

单位代码	10476
学号	2002183013
分类号	O572.2

河南师范大学
硕士学位论文

PQCD 方法中 ϕ_{B_2} 对 $\bar{B}_s^0 \rightarrow PP, PV$ 过程的影响

学科、专业 : 物理学、粒子物理与原子核物理
研究方向 : 重味物理
申请学位类别 : 理学硕士
申请人 : 李征霖
指导教师 : 杨悦玲 教授

二〇二三年五月

**REINVESTIGATING THE $\bar{B}_s^0 \rightarrow PP, PV$ DECAYS
BY CONSIDER CONTRIBUTIONS FROM ϕ_{B2}
WITH THE PERTURBATIVE QCD APPROACH**

A Dissertation Submitted to
the Graduate School of Henan Normal University
in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Science

By
Zhenglin Li

Supervisor : Prof. Yueling Yang

May, 2023

摘要

物理学中的很多新发现和新突破都与高精度的实验测量息息相关，B 介子物理就是粒子物理中高精度研究的前沿，因此多年来 B 物理一直是粒子物理中最受欢迎的领域。随着 B 介子物理实验的进行， B_s 介子产生和衰变的事例数会越来越多，同时实验的精度也会越来越高，因此我们要提高理论结果的计算精度，为实验分析提供有价值的理论参考。本文在标准模型的框架下采用 PQCD 因子化方法，对 $\bar{B}_s^0 \rightarrow PP, PV$ (其中 P 为赝标量介子，V 为矢量介子) 的两体非轻衰变做系统的研究和分析。我们将重点研究在 PQCD 因子化方法下考虑 B 介子波函数 ϕ_{B2} 部分的贡献后，对不同衰变道分支比和 CP 破坏的影响。我们采用之前最小 χ^2 方法筛选出的三个最优参数 ω_B 来计算 $\bar{B}_s^0 \rightarrow PP, PV$ 衰变，然后对计算结果进行了全面的分析和讨论。

我们的研究发现：（1） ϕ_{B2} 部分对于发射图振幅和不可因子化湮灭图振幅都有一定的贡献，这部分贡献会对分支比进行修正，提高理论计算精度。（2）通过分析我们发现 ϕ_{B2} 部分对形状因子的贡献在 17.5% ~ 20% 左右，在计算时是不能轻易忽略的。（3）B 介子波函数参数 ω_B 对分支比有影响，理论计算值与实验观测值之间的差距可以通过调整 ω_B 来缩小。（4） ϕ_{B2} 对可因子化的湮灭图无贡献。（5） ϕ_{B2} 会影响部分衰变道的直接 CP 破坏。

关键词: PQCD 因子化方法, B_s 介子, ϕ_{B2} , 形状因子, 分支比, CP 破坏

ABSTRACT

Many new discoveries and breakthroughs in physics are closely related to high precision experimental measurements. B-meson physics is the frontier of high precision research in particle physics. Therefore, B-physics has been one of the most popular fields in particle physics for many years. With the progress of physics experiment of B meson, the data of B_s meson formation and decay will be increasing, at the same time the precision of the experiments will get better, therefore, we should improve the calculation accuracy of the theoretical results and provide valuable theoretical reference for the experimental analysis. This paper is based on PQCD approach under the framework of standard model, the nonleptonic decay of $\bar{B}_s^0 \rightarrow PP, PV$ (where P is pseudoscalar meson, V is vector meson) is studied and analyzed systematically. We will focus on the effects of ϕ_{B2} contribution of B meson wave function under PQCD approach on different decay channel branching ratios and CP asymmetry. We calculate the decay of $\bar{B}_s^0 \rightarrow PP, PV$ using the three optimal parameters ω_B before selected by the previous minimum χ^2 method, and then conduct a comprehensive analysis and discussion on the calculated results.

Our research found that: (1) The ϕ_{B2} part contributes to the amplitude of emission plot and non-factorable annihilation plot, which will correct the branching ratio and improve the accuracy of theoretical calculation. (2) Through analysis, we find that ϕ_{B2} contribution to the form factor is 17.5% \sim 20% , which cannot be easily ignored in calculation. (3) The parameter ω_B also has an effect on the branching ratio, and the gap between the theoretical calculated value and the experimental observed value can be narrowed by adjusting ω_B . (4) ϕ_{B2} does not contribute to the factored annihilation graph. (5) The direct CP asymmetry of some decay channels will be effected by ϕ_{B2} .

KEY WORDS: PQCD approach, B_s meson, ϕ_{B2} , form factor, branching ratio, CP asymmetry

目 录

摘 要	I
ABSTRACT	III
第一章 引言	1
第二章 基本理论概述	3
2.1 标准模型和CKM矩阵	3
2.1.1 标准模型概述	3
2.1.2 夸克混合和CKM矩阵	6
2.1.3 幺正三角形	8
2.2 低能有效哈密顿量	9
2.3 B 介子衰变过程中的 CP 破坏	12
2.4 强子矩阵元的计算	14
2.5 微扰 QCD 因子化方法简介	16
2.5.1 因子化定理	17
2.5.2 k_T 重求和与 Sudakov 因子	17
2.5.3 阈值重求和	19
第三章 $\bar{B}_s^0 \rightarrow PP$ 衰变的研究	21
3.1 研究动机	21
3.2 理论基础	22
3.2.1 低能有效哈密顿量	22
3.2.2 强子矩阵元	22
3.2.3 波函数	23
3.2.4 运动学变量	25
3.2.5 形状因子	26
3.3 衰变振幅的表达式	28
3.4 输入参数和数值结果	30

3.4.1	输入参数.....	30
3.4.2	数值结果讨论与分析.....	30
第四章	$\bar{B}_s^0 \rightarrow PV$ 衰变的研究	35
4.1	理论基础.....	35
4.1.1	低能有效哈密顿量.....	35
4.1.2	强子矩阵元.....	35
4.1.3	波函数.....	36
4.1.4	运动学变量.....	39
4.1.5	形状因子.....	39
4.2	衰变振幅的表达式.....	40
4.3	输入参数和数值结果.....	41
4.3.1	输入参数.....	41
4.3.2	数值结果讨论与分析.....	42
第五章	总结与展望	47
附录一	$\bar{B}_s^0 \rightarrow PP$ 过程的衰变振幅模块	49
附录二	$\bar{B}_s^0 \rightarrow PV$ 过程的衰变振幅模块	53
附录三	$\bar{B}_s^0 \rightarrow PP, PV$ 过程各衰变道的衰变振幅	59
C.1	$\bar{B}_s^0 \rightarrow PP$ 过程各衰变道的衰变振幅.....	59
C.2	$\bar{B}_s^0 \rightarrow PV$ 过程各衰变道的衰变振幅.....	61
参考文献	67
致 谢	73
攻读硕士学位期间完成的论文	75
独创性声明和关于论文使用授权的说明	76

第一章 引言

从古至今，人类对哲学和自然科学领域的研究主要聚集在对物质世界的认识上，而粒子物理学代表了我们对“世间万物由什么组成”这一问题的不懈探索。目前，人们对物质世界的认识在不断加深，从以前研究的原子和原子核深入到现在的夸克和轻子等，这是粒子物理学的重大进展。此外，人们对物质之间基本相互作用的研究也从未停滞，自然界存在四种基本相互作用，即强、弱、电磁和引力相互作用。以量子场论和规范理论为基础建立的粒子物理“标准模型”是公认的描述除引力外其他三种相互作用最好的理论，可以说标准模型是经得起实验检验的一个伟大成果。

当然，标准模型也存在着许多问题，就标准模型自身而言，它并不是很严谨，不能将引力统一在内。而且它也引入了一些很不自然的自由参数，比如说非常小的强 CP 破坏参数 θ_{QCD} 和电弱标度等。另外，该模型也无法解释电弱对称破缺的机制、CP 破坏的起源以及暗物质等问题。虽然人们后来提出了许多解决方法，例如左右对称模型、非最小超对称模型、其它版本的物理模型、弦理论和额外维等，但时至今日，人们并没有找到任何一种真正意义上比标准模型更简单完备的理论。

目前我们对标准模型中 CP 破坏的理解还是存在不足的。在标准模型中，费米子的质量以及夸克混合矩阵所呈现出的等级（hierarchy）结构实际上还是人为手放的，标准模型对此并不能给出一个较为合理的解释。对于 CP 破坏，它是目前实验上限制最少的部分，我们现在对它产生机制的了解还不够全面。自从 2015 年 Takaaki Kajita 和 Arthur B.Mcdonald 发现中微子振荡现象以来，新物理模型的扩展层出不穷，同时新的 CP 破坏起源越来越多，人们迫切的需要对 CP 破坏进行更深入的了解。作为研究 CP 破坏的理想场所，B 介子的非轻衰变在检验标准模型、揭示粒子之间的基本相互作用以及寻找可能存在的新物理等方面发挥着越来越重要的作用，因此对 $\bar{B}_s^0 \rightarrow PP, PV$ 衰变的研究就具有十分重要的意义。

B 介子是由一个 b 夸克和一个轻夸克组成的。由于 b 夸克的质量很大，所以衰变产物十分丰富，衰变过程中的作用力既涉及强相互作用，又涉及弱相互作用，而且衰变过程横跨多个能量标度，这使得对其理论计算显得尤为困难。目前对 B 介子衰变的各种理论预言最大的不确定性来自于描述从夸克到强子转变的强子矩阵元。因此如何

处理好强子矩阵元成为如今 B 介子非轻衰变理论计算的首要问题。好在人们经过不断的发展与完善，已经建立起了许多种处理强子矩阵元的方法，主要包括简单因子化方法，推广的因子化方法、QCD 因子化方法，PQCD 因子化方法等。PQCD 因子化方法是研究 B 介子衰变最常用的方法，该方法认为衰变过程中的跃迁形状因子是以硬胶子交换为主的，是微扰可算的。它的特点是通过保留夸克的横动量 k_T 来处理端点发散问题，并引入 Sudakov 因子来压低非微扰的贡献，PQCD 因子化方法在解释实验数据方面取得了很好的成绩。

本文采用当下流行的 PQCD 因子化方法，考虑 B 介子波函数 ϕ_{B_2} 部分的贡献，对 $\bar{B}_s^0 \rightarrow PP, PV$ 衰变过程进行唯象研究。本文的第一章是引言部分，介绍了研究背景。在第二章作者先阐述了标准模型和 B_s 介子衰变过程中用到的一些基本理论。接着简要概括了衰变过程中涉及到的 CP 破坏，然后介绍了几种处理强子矩阵元的方法，最后着重阐述了 PQCD 因子化方法。第三章和第四章是工作部分，我们采用基于 k_T 因子化建立起来的 PQCD 因子化方法，以低能有效哈密顿量为出发点，利用光锥坐标对介子的动量进行定义，给出考虑 ϕ_{B_2} 部分的 B_s 介子波函数和其他介子波函数，计算了形状因子，写出各个衰变道的衰变振幅，然后得到各个衰变道的衰变分支比以及 CP 破坏，同时与实验数据以及之前的文献结果进行比较，对计算结果进行了分析和讨论。第五章是总结与展望。

第二章 基本理论概述

在本章节中，我们对工作内容中需要使用的理论基础进行了简单的阐述，首先是标准模型的基本理论，简略提及了夸克混合和 CKM 矩阵的相关知识，然后介绍了低能有效哈密顿量和 CP 破坏的种类，接着介绍了几种处理强子矩阵元的方法，最后详细介绍了 PQCD 因子化方法。

2.1 标准模型和CKM矩阵

2.1.1 标准模型概述

标准模型中的基本粒子按自旋可以分为两类：费米子和玻色子。这两种粒子的性质不同，费米子的自旋为半整数，在相同粒子交换下形成反对称态，服从费米-狄拉克统计，而玻色子具有整数自旋，服从玻色-爱因斯坦统计。所有的物质都是由费米子组成的，而玻色子的作用就是传递费米子之间的力。

在自然界中有四种类型的力：强、弱、电磁力和引力。引力是目前已知基本粒子之间四种基本相互作用中最弱的一种，在粒子物理学中无法用标准模型来描述。其余三种力分别由胶子、 W^\pm 玻色子和 Z^0 玻色子以及光子等参与作用。中微子只参与弱相互作用，而带电的轻子既参与弱相互作用也参与电磁相互作用。由于夸克具有质量、颜色、电荷和味，在我们已知的粒子中它是唯一一种能经受住这四种相互作用的粒子。

标准模型结合了量子色动力学理论 (QCD)、量子电动力学 (QED)，以及弱相互作用理论。它是基于具有局部规范不变 $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ 对称的拉格朗日。 $SU(3)_C$ 对应于 QCD 理论，而 $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ 这部分包含电磁力和弱力，被称为电弱相互作用的标准模型。 $SU(2)_L$ 是由左手带电轻子或夸克组成的同位旋二重态，而 $U(1)_Y$ 描写弱超荷单态。规范不变性要求所有的费米子和规范场都是零质量的。在整个拉氏量中加入一个复标量场（希格斯粒子），应用对称性自发破缺机制，使玻色子获得质量，同时保持规范不变性。在这种机制中，希格斯粒子获得了一个非零的真空期望值，这就给出了矢量玻色子 W 和 Z 的质量，希格斯机制也能为带电的费米子带来质

量。标准模型的动力学由基本拉氏量来描述：

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}(\text{QCD}) + \mathcal{L}(SU(2)_L \otimes U(1)_Y) + \mathcal{L}(\text{Higgs}), \quad (2-1)$$

其中， $\mathcal{L}(\text{QCD})$ 表示夸克和胶子间的强相互作用， $\mathcal{L}(SU(2)_L \otimes U(1)_Y)$ 描述了夸克、轻子以及中间玻色子之间的电弱相互作用， $\mathcal{L}(\text{Higgs})$ 对应于 Higgs 场。

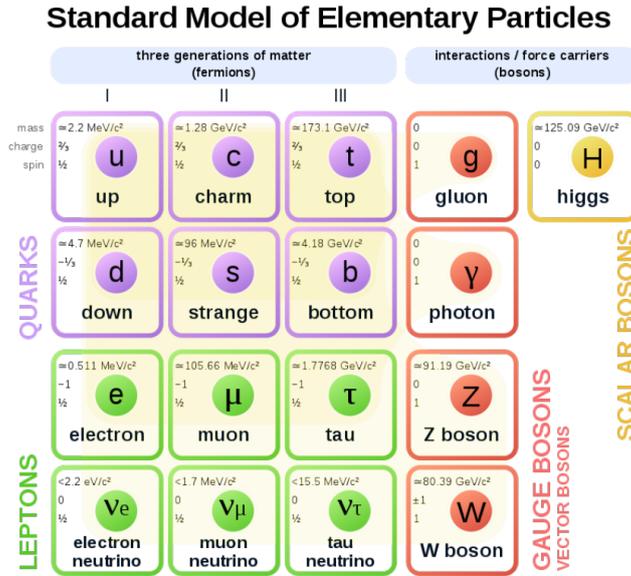


图 2-1 标准模型中的基本粒子

在标准模型的理论框架下，基本粒子分为三类：夸克、轻子以及规范玻色子，如图 2-1 所示。轻子和夸克都是费米子，表示物质构成的最小单元。轻子由电子 e 、 μ 、 τ ，和对应的中微子 ν_e 、 ν_μ 、 ν_τ 组成。夸克是由上夸克 u 和下夸克 d，粲夸克 c 和奇异夸克 s，以及顶夸克 t 和底夸克 b 组成的，夸克的六种味就是夸克的种类，至于红绿蓝三种颜色是人为引入来描述其物理属性的。规范玻色子是传递相互作用的桥梁，它包括光子 γ 、胶子 g、中间玻色子 W^\pm 和 Z^0 。Higgs 玻色子是标量粒子与质量起源相关，它没有颜色也不带电且自旋为零。

当采用物理规范时，费米子和玻色子通过相互作用顶点连接起来，如图 2-2 所示。在这些表达式中， e 是单位电荷量， $\gamma_\mu (\mu = 0, 1, 2, 3, 5)$ 是狄拉克矩阵。矢量和轴矢量的耦合常数 v_f 和 a_f 的定义如下：

$$v_f = I_3^f - 2Q_f \sin^2 \theta_W, \quad a_f = I_3^f \quad (2-2)$$

其中 I_3^f 是弱同位旋的第三分量， Q_f 是费米子所带的电荷， θ_W 是 W 玻色子和 Z 玻色子质量的混合角 ($\sin^2 \theta_W = 1 - M_W^2/M_Z^2$)。在任何涉及到弱衰变的过程中，费米耦合常数

G_F 都发挥着重要的作用，其表达式如下：

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g_2^2}{8M_W^2} \quad (2-3)$$

上式中的 g_2 是 $SU(2)_L$ 的耦合常数，混合角 $\sin^2 \theta_W \simeq 0.2312$ 和费米耦合常数 $G_F \simeq 1.166 \times 10^{-5} \text{GeV}^2$ 以及结构常数 $\alpha = 1/128.27$ 是标准模型中的自由参数。

在 Z^0 和光子 γ 传递的费米子-规范玻色子顶点中，费米子的味道是守恒的，这样就保证了树图阶的味道改变中性流过程（FCNC）是不存在的，这就是所谓的“Glashow-Iliopoulos-Maiani(GIM)”机制^[1]。对于 W^\pm 传递的带电流过程来说费米子的味道是可以改变的。当然不同种费米子-规范玻色子顶点的洛伦兹（Lorentz）结构也显然是不同的，光子传递的顶点是类矢的， W^\pm 传递的顶点是绝对的 $(V - A)$ 结构，而对于 Z^0 而言其传递的顶点不仅有 $(V - A)$ 结构还有 $(V + A)$ 结构，其中 $(V \pm A) = \gamma_\mu(1 \pm \gamma_5)$ 。当涉及到相应的衰变过程时，我们就可以利用这些基本的相互作用顶点和相应的费曼规则来进行计算。

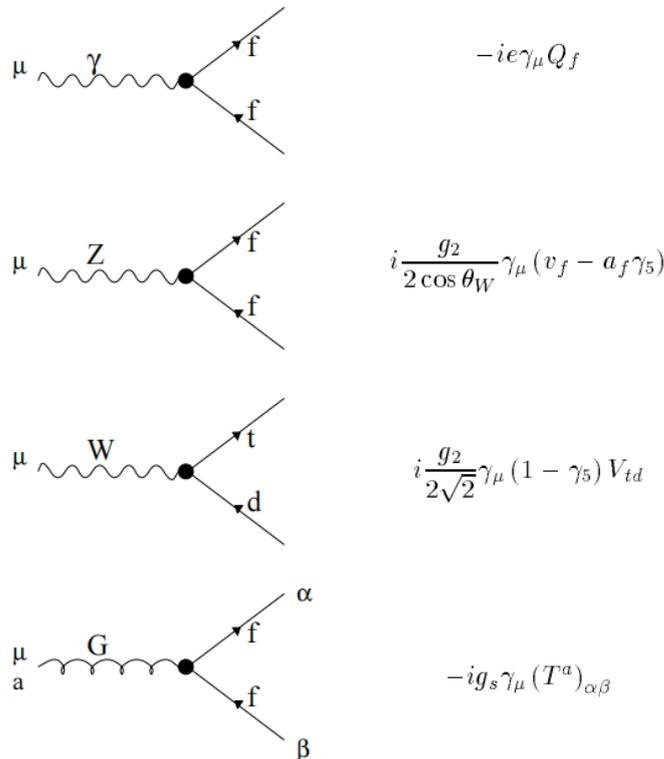


图 2-2 标准模型框架内的费曼规则（顶点）

2.1.2 夸克混合和CKM矩阵

在标准模型中电弱部分，左手轻子和夸克被放在 $SU(2)_L$ 的二重态中：

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix}_L, \quad (2-4)$$

$$\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} t \\ b' \end{pmatrix}_L$$

