

规范场的量子计算实现

宫明

中科院高能所

2023.03.31

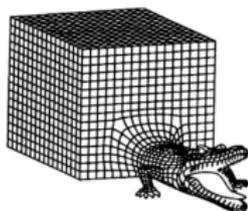
格点 QCD 简介

格点量子色动力学 (格点 QCD) :

格点 QCD 是从第一性原理出发研究 QCD 低能特性的非微扰方法

理论形式

$$Z = \int \mathcal{D}A_\mu \mathcal{D}\psi \mathcal{D}\bar{\psi} e^{-S}$$
$$Z = \int \mathcal{D}A_\mu \det M e^{\int d^4x (-\frac{1}{4}F_{\mu\nu} F^{\mu\nu})}$$
$$\langle O \rangle = \frac{1}{Z} \int \mathcal{D}A_\mu O e^{-S}$$



路径积分量子化

时空离散化

Monte Carlo模拟一数值求解泛函积分

将场论转化为一个统计物理体系

从经典算法到量子算法

经典算法的符号问题

- 格点 QCD 用 Wick 转动把闵氏时空的量子场论问题转化为欧氏时空的统计问题，从而实现数值模拟：

$$e^{iS_M(U)} \longrightarrow e^{-S_E(U)}$$

- 对规范场组态的重点抽样，意味着每个组态位形必须有良好定义的产生概率： $p \propto e^{-S_E(U)}$ ，这里的 $S_E(U)$ 是欧氏时空作用量。
- 对于大部分真空上的 QCD 模拟而言， $S_E(U)$ 是个有限的正数。对于有限密度、实时间演化等问题， $S_E(U)$ 包含虚数项，导致无法定义概率，重点抽样方法失效。

量子算法的曙光

- 量子计算可以在测量时归约整个希尔伯特空间，代替蒙特卡洛积分
- 量子计算是未来高能物理数值模拟的正路：只能用魔法打败魔法。

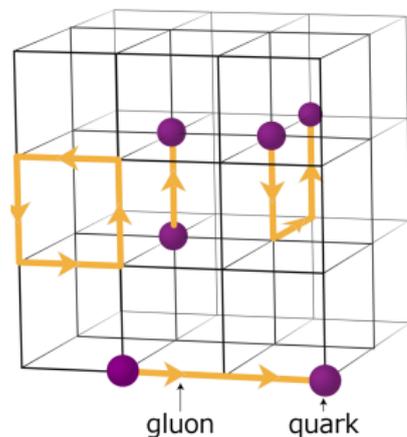
从经典算法到量子算法

规范场的数值模型

- 在 $1+1$ 维下通过规范固定把自由度转到费米子场
- 直接模拟规范场，但采用有限群或其他代数对象描写规范场
- 不直接模拟规范场，只使用自由场的本征态
- 不直接模拟规范场，用非局域的张量网络方法寻找主要自由度

