \frac{Z_i Z_j^*}{2E(\vec{p})} e^{-E(\vec{p})t}$$

- 对于胶球，为了获取较好的基态信号，我们构建了 **24** 组胶球算符，进行变分，得到主要投影到基态的优化胶球算符。
- 对于 ϕ 介子，我们采用点源来得到各个不同动量的结果。

Two-point functions

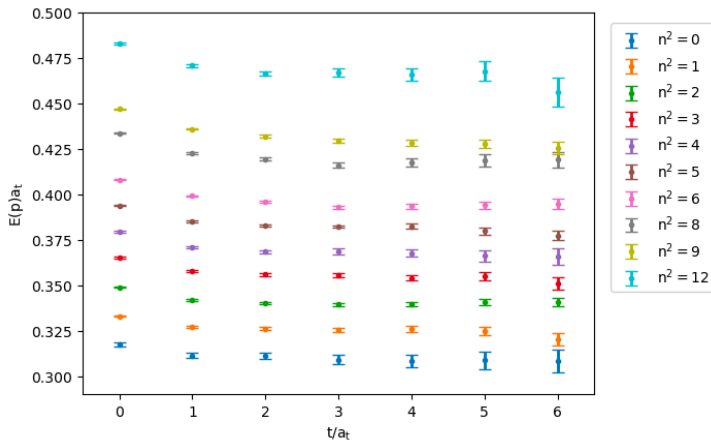


Figure: 标量胶球的有效质量。

Two-point functions

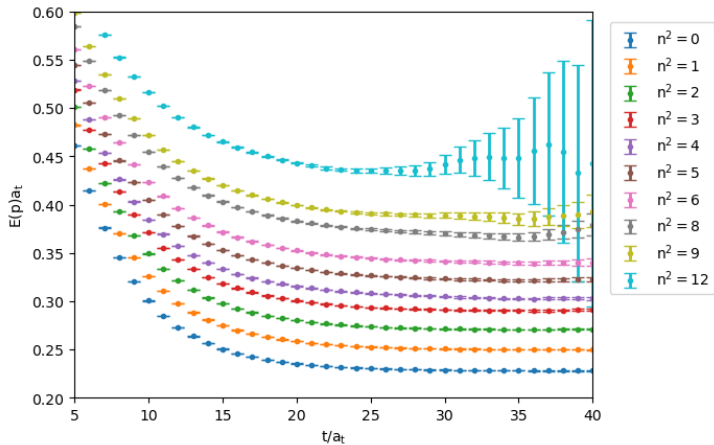


Figure: ϕ 的有效质量

Three-point functions

- 衰变矩阵元可以通过三点函数给出

$$\begin{aligned}\Gamma_{\mu,j}^{(3)}(\vec{q}; t_f, t) &= \frac{1}{T} \sum_{\tau=0}^{T-1} \sum_{\vec{y}} e^{i\vec{q}\vec{y}} \langle O_{V,j}(\vec{p}_f, t_f + \tau) \\ &\quad \times J_\mu(\vec{y}, t + \tau) \Phi^\dagger(\vec{p}_i, \tau) \rangle \\ &= \sum_r \frac{e^{-E_S t} e^{-E_V(\vec{p}_f)(t_f - t)}}{2E_S(\vec{p}_i) V_3 2E_V(\vec{p}_f)} \\ &\quad \times \langle \Omega | O_{V,j} | V(\vec{p}_f, r) \rangle \langle V(\vec{p}_f, r) | J_\mu | G(\vec{p}_i) \rangle \\ &\quad \times \langle G(\vec{p}_i) | \Phi^\dagger | \Omega \rangle\end{aligned}$$

- 我们计算了 $\vec{q} = (0, 0, 0)$ 及 $(0, 0, 1)$ 两种情形。胶球和 ϕ 带有从 $(0,0,0)$ 到 $(2,2,2)$ 的动量。

Three-point functions

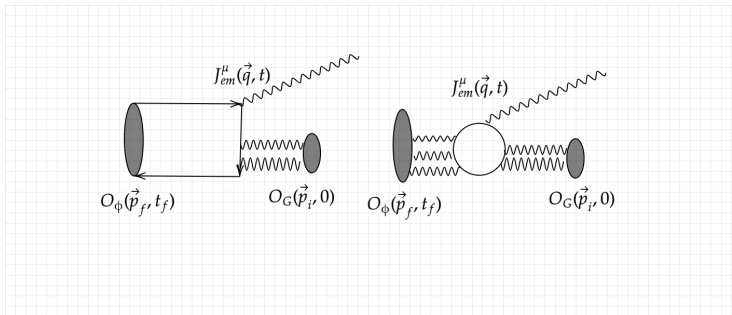


Figure: 胶球辐射衰变过程计算的示意图。

- 我们定义如下比值

$$R^{\mu i}(\vec{q}, t_f) = \Gamma^{(3), \mu i}(\vec{q}, t_f, t=1) \frac{2E_f E_i Z_f Z_i}{\Gamma_f^{(2)}(\vec{p}_f, t_f) \Phi^{(2)}(\vec{p}_i, t=1)}$$