夸克和轻子之间的电弱相互作用是由大质量弱规范玻色子 W^\pm 和 Z^0 以及光子 γ 参与作用的。这些相互作用归根结底还是用拉格朗日量来描述：

$$\mathcal{L}_{int} = \mathcal{L}_{CC} + \mathcal{L}_{NC} \quad (2-5)$$

$$\mathcal{L}_{CC} = \frac{g_2}{2\sqrt{2}} (J_\mu^+ W^{+\mu} + J_\mu^- W^{-\mu}) \quad (2-6)$$

$$\mathcal{L}_{NC} = e J_\mu^{em} A^\mu + \frac{g_2}{2 \cos \theta_W} J_\mu^0 Z^\mu \quad (2-7)$$

\mathcal{L}_{CC} 和 \mathcal{L}_{NC} 分别描述了带电流的相互作用和中性流的相互作用。这些流结构如下所示：

$$\begin{aligned} J_\mu^+ &= (\bar{u}d')_{V-A} + (\bar{c}s')_{V-A} + (\bar{t}b')_{V-A} + (\bar{\nu}_e e)_{V-A} \\ &\quad + (\bar{\nu}_\mu \mu)_{V-A} + (\bar{\nu}_\tau \tau)_{V-A} \end{aligned} \quad (2-8)$$

$$J_\mu^{em} = \sum_f Q_f \bar{f} \gamma_\mu f \quad (2-9)$$

$$J_\mu^0 = \sum_f \bar{f} \gamma_\mu (v_f - a_f \gamma_5) f \quad (2-10)$$

夸克与轻子不同的一个重要特性是它们的质量本征态并不对应于电弱本征态。实际上三代夸克之间的带电流过程是由一个 3×3 的非对角幺正矩阵来描述的，这个矩阵就是著名的 CKM 矩阵，正是由于这个矩阵的幺正性^[2]，在标准模型中树图阶味改变中性流过程是不会存在的。

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \hat{V}_{CKM} \cdot \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} \quad (2-11)$$

我们可以看到电弱本征态 d' , s' , b' 与质量本征态 d , s , b 通过变换矩阵，也就是 CKM 矩阵联系起来。CKM 矩阵中这些 CKM 矩阵元在任何涉及到带电夸克流计算过程中都是至关重要的。例如， $b \rightarrow ul^- \bar{\nu}$ 衰变的分支比是与 CKM 矩阵元 V_{ub} 成正比的。可以说 CKM 矩阵以及相应的矩阵元对介子衰变的研究有着重要的意义。

原则上，对 CKM 矩阵参数化的方法有很多种，但相对直观且流行的还是粒子数据组推荐的标准参数化和沃尔芬斯坦（Wolfenstein）参数化。标准参数化^[2]方法如下：

$$V_{\text{CKM}} = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta_{13}} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \quad (2-12)$$

其中 $c_{ij} \equiv \cos\theta_{ij}$ ， $s_{ij} \equiv \sin\theta_{ij}$ ， i, j 是夸克的代指标。 δ_{13} 是 CP 破坏所需的相位，从理论上看 δ_{13} 的范围在 0 和 2π 之间，但在 K 介子衰变中测得的 δ_{13} 的范围是 $0 < \delta_{13} < \pi$ 。过去几年的实验和理论都已经表明三代夸克和一二代夸克之间的耦合强度非常小，量级分别在 $\mathcal{O}(10^{-2})$ 和 $\mathcal{O}(10^{-3})$ 左右。这样可以做一个近似即 $c_{13} \simeq c_{23} \simeq 1$ ，四个独立的参数分别是：

$$s_{12} \doteq V_{us}, \quad s_{13} \doteq V_{ub}, \quad s_{23} \doteq V_{cb}, \quad \delta_{13} \quad (2-13)$$

δ_{13} 可以从与 V_{td} 相关的圈图中提取，当 $0 < \delta_{13} < \pi$ 时， δ_{13} 和 V_{td} 之间有一种对应关系：

$$V_{td} = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos \delta_{13}}, \quad a = V_{cd}V_{cb}, \quad b = V_{ud}V_{ub} \quad (2-14)$$

Wolfenstein 参数化^[3, 4]实际上是 CKM 矩阵的近似参数化，其中的每个元素是按照 $\lambda = V_{us}$ 来展开的：

$$V_{\text{CKM}} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{1}{2}\lambda^2 & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \frac{1}{2}\lambda^2 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} + \mathcal{O}(\lambda^4) \quad (2-15)$$

Wolfenstein 参数化在唯象上特别有优势，因为它提供了一个非常直观的 CKM 矩阵结构的几何表示，这对于我们计算介子衰变和寻找其中的 CP 破坏非常有用。当使用 Wolfenstein 参数化方案进行计算时，其中的 CKM 矩阵元是一个近似值，在某些情况下，忽略 λ 的高阶项可能会造成计算出的结果不够精确。目前，对于参数 A 和 λ 而言，它们都可以从实验上很好地定出。比如参数 A 可以从 B 介子的半轻衰变过程中确定，参数 λ 是在 K 介子的半轻和纯轻等衰变过程确定的。但对于参数 ρ 和 η ，是实验上对相关物理量的测量结合理论上给出的一些对应关系和限制，最后再通过拟合来得到的。

2.1.3 幺正三角形

CKM 矩阵的幺正性条件 $V_{CKM}^\dagger \cdot V_{CKM} = V_{CKM} \cdot V_{CKM}^\dagger = 1$ 为我们提供了几个有用的关系，其中最重要的一个正交关系如下：

$$V_{ud}V_{ub}^* + V_{cd}V_{cb}^* + V_{td}V_{tb}^* = 0 \quad (2-16)$$

在实际计算时，我们需要对方程 (2-15) 中的矩阵元进行修正。 V_{ub} 保持不变，对 V_{us} 和 V_{cb} 分别可以精确到 $\mathcal{O}(\lambda^7)$ 和 $\mathcal{O}(\lambda^8)$ 处。在某些特定的情况下，对虚部的修正是可以忽略的，但是如果讨论 CP 破坏时，实部与虚部的修正必须都要考虑。运用 Wolfenstein 参数化然后重新定义 $\bar{\rho} = \rho(1 - \frac{\lambda^2}{2})$ 和 $\bar{\eta} = \eta(1 - \frac{\lambda^2}{2})$ ，这样方程 (2-16) 在复平面上可以表示为一个三角形，这就是所谓的“幺正三角形”，如图 2-3 所示。

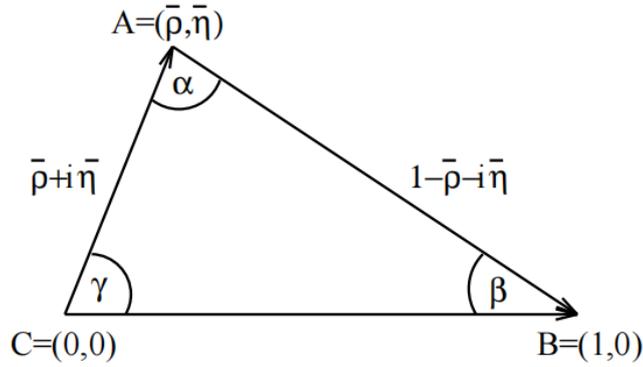


图 2-3 在 $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$ 复平面上的幺正三角形。

我们可以明显看到底边 CB 已经归一化为 1，利用简单的三角函数关系可以计算出这个幺正三角形的另外两条边 CA 和 BA，通常用 R_b 和 R_t 来表示：

$$R_b \equiv \frac{|V_{ud}V_{ub}^*|}{|V_{cd}V_{cb}^*|} = \sqrt{\bar{\rho}^2 + \bar{\eta}^2} = \left(1 - \frac{\lambda^2}{2}\right) \frac{1}{\lambda} \left| \frac{V_{ub}}{V_{cb}} \right| \quad (2-17)$$

$$R_t \equiv \frac{|V_{td}V_{tb}^*|}{|V_{cd}V_{cb}^*|} = \sqrt{(1 - \bar{\rho})^2 + \bar{\eta}^2} = \frac{1}{\lambda} \left| \frac{V_{td}}{V_{cb}} \right| \quad (2-18)$$

当然， R_b 和 R_t 也可以通过测量 β 和 γ 这两个角度来确定：

$$R_b = \frac{\sin(\beta)}{\sin(\alpha)} = \frac{\sin(\alpha + \gamma)}{\sin(\alpha)} = \frac{\sin(\beta)}{\sin(\gamma + \beta)} \quad (2-19)$$

$$R_t = \frac{\sin(\gamma)}{\sin(\alpha)} = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin(\alpha)} = \frac{\sin(\gamma)}{\sin(\gamma + \beta)} \quad (2-20)$$

这个幺正三角形的三个内角就是其 CP 破坏的相角，相角 β 是与 CKM 矩阵元 V_{td} 相联系的即 $V_{td} = |V_{td}|e^{-i\beta}$ ， γ 是与 V_{ub} 有关的即 $V_{ub} = |V_{ub}|e^{-i\gamma}$ ，至于 α 可以利用三角形内

角和求出。

对么正三角形的三条边和三个内角进行高精度系统性研究，既可以对标准模型的预言进行精确检验，也可以通过与它的偏离来寻找超出标准模型的新物理，这就要求理论计算和实验测量都要达到极高的精度。目前实验上对 CKM 矩阵元第一行的测量是最精确的，而第二行的精度远远低于第一行的结果。图 2-4 是“CKMfitter”组给出的最新分析结果。

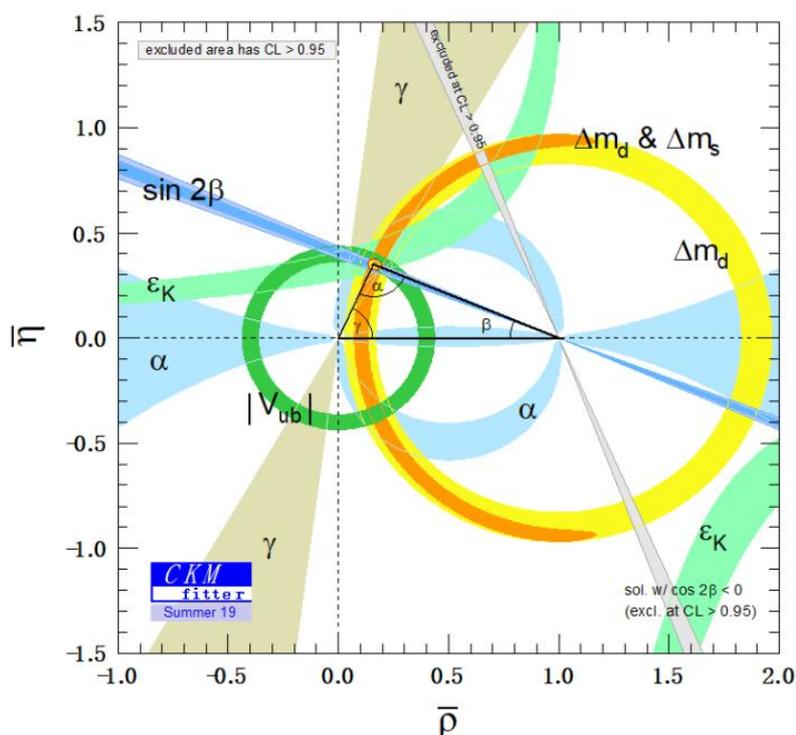


图 2-4 实验上对么正三角形的测量，图中 α 角顶角处的红色圆圈给出了目前实验上对 CKM 矩阵元最严格的限制。

2.2 低能有效哈密顿量

低能有效哈密顿量已经被广泛的用来计算和分析 B 介子衰变过程。B 介子衰变是一个复杂且多标度的过程。往往涉及三个典型标度：电弱作用标度、B 介子固有能量标度以及强子化标度。由于这些标度之间相差很大，人们用算符乘积展开将不同标度区间的物理进行区分和处理，建立起了低能有效哈密顿量的研究方法。该方法的核心包括 Wilson 系数的计算与重整化群演化以及强子矩阵元的计算。本节中，我们将对低能

有效哈密顿量做简单介绍。

以 c 夸克衰变为例，考虑 $c \rightarrow s\bar{u}d$ [5]。在树图阶该过程的完整振幅可以写为：

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{full} &= i \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ud} V_{cs}^* \frac{M_W^2}{k^2 - M_W^2} (\bar{s}c)_{V-A} (\bar{u}d)_{V-A} \\ &= -i \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ud} V_{cs}^* (\bar{s}c)_{V-A} (\bar{u}d)_{V-A} + \mathcal{O}\left(\frac{k^2}{M_W^2}\right) \end{aligned} \quad (2-21)$$

上式中 $(\bar{s}c)_{V-A} \equiv \bar{s}\gamma_\mu(1-\gamma_5)c$ ， $G_F = 1.16637 \times 10^{-5}$ 为费米耦合常数。在 B 介子衰变的过程中， b 夸克质量远小于 W 玻色子的质量，因此转移的动量 k 也远小于 M_W ，虚的 W 玻色子是高度离壳的，所以 $\mathcal{O}(\frac{k^2}{M_W^2})$ 项的贡献就可以被忽略掉。此时 W 玻色子传播子可以近似的看作一个点，如图 2-5 所示。

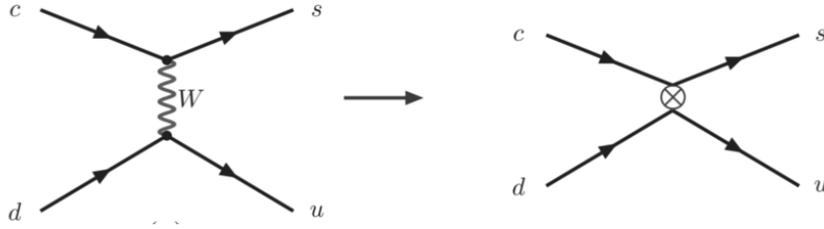


图 2-5 完整理论和有效理论下的 $c \rightarrow s\bar{u}d$ 跃迁。

只考虑树图结果，则低能有效哈密顿量可以写为如下式所示：

$$\mathcal{H}_{eff} \equiv i\mathcal{A}_{full} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ud} V_{cs}^* (\bar{s}c)_{V-A} (\bar{u}d)_{V-A}, \quad (2-22)$$

这就是所谓的算符乘积展开 [6-8]。若考虑单圈 QCD 修正，上式就改写为：

$$\mathcal{H}_{eff} = i\mathcal{A}_{full} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ud} V_{cs}^* (C_1 O_1 + C_2 O_2), \quad (2-23)$$

算符 O_1, O_2 分别为：

$$O_1 = (\bar{s}c)_{V-A} (\bar{u}d)_{V-A} \quad (2-24)$$

$$O_2 = (\bar{s}_\alpha c_\beta)_{V-A} (\bar{u}_\beta d_\alpha)_{V-A} \quad (2-25)$$

我们可以看到算符 O_1 和 O_2 的贡献通过 Wilson 系数 C_1 和 C_2 表示出来，Wilson 系数是对完整理论和有效理论的振幅进行匹配，从而抽取得到的，与重整化标度 μ 相关。我们将树图、单圈图的 QCD 和电弱贡献都考虑在内，B 介子非轻衰变的低能有效哈密顿量就写为：

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{eff} &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left\{ \sum_{i=1}^2 C_i(\mu) [V_{ub} V_{uq}^* O_i^u(\mu) + V_{cb} V_{cq}^* O_i^c(\mu)] \right. \\ &\quad \left. - V_{tb} V_{tq}^* \sum_{i=3}^{10} C_i(\mu) O_i(\mu) \right\} + \text{h.c.}, \end{aligned} \quad (2-26)$$

O_i 为定域四夸克有效算符，分别是：

- 流-流算符：

$$O_1^u = (\bar{u}_\alpha b_\alpha)_{V-A} (\bar{q}_\beta u_\beta)_{V-A}, \quad (2-27)$$

$$O_2^u = (\bar{u}_\alpha b_\beta)_{V-A} (\bar{q}_\beta u_\alpha)_{V-A}, \quad (2-28)$$

$$O_1^c = (\bar{c}_\alpha b_\alpha)_{V-A} (\bar{q}_\beta c_\beta)_{V-A}, \quad (2-29)$$

$$O_2^c = (\bar{c}_\alpha b_\beta)_{V-A} (\bar{q}_\beta c_\alpha)_{V-A}. \quad (2-30)$$

- QCD企鹅算符：

$$O_3 = (\bar{q}_\alpha b_\alpha)_{V-A} \sum_{q'} (\bar{q}'_\beta q'_\beta)_{V-A}, \quad (2-31)$$

$$O_4 = (\bar{q}_\beta b_\alpha)_{V-A} \sum_{q'} (\bar{q}'_\alpha q'_\beta)_{V-A}, \quad (2-32)$$

$$O_5 = (\bar{q}_\alpha b_\alpha)_{V-A} \sum_{q'} (\bar{q}'_\beta q'_\beta)_{V+A}, \quad (2-33)$$

$$O_6 = (\bar{q}_\beta b_\alpha)_{V-A} \sum_{q'} (\bar{q}'_\alpha q'_\beta)_{V+A}. \quad (2-34)$$

- 电弱企鹅算符：

$$O_7 = \frac{3}{2} (\bar{q}_\alpha q_\alpha)_{V-A} \sum_{q'} e_{q'} (\bar{q}'_\beta q'_\beta)_{V+A}, \quad (2-35)$$

$$O_8 = \frac{3}{2} (\bar{q}_\beta b_\alpha)_{V-A} \sum_{q'} e_{q'} (\bar{q}'_\alpha q'_\beta)_{V+A}, \quad (2-36)$$

$$O_9 = \frac{3}{2} (\bar{q}_\alpha b_\alpha)_{V-A} \sum_{q'} e_{q'} (\bar{q}'_\beta q'_\beta)_{V-A}, \quad (2-37)$$

$$O_{10} = \frac{3}{2} (\bar{q}_\beta b_\alpha)_{V-A} \sum_{q'} e_{q'} (\bar{q}'_\alpha q'_\beta)_{V-A}. \quad (2-38)$$