NISQ 时代的对策

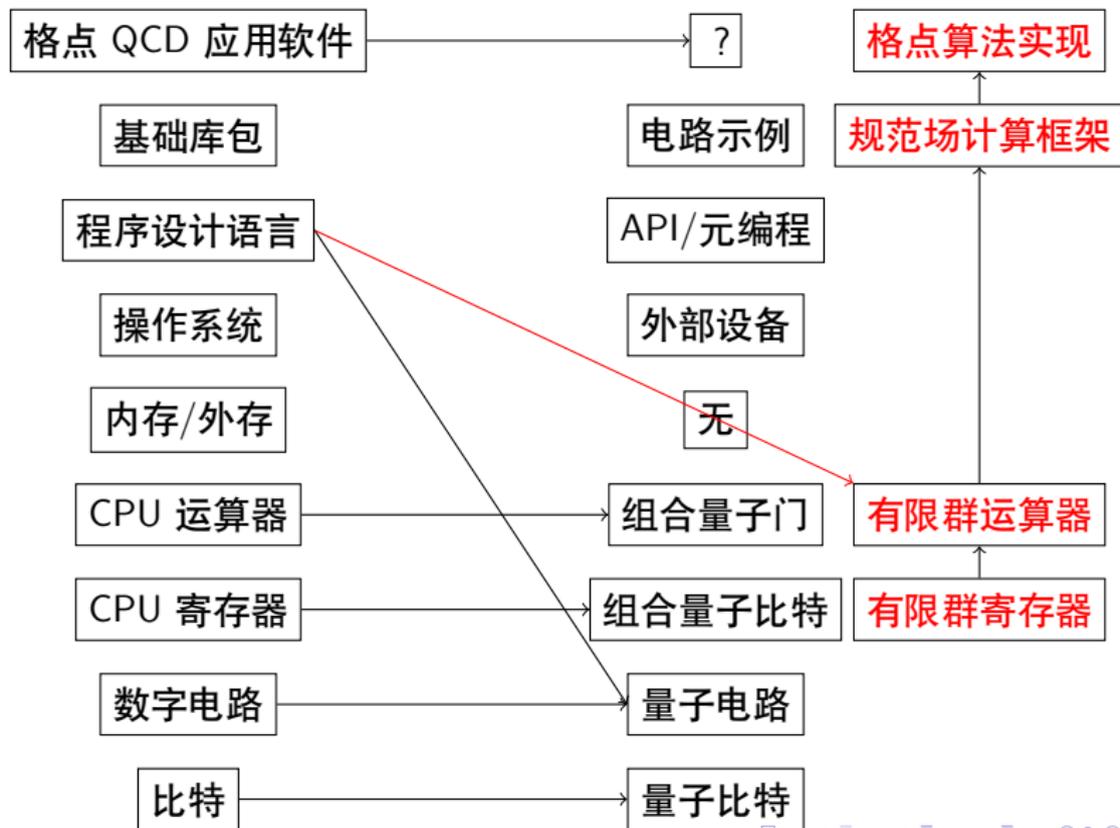
- QEC 类算法：用更大的希尔伯特空间内冗余地表示信息，可以实现纠错
- QEM 类算法：建立噪声模型，并对等价的不同电路分别测量，做数值分析
- VQA 类算法：只运行较短的电路，复杂的功能由传统计算机实现



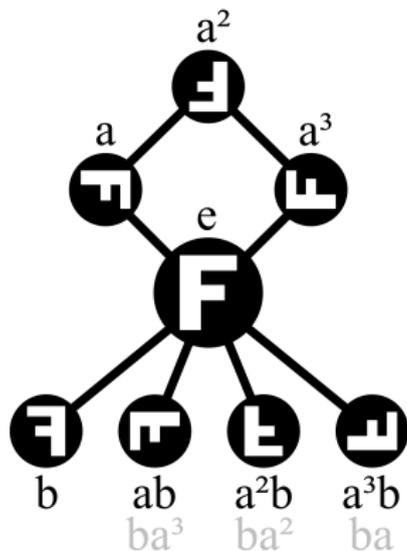
数值模拟的基础：离散化

- 所有计算机对象都是离散化的
- * 64 个经典位可以装下一个实数
- * 64 个量子位可以装下一个“实数到复数的函数”
- 连续群元素矩阵表示的离散化
- * 承载 $SU(3)$ 群元素需要 1152 个经典位或量子位
- * 降低精度可以减小资源需求，但幅度不够
- 使用连续群的有限子群做离散化
- * $Z_2 \rightarrow Z_3 \rightarrow D_4 \rightarrow \dots \rightarrow S(1080) \rightarrow \dots \rightarrow SU(3)$
- * 以指数形式外推，约在 2033 年实现 $U(1)$ 群的实际计算，约在 2043-2046 年实现 $SU(3)$ 的实际计算