- 形状因子可以通过上述多极分解的公式反解给出

$$E(q^2, t_f) = K_{\mu i}(\vec{q}) * R^{\mu i}(\vec{q}, t_f)$$

- 采用指数形式的函数来拟合给出形状因子

$$E(q^2, t_f) = E(q^2) + A e^{-m t_f}$$

Ratio

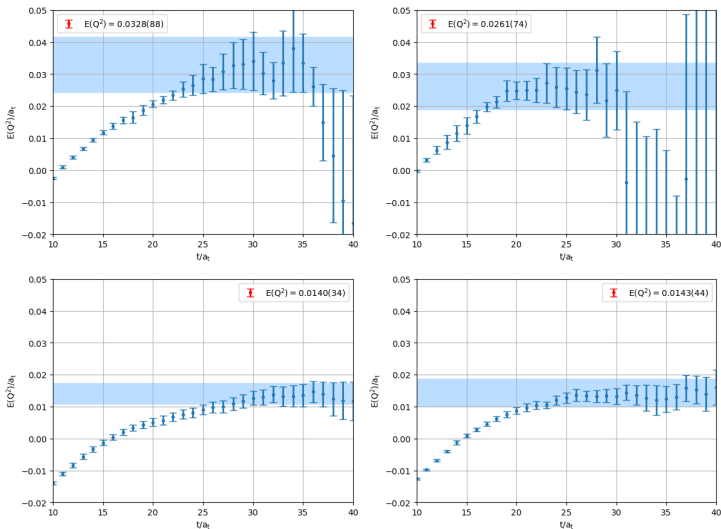
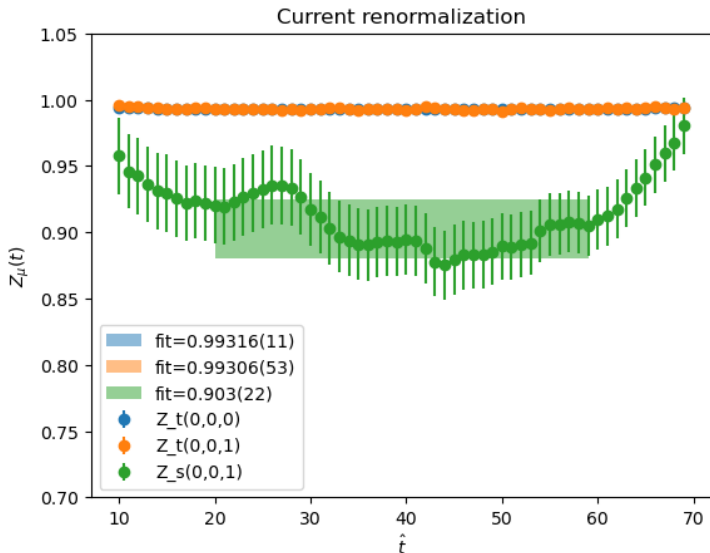


Figure: 不同 q^2 下求解出随 t 变化的形状因子 $E(q^2, t_f)$ 。

Current renormalisation

- 由于我们采用电磁流的形式为 $\bar{\psi}\gamma_{\mu}\psi$, 在离散的 Clover 费米子作用下并不是守恒流。
- 需要计算流重整化系数 Z_V
- $$Z_V^{(\mu)}(\mathbf{t}) = \frac{p^{\mu}}{E(\vec{p})} \frac{\frac{1}{2} \sum_k \Gamma_{\eta_c \eta_c}^{(2)}(\vec{p}; t_f)}{\sum_k \Gamma_{\eta_c \gamma^{\mu} \eta_c}^{(3)}(\vec{p}_f = \vec{p}_i = \vec{p}; t_f, t)}$$

Current renormalization



- 最终通过多项式拟合得到 $Q^2 = 0$ 的物理光子的结果

$$E(Q^2) = E(Q^2 = 0) + aQ^2 + bQ^4$$

在当前格子上的结果为

$$E(Q^2 = 0) = 0.083(12) \text{ GeV}$$

Form-factor

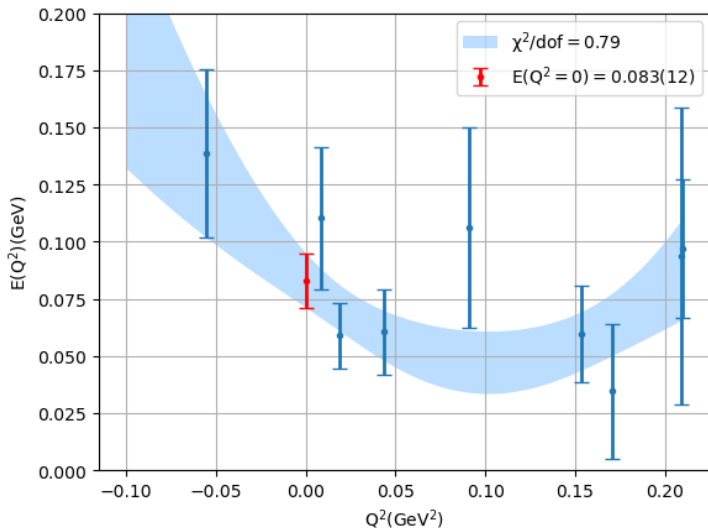


Figure: 内插到 $Q^2 = 0$ 的物理光子点上。

Outline

- 1 Introduction
- 2 Lattice QCD and Radiative transition
- 3 $G_{0^{++}} \rightarrow \gamma\phi$
- 4 Summary

- 寻找和辨认胶球是一个重要又比较困难的工作。
- 胶球的辐射衰变过程可以对胶球候选者提供更多的判断依据，也可以为实验寻找胶球提供参考。
- 我们在淬火近似格点 QCD 下给出标量胶球辐射衰变到 ϕ 的初步结果为： $E_1 = 0.083(12) \text{ GeV}$ ，对应的衰变宽度约为 $4.0(1.2) \text{ keV}$ 。
- 还需对结果做独立检验，并进一步完成其它格子的模拟计算。

Thanks!