上式中， $q = d, s$ ， $q' = u, d, s, c, b$ ， α 和 β 是夸克的色指标，相同指标求和； $e_{q'}$ 表示夸克 q' 的电荷； $C_i(\mu)$ 是 Wilson 系数，包含短程贡献，它被认为是算符相互作用的耦合常数，是普适且与衰变过程无关的。长程贡献是在 $O_i(\mu)$ 中包含的，两者中 μ 的选取都是任意的。随着 μ 的增大短程贡献会转移到 $O_i(\mu)$ 中，反之亦然。我们是利用完整理论与有效理论对比抽取 Wilson 系数的。在标准模型的理论框架下，当能标 $\mu = M_W$ 时，次领头阶（NLO）近似下^[5] 的 Wilson 系数就写为：

$$C_1(M_W) = \frac{11}{2} \frac{\alpha_s(M_W)}{4\pi}, \quad (2-39)$$

$$C_2(M_W) = 1 - \frac{11}{6} \frac{\alpha_s(M_W)}{4\pi} - \frac{35}{18} \frac{\alpha_{em}}{4\pi}, \quad (2-40)$$

$$C_3(M_W) = -\frac{\alpha_s(M_W)}{24\pi} \left[E_0(x_t) - \frac{2}{3} \right] + \frac{\alpha_{em}}{6\pi} \frac{1}{\sin^2 \theta_W} [2B_0(x_t) + C_0(x_t)], \quad (2-41)$$

$$C_4(M_W) = \frac{\alpha_s(M_W)}{8\pi} \left[E_0(x_t) - \frac{2}{3} \right], \quad (2-42)$$

$$C_5(M_W) = -\frac{\alpha_s(M_W)}{24\pi} \left[E_0(x_t) - \frac{2}{3} \right], \quad (2-43)$$

$$C_6(M_W) = \frac{\alpha_s(M_W)}{8\pi} \left[E_0(x_t) - \frac{2}{3} \right], \quad (2-44)$$

$$C_7(M_W) = \frac{\alpha_{em}}{6\pi} \left[4C_0(x_t) + D_0(x_t) - \frac{4}{9} \right], \quad (2-45)$$

$$C_8(M_W) = 0, \quad (2-46)$$

$$C_9(M_W) = \frac{\alpha_{em}}{6\pi} \left[4C_0(x_t) + D_0(x_t) - \frac{4}{9} + \frac{1}{\sin^2 \theta_W} (10B_0(x_t) - 4C_0(x_t)) \right], \quad (2-47)$$

$$C_{10}(M_W) = 0. \quad (2-48)$$

2.3 B 介子衰变过程中的 CP 破坏

人们首次发现 CP 破坏这个现象是在 1964 年，由 J.W. Cronin 和 V.L. Fitch 在中性 K 介子衰变过程中观测到的^[9]，这在当时震惊了物理学界，因为此时物理学家们都坚信 CP 对称性不会被破坏。1970 年小林诚等人提出一个猜测，即 CP 破坏是自然而然的被标准模型理论所囊括的，2001 年 BaBar 和 Belle 实验组证实了这个猜测，它们在 B 介子衰变中也发现了 CP 破坏^[10]，这对 B 介子物理的研究产生了重大影响。B 介子衰变过程中存在一些较大的 CP 破坏，是我们研究 CP 破坏机制最合适的场所。CP 破坏就是在弱相互作用过程中，粒子的 C 宇称和 P 宇称都受到破坏，并使得 CP 联合变换的宇称不守恒。在 B 介子系统中存在着 3 种 CP 破坏类型：直接（direct）破坏，间接（indirect）破坏和混合（mixing）CP 破坏^[11-13]。

• 直接 CP 破坏

直接 CP 破坏是由 B 介子衰变过程与其 CP 共轭过程的分支比不等引起的。直接 CP 破坏的定义为：

$$\mathcal{A}_{CP}^{direct} = \frac{\Gamma(B \rightarrow f) - \Gamma(\bar{B} \rightarrow \bar{f})}{\Gamma(B \rightarrow f) + \Gamma(\bar{B} \rightarrow \bar{f})} = \frac{1 - |\bar{\mathcal{A}}/\mathcal{A}|^2}{1 + |\bar{\mathcal{A}}/\mathcal{A}|^2}, \quad (2-49)$$

两个过程的衰变振幅 \mathcal{A} 如下：

$$\mathcal{A} = \langle f | \mathcal{H}^{weak} | B \rangle, \quad \bar{\mathcal{A}} = \langle \bar{f} | \mathcal{H}^{weak} | \bar{B} \rangle, \quad (2-50)$$

即：

$$\frac{|\bar{\mathcal{A}}|}{|\mathcal{A}|} \neq 1 \Rightarrow \mathcal{A}_{CP}^{direct}, \quad (2-51)$$

将衰变振幅 \mathcal{A} 定义为 $\mathcal{A} = \mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2$ 的形式，那么 \mathcal{A} 和它的 CP 共轭 $\bar{\mathcal{A}}$ 可以写为：

$$\mathcal{A} = \sum_{i=1,2} \mathcal{A}_i e^{i(\delta_i + \phi_i)}, \quad \bar{\mathcal{A}} = \sum_{i=1,2} \mathcal{A}_i e^{i(\delta_i - \phi_i)}, \quad (2-52)$$

上式中的 δ_i 代表强相位角，来自于强子矩阵元的贡献， ϕ_i 代表弱相位角，来自于 CKM 矩阵元的贡献，与 CKM 矩阵元中的 η 有关。

在 CP 共轭变化下， δ_i 始终保持不变，但 ϕ_i 的符号要改变。此时直接 CP 破坏为：

$$\mathcal{A}_{CP}^{direct} = \frac{-2\mathcal{A}_1\mathcal{A}_2 \sin(\delta_1 - \delta_2) \sin(\phi_1 - \phi_2)}{\mathcal{A}_1^2 + \mathcal{A}_2^2 + 2\mathcal{A}_1\mathcal{A}_2 \cos(\delta_1 - \delta_2) \cos(\phi_1 - \phi_2)}, \quad (2-53)$$

由上式可知：要想存在 CP 破坏，即 $\mathcal{A}_{CP}^{direct} \neq 0$ ，需要同时具有不同的强相位角和弱相位角。标准模型理论认为直接 CP 破坏是由于树图振幅和企鹅图振幅的相互干涉引起的。

• 间接 CP 破坏

间接 CP 破坏是只存在于中性 B 介子的半轻或者纯轻衰变过程中的一类 CP 破坏，它是由中性 B 介子混合引起的，其大小定义为：

$$\mathcal{A}_{sl}^{indir} = \frac{\Gamma(\bar{B}^0(t) \rightarrow l^+ \nu_l X) - \Gamma(B^0(t) \rightarrow l^- \bar{\nu}_l X)}{\Gamma(\bar{B}^0(t) \rightarrow l^+ \nu_l X) + \Gamma(B^0(t) \rightarrow l^- \bar{\nu}_l X)}, \quad (2-54)$$

在标准模型中，间接 CP 破坏很小，实验上比较难观测到。

• 混合 CP 破坏

混合 CP 破坏是由中性 B 介子的混合与衰变的干涉引起的一类 CP 破坏。由于 B^0 和 \bar{B}^0 拥有共同的本征态， B^0 介子在初始状态 $t = 0$ 时可以通过两个不同的衰变路径衰变到相同的末态 f ，这两个衰变过程会相互干涉，并因此产生 CP 破坏，此类 CP 破坏与时间相关，定义为^[12, 13]：

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{CP}^{mixing}(t) &= \frac{\Gamma(\bar{B}^0(t) \rightarrow f) - \Gamma(B^0(t) \rightarrow f)}{\Gamma(\bar{B}^0(t) \rightarrow f) + \Gamma(B^0(t) \rightarrow f)} \\ &= S_f \sin(\Delta Mt) - C_f \cos(\Delta Mt) \end{aligned} \quad (2-55)$$

$$\Gamma(B^0(t) \rightarrow f) = \frac{1}{2} e^{-\Gamma t} (|\mathcal{A}_f|^2 + |\bar{\mathcal{A}}_f|^2) \left\{ 1 + a_{\epsilon'} \cos(\Delta m t) + a_{\epsilon+\epsilon'} \sin(\Delta m t) \right\}, \quad (2-56)$$

$$\Gamma(B^0(t) \rightarrow \bar{f}) = \frac{1}{2} e^{-\Gamma t} (|\bar{\mathcal{A}}_{\bar{f}}|^2 + |\mathcal{A}_{\bar{f}}|^2) \left\{ 1 + \bar{a}_{\epsilon'} \cos(\Delta m t) + \bar{a}_{\epsilon+\epsilon'} \sin(\Delta m t) \right\}, \quad (2-57)$$

$$\Gamma(\bar{B}^0(t) \rightarrow f) = \frac{1}{2} e^{-\Gamma t} (|\mathcal{A}_f|^2 + |\bar{\mathcal{A}}_f|^2) \left\{ 1 - a_{\epsilon'} \cos(\Delta m t) - a_{\epsilon+\epsilon'} \sin(\Delta m t) \right\}, \quad (2-58)$$

$$\Gamma(\bar{B}^0(t) \rightarrow \bar{f}) = \frac{1}{2} e^{-\Gamma t} (|\bar{\mathcal{A}}_{\bar{f}}|^2 + |\mathcal{A}_{\bar{f}}|^2) \left\{ 1 - \bar{a}_{\epsilon'} \cos(\Delta m t) - \bar{a}_{\epsilon+\epsilon'} \sin(\Delta m t) \right\}, \quad (2-59)$$

C_f 表示直接 CP 破坏, S_f 表示混合 CP 破坏。对于 $B^0-\bar{B}^0$ 介子系统 $x = \Delta m/\Gamma = 0.769(4)$, $\Delta m = 0.5065(19) \text{ ps}^{-1}$ [11]。

$$C_f = \frac{1 - |\lambda_f|^2}{1 + |\lambda_f|^2}, \quad S_f = \frac{2\text{Im}\lambda_f}{1 + |\lambda_f|^2}, \quad (2-60)$$

λ_f 为参数, 包含了关于 CP 破坏的信息。我们也可以用物理量 $a_{e'}$, $a_{e+\epsilon'}$, $\bar{a}_{e'}$, $\bar{a}_{e+\epsilon'}$ 来表示直接与混合 CP 破坏:

$$a_{e'} = \frac{1 - |\lambda_f|^2}{1 + |\lambda_f|^2}, \quad a_{e+\epsilon'} = \frac{-2\text{Im}(\lambda_f)}{1 + |\lambda_f|^2}, \quad \lambda_f = \frac{V_{tb}^* V_{td}}{V_{tb} V_{td}^*} \frac{\bar{\mathcal{A}}_f}{\mathcal{A}_f}, \quad (2-61)$$

$$\bar{a}_{e'} = \frac{1 - |\bar{\lambda}_f|^2}{1 + |\bar{\lambda}_f|^2}, \quad \bar{a}_{e+\epsilon'} = \frac{-2\text{Im}(\bar{\lambda}_f)}{1 + |\bar{\lambda}_f|^2}, \quad \bar{\lambda}_f = \frac{V_{tb}^* V_{td}}{V_{tb} V_{td}^*} \frac{\bar{\mathcal{A}}_{\bar{f}}}{\mathcal{A}_{\bar{f}}}. \quad (2-62)$$

2.4 强子矩阵元的计算

在标准模型框架下, B 介子的两体非轻衰变振幅写为:

$$\mathcal{A}(B \rightarrow M_1 M_2) = \langle M_1 M_2 | \mathcal{H}_{eff} | B \rangle = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sum_i V_i C_i(\mu) \langle M_1 M_2 | O_i(\mu) | B \rangle \quad (2-63)$$

从上式可以看出衰变振幅实际分为 Wilson 系数和强子矩阵元两部分。Wilson 系数 $C_i(\mu)$ 是可微扰的, 包含短程物理效应。而强子矩阵元 $\langle M_1 M_2 | O_i(\mu) | B \rangle$ 是不可微扰的, 表示长程物理的贡献, 在计算时是比较困难的。Wilson 系数可以通过匹配抽取是已知的, 因此振幅计算的关键在于可靠地计算强子矩阵元。下面简要介绍几种计算强子矩阵元的因子化方法。

简单因子化方法 [14-16] (NFA) 是唯一象上用来处理 B 介子两体衰变强子矩阵元最简单的方法, 其物理基础是 Bjorken 提出的“色透明机制” [17]。在 B 介子两体衰变过程中, 初态 b 夸克的质量与末态轻介子的质量相比要大很多, 因此末态轻介子的速度很大, 所以两个末态轻介子之间的相互作用很小。简单因子化方法的实质是将 B 介子的衰变振幅写成两个流矩阵元的乘积:

$$\langle M_1 M_2 | \mathcal{H}_{eff} | B \rangle \propto \langle M_1 M_2 | O_i(\mu) | B \rangle \approx \langle M_2 | J_2^\mu | 0 \rangle \langle M_1 | J_{1\mu} | B \rangle \quad (2-64)$$

其中 $J_{1,2}$ 是色单态的夸克双线性流, $\langle M_2 | J_2^\mu | 0 \rangle$ 是介子 M_2 的衰变常数, $\langle M_1 | J_{1\mu} | B \rangle$ 则表示 B 介子跃迁到介子 M_1 的形状因子。此时, 衰变振幅可以近似表示为衰变常数和形状因子的乘积, 形状因子和衰变常数都可以通过实验得到。这个方法虽然简单明了, 但也存在局限性, 最主要的不足是对重整化标度 μ 的依赖性。在简单因子化方法中, 虽然强子矩阵元不依赖于标度 μ , 但是不能消除 Wilson 系数与标度 μ 的相关性, 这样会使衰变振幅也是标度相关的, 因此它表示的过程其实是非物理的。其次, 简单因子

化方法是不考虑不可因子化贡献的，对一些色压低的过程来说，往往不能给出与实验相符合的预言。最后，此方法缺少强相位的来源，无法计算衰变过程中的 CP 破坏。

因为简单因子化方法中存在重整化标度 μ 依赖性问题，所以为了解决这个问题 Ali 等人提出了推广的因子化方法^[18-24]（generalized FA）。此方法先是抽取矩阵元 $\langle O(\mu) \rangle$ 中的 μ ，让它与 Wilson 系数 $C(\mu)$ 中的 μ 相抵消，进而得到新的有效 Wilson 系数 C_i^{eff} ，最后对树图阶的矩阵元做近似，在这种方法下衰变振幅被写为：

$$C(\mu)\langle O(\mu) \rangle = C(\mu)g(\mu)\langle O \rangle_{tree} \approx C^{eff}\langle M_1 M_2 | O | B \rangle_{tree} \quad (2-65)$$

虽然这个新的 Wilson 系数不再依赖重整化方案和标度 μ ，但是上式中的 $g(\mu)$ 是红外发散的，所以我们不得不引入红外截断，这会造成有效 Wilson 系数 C_i^{eff} 产生新的非物理依赖。此外，采用该方法计算时会引入一些非物理的自由参数，这会使结果的误差较大，同时它也没有解决强相位的来源问题，因此该方法并不能很好地预言衰变过程中的 CP 破坏。

QCD 因子化方法^[25-28]（QCDF，也称为 BBNS 因子化方法）是 Beneke 等人以微扰 QCD 的基本原理为基础，提出的另外一种计算强子矩阵元的方法。他们认为 B 介子衰变过程中的跃迁形状因子主要来自于非微扰区域的贡献^[29-31]，所以不能完全用微扰论来计算。同时强子矩阵元中的非因子化部分的贡献是以硬胶子交换为主的，是微扰可算的。该方法是将不同能标分开处理，用微扰论计算高能标的贡献，而低能标贡献下的部分一般用拟合或非微扰方法得出。在重夸克极限下，B 介子两体非轻衰变的强子矩阵元可分为以下三种情形：

情形 I：末态两个介子 (M_1, M_2) 都是轻介子。如图 2-6 所示：

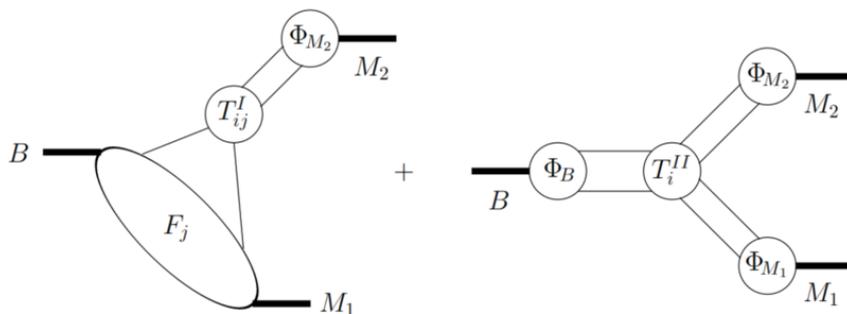


图 2-6 QCD 因子化方法下的强子矩阵元

此时衰变振幅写为:

$$\begin{aligned} \langle M_1 M_2 | O_i | B \rangle = & F^{B \rightarrow M_1} \int dx T^I(x) \Phi_{M_2}(x) \\ & + \int d\xi dx dy T^{II}(\xi, x, y) \Phi_B(\xi) \Phi_{M_2}(x) \Phi_{M_1}(y) \end{aligned} \quad (2-66)$$

上式中 $F^{B \rightarrow M_1}$ 是 $B \rightarrow M_1$ 的形状因子, T^I, T^{II} 表示微扰可计算的硬散射核, $\Phi(x)$ 表示强子波函数。

情形 II: 末态介子 M_1 是重介子, M_2 是轻介子。这时衰变振幅写为:

$$\langle M_1 M_2 | O_i | B \rangle = F^{B \rightarrow M_1} \int_0^1 du T^I(u) \Phi_{M_2}(u) \quad (2-67)$$

情形 III: 末态介子 M_1 是轻介子, M_2 是重介子。因为 M_2 介子较重, 所以速度并不快, 不能从 (B, M_1) 系统中分离出去因子化。

QCD 因子化方法得到了人们广泛的应用且大部分预言比较准确, 但是该方法也存在模型依赖性, 因为在利用该方法进行计算时, 跃迁形状因子和光锥分布振幅都是输入参数。此外, 实际上 b 夸克的质量不是无限大, 因此重夸克极限不一定准确。用该方法处理湮灭图及旁观者图贡献时, 会出现端点发散问题。QCD 因子化方法中的强相位来源于 QCD 修正, 是幂次压低的, 用此方法来解释实验上一些较大的 CP 破坏是行不通的。

2.5 微扰 QCD 因子化方法简介

微扰 QCD 因子化方法 (PQCD) ^[32-38] 是李湘楠等人为了解决共线因子化中的端点发散, 在计算 $B \rightarrow \pi$ 形状因子时引入横动量提出的 ^[39-41]。与 QCD 因子化方法不同的是, 该方法认为衰变过程中的跃迁形状因子主要是以硬胶子交换为主, 可以将硬的部分分离出来进行微扰计算。把不能进行微扰计算的非微扰部分吸收到强子的波函数里面, 波函数可以通过实验确定, 具有普适性。PQCD 因子化方法是将衰变振幅写为 Wilson 系数、强子波函数和硬核散射三部分卷积的形式, 这样一来 B 介子的衰变振幅就变得微扰可算了。在计算过程中, 通过保留介子横动量来解决端点区域发散, 同时利用重求和技术引入 Sudakov 因子来对分布振幅进行修正, 从而有效消除了红外发散。本文的工作就是采用 PQCD 因子化方法, 考虑 ϕ_{B_2} 的贡献后对 B_s 介子两体非轻衰变过程进行唯象研究, 接下来对 PQCD 因子化方法做详细介绍。