从量子计算机到格点 QCD 量子计算



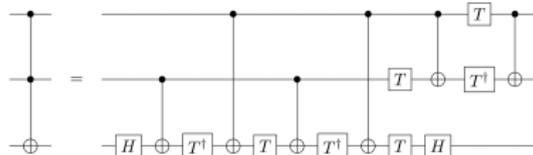
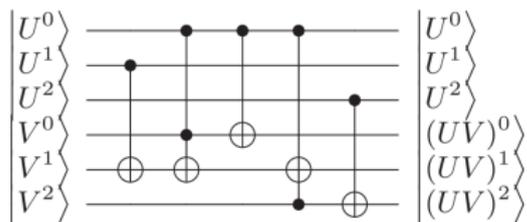
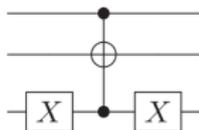
量子位上的 D_4 群



e	e	a	a ²	a ³	b	ab	a ² b	a ³ b
a	e	a	a ²	a ³	b	ab	a ² b	a ³ b
a ²	a	a ²	a ³	e	a ³ b	b	ab	a ² b
a ³	a ²	a ³	e	a	a ² b	a ³ b	b	ab
b	b	ab	a ² b	a ³ b	e	a	a ²	a ³
ab	ab	a ² b	a ³ b	b	a ³	e	a	a ²
a ² b	a ² b	a ³ b	b	ab	a ²	a ³	e	a
a ³ b	a ³ b	b	ab	a ² b	a	a ²	a ³	e

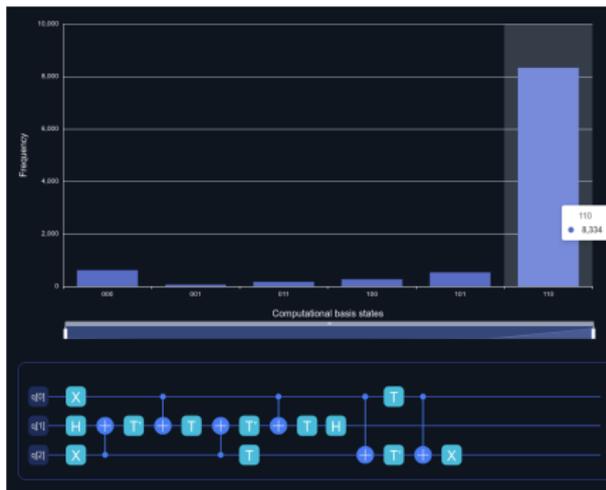
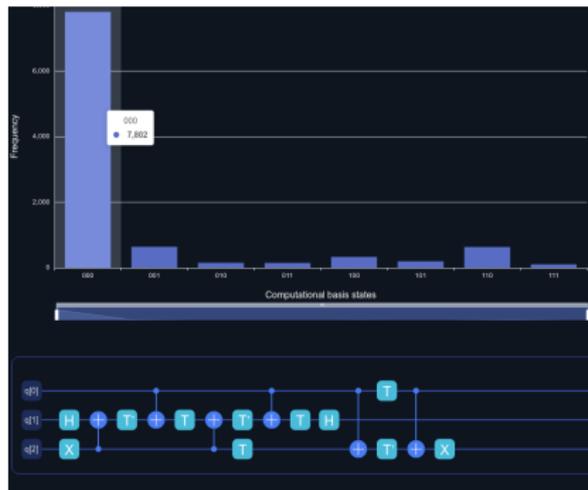
基于直觉的设计:

$$q_0 = a, q_1 = a^2, q_2 = b^a$$



^aPRD 100, 034518 (2019)