2.5.1 因子化定理

因子化定理是微扰 QCD 因子化方法的前提^[42-44]，B 介子两体非轻衰变包含微扰和非微扰两部分贡献，基于 QCD 渐进自由，对于微扰部分我们可以直接计算，而非微扰部分则需要利用各类模型作近似处理。因子化定理就是将微扰和非微扰部分的贡献分开，非微扰部分在 QCD 过程中一般会被抵消或吸收到强子波函数中，微扰部分不存在红外发散可以直接计算。虽然强子波函数包含非微扰贡献不能直接计算，但实际上它与具体过程无关，是普适的，既可以通过各种模型方法理论计算得到，也能从实验上确定出，这样微扰 QCD 的理论预言就变得可行。

对 B 介子弱衰变进行 QCD 辐射修正时，会出现红外发散，它来自非微扰区域。非微扰区的红外发散分为软发散和共线发散两种。当圈动量 l 趋于无穷小时就会产生软发散，在光锥坐标系下可以表示为：

$$l^\mu = (l^+, l^-, l_T) \sim (\lambda, \lambda, \lambda) \quad (2-68)$$

其中 λ 是一个小标度。共线发散是因为动量 l 与无质量夸克动量 P 平行产生的，这个夸克动量表示为 $P = (Q, 0, 0_T)$ ，此时圈动量可以近似写为：

$$l^\mu \sim (Q, \lambda, \lambda) \quad (2-69)$$

与 λ 相反， Q 表示的是大标度。我们对衰变过程红外发散的处理是对其因子化，即在动量、自旋和颜色空间都进行因子化。对动量空间进行因子化是为了将把圈动量中微扰部分与非微扰发散部分分开，这样强子波函数就会把发散部分吸收掉，因为发散都属于红外发散，所以用到红外幂次估算的方法。对自旋空间因子化是为了让其有独立的费米子流便于流过硬散射核，同理颜色空间因子是保证它具有独立的颜色流便于流过强子波函数。此时并没有达到真正意义上的因子化，还要运用 Fierz 重排的方法对费米子流拆分，接着利用 Ward 恒等式把所有费曼图的贡献相加，再使用 Eikonal 近似，使硬核与软和共线胶子分离，这样就真正实现了因子化。

2.5.2 k_T 重求和与 Sudakov 因子

在 PQCD 因子化方法中，还有一个重要的步骤就是考虑横向动量 k_T ，这是它与其他方法最显著的区别。因为在计算中横向动量 k_T 比较小，人们一般会忽略掉。但 PQCD 因子化方法不同，它是有选择的忽略。在非端点区域，将横动量忽略不会影响结果，但在端点处，夸克纵向动量是趋近于 0 的，这时不能忽略横动量的贡献。因为

我们需要保留夸克的横动量来消除端点处的发散，这样因子化定理才依旧成立。

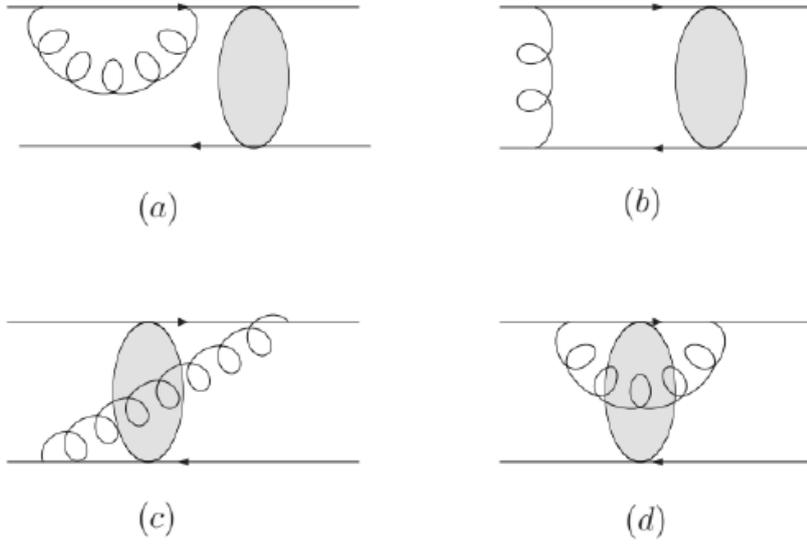


图 2-7 π 介子形状因子软胶子贡献的费曼图

虽然引入夸克横动量可以消除端点发散，但是会带来新的问题。以 π 介子为例，如图 2-7。毋庸置疑存在共线发散和软发散。每种发散都会带来一个对数项，一旦这两种发散重叠就会产生大的双对数项，这会妨碍微扰展开。为了消除这些大的双对数项，确保过程整体的微扰可算性，我们还需要将双对数项进行求和。单对数项可以利用重整化群方程进行求和直到所有阶，而存在双对数项时则须采用重求和计算，重求和以后可以得到一个 Sudakov 因子 [45]。

π 介子形状因子的因子化公式可以写为：

$$F_\pi(Q^2) = \int_0^1 dx_1 dx_2 \int \frac{d^2b}{(4\pi)^2} \tilde{\phi}(x_1, b) \tilde{\phi}(x_2, b) \cdot H(x_1, x_2, b, Q, t) \cdot \exp[-S(x_1, x_2, b, Q)] \quad (2-70)$$

其中， ϕ 为介子的波函数。 $S(x_1, x_2, b, Q)$ 是 Sudakov 因子，它的完整形式是：

$$S(x_1, x_2, b, Q) = \sum [S(x_i, b, Q) + S(1 - x_i, b, Q)] - \frac{2}{\beta_1} \ln \frac{\tilde{t}}{\tilde{b}} \quad (2-71)$$

上式中 \tilde{t} 取硬散射中的最大能标， $\tilde{t} = \text{Max}(\sqrt{x_1 x_2} Q, \frac{1}{b})$ ，我们可以看到 \tilde{t} 与 \tilde{b} 是成反比的，当 \tilde{t} 变大时会破坏微扰展开，Sudakov 因子的作用就是压低非微扰贡献。当 b 较小时， $S(x_1, x_2, b, Q) \approx 1$ ，这时对结果的影响非常小是可以忽略的，此时主要是散射振幅的贡献，这就保证了微扰计算。图 2-8 是 Sudakov 因子的效果图，其中 b 是夸克横动量的共轭动量， x 是夸克的纵向动量分数。

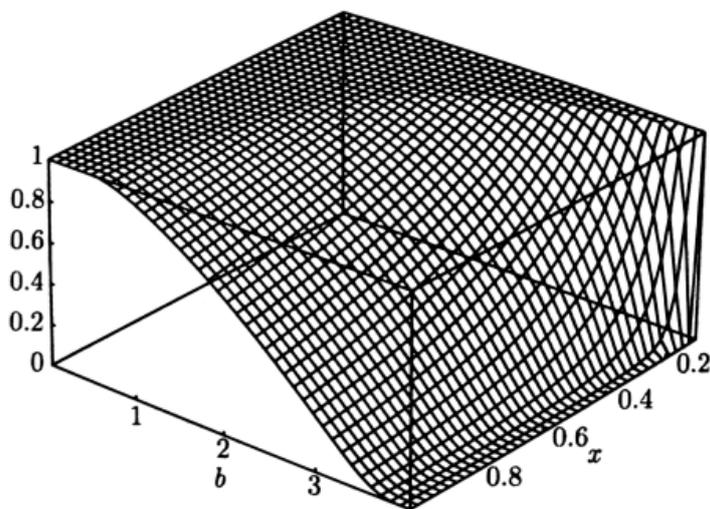


图 2-8 Sudakov 因子的效果图

2.5.3 阈值重求和

当我们对硬散射核做辐射修正时，仅引入横动量 k_T 来消除端点发散是不够的，因为动量分数 x 趋近于 0 时也会带来发散。因此还要进行阈值重求和，特别是端点处产生线性发散的时候。阈值重求和是将双对数项所有阶都求和，这样 Sudakov 因子在端点处就会迅速趋近于 0，此时端点奇异性便被消除了。



图 2-9 硬散射核辐射修正带来的阈值求和

利用 PQCD 因子化方法对发射图的阈值求和计算是普适的，我们不用考虑非因子化图的阈值求和，因为它们的双对数项会相互抵消。经过计算我们得到一个普适的 Sudakov 因子，为了让后续的计算更简便，我们一般对它进行参数化：

$$S_t(x) = \frac{2^{1+2c}\Gamma(3/2+c)}{\sqrt{\pi}\Gamma(1+c)} [x(1-x)]^c \quad (2-72)$$

上式中 $c = 0.3 \sim 0.5$ ，这个参数与波函数扭度和夸克的味都无关，只与具体过程的费曼

图有关。参数 c 的定义如下：

$$c \rightarrow c(Q^2) = 0.04Q^2 - 0.51Q + 1.87, \quad Q^2 = m_B^2 \left(1 - \frac{q^2}{m_B^2}\right) \quad (2-73)$$

我们根据方程 (2-72) 可以明显看出，当 x 取 0 或 1 时， $S_t(x) = 0$ ，这意味着此时它在 x 端点区域迅速下降，也就是说 Sudakov 因子有效的压低了小 x 区的贡献，这也侧面证实了 PQCD 理论的自洽性。

虽然 PQCD 因子化方法有效压低了端点区域的贡献，保证了微扰计算。但是该方法也存在着一些不确定性。在计算过程中强子波函数是最重要的输入参数，与衰变过程无关。虽然实验精度跟以前相比有了很大的提高，但是从实验上确定的波函数还是不够精确。此外，不同模型得到的波函数也不尽相同，也就是说理论计算具有模型依赖性。

第三章 $\bar{B}_s^0 \rightarrow PP$ 衰变的研究

我们将在标准模型的理论框架下，采用 PQCD 方法考虑 ϕ_{B2} 贡献对 $\bar{B}_s^0 \rightarrow PP, PV$ 衰变过程的影响。其中 P 和 V 分别表示轻的赝标量介子 (π, K) 和矢量介子，由于 η 和 η' 这两个介子存在夸克味混合和胶球成份，我们暂不考虑。我们计算了 $\bar{B}_s^0 \rightarrow PP, PV$ 衰变过程的衰变振幅，定量分析了不同扭度波函数对形状因子的贡献。然后我们把树图算符和企鹅图算符对发射图和湮灭图的贡献都考虑在内，得出了相关衰变道的衰变分支比及 CP 破坏大小，最后对计算结果进行了分析与讨论。

3.1 研究动机

由于理论和实验的影响与推动，B 介子物理学已成为粒子物理学中一个重要和热门的领域。随着 Belle-II 和 LHCb 实验的进行，收集到的 B_s 介子事例数会越来越多。同时数据处理的技术在逐步改进，除了发现许多无法预料的新现象外，未来将实现对 B 介子弱衰变更高精度的测量，B 介子衰变的研究正进入大数据和高精度的新时代，人们对 B 介子衰变的理论计算精度提出了更高的要求，这是精确检验标准模型 (SM)、解决实验观测值与理论预测值之间的差异、理解 QCD 性质以及寻找新物理的基本前提。

目前我们对低能标下强子化的 QCD 动力学机制的认识还是不足的，B 介子弱衰变的各种理论估计的不确定性主要来自于描述夸克向强子转变过程的强子矩阵元。因为初末态都是强子，所以 B 介子弱衰变的计算特别复杂。此外，B 介子弱衰变的衰变道很丰富，它可以为我们检验标准模型提供许多信息和约束，所以说研究 B_s 介子弱衰变非常有意义。如何尽可能合理且可靠地处理强子矩阵元是理论计算中一个重要而迫切的问题。在第二章中我们说过强子矩阵元可以写作硬散射核与强子波函数的卷积。对强子矩阵元进行高阶辐射修正对于减少理论结果对重整化标度的依赖、获得与 CP 破坏密切相关的强相位、检验标准模型和完善理论方法是必要的。近年来，对强子矩阵元的修正已达到次次领头阶 (NNLO) 的水平，理论计算结果表明最主要的不确定性来自强子分布振幅^[46-50]。尽管研究表明波函数对强子矩阵元的影响也非常显著，但与散射振幅相比，它们并未引起太大的关注。我们发现，在考虑了以往研究中被忽略的 B 介子波函数 ϕ_{B2} 部分的贡献后，不可因子化湮灭振幅有着显著的影响，形状因子和衰变分支比也有显著的影响^[51]。很多利用 PQCD 因子化方法对 B 介子弱衰变的研究表

明, 理论上的不确定性主要来自于波函数或分布振幅的参数^[51-63], 较高扭度(扭度为 3) 的分布振幅对形状因子的贡献, 与扭度为 2 的分布振幅的贡献以及次领头阶(NLO) QCD 辐射修正对散射振幅的贡献同样重要^[53-56]。在以往的计算中很少有人考虑 ϕ_{B_2} 部分的贡献, 因此, 考虑 ϕ_{B_2} 贡献对 B_s 介子弱衰变的研究非常有意义。本文将在 PQCD 方法框架下, 考虑 ϕ_{B_2} 贡献对 $\bar{B}_s^0 \rightarrow PP, PV$ 衰变过程的影响。

3.2 理论基础

3.2.1 低能有效哈密顿量

低能有效哈密顿量是计算强子两体非轻衰变过程的基础, 在夸克层次上 $\bar{B}_s^0 \rightarrow PP$ 弱衰变就是 $b \rightarrow d, s$ 的跃迁, 对应的低能有效哈密顿量为:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{eff} = & \frac{G_F}{\sqrt{2}} \{V_{ub}V_{uq}^*[C_1(\mu)O_1^u(\mu) + C_2(\mu)O_2^u(\mu)] \\ & - V_{tb}V_{tq}^*[\sum_{i=3}^{10} C_i(\mu)O_i(\mu)]\} + \text{h.c.}, \end{aligned} \quad (3-1)$$

其中 $q = d$ 或 s , h.c 表示厄米共轭, $O_i(\mu)$ 是定域四夸克有效算符, $C_i(\mu)$ 是 Wilson 系数, 它们的定义在第二章已经给出。我们可以用 Wolfenstein 参数化方法将 CKM 矩阵元级数展开到 λ^8 , 它的最终形式如下:

$$V_{ub}V_{ud}^* = A\lambda^3(\rho - i\eta)(1 - \frac{1}{2}\lambda^2 - \frac{1}{8}\lambda^4) + \mathcal{O}(\lambda^8) \quad (3-2)$$

$$V_{tb}V_{td}^* = A\lambda^3 + A^3\lambda^7(\rho - i\eta - \frac{1}{2}) - V_{ub}V_{ud}^* + \mathcal{O}(\lambda^8) \quad (3-3)$$

$$V_{ub}V_{us}^* = A\lambda^4(\rho - i\eta) + \mathcal{O}(\lambda^8) \quad (3-4)$$

$$V_{tb}V_{ts}^* = -A\lambda^2(1 - \frac{1}{2}\lambda^2 - \frac{1}{8}\lambda^4) + \frac{1}{2}A^3\lambda^6 - V_{ub}V_{us}^* + \mathcal{O}(\lambda^8) \quad (3-5)$$

其中, 参数 A, λ, ρ, η 在 2.1.2 节已经给出, 它们的最新拟合值详见参考文献^[11]。

3.2.2 强子矩阵元

在 PQCD 因子化方法下, 保留夸克的横动量, 引入 Sudakov 因子, 将强子矩阵元表示为包含了微扰部分贡献的硬散射核振幅与非微扰部分贡献的普适的强子波函数的卷积的形式, 此时衰变振幅就因子化为 Wilson 系数 C_i 、硬散射核 H_i 和相应介子波函数三部分的卷积。Wilson 系数部分 C_i 可以认为是衰变振幅的耦合常数, 它主要包含了短程贡献是微扰可算的。硬散射核 H_i 与具体过程相关, 也是可以微扰计算的, 我们一般将它表示为 Bessel 函数乘积的形式。波函数描述了强子内部夸克的组成以及动量分

布情况，它是非微扰的、普适且与过程无关的。

因此我们可以将 $\bar{B}_s^0 \rightarrow PP$ 衰变过程的强子矩阵元表示为：

$$\begin{aligned} \langle P_1 P_2 | O_i | \bar{B}_s^0 \rangle &\propto \int dx_1 dx_2 dx_3 db_1 db_2 db_3 C_i(t_i) \mathcal{H}_i(x_1, x_2, x_3, b_1, b_2, b_3) \\ &\Phi_{B_s}(x_1, b_1) e^{-S_{B_s}} \Phi_{P_1}(x_2, b_2) e^{-S_{P_1}} \Phi_{P_2}(x_3, b_3) e^{-S_{P_2}}, \end{aligned} \quad (3-6)$$

其中 x_i 是价夸克的纵向动量分数， b_i 是夸克横向动量 k_T 的共轭变量， t_i 是特征标度， Φ_{B_s} 与 Φ_{P_1}, Φ_{P_2} 分别表示初态 B_s 介子和末态轻介子的波函数， $e^{-S(B_s, P_1, P_2)}$ 是各个波函数对应的 Sudakov 因子，它的作用就是压低端点处的发散。

3.2.3 波函数

根据参考文献^[31, 51, 64]中的约定， \bar{B}_s^0 介子波函数可以表示为：

$$\begin{aligned} &\langle 0 | \bar{q}_\alpha(z) b_\beta(0) | \bar{B}_s^0(p_1) \rangle \\ &= +\frac{i}{4} f_{B_s} \int d^4 k e^{-i k_1 \cdot z} \left\{ (\not{p}_1 + m_{B_s}) \gamma_5 \left[\frac{\not{n}_-}{\sqrt{2}} \phi_B^+ + \frac{\not{n}_+}{\sqrt{2}} \phi_B^- \right] \right\}_{\beta\alpha} \\ &= -\frac{i}{4} f_{B_s} \int d^4 k e^{-i k_1 \cdot z} \left\{ (\not{p}_1 + m_{B_s}) \gamma_5 \left[\phi^+ + \frac{\not{n}_+}{\sqrt{2}} (\phi_B^+ - \phi_B^-) \right] \right\}_{\beta\alpha} \\ &= -\frac{i}{4} f_{B_s} \int d^4 k e^{-i k_1 \cdot z} \left\{ (\not{p}_1 + m_{B_s}) \gamma_5 \left(\phi_{B1} + \frac{\not{n}_+}{\sqrt{2}} \phi_{B2} \right) \right\}_{\beta\alpha}, \end{aligned} \quad (3-7)$$

上式中 f_{B_s} 是衰变常数， $n_+ = (1, 0, 0)$ ， $n_- = (0, 1, 0)$ ，在光锥系下 z^2 和 n_\pm^2 都为零。随着轻夸克的动量分数 x 趋近于 0， ϕ_B^+ 和 ϕ_B^- 会有不同的渐近行为，它们的定义是：

$$\phi_B^+(x, b) = N x^2 \bar{x}^{-2} \exp\left\{-\left(\frac{x m_{B_s}}{\sqrt{2} \omega_B}\right)^2 - \frac{1}{2} \omega_B^2 b^2\right\} \quad (3-8)$$

上式中的 b 代表横动量 k_T 的共轭变量， $\bar{x} = 1 - x$ 和 x 是夸克和反夸克所携带的动量分数， ω_B 是自由参数， N 是归一化系数。由归一化条件可得：

$$\int_0^1 dx \phi_B^+(x, 0) = 1 \quad (3-9)$$

根据运动方程 $\phi_B^+(x) + x \phi_B^-(x) = 0$ 可得：

$$\begin{aligned} \phi_B^-(x, b) &= N \frac{2}{\omega_B^4} m_{B_s}^4 \exp\left(-\frac{1}{2} \omega_B^2 b^2\right) \left\{ \sqrt{\pi} \frac{m_{B_s}}{\sqrt{2} \omega_B} \text{Erf}\left(\frac{m_{B_s}}{\sqrt{2} \omega_B}, \frac{x m_{B_s}}{\sqrt{2} \omega_B}\right) \right. \\ &\quad \left. + \left[1 + \left(\frac{\bar{x} m_{B_s}}{\sqrt{2} \omega_B}\right)^2\right] \exp\left[-\left(\frac{x m_{B_s}}{\sqrt{2} \omega_B}\right)^2\right] - \exp\left(-\frac{m_{B_s}^2}{2 \omega_B}\right) \right\}, \end{aligned} \quad (3-10)$$

ϕ_{B1} 和 ϕ_{B2} 的表达式如下：

$$\phi_{B1} = \phi_B^+ \quad (3-11)$$

$$\phi_{B2} = \phi_B^+ - \phi_B^- \quad (3-12)$$

在许多 B 介子弱衰变的唯象研究中都认为 $\phi_B^- = \phi_B^+$ ，即 $\phi_{B2} = 0$ ，只考虑来自 ϕ_{B1} 的贡献，但实际上 ϕ_B^- 和 ϕ_B^+ 并不相等。许多研究表明 ϕ_{B2} 的贡献不能被忽略，它对强子矩

阵元来说是必要的，比如在 PQCD 因子化方法下 ϕ_{B2} 对形状因子 $F_0^{B \rightarrow \pi}$ 的贡献有时可以达到 30% [53, 54]，此外它对某些衰变道分支比的贡献甚至和 NLO 阶修正一样大 [51]。本文中，我们将在 PQCD 因子化方法下，研究 ϕ_{B2} 对 B_s 介子弱衰变的贡献。

赝标量介子 P 的波函数表示为 [65]：

$$\begin{aligned} & \langle P(p) | \bar{q}_i(0)q_j(z) | 0 \rangle \\ &= -\frac{i}{4}f_P\{\gamma_5[\not{p}\phi_P^a(x) + \mu_P\phi_P^p(x) + \mu_P(\not{p}_-\not{p}_+ - 1)\phi_P^t(x)]\}_{ji} \end{aligned} \quad (3-13)$$

上式中 P 和 p 表示赝标量介子和它所携带的动量， μ_P 是手征质量表示为 $\mu_P = \frac{M_P^2}{m_{q_1} + m_{q_2}}$ ， f_P 表示赝标量介子的衰变常数。 ϕ_P^a 是扭度为 2 (twist-2) 的分布振幅， ϕ_P^p 和 ϕ_P^t 是扭度为 3 (twist-3) 的分布振幅。它们的具体形式如下：

$$\phi_P^a(x) = 6x\bar{x}\{1 + a_1^P C_1^{3/2}(\xi) + a_2^P C_2^{3/2}(\xi)\}, \quad (3-14)$$

$$\begin{aligned} \phi_P^p(x) &= 1 + 3\rho_+^P - 9\rho_-^P a_1^P + 18\rho_+^P a_2^P \\ &+ \frac{3}{2}(\rho_+^P + \rho_-^P)(1 - 3a_1^P + 6a_2^P) \ln(x) \\ &+ \frac{3}{2}(\rho_+^P - \rho_-^P)(1 + 3a_1^P + 6a_2^P) \ln(\bar{x}) \\ &- (\frac{3}{2}\rho_-^P - \frac{27}{2}\rho_+^P a_1^P + 27\rho_-^P a_2^P)C_1^{1/2}(\xi) \\ &+ (30\eta_P - 3\rho_-^P a_1^P + 15\rho_+^P a_2^P)C_2^{1/2}(\xi), \end{aligned} \quad (3-15)$$

$$\begin{aligned} \phi_P^t(x) &= \frac{3}{2}(\rho_-^P - 3\rho_+^P a_1^P + 6\rho_-^P a_2^P) \\ &- C_1^{1/2}(\xi)\{1 + 3\rho_+^P - 12\rho_-^P a_1^P + 24\rho_+^P a_2^P \\ &+ \frac{3}{2}(\rho_+^P + \rho_-^P)(1 - 3a_1^P + 6a_2^P) \ln(x) \\ &+ \frac{3}{2}(\rho_+^P - \rho_-^P)(1 + 3a_1^P + 6a_2^P) \ln(\bar{x}) \\ &- 3(3\rho_+^P a_1^P - \frac{15}{2}\rho_-^P a_2^P)C_1^{1/2}(\xi), \end{aligned} \quad (3-16)$$

其中 $\xi = x - \bar{x} = 2x - 1$ ， $\rho_+^P = \frac{M_P^2}{\mu_P^2}$ ， $\eta_P = \frac{f_{3P}}{f_P \mu_P}$ 。 ϕ_P^a 可以以盖根堡尔多项式的形式展开，其中 $a_{1,2}^P$ 和 $C_{1,2}^{3/2,1/2}(\xi)$ 分别是盖根堡尔矩和多项式， $C_{1,2}^{3/2,1/2}(\xi)$ 的具体形式如下：

$$C_1^{\frac{1}{2}}(\xi) = \xi, \quad (3-17)$$

$$C_1^{\frac{3}{2}}(\xi) = 3\xi, \quad (3-18)$$

$$C_2^{\frac{1}{2}}(\xi) = \frac{3}{2}\xi^2 - \frac{1}{2}, \quad (3-19)$$

$$C_2^{\frac{3}{2}}(\xi) = \frac{15}{2}\xi^2 - \frac{3}{2}. \quad (3-20)$$

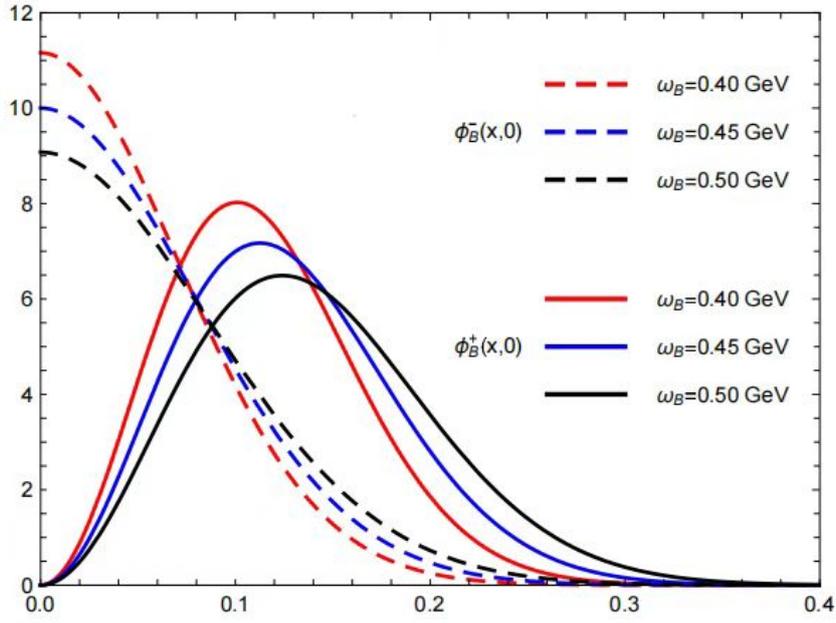


图 3-1 B_s 介子波函数分布振幅 $\phi_B^\pm(x, 0)$ 。

我们绘制的分布振幅 $\phi_B^+(x, 0)$ 和 $\phi_B^-(x, 0)$ 的曲线如图 3-1 所示，从图中可以明显看到分布振幅 $\phi_B^\pm(x, 0)$ 的图像依赖于参数 ω_B ，且很不对称。在 x 较小的区域内， ϕ_B^+ 会达到最大，这是由 B_s 介子中 b 夸克重造成轻夸克所携带的动量分数小引起的。当 x 趋近于 1 时分布振幅会消失，这对 x 较大的区域来说是提供了一个截断。在端点 $x = 0$ 处， ϕ_B^- 和 ϕ_{B_2} 依然存在，这意味着形状因子的积分 $\int \frac{\phi_{B_2}}{x}$ 和 $\int \frac{\phi_{B_2}}{x^2}$ 在端点处会产生红外发散。也就是说 ϕ_{B_2} 的贡献在 x 较小的区域内是很重要的，在计算中应当考虑这部分的贡献。此外，这也表明了引入 Sudakov 因子来减小端点处发散是必须的。

3.2.4 运动学变量

在 B_s 介子的静止坐标系中，对于 $\bar{B}_s^0 \rightarrow PP$ 衰变的光锥坐标变量定义如下：

$$p_{B_s} = p_1 = \frac{m_{B_s}}{\sqrt{2}}(1, 1, 0) \quad (3-21)$$

$$p_M = p_2 = \frac{m_{B_s}}{\sqrt{2}}(0, 1, 0) \quad (3-22)$$

$$p_{M'} = p_3 = \frac{m_{B_s}}{\sqrt{2}}(1, 0, 0) \quad (3-23)$$

$$k_1 = (x_1 p_1^+, 0, \vec{k}_{1T}) \quad (3-24)$$

$$k_2 = (0, x_2 p_2^-, \vec{k}_{2T}) \quad (3-25)$$

$$k_3 = (x_3 p_3^+, 0, \vec{k}_{3T}) \quad (3-26)$$

其中 k_1 和 x_1 分别是 B_s 介子中轻夸克的动量和纵向动量分数； $k_{2,3}$ 和 $x_{2,3}$ 分别是末态强子中反夸克的动量和纵向动量分数， \vec{k}_{iT} 是横向动量分数。

3.2.5 形状因子

$\bar{B}_s^0 \rightarrow PP$ 衰变过程的形状因子定义如下 [66]：

$$\begin{aligned} & \langle M(p_2) | (\bar{q}b)_{V-A} | \bar{B}_s(p_1) \rangle \\ &= \left\{ (p_1 + p_2)^\mu - \frac{m_{B_s}^2 - m_M^2}{q^2} q^\mu \right\} F_1(q^2) + \frac{m_{B_s}^2 - m_M^2}{q^2} q^\mu F_0(q^2) \end{aligned} \quad (3-27)$$

其中 $q = p_1 - p_2$ ，在极点 $q^2 = 0$ 处 $F_0(0) = F_1(0)$ 。图 3-2 是 $\bar{B}_s^0 \rightarrow M$ 跃迁形状因子的最低阶费曼图，其中圆点表示相互作用顶点，实线框对应于硬散射振幅。

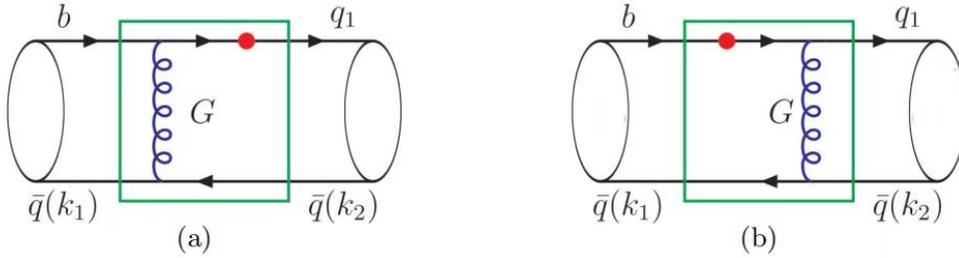
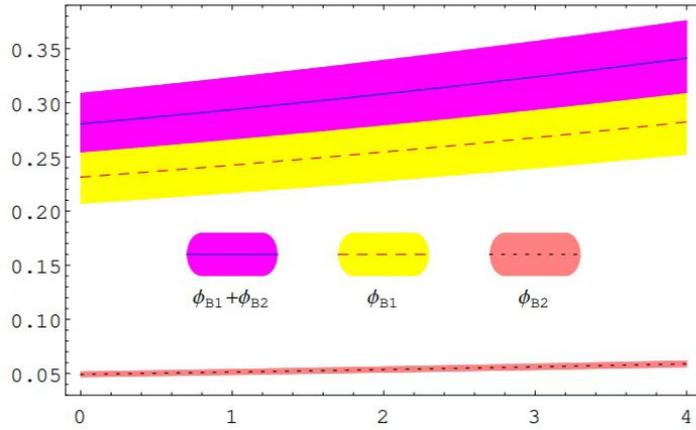


图 3-2 $\bar{B}_s^0 \rightarrow M$ 衰变过程中的跃迁形状因子。

有研究表明 [51]：（1）PQCD 方法下的形状因子依赖于自由参数 ω_B 的选取，形状因子随着参数 ω_B 的增加而减小。（2）手征质量 μ_P 对形状因子的影响较大。（3） ϕ_{B2} 部分的贡献是必要的，考虑 ϕ_{B2} 部分的贡献会增强形状因子。

运用 PQCD 方法，假设形状因子在 q^2 较小的区域是微扰可算的。我们计算形状因子的区域在 $q^2 \leq 4 \text{ GeV}$ 。形状因子 $F_0^{B_s \rightarrow K}(q^2)$ 与 q^2 的关系如图 3-3 所示。我们可以看到：（1）形状因子 F_0 在区域内随 q^2 缓慢单调递增。（2）形状因子的主要贡献来自于 ϕ_{B1} 部分，而 ϕ_{B2} 部分相对较小，这是以往许多研究不考虑 ϕ_{B2} 部分贡献的原因。值得注意的是我们的计算结果表明考虑 ϕ_{B2} 部分后，它对形状因子 $F_0^{B_s \rightarrow K}$ 增加了约 17%，比考虑次领头阶（NLO）的贡献 7% 要大 [68]。

采用不同方法以及输入参数得到的形状因子的中心值也不一样。比如之前运用 PQCD 方法在 $q^2 = 0$ 时计算获得的形状因子 $F_0^{B_s \rightarrow K} = 0.24_{-0.04}^{+0.05}$ [69]，由 QCD 求和规则得到的形状因子 $F_0^{B_s \rightarrow K} = 0.30_{-0.04}^{+0.05}$ [75]，另一种基于重夸克有效理论的光锥求和规则计算的 $F_0^{B_s \rightarrow K} = 0.296 \pm 0.018$ [76]，格点 QCD 计算的 $F_0^{B_s \rightarrow K} = 0.23 \pm 0.05 \pm 0.04$


 图 3-3 形状因子 $F_0^{B_s \rightarrow K}(q^2)$ 与 q^2 的关系图

[77]。我们的计算数据见表 3-1，在误差允许的范围内，我们计算的形状因子与参考文献 [69, 75-77] 中的基本一致。

表 3-1 形状因子 $F_0^{B_s \rightarrow K}(0)$ 的数值。括号中的误差分别来自于 $\omega_B \pm 0.01$ GeV, $\mu_M \pm 0.1$ GeV, 以及 $a_2^M \pm 0.15$ 。

	S1	S2	S3
ω_B	0.45 GeV	0.43 GeV	0.41 GeV
μ_M	1.7 GeV	1.6 GeV	1.5 GeV
ϕ_{B1}	0.234(08)(11)(09)	0.231(07)(11)(09)	0.227(07)(10)(09)
ϕ_{B2}	0.050(01)(00)(05)	0.048(01)(00)(05)	0.046(01)(00)(05)
$F_0^{B_s \rightarrow K}(0)$	(a) 0.192(05)(06)(12)	0.188(05)(05)(11)	0.184(04)(05)(11)
	(b) 0.092(04)(06)(00)	0.091(04)(05)(01)	0.089(04)(05)(01)
总和	0.284(07)(10)(12)	0.279(06)(10)(12)	0.273(06)(10)(12)

不同 $\frac{\alpha_s}{\pi}$ 范围内 $F_0^{B_s \rightarrow K}(0)$ 的贡献如图 3-4 和 3-5 所示。我们可以看到形状因子主要集中在 $\frac{\alpha_s}{\pi} \leq 0.2$ 的区域, ϕ_{B2} 部分的贡献已然达到 15% 以上, 图 3-2 中 (a) 图的贡献在 55% 左右。这表明了夸克的散射振幅可能是以硬胶子交换为主的, 并且我们对形状因子的计算是可靠的。

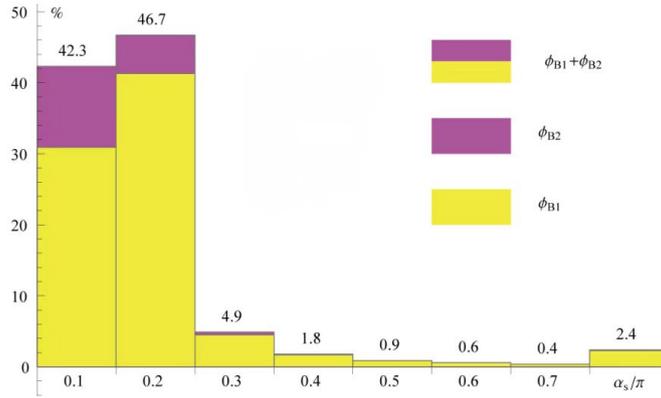


图 3-4 ϕ_{B1} 和 ϕ_{B2} 对形状因子 $F_0^{B_s \rightarrow K}(0)$ 的贡献

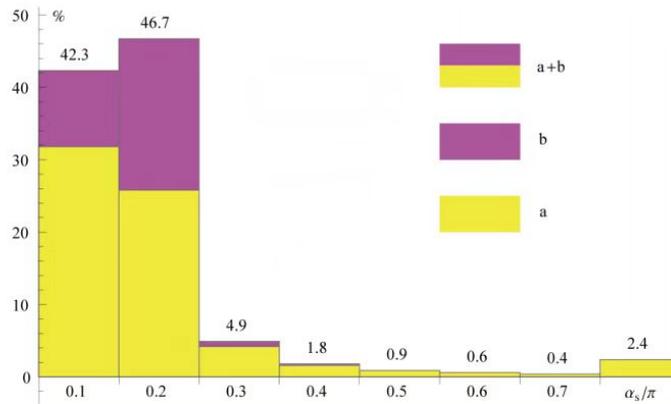


图 3-5 图 3-2 中(a)和(b)对形状因子 $F_0^{B_s \rightarrow K}(0)$ 的贡献

3.3 衰变振幅的表达式

PQCD 方法下 B 介子两体非轻衰变的振幅 \mathcal{A} 通常写为 Wilson 系数、散射振幅和强子波函数三部分卷积的形式:

$$\mathcal{A}_i \propto \int \prod_j dx_j db_j C_i(t_i) \mathcal{T}_i(t_i, x_j, b_j) \Phi_j(x_j, b_j) e^{-S_j} \quad (3-28)$$

如图 3-6 所示, 我们给出了 $\bar{B}_s^0 \rightarrow PP$ 衰变过程的费曼图。其中(a,b)是可因子化发射图, (c,d)是不可因子化发射图, (e,f)是可因子化湮灭图, (g,h)是不可因子化湮灭图。

对于可因子化的湮灭图来说, 只有末态的两个介子之间会交换胶子, 因此可因子化图的衰变振幅比较简单, 可以写为介子衰变常数与形状因子的乘积。在不可因子化图中, 旁观者夸克会与胶子产生相互作用, 这样初末态介子就不能直接从系统中分离出来, 衰变振幅的结构就变得相对复杂。