实机测试结果：求逆



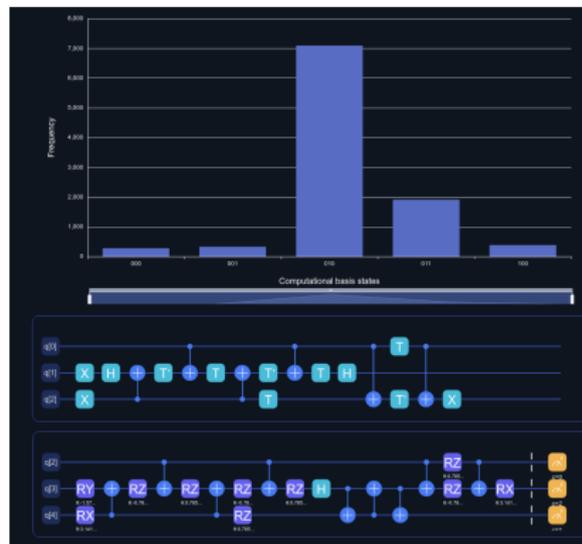
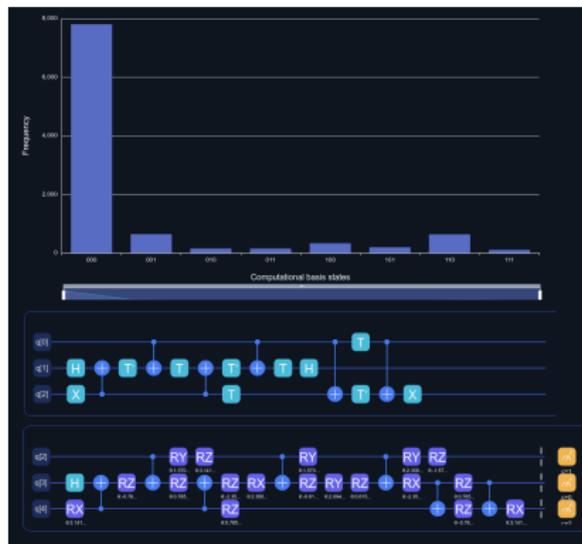
上图所示分别为对 e 和 a 的求逆结果正确。正确率约在 80% 左右。

实机测试结果：乘法



上图所示为对 $b*a$ 的计算
结果正确。正确率约在 40% 左右。

实机测试结果：性能与初态有关



上图所示分别为对 e 和 a^2 的求逆，但实际运行的电路迥然不同。制备初态、计算、测量三个部分只是逻辑上的区分，编译器看到的是整体的电路。编译器的优化逻辑非常奇怪，程序员和编译器需要互相磨合……

已知:

- 2 比特门的错误率比 1 比特门大很多
- 量子计算机的底层实现, 一般只需要一种 2 比特门, 其他都可以用它构造出来
- 连着放 2 个 CX 门, 理论上会互相抵消

模型假设:

- 所有噪声都来自于 CX 门
- 多个 CX 门叠加, 信号以指数形式衰减
- 衰减到完全没有信号的时候, 每个状态是均等的

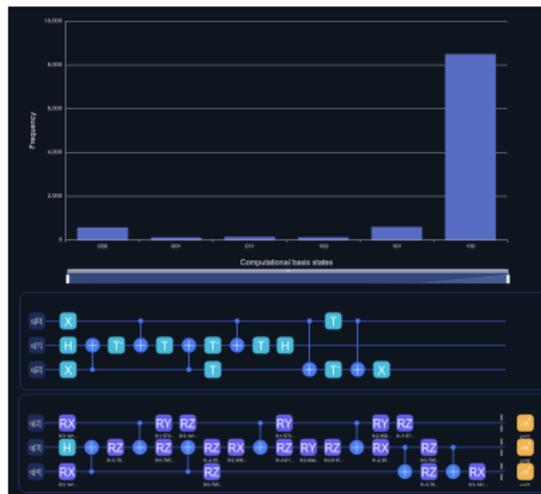
算法:

- 把电路中的每个 CX 门分别换成 1 个、3 个、5 个、……个 CX 门, 分别运行
- 把结果对 CX 门的个数进行拟合:

$$(A - 1/2^{n_{bit}})e^{-BN_{CX}} + 1/2^{n_{bit}}$$

- 将拟合结果外推到 CX 门个数为 0 的地方, 得到最终结果

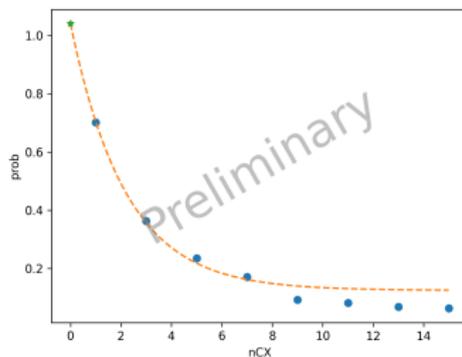
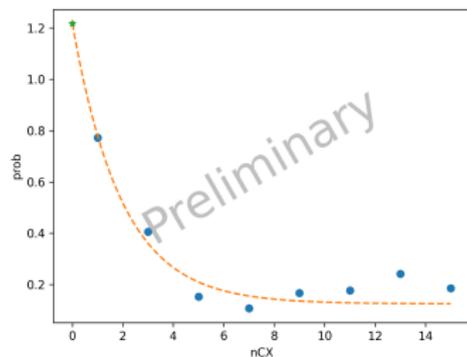
模型中没有包含的因素：编译器