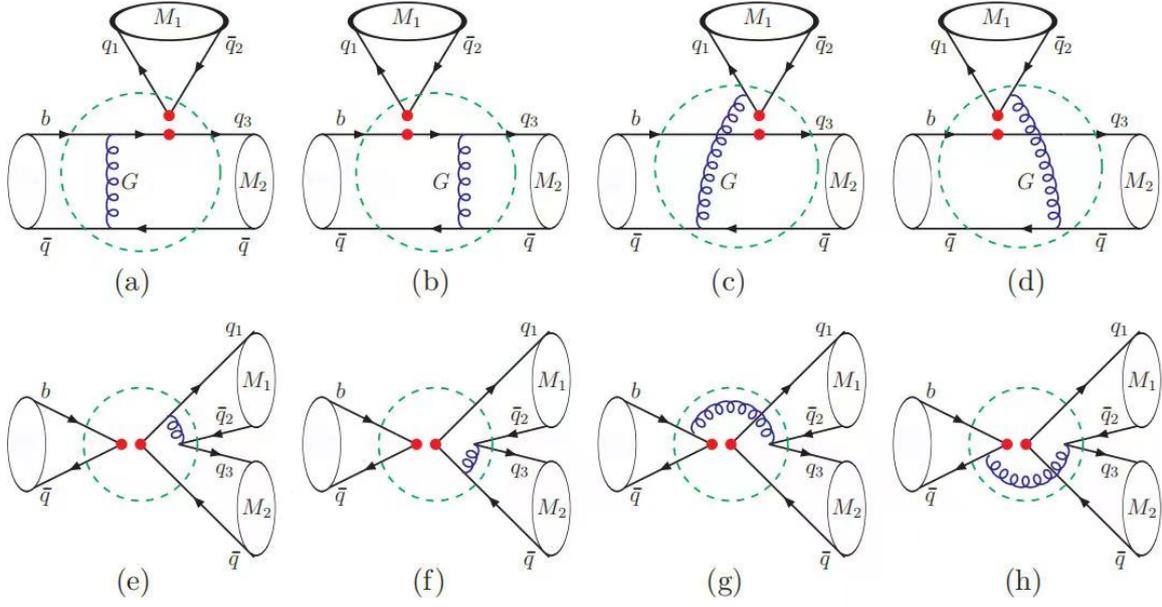


图 3-6 $\bar{B}_s^0 \rightarrow PP$ 衰变的费曼图，圆点表示对应的相互作用顶点，虚线表示夸克散射振幅。

以可因子化发射图 a 的衰变振幅 \mathcal{A}_a^{LL} 、 \mathcal{A}_a^{LR} 、 \mathcal{A}_a^{SP} 为例：

$$\mathcal{A}_a^{LL} = \int dx_1 dx_2 b_1 db_1 b_2 db_2 C_i(t_a) \alpha_s(t_a) S_t(x_2) H_{ab}(\alpha_g, \beta_a, b_1, b_2) \{ \phi_{B_1} [\phi_M^a (1 + x_2) + (\phi_M^p + \phi_M^t)(\bar{x}_2 - x_2)] - \phi_{B_2} [\phi_M^a - (\phi_M^p + \phi_M^t)x_2] \} \quad (3-29)$$

$$\mathcal{A}_a^{LR} = -\mathcal{A}_a^{LL} \quad (3-30)$$

$$\mathcal{A}_a^{SP} = 2r_{M'} \int dx_1 dx_2 b_1 db_1 b_2 db_2 C_i(t_a) \alpha_s(t_a) S_t(x_2) H_{ab}(\alpha_g, \beta_a, b_1, b_2) \{ \phi_{B_1} [\phi_M^a + (\phi_M^p (2 + x_2) - \phi_M^t x_2)] - \phi_{B_2} [\phi_M^a - (\phi_M^p + \phi_M^t)x_2] \} \quad (3-31)$$

所有图的衰变振幅详见附录 A。

以衰变道 $\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^- K^+$ 为例，给出其衰变振幅， $\bar{B}_s^0 \rightarrow PP$ 过程的其他衰变道衰变振幅详见附录 C。

$$\begin{aligned} & \mathcal{A}(\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^- K^+) \\ &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ub} V_{ud}^* \{ a_1 \mathcal{A}_{ab}^{LL}(K^+, \pi^-) + \frac{c_2}{N_c} \mathcal{A}_{cd}^{LL}(K^+, \pi^-) \} \\ & - \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{tb} V_{td}^* \{ (a_4 + a_{10}) \mathcal{A}_{ab}^{LL}(K^+, \pi^-) + (a_6 + a_8) \mathcal{A}_{ab}^{SP}(K^+, \pi^-) \\ & \quad + \frac{1}{N_c} (c_3 + c_9) \mathcal{A}_{cd}^{LL}(K^+, \pi^-) + \frac{1}{N_c} (c_5 + c_7) \mathcal{A}_{cd}^{SP}(K^+, \pi^-) \\ & \quad + (a_4 - \frac{a_{10}}{2}) \mathcal{A}_{ef}^{LL}(K^+, \pi^-) + (a_6 - \frac{a_8}{2}) \mathcal{A}_{ef}^{SP}(K^+, \pi^-) \} \end{aligned}$$

$$+ \frac{1}{N_c} (c_3 - \frac{c_9}{2}) A_{gh}^{LL}(K^+, \pi^-) + \frac{1}{N_c} (c_5 - \frac{c_7}{2}) A_{gh}^{SP}(K^+, \pi^-) \}, \quad (3-32)$$

3.4 输入参数和数值结果

3.4.1 输入参数

输入参数的数值在表 3-2 中列出, 若没有特别说明, 我们将取输入参数的中心值为默认值。

表 3-2 $B_s \rightarrow PP$ 过程的输入参数。

与 CKM 相关的参数 ^[11]			
$A = 0.790^{+0.017}_{-0.012}$	$\lambda = 0.22650 \pm 0.00048$	$\bar{\rho} = 0.141^{+0.016}_{-0.017}$	$\bar{\eta} = 0.357 \pm 0.011$
粒子的质量(单位 MeV) ^[11]			
$m_{\pi^\pm} = 139.57$	$m_{K^\pm} = 493.677 \pm 0.016$	$m_{K^0} = 497.611 \pm 0.013$	$m_{B_s} = 5370 \pm 2$
$m_b = 4780 \pm 6$	$m_{\pi^0} = 134.98 \pm 0.012$		
粒子的衰变常数(单位 MeV)和寿命			
$f_{B_s} = 230.0 \pm 2$ ^[11]	$f_\pi = 130.2 \pm 1.2$ ^[11]	$f_{3\pi} = 0.45 \times 10^{-2} \text{ GeV}^2$ ^[68]	
$f_K = 155.7 \pm 0.3$ ^[11]	$f_{3K} = 0.45 \times 10^{-2} \text{ GeV}^2$ ^[68]	$\tau_{B_s^0} = 1.51 \text{ ps}$ ^[11]	
$\mu = 1 \text{ GeV}$ 时的盖根堡尔参数 ^[68]			
$a_1^\pi = 0$	$a_2^\pi = 0.25 \pm 0.015$	$a_1^K = 0.06 \pm 0.03$	$a_2^K = 0.25 \pm 0.015$

3.4.2 数值结果讨论与分析

在 B_s 介子静止系中, $\bar{B}_s^0 \rightarrow PP$ 衰变过程的分支比定义如下:

$$\mathcal{B} = \frac{\tau_{B_s}}{16\pi} \frac{p_{cm}}{m_{B_s}^2} \{ |\mathcal{A}(B_s^0 \rightarrow f)|^2 + |\mathcal{A}(\bar{B}_s^0 \rightarrow \bar{f})|^2 \} \quad (3-33)$$

$|p_{cm}|$ 是末态强子的质心动量, τ_{B_s} 是 B_s 介子的寿命。

用 PQCD 方法对形状因子进行分析时可以看到 ω_B 的选取对形状因子有明显的影响, 而衰变振幅是形状因子与衰变常数的乘积, 所以说 ω_B 对分支比的理论结果也会产生影响。我们之前的工作采用最小 χ^2 的方法对参数 ω_B 进行筛选, 从而得到最优的 ω_B 。

$$\chi^2 = \sum_i \chi_i^2 = \sum_i \frac{(\mathcal{B}_i^{\text{th.}} - \mathcal{B}_i^{\text{exp.}})^2}{\sigma_i^2} \quad (3-34)$$

上式中的 $\mathcal{B}_i^{\text{th.}}$ 和 $\mathcal{B}_i^{\text{exp.}}$ 分别表示理论值和实验值, σ_i 表示实验测量值的误差。 χ^2 越小表示理论值与实验值越接近, 也就是理论与实验符合得越好。之前通过拟合得到了 3 种最优方案:

方案一 (S1) : 取 $\omega_B = 0.45$ GeV , $\mu_M = 1.7$ GeV 为 PDG 数据;

方案二 (S2) : 取 $\omega_B = 0.43$ GeV , $\mu_M = 1.6$ GeV 为 Belle 数据;

方案三 (S3) : 取 $\omega_B = 0.41$ GeV , $\mu_M = 1.5$ GeV 为 BaBar 数据。

由于 $\bar{B}_s^0 \rightarrow PP$ 衰变的实验数据比较少, 直接对其进行拟合得出的结果可能不够精确。此外, 之前的计算与实验符合得很好, 所以我们选取了之前筛选出的 ω_B 来计算 $\bar{B}_s^0 \rightarrow PP$ 衰变。在三种情况下 (S1, S2, S3) 我们计算得到的分支比的数值结果和实验上给出的数据以及不同方法预言值对比见表 3-3 和表 3-4。最终计算结果的不确定性主要来自于之前我们分析对形状因子影响较大的参数 ω_B 和 μ_M 。 $\bar{B}_s^0 \rightarrow PP$ 衰变的直接 CP 破坏计算结果见表 3-5, 混合 CP 破坏见表 3-6。

从表 3-3 3-4 和表 3-5 3-6 中数值结果的比较中, 我们可以得出以下结论:

(1) 可以明显看到考虑 ϕ_{B2} 部分的贡献后, 以企鹅图为主的衰变道 $\bar{B}_s^0 \rightarrow K^- K^+$ 和 $\bar{B}_s^0 \rightarrow K^0 \bar{K}^0$ 的分支比有明显的增大, 分别达到 30% 和 53% 左右。

(2) 对于纯湮灭过程 $\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^- \pi^+$ 和 $\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0$, 考虑 ϕ_{B2} 部分的贡献后对分支比的影响很小可以忽略不计。

(3) 对于 $\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^- K^+$ 衰变, 它是以树图为主的, 考虑 ϕ_{B2} 部分的贡献后, 分支比结果压低了 21%, ϕ_{B2} 修正后的结果在误差允许的范围内与实验数据较为吻合。 ϕ_{B2} 贡献最明显的是 $\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^0 K^0$ 衰变, 分支比增加了 120% 左右, 但结果与 QCDF 和 SECT 方法相比还是小。

(4) 整体来看, 在误差允许的范围内, 我们计算的分支比结果和实验数据是相吻合的, 当然文献 [69-73] 的预言值跟实验数据在误差范围之内也是符合的。我们的结果跟文献 [69-73] 的结果在误差范围内都是一致的, 由于输入参数的选取不同, 不同方法得到的结果之间会存在一些偏差。

(5) ϕ_{B2} 的贡献对大部分衰变道的直接 CP 破坏的影响都不小。此外, 文献 [69] 计算的 $\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$ 和 $\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0$ 的 CP 破坏是相等的, 而我们计算的这两个衰变道的 CP 却并不对称。

表 3-3 $\bar{B}_s^0 \rightarrow PP$ 衰变的分支比。理论误差来自于 $\omega_B \pm 0.01$ GeV 和 $\mu_M \pm 0.1$ GeV 的变化 (单位: 10^{-6})。

mode	$\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^- K^+$	$\bar{B}_s^0 \rightarrow K^- K^+$	$\bar{B}_s^0 \rightarrow K^0 \bar{K}^0$
PDG	5.7 ± 0.6	25.9 ± 1.7	20 ± 6
S1 $\phi_{B1} + \phi_{B2}$	$5.96^{+0.25+0.33}_{-0.19-0.26}$	$21.53^{+2.53+4.87}_{-2.21-3.82}$	$20.37^{+3.54+4.19}_{-2.42-3.41}$
ϕ_{B1}	$7.54^{+0.51+0.64}_{-0.40-0.32}$	$13.88^{+1.97+2.62}_{-3.15-2.33}$	$15.72^{+2.85+4.12}_{-1.92-3.54}$
BaBar	5.6 ± 0.6	23.7 ± 1.6	$19.6^{+6.2}_{-5.6}$
S2 $\phi_{B1} + \phi_{B2}$	$5.82^{+0.22+0.30}_{-0.13-0.25}$	$22.37^{+1.89+2.50}_{-3.07-2.11}$	$20.16^{+3.17+4.12}_{-2.07-3.15}$
ϕ_{B1}	$7.21^{+0.40+0.51}_{-0.37-0.42}$	$14.28^{+2.14+2.78}_{-3.22-2.46}$	$15.66^{+3.16+3.72}_{-2.21-3.05}$
Belle	< 26	35.0^{+10}_{-9}	$19.6^{+5.8}_{-5.1}$
S3 $\phi_{B1} + \phi_{B2}$	$6.02^{+0.15+0.22}_{-0.13-0.16}$	$21.78^{+2.38+3.71}_{-3.77-2.95}$	$19.97^{+3.06+4.03}_{-2.25-3.48}$
ϕ_{B1}	$7.60^{+0.38+0.42}_{-0.24-0.46}$	$13.94^{+2.03+2.55}_{-3.07-2.31}$	$15.47^{+3.02+3.28}_{-2.12-3.00}$
mode	$\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^- \pi^+$	$\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^0 K^0$	$\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0$
PDG	0.70 ± 0.09	—	—
S1 $\phi_{B1} + \phi_{B2}$	$0.68^{+0.08+0.12}_{-0.10-0.08}$	$0.22^{+0.02+0.04}_{-0.01-0.03}$	$0.27^{+0.03+0.05}_{-0.03-0.02}$
ϕ_{B1}	$0.64^{+0.07+0.08}_{-0.05-0.09}$	$0.10^{+0.01+0.03}_{-0.01-0.02}$	$0.26^{+0.02+0.05}_{-0.01-0.04}$
BaBar	—	—	—
S2 $\phi_{B1} + \phi_{B2}$	$0.69^{+0.10+0.11}_{-0.14-0.10}$	$0.23^{+0.04+0.05}_{-0.02-0.03}$	$0.29^{+0.05+0.07}_{-0.04-0.02}$
ϕ_{B1}	$0.67^{+0.07+0.10}_{-0.13-0.09}$	$0.12^{+0.02+0.03}_{-0.01-0.02}$	$0.27^{+0.03+0.05}_{-0.03-0.02}$
Belle	< 12	—	—
S3 $\phi_{B1} + \phi_{B2}$	$0.66^{+0.08+0.09}_{-0.11-0.06}$	$0.21^{+0.02+0.04}_{-0.01-0.03}$	$0.26^{+0.03+0.05}_{-0.03-0.02}$
ϕ_{B1}	$0.64^{+0.07+0.08}_{-0.08-0.06}$	$0.09^{+0.009+0.010}_{-0.006-0.005}$	$0.24^{+0.02+0.03}_{-0.02-0.01}$

表 3-4 $\bar{B}_s^0 \rightarrow PP$ 衰变分支比的计算值(单位: 10^{-6})。 ω_B 取 0.45 GeV, 为了对比, 我们给出了之前的理论结果。

Mode	ϕ_{B1}	$\phi_{B1} + \phi_{B2}$	PQCD _{LO} [69]	PQCD _{NLO} [70, 71]	QCDF [72]	SCET [73]
$\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^- K^+$	$7.54^{+0.51}_{-0.40}$	$5.96^{+0.25}_{-0.19}$	$7.60^{+3.3}_{-2.5}$	$5.70^{+2.3}_{-1.5}$	—	—
$\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^0 K^0$	$0.10^{+0.01}_{-0.01}$	$0.22^{+0.02}_{-0.01}$	$0.16^{+0.12}_{-0.07}$	$0.28^{+0.10}_{-0.08}$	$0.49^{+0.62}_{-0.35}$	$0.76^{+0.41}_{-0.41}$
$\bar{B}_s^0 \rightarrow K^- K^+$	$13.88^{+1.97}_{-2.33}$	$21.53^{+2.53}_{-2.21}$	$13.6^{+8.6}_{-5.2}$	$19.7^{+6.6}_{-5.7}$	$22.7^{+27.8}_{-13.0}$	$18.2^{+6.9}_{-6.9}$
$\bar{B}_s^0 \rightarrow K^0 \bar{K}^0$	$15.72^{+2.85}_{-1.92}$	$20.37^{+3.54}_{-2.42}$	$15.6^{+9.7}_{-6.0}$	$20.2^{+7.3}_{-5.8}$	$24.7^{+29.4}_{-14.0}$	$17.7^{+6.7}_{-6.7}$
$\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$	$0.64^{+0.07}_{-0.05}$	$0.66^{+0.12}_{-0.10}$	$0.57^{+0.18}_{-0.16}$	$0.57^{+0.24}_{-0.22}$	$0.02^{+0.17}_{-0.02}$	—
$\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0$	$0.26^{+0.02}_{-0.04}$	$0.27^{+0.05}_{-0.02}$	$0.28^{+0.09}_{-0.08}$	$0.29^{+0.12}_{-0.12}$	$0.01^{+0.08}_{-0.01}$	—

表 3-5 $\bar{B}_s^0 \rightarrow PP$ 衰变的直接 CP 破坏 (C_f) 的计算值(单位: 10^{-2})。 ω_B 取 0.45 GeV, 为了对比, 我们给出了之前的理论结果。

Mode	ϕ_{B1}	$\phi_{B1} + \phi_{B2}$	PQCD _{LO} [69]	PQCD _{NLO} [70, 71]	QCDF [72]	SCET [73]
$\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^- K^+$	$22.7^{+3.8}_{-2.4}$	$23.5^{+4.6}_{-4.1}$	$24.1^{+6.1}_{-4.9}$	$38.7^{+6.3}_{-5.9}$	$-6.7^{+16.2}_{-15.8}$	20^{+25}_{-25}
$\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^0 K^0$	$48.6^{+4.6}_{-4.9}$	$76.8^{+4.1}_{-5.3}$	$59.4^{+8.2}_{-12.9}$	$83.0^{+7.4}_{-7.3}$	$41.6^{+62.3}_{-57.1}$	76^{+45}_{-45}
$\bar{B}_s^0 \rightarrow K^- K^+$	$-24.2^{+4.7}_{-2.9}$	$-12.8^{+2.1}_{-1.3}$	$-23.3^{+5.1}_{-4.6}$	$-16.4^{+0.7}_{-0.7}$	$4.1^{+10.6}_{-11.2}$	-6^{+8}_{-8}
$\bar{B}_s^0 \rightarrow K^0 \bar{K}^0$	$0.1^{+0.1}_{-0.1}$	$0.4^{+0.2}_{-0.2}$	0	$-0.7^{+0.1}_{-0.1}$	$0.9^{+0.3}_{-0.4}$	< 10
$\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$	$-1.1^{+0.9}_{-0.7}$	$-0.5^{+0.8}_{-1.1}$	$-1.2^{+1.2}_{-1.3}$	$0.2^{+2.0}_{-1.5}$	0	—
$\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0$	$-0.5^{+0.4}_{-0.5}$	$-0.3^{+0.1}_{-0.1}$	$-1.2^{+1.2}_{-1.2}$	$0.2^{+0.1}_{-1.5}$	0	—