编译器会优化线路，或者不优化线路！
要**绕过编译器**进行 QEM 算法！

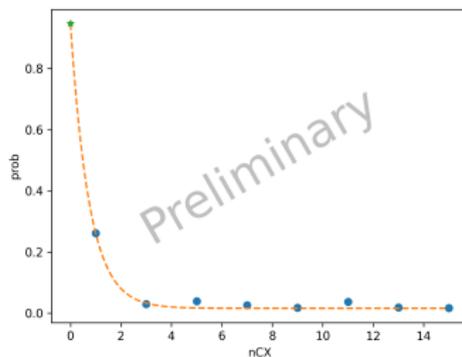
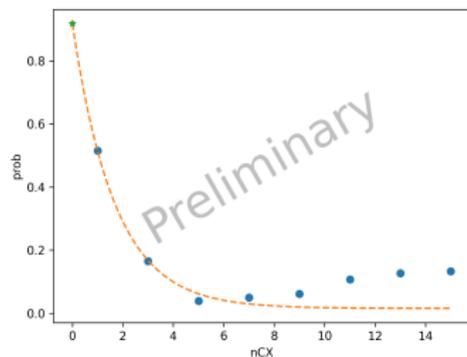


QEM 实机测试结果：求逆



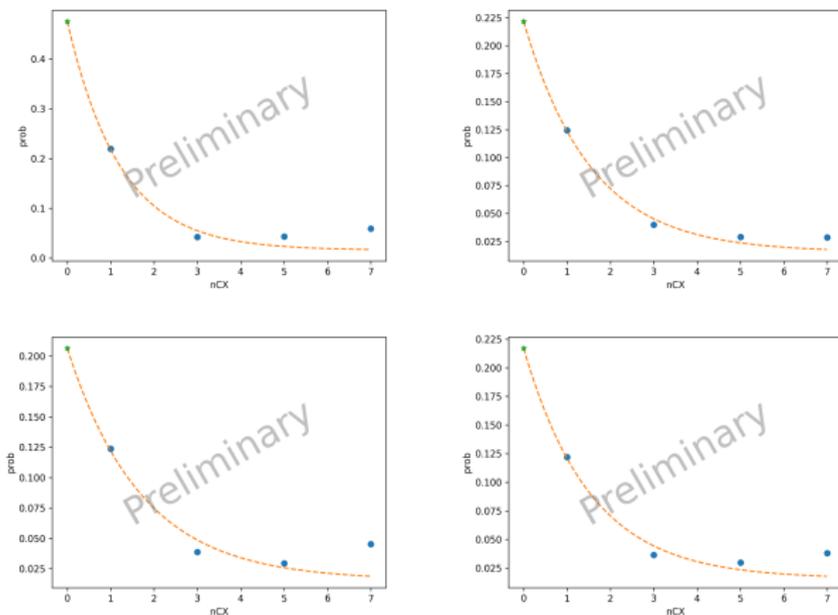
上图所示分别为对 e 和 a^3 的求逆操作，横坐标为 CX 的个数。两个图分别是在 e 态和 a^3 态上测量到的概率，即正确的结果，理论上概率应为 1。外推结果基本正确，在 1 附近有些浮动。