表 3-6 $\bar{B}_s^0 \rightarrow PP$ 衰变的混合 CP 破坏 (S_f) 的计算值(单位: 10^{-2})。 ω_B 取 0.45 GeV, 为了对比, 我们给出了之前的理论结果。

Mode	ϕ_{B1}	$\phi_{B1} + \phi_{B2}$	PQCD _{LO} [69]	PQCD _{NLO} [70, 71]	QCDF [72]	SCET [73]
$\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^0 K^0$	$-52.6_{-8.3}^{+7.9}$	$-53.2_{-7.2}^{+4.9}$	-62_{-27}^{+24}	-52.9_{-10}^{+11}	8_{-45}^{+43}	-6_{-57}^{+57}
$\bar{B}_s^0 \rightarrow K^- K^+$	$21.0_{-3.4}^{+4.9}$	$23.0_{-3.8}^{+4.6}$	28_{-5}^{+5}	$20.6_{-2.3}^{+2.6}$	22_{-6}^{+6}	19_{-6}^{+6}
$\bar{B}_s^0 \rightarrow K^0 \bar{K}^0$	$3.3_{-1.2}^{+1.0}$	$2.6_{-0.3}^{+0.3}$	4	-0.2	$0.4_{-0.1}^{+0.2}$	—
$\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$	$10.7_{-2.7}^{+1.5}$	$10.2_{-1.4}^{+1.7}$	14_{-6}^{+12}	9_{-1}^{+1}	15	—
$\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0$	$7.3_{-1.1}^{+1.3}$	$6.5_{-0.7}^{+0.9}$	14_{-6}^{+12}	$8.1_{-0.5}^{+0.7}$	15	—

第四章 $\bar{B}_s^0 \rightarrow PV$ 衰变的研究

与 $\bar{B}_s^0 \rightarrow PP$ 衰变过程一样本章我们还是在 PQCD 方法下研究 ϕ_{B2} 对 $\bar{B}_s^0 \rightarrow PV$ 过程的衰变分支比及 CP 破坏的影响。

4.1 理论基础

4.1.1 低能有效哈密顿量

对于 $\bar{B}_s^0 \rightarrow PV$ 衰变, 其相关的低能有效哈密顿量写为:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{eff} = & \frac{G_F}{\sqrt{2}} \{V_{ub}V_{uq}^* [C_1(\mu)O_1^u(\mu) + C_2(\mu)O_2^u(\mu)] \\ & - V_{tb}V_{tq}^* [\sum_{i=3}^{10} C_i(\mu)O_i(\mu)]\} + \text{h.c.}, \end{aligned} \quad (4-1)$$

其中 $q = d$ 或 s , h.c 表示厄米共轭, $O_i(\mu)$ 是定域四夸克有效算符。相关的 CKM 矩阵元如下:

$$V_{ub}V_{ud}^* = A\lambda^3(\rho - i\eta)(1 - \frac{1}{2}\lambda^2 - \frac{1}{8}\lambda^4) + \mathcal{O}(\lambda^8) \quad (4-2)$$

$$V_{tb}V_{td}^* = A\lambda^3 + A^3\lambda^7(\rho - i\eta - \frac{1}{2}) - V_{ub}V_{ud}^* + \mathcal{O}(\lambda^8) \quad (4-3)$$

$$V_{ub}V_{us}^* = A\lambda^4(\rho - i\eta) + \mathcal{O}(\lambda^8) \quad (4-4)$$

$$V_{tb}V_{ts}^* = -A\lambda^2(1 - \frac{1}{2}\lambda^2 - \frac{1}{8}\lambda^4) + \frac{1}{2}A^3\lambda^6 - V_{ub}V_{us}^* + \mathcal{O}(\lambda^8) \quad (4-5)$$

4.1.2 强子矩阵元

上一章我们已经说过强子矩阵元可以表示成包含微扰贡献的硬散射核部分和反应非微扰贡献的普适的强子波函数的卷积, 在这里就不作过多的阐述。

$\bar{B}_s^0 \rightarrow PV$ 衰变过程的强子矩阵元可以表示为:

$$\begin{aligned} \langle PV|O_i|\bar{B}_s^0\rangle \propto & \int dx_1 dx_2 dx_3 db_1 db_2 db_3 C_i(t_i) \mathcal{H}_i(x_1, x_2, x_3, b_1, b_2, b_3) \\ & \Phi_{B_s}(x_1, b_1) e^{-S_{B_s}} \Phi_{P_1}(x_2, b_2) e^{-S_{P_1}} \Phi_{P_2}(x_3, b_3) e^{-S_V} \end{aligned} \quad (4-6)$$

其中 x_i 是价夸克的纵向动量分数, b_i 是夸克横向动量 k_T 的共轭变量, t_i 是特征标度, $e^{-S(B_s, P, V)}$ 是各个波函数对应的 Sudakov 因子。

4.1.3 波函数

介子波函数描绘了正反夸克如何构成强子，以及介子内部的部分子携带的动量分布情况。在 PQCD 因子化方法下，波函数是依赖于横动量 k_T 的。在第三章我们介绍过 B_s 介子波函数的详细表达式，在这里我们就直接给出最终形式。 \bar{B}_s^0 介子波函数可以表示为 [31, 51, 64]：

$$\begin{aligned} & \langle 0 | \bar{q}_a(z) b_\beta(0) | \bar{B}_s^0(p_1) \rangle \\ &= -\frac{i}{4} f_{B_s} \int d^4k e^{-ik_1 z} \{ (p_{\perp} + m_{B_s}) \gamma_5 (\phi_{B_1} + \frac{\not{n}_+}{\sqrt{2}} \phi_{B_2}) \}_{\beta\alpha} \end{aligned} \quad (4-7)$$

赝标量介子 P 的波函数表示为 [65]：

$$\begin{aligned} & \langle P(p) | \bar{q}_i(0) q_j(z) | 0 \rangle \\ &= -\frac{i}{4} f_P \{ \gamma_5 [\not{p} \phi_P^a(x) + \mu_P \phi_P^p(x) + \mu_P (\not{n}_- \not{n}_+ - 1) \phi_P^t(x)] \}_{ji} \end{aligned} \quad (4-8)$$

矢量介子 V 的的波函数表示为 [74]：

$$\begin{aligned} & \langle V(p, e_{\parallel}) | \bar{q}_i(0) q_j(z) | 0 \rangle \\ &= \frac{1}{4} \int_0^1 dx e^{+ik \cdot z} \{ \not{e}_{\parallel} m_V f_V^{\parallel} \phi_V^v + \not{e}_{\parallel} \not{p}_3 f_V^{\perp} \phi_V^t - m_V f_V^{\perp} \phi_V^s \}_{ji} \end{aligned} \quad (4-9)$$

上式中 ϕ_P^a 和 ϕ_V^v 是扭度为 2 的分布振幅 (twist-2)，其中 $a_{1,2}^P$ 和 $C_{1,2}^{3/2}(\xi)$ 分别是盖根堡尔矩和多项式，具体表达在第三章已经给出， ϕ_P^p 、 ϕ_P^t 、 ϕ_V^s 、 ϕ_V^t 是扭度为 3 的分布振幅 (twist-3)，它们的具体形式如下：

$$\phi_P^a(x) = 6x\bar{x} \{ 1 + a_1^P C_1^{3/2}(\xi) + a_2^P C_2^{3/2}(\xi) \}, \quad (4-10)$$

$$\begin{aligned} \phi_P^p(x) &= 1 + 3\rho_+^P - 9\rho_-^P a_1^P + 18\rho_+^P a_2^P \\ &+ \frac{3}{2}(\rho_+^P + \rho_-^P)(1 - 3a_1^P + 6a_2^P) \ln(x) \\ &+ \frac{3}{2}(\rho_+^P - \rho_-^P)(1 + 3a_1^P + 6a_2^P) \ln(\bar{x}) \\ &- (\frac{3}{2}\rho_-^P - \frac{27}{2}\rho_+^P a_1^P + 27\rho_-^P a_2^P) C_1^{1/2}(\xi) \\ &+ (30\eta_p - 3\rho_-^P a_1^P + 15\rho_+^P a_2^P) C_2^{1/2}(\xi), \end{aligned} \quad (4-11)$$

$$\begin{aligned} \phi_P^t(x) &= \frac{3}{2}(\rho_-^P - 3\rho_+^P a_1^P + 6\rho_-^P a_2^P) \\ &- C_1^{1/2}(\xi) \{ 1 + 3\rho_+^P - 12\rho_-^P a_1^P + 24\rho_+^P a_2^P \\ &+ \frac{3}{2}(\rho_+^P + \rho_-^P)(1 - 3a_1^P + 6a_2^P) \ln(x) \\ &+ \frac{3}{2}(\rho_+^P - \rho_-^P)(1 + 3a_1^P + 6a_2^P) \ln(\bar{x}) \\ &- 3(3\rho_+^P a_1^P - \frac{15}{2}\rho_-^P a_2^P) C_1^{1/2}(\xi), \end{aligned} \quad (4-12)$$

$$\phi_V^v(x) = 6x\bar{x} \left\{ 1 + a_1^{\parallel,V} C_1^{3/2}(\xi) + a_2^{\parallel,V} C_2^{3/2}(\xi) \right\}, \quad (4-13)$$

$$\begin{aligned} \phi_V^t(x) = & 3\xi \{ C_1^{1/2}(\xi) + a_1^{\perp,V} C_2^{1/2}(\xi) + a_2^{\perp,V} C_3^{1/2}(\xi) \} \\ & + \frac{3m_s + m_q}{2} \frac{f_V^{\parallel}}{m_V} \frac{f_V^{\parallel}}{f_V^{\perp}} \{ 1 + 8\xi a_1^{\parallel,V} + (21 - 90x\bar{x}) a_2^{\parallel,V} \\ & + \xi \ln \bar{x} (1 + 3a_1^{\parallel,V} + 6a_2^{\parallel,V}) - \xi \ln x (1 - 3a_1^{\parallel,V} + 6a_2^{\parallel,V}) \} \\ & - \frac{3m_s - m_q}{2} \frac{f_V^{\parallel}}{m_V} \frac{f_V^{\parallel}}{f_V^{\perp}} \xi \{ 2 + 9\xi a_1^{\parallel,V} + (22 - 60x\bar{x}) a_2^{\parallel,V} \\ & + \ln \bar{x} (1 + 3a_1^{\perp,V} + 6a_2^{\perp,V}) + \ln x (1 - 3a_1^{\perp,V} + 6a_2^{\perp,V}) \}, \end{aligned} \quad (4-14)$$

$$\begin{aligned} \phi_V^s(x) = & \{ -3C_1^{1/2}(\xi) - 3C_2^{1/2}(\xi) a_1^{\perp,V} - 3C_3^{1/2}(\xi) a_2^{\perp,V} \} \\ & - \frac{3m_s + m_q}{2} \frac{f_V^{\parallel}}{m_V} \frac{f_V^{\parallel}}{f_V^{\perp}} \{ C_1^{1/2}(\xi) + 2C_2^{1/2}(\xi) a_1^{\parallel,V} \\ & + [3C_3^{1/2}(\xi) + 18C_1^{1/2}(\xi)] a_2^{\parallel,V} \\ & + (\ln \bar{x} + 1)(1 + 3a_1^{\parallel,V} + 6a_2^{\parallel,V}) \\ & - (\ln x + 1)(1 - 3a_1^{\parallel,V} + 6a_2^{\parallel,V}) \} \\ & + \frac{3m_s - m_q}{2} \frac{f_V^{\parallel}}{m_V} \frac{f_V^{\parallel}}{f_V^{\perp}} \{ 9C_1^{1/2}(\xi) a_1^{\perp,V} + 10C_2^{1/2}(\xi) a_2^{\perp,V} \\ & + [3C_3^{1/2}(\xi) + 18C_1^{1/2}(\xi)] a_2^{\parallel,V} \\ & + (\ln \bar{x} + 1)(1 + 3a_1^{\perp,V} + 6a_2^{\perp,V}) \\ & + (\ln x + 1)(1 - 3a_1^{\perp,V} + 6a_2^{\perp,V}) \}. \end{aligned} \quad (4-15)$$

在第三章我们给过 B_s 介子的分布振幅图，在本章我们将给出所有涉及 $\bar{B}_s^0 \rightarrow PV$ 衰变的介子的分布振幅曲线图 4-1。(a) 是 ϕ_B^{\pm} 的分布振幅，(b) 是 $\phi_K^{a,p,t}$ 的分布振幅，(c) 是 $\phi_{\pi}^{a,p,t}$ 的分布振幅，(d) 是 ϕ_V^v 的分布振幅，(e) 是 ϕ_V^t 的分布振幅，(f) 是 ϕ_V^s 的分布振幅。

我们可以看到：(1) 当 x 与 \bar{x} 相互交换时，分布振幅 $\phi_P^{a,p,t}$ 和 $\phi_V^{v,t,s}$ 的曲线图会有不同渐进形式，这是由赝标量介子和矢量介子的定义不同所导致的。

(2) 分布振幅 $\phi_{\pi}^{a,p}$ 和 $\phi_{\rho,\phi,\omega}^{v,t}$ 是完全对称的，扭度为 3 分布振幅中的 ϕ_{π}^t 和 $\phi_{\rho,\phi,\omega}^s$ 是完全反对称的，而 $\phi_K^{a,p,t}$ 和 $\phi_{K^*}^{v,t,s}$ 是不对称的。

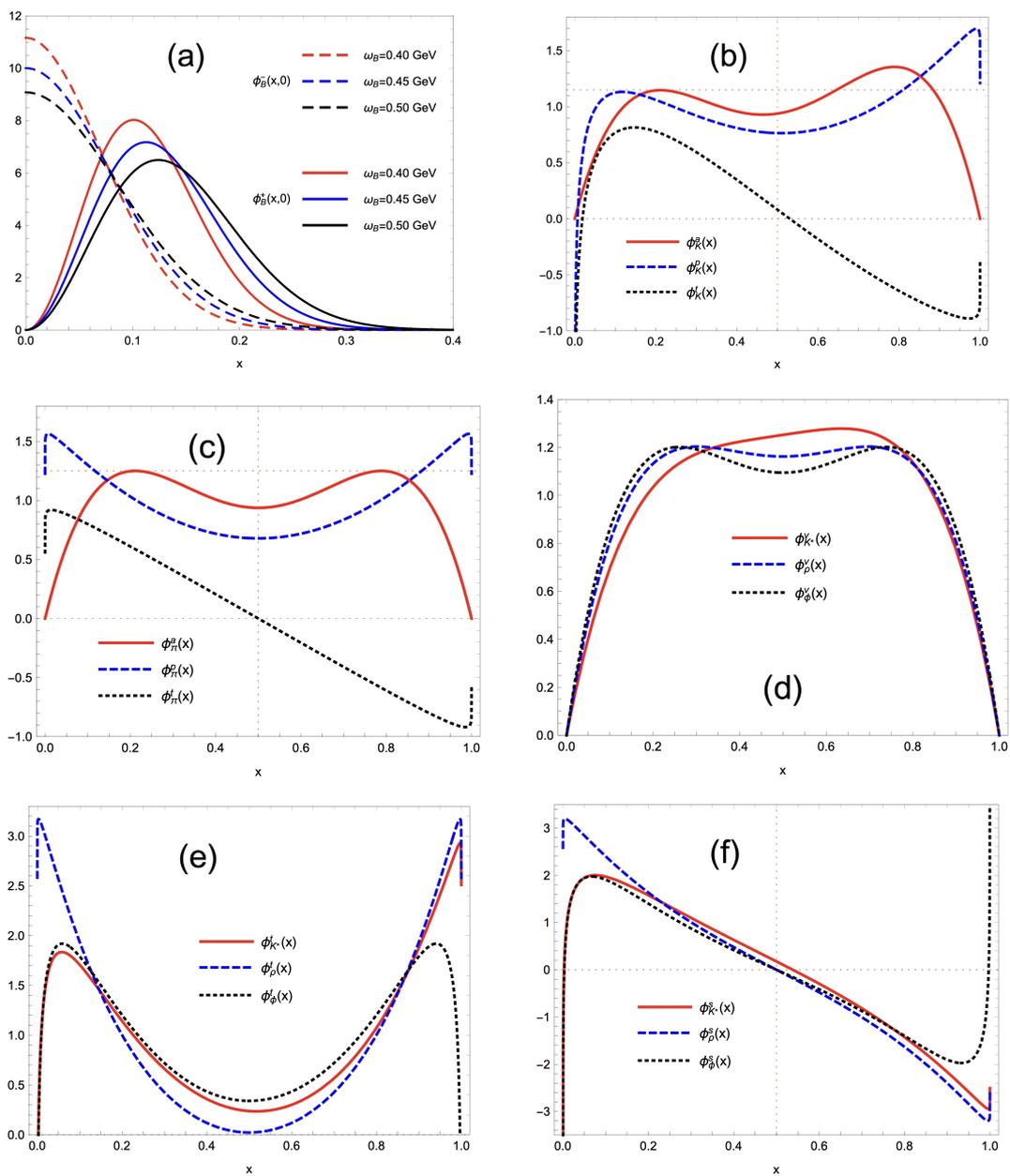


图 4-1 介子的分布振幅。

4.1.4 运动学变量

我们同样使用光锥坐标系来描述 $\bar{B}_s^0 \rightarrow PV$ 衰变过程的运动学变量，在 B_s 介子的静止坐标系中动量及相关变量可以写为：

$$p_{B_s} = p_1 = \frac{m_{B_s}}{\sqrt{2}}(1, 1, 0) \quad (4-16)$$

$$p_P = p_2 = \frac{m_{B_s}}{\sqrt{2}}(0, 1 - r_V^2, 0) \quad (4-17)$$

$$p_V = p_3 = \frac{m_{B_s}}{\sqrt{2}}(1, r_V^2, 0) \quad (4-18)$$

$$k_1 = x_1 p_1 + (0, 0, \vec{k}_{1\perp}) \quad (4-19)$$

$$k_2 = \frac{m_{B_s}}{\sqrt{2}}(0, x_2, \vec{k}_{2\perp}) \quad (4-20)$$

$$k_3 = \frac{m_{B_s}}{\sqrt{2}}(x_3, 0, \vec{k}_{3\perp}) \quad (4-21)$$

$$e_V^{\parallel} = \frac{p_V}{m_V} - \frac{m_V}{p_V \cdot n_-} n_- \quad (4-22)$$

x_1 和 $k_{1\perp}$ 是 B_s 介子中轻夸克所携带的纵向动量分数和横向动量。 $x_{2,3}$ 和 $k_{2,3\perp}$ 表示末态赝标量和矢量介子中反夸克所携带的纵向动量分数和横向动量， r_V 是质量比 m_V/m_{B_s} ， e_V^{\parallel} 为纵向偏振矢量。