QEM 实机测试结果：乘法



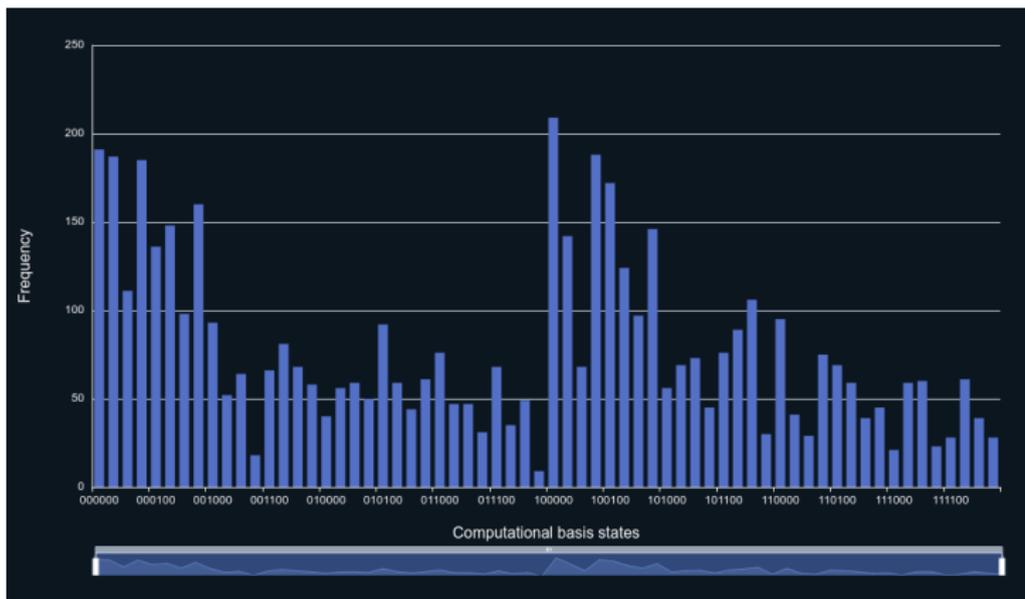
上图所示分别为计算 $e * e$ 和 $b * a$ 的操作，横坐标为 CX 的个数。两个图分别是在 e 态和 $a^3 b$ 态上测量到的概率，即正确的结果，理论上概率应为 1。外推结果基本正确，接近 1。

QEM 实机测试结果：叠加态



上图所示为计算 $(|e\rangle + |a\rangle) * (|e\rangle + |a^3\rangle)$ 的操作，横坐标为 CX 的个数。
四个图分别是在理论上应该得到的态上测量到的概率，理论上每个图的概率都应为 1/4。
外推结果基本正确，在 1/4 附近有些浮动，但浮动是有方向且不平等的。

QEM 实机测试结果：最大叠加态



上图所示为计算“所有群元的叠加态”和“所有群元的叠加态”相乘的操作，横坐标为测得的结果状态。

理论上每个竖条的高度都应相等，但看起来并非如此。说明线路实现的不对称性可能会破坏逻辑上的对称性，也有可能就是简单地退相干了。

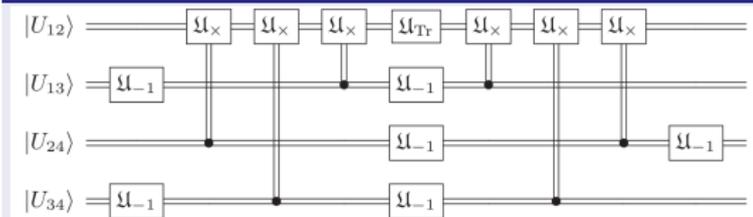
这个问题有待解决！

下一步的工作

进一步设计合适的 QEM 算法：

- 构建更对称的等价线路？
- 重新设计 D4 群的表示，不同的选择会导致完全不同的量子电路

四个 link 构成的小方格



- 规范场作用量、哈密顿量的基本模块
- 规范场算符的基本模块，可以用于计算胶球关联函数

小方格的优化设计：

- 改用“用逆去乘”的操作线路，长度与乘法相当，省去求逆的开销
- 增加一个辅助寄存器用于计算，减少一半线路长度。噪声随线路长度指数型增长，量子比特数目有摩尔定律支撑指数型发展。

关于“规范场的量子计算”的研究：

- 研究方向重要且远景清晰，适合大团队作战。诚邀合作！
- 研究目前进展顺利，基本追平国际前沿。诚邀合作！
- 研究有很多问题需要多学科专家联手解决。诚邀合作！

谢谢！