4.1.5 形状因子

我们在表 4-1 中列出了在 $q^2 = 0$ 时不同扭度的分布振幅对形状因子 $F_1(q^2)$ 和 $A_0(q^2)$ 的贡献，取 $\omega_B = 0.41$ GeV, $\mu_P = 1.5$ GeV, $\Sigma_P = \phi_P^a + \phi_P^p + \phi_P^t$, $\Sigma_V = \phi_V^v + \phi_V^t + \phi_V^s$, 及 $\Sigma_{B_s} = \phi_{B1} + \phi_{B2}$, ϕ_i/Σ_j 表示百分率。

由表 4-1 可以得出：（1）当不考虑来自 ϕ_{B2} 的贡献时，赝标量介子分布振幅扭度为 3（twist-3）部分，即 $\phi_P^{p,t}$ 对形状因子 F_1 的贡献是主要的占比在 65.3% 左右，远大于扭度为 2（twist-2）部分 ϕ_P^a 对形状因子 F_1 的贡献。矢量介子分布振幅扭度为 3（twist-3）部分， $\phi_V^{t,s}$ 对形状因子 A_0 的贡献在 60% 左右。

（2）当只考虑扭度为 2 的分布振幅 ϕ_P^a 和 ϕ_V^v 时， ϕ_{B2} 部分对形状因子 F_1 和 A_0 的贡献都达到 41%。

（3）当我们把扭度为 2 的分布振幅 ϕ_P^a 、 ϕ_V^v 和扭度为 3 的分布振幅 $\phi_P^{p,t}$ 、 $\phi_V^{t,s}$ 都考虑在内，B 介子波函数中 ϕ_{B2} 部分对形状因子 F_1 和 A_0 的贡献约为 20%。这说明了在计算时不可忽视 ϕ_{B2} 对形状因子的贡献，应该给予重视。

表 4-1 不同扭度的分布振幅对形状因子 $F_1(0)$ 和 $A_0(0)$ 的贡献。

$F_1^{B_s \rightarrow K}(0)$	ϕ_K^a	ϕ_K^p	ϕ_K^t	Σ_K	ϕ_K^a/Σ_K	ϕ_K^p/Σ_K	ϕ_K^t/Σ_K
ϕ_{B1}	0.081	0.131	0.018	0.230	35.3%	56.9%	7.8%
ϕ_{B2}	0.056	-0.004	-0.000	0.053	107.3%	-6.9%	-0.5%
Σ_{B_s}	0.138	0.127	0.018	0.282	48.7%	45.0%	6.3%
ϕ_{B2}/Σ_{B_s}	41.0%	-2.8%	-1.4%	18.6%			
$A_0^{B_s \rightarrow \rho}(0)$	ϕ_ρ^v	ϕ_ρ^t	ϕ_ρ^s	Σ_ρ	ϕ_ρ^v/Σ_ρ	ϕ_ρ^t/Σ_ρ	ϕ_ρ^s/Σ_ρ
ϕ_{B1}	0.097	0.090	0.044	0.231	41.8%	39.1%	19.1%
ϕ_{B2}	0.069	-0.002	-0.001	0.067	103.6%	-2.7%	-0.9%
Σ_{B_s}	0.166	0.088	0.044	0.298	55.7%	29.7%	14.6%
ϕ_{B2}/Σ_{B_s}	41.8%	-2.0%	-1.4%	22.4%			
$A_0^{B_s \rightarrow K^*}(0)$	$\phi_{K^*}^v$	$\phi_{K^*}^t$	$\phi_{K^*}^s$	Σ_{K^*}	$\phi_{K^*}^v/\Sigma_{K^*}$	$\phi_{K^*}^t/\Sigma_{K^*}$	$\phi_{K^*}^s/\Sigma_{K^*}$
ϕ_{B1}	0.098	0.106	0.052	0.256	38.1%	41.4%	20.5%
ϕ_{B2}	0.070	-0.003	-0.001	0.067	104.5%	-3.7%	-0.8%
Σ_{B_s}	0.168	0.104	0.052	0.323	52.0%	32.0%	16.0%
ϕ_{B2}/Σ_{B_s}	42.0%	-2.4%	-1.1%	20.9%			

(4) 根据以上分析, 显而易见在 PQCD 因子化方法下, ϕ_{B2} 部分对 B 介子非轻衰变中强子矩阵元的贡献是很重要的。

4.2 衰变振幅的表达式

我们还是采用 PQCD 因子化方法, 研究考虑 ϕ_{B2} 贡献所带来的影响。 $\bar{B}_s^0 \rightarrow PV$ 衰变振幅如下:

$$\mathcal{A}_i(\bar{B}_s^0 \rightarrow PV) \propto \int \prod_j dx_j db_j C_i(t_i) \mathcal{T}_i(t_i, x_j, b_j) \Phi_j(x_j, b_j) e^{-S_j} \quad (4-23)$$

$\bar{B}_s^0 \rightarrow PV$ 衰变的费曼图也是 8 个, 如图 4-2 所示。

以可因子化发射图 $a(P, V)$ 的衰变振幅 $\mathcal{A}_a^{LL}(P, V)$ 、 $\mathcal{A}_a^{LR}(P, V)$ 、 $\mathcal{A}_a^{SP}(P, V)$ 为例:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_a^{LL}(P, V) = & \mathcal{C} \int dx_1 dx_3 db_1 db_3 H_{ab}(\alpha_g^V \beta_a^V, b_1, b_3) \alpha_s(t_a^V) C_i(t_a^V) \\ & \{ \phi_{B1} [\phi_V^v (1 + x_3) + (\phi_V^t + \phi_V^s)(\bar{x}_3 - x_3)] \\ & - \phi_{B2} [\phi_V^v x_3 + (\phi_V^t + \phi_V^s)\bar{x}_3] \} S_i(x_3) \end{aligned} \quad (4-24)$$

$$\mathcal{A}_a^{LR}(P, V) = -\mathcal{A}_a^{LL}(P, V) \quad (4-25)$$

$$\mathcal{A}_a^{SP}(P, V) = \mathcal{C} \int dx_1 dx_3 db_1 db_3 H_{ab}(\alpha_g^V \beta_a^V, b_1, b_3) \alpha_s(t_a^V) C_i(t_a^V)$$

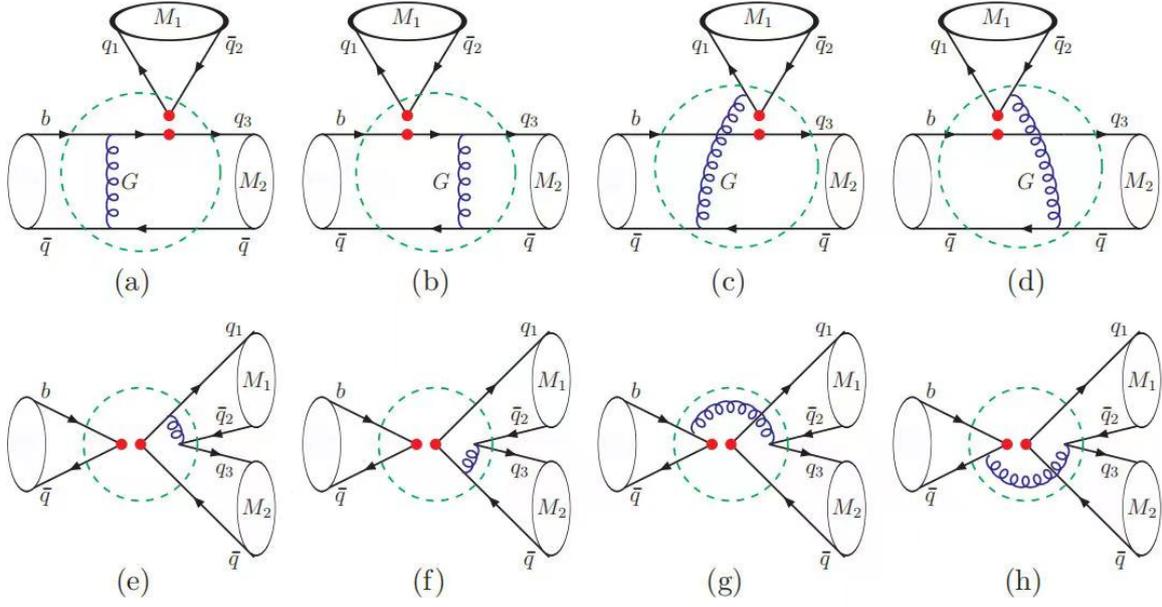


图 4-2 $\bar{B}_s^0 \rightarrow PV$ 衰变的费曼图，圆点表示对应的相互作用顶点，虚线表示夸克散射振幅。

$$\begin{aligned}
 & 2r_p \{ \phi_{B1} [-\phi_V^v + \phi_V^t x_3 - \phi_V^s (2 + x_3)] \\
 & + \phi_{B2} [\phi_V^v \bar{x}_3 + \phi_V^s (1 + x_3)] \} S_t(x_3)
 \end{aligned} \quad (4-26)$$

所有图的衰变振幅详见附录 B。

以 $\bar{B}_s^0 \rightarrow \rho^- K^+$ 为例，给出其衰变振幅， $\bar{B}_s^0 \rightarrow PV$ 过程的其他衰变道衰变振幅详见附录 C。

$$\begin{aligned}
 & \mathcal{A}(\bar{B}_s^0 \rightarrow \rho^- K^+) \\
 & = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ub} V_{ud}^* \{ a_1 A_{ab}^{LL}(K^+, \rho^-) + \frac{c_2}{N_c} A_{cd}^{LL}(K^+, \rho^-) \} \\
 & - \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{tb} V_{td}^* \{ (a_4 + a_{10}) A_{ab}^{LL}(K^+, \rho^-) \\
 & + \frac{1}{N_c} (c_3 + c_9) A_{cd}^{LL}(K^+, \rho^-) + \frac{1}{N_c} (c_5 + c_7) A_{cd}^{SP}(K^+, \rho^-) \\
 & + (a_4 - \frac{a_{10}}{2}) A_{ef}^{LL}(K^+, \rho^-) + (a_6 - \frac{a_8}{2}) A_{ef}^{SP}(K^+, \rho^-) \\
 & + \frac{1}{N_c} (c_3 - \frac{c_9}{2}) A_{gh}^{LL}(K^+, \rho^-) + \frac{1}{N_c} (c_5 + \frac{c_7}{2}) A_{gh}^{SP}(K^+, \rho^-) \}, \quad (4-27)
 \end{aligned}$$

4.3 输入参数和数值结果

4.3.1 输入参数

输入参数的数值在表 4-2 中列出，若没有特别说明，我们将取输入参数的中心值为

默认值。

表 4-2 $\bar{B}_s^0 \rightarrow PV$ 过程输入参数。

与 CKM 相关的参数 [11]			
$A = 0.790^{+0.017}_{-0.012}$	$\lambda = 0.22650 \pm 0.00048$	$\bar{\rho} = 0.141^{+0.016}_{-0.017}$	$\bar{\eta} = 0.357 \pm 0.011$
粒子的质量(单位 MeV) [11]			
$m_{\pi^\pm} = 139.57$	$m_{K^\pm} = 493.677 \pm 0.016$	$m_\rho = 775.26 \pm 0.25$	$m_{K^{*\pm}} = 895.5 \pm 0.8$
$m_{\pi^0} = 134.98$	$m_{K^0} = 497.611 \pm 0.013$	$m_\omega = 782.65 \pm 0.12$	$m_{K^{*0}} = 895.55 \pm 0.20$
$m_{B_s} = 5370.0 \pm 2$	$m_\phi = 1019.461 \pm 0.016$	$m_b = 4780 \pm 6$	
粒子的衰变常数(单位 MeV)和寿命			
$f_\rho^\parallel = 216 \pm 3$ [74]	$f_\omega^\parallel = 187 \pm 5$ [74]	$f_\phi^\parallel = 215 \pm 5$ [74]	$f_{K^*}^\parallel = 220 \pm 5$ [74]
$f_\rho^\perp = 165 \pm 9$ [74]	$f_\omega^\perp = 151 \pm 9$ [74]	$f_\phi^\perp = 186 \pm 9$ [74]	$f_{K^*}^\perp = 185 \pm 10$ [74]
$f_{B_s} = 230.0 \pm 2$ [11]	$f_\pi = 130.2 \pm 1.2$ [11]	$f_K = 155.7 \pm 0.3$ [11]	$\tau_{B_s} = 1.51$ ps [11]
$\mu = 1$ GeV 时的盖根堡尔参数 [11, 74]			
$a_2^{\parallel, \rho, \omega} = 0.15 \pm 0.07$	$a_2^{\parallel, \phi} = 0.18 \pm 0.08$	$a_1^{\parallel, K^*} = 0.03 \pm 0.02$	$a_2^{\parallel, K^*} = 0.11 \pm 0.09$
$a_2^{\perp, \rho, \omega} = 0.14 \pm 0.06$	$a_2^{\perp, \phi} = 0.14 \pm 0.07$	$a_1^{\perp, K^*} = 0.04 \pm 0.03$	$a_2^{\perp, K^*} = 0.10 \pm 0.08$
$a_1^{\pi, \rho, \omega, \phi} = 0$	$a_2^\pi = 0.25 \pm 0.15$	$a_1^K = 0.06 \pm 0.03$	$a_2^K = 0.25 \pm 0.15$

4.3.2 数值结果讨论与分析

在 B_s 介子静止系中, $\bar{B}_s^0 \rightarrow PV$ 衰变过程的分支比定义的表达式:

$$\mathcal{B} = \frac{\tau_{B_s}}{16\pi} \frac{p_{\text{cm}}}{m_{B_s}^2} \{ |\mathcal{A}(B_s^0 \rightarrow f)|^2 + |\mathcal{A}(\bar{B}_s^0 \rightarrow \bar{f})|^2 \} \quad (4-28)$$

前面说过 ω_B 的选取会对分支比的理论结果产生影响。与 $\bar{B}_s^0 \rightarrow PP$ 衰变一样我们还是考虑 ϕ_{B_2} 的贡献后在三种情况下 (S1, S2, S3) 计算 $\bar{B}_s^0 \rightarrow PV$ 衰变。最终计算的分支比的数值结果见表 4-3。

根据图表 4-3 4-4 和 4-5 以及表 4-6 中数值结果, 我们将得到以下结论:

(1) 可以看出, 对以树图为主的衰变 $\bar{B}_s^0 \rightarrow \rho^- K^+$ 和 $\pi^- K^{*+}$ 来说, 在考虑了 ϕ_{B_2} 部分的贡献后, 分支比变小了, 大约在 11.3% ~ 18.1% 左右。对以企鹅图为主的三个衰变 $\bar{B}_s^0 \rightarrow K^0 K^{*0}$ $K^- K^{*+}$ 以及 $K^+ K^{*-}$ 来说, ϕ_{B_2} 的贡献会增大分支比, 大约在 20% ~ 30% 左右。

(2) 分支比最大的衰变道是 $\bar{B}_s^0 \rightarrow \rho^- K^+$, 量级在 10^{-5} 左右, 未来有望被实验观测到, 而 $B_s^0 \rightarrow \pi^0 \omega$ 这个衰变道的分支比量级太小未来不易被观测到。最为明显的是 $\bar{B}_s^0 \rightarrow K^0 \omega$ 这个衰变道, 考虑 ϕ_{B_2} 的贡献后分支比增大了 3 倍, 与 QCDF 方法结果较为接近, 但总的来说 PQCD 方法下只考虑 ϕ_{B_1} 贡献的分支比还是比 QCDF 方法的结果

要小。

(3) 目前实验上只有 LHCb 实验组观测到了 $\bar{B}_s^0 \rightarrow PV$ 过程部分衰变道的分支比, 分别是 $\mathcal{B}(\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^- K^{*+}) = (3.3 \pm 1.2) \times 10^{-6}$ [78] 和 $\mathcal{B}(\bar{B}_s^0 \rightarrow \bar{K}^0 K^{*0}/K^0 \bar{K}^{*0}) = (16.4 \pm 4.1) \times 10^{-6}$ [79] 以及 $\mathcal{B}(\bar{B}_s^0 \rightarrow K^{*\pm} K^\pm) = (12.5 \pm 2.6) \times 10^{-6}$ [78]。结合这些实验数据来看, ϕ_{B2} 对这些衰变道的贡献是合理的, 可以使结果接近实验数据这也证明了 ϕ_{B2} 的修正方向是正确的。

(4) 根据表 4-5 和表 4-6 可以看出, 对大部分衰变道来说, 考虑 ϕ_{B2} 贡献后混合 CP 破坏并没有多大改变, 但直接 CP 破坏却有不小的修正。我们都知道 CP 破坏与强相位密切相关, 如果想要更清楚地了解 CP 破坏, 就得尽可能获得最精确的强相位。但实际上能够干扰强相位的因素特别多, 比如说对强子矩阵元的高阶辐射修正和末态的相互作用都会给强相位带来很大的影响。再加上目前无法对其施加一些有用的约束, 所以大多数 CP 破坏的实验测量精度太低, 理论跟实验有较大的出入。

PQCD 方法中 ϕ_{B2} 对 $\bar{B}_s^0 \rightarrow PP, PV$ 过程的影响

表 4-3 $\bar{B}_s^0 \rightarrow PV$ 衰变过程的分支比, 第一和第二个理论的不确定性分别来自于 $\omega_B \pm 0.01$ GeV 和 $\mu_P \pm 0.1$ GeV 的变化 (单位: 10^{-6})。

mode	$\bar{B}_s^0 \rightarrow \rho^- K^+$	$\bar{B}_s^0 \rightarrow K^{*-} K^+$	$\bar{B}_s^0 \rightarrow K^{*+} K^-$	$\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^- K^{*+}$	$\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^0 K^{*0}$
S1 $\phi_{B1} + \phi_{B2}$	$16.19_{-1.25-0.73}^{+1.42+2.44}$	$7.32_{-0.93-1.29}^{+0.81+1.16}$	$5.46_{-1.10-1.14}^{+0.53+1.05}$	$3.83_{-0.98-0.39}^{+0.62+1.03}$	$0.21_{-0.02-0.01}^{+0.01+0.03}$
ϕ_{B1}	$18.27_{-1.17-2.34}^{+1.56+2.49}$	$5.88_{-1.04-0.51}^{+0.62+1.02}$	$4.62_{-1.00-0.69}^{+0.47+1.03}$	$6.27_{-1.34-1.12}^{+1.23+1.61}$	$0.08_{-0.003-0.024}^{+0.004+0.069}$
S2 $\phi_{B1} + \phi_{B2}$	$15.69_{-1.16-0.67}^{+1.21+2.35}$	$7.47_{-1.02-1.31}^{+0.97+1.33}$	$5.53_{-1.12-1.17}^{+0.67+1.41}$	$3.95_{-1.04-0.42}^{+0.80+1.13}$	$0.22_{-0.02-0.01}^{+0.01+0.02}$
ϕ_{B1}	$17.93_{-1.13-2.24}^{+1.45+2.28}$	$5.96_{-1.12-0.64}^{+0.72+1.10}$	$4.71_{-1.06-0.83}^{+0.51+1.22}$	$6.32_{-1.44-1.19}^{+1.32+1.70}$	$0.08_{-0.003-0.024}^{+0.004+0.056}$
S3 $\phi_{B1} + \phi_{B2}$	$15.58_{-1.12-0.63}^{+1.18+2.27}$	$7.50_{-0.93-1.29}^{+0.81+1.16}$	$5.66_{-1.10-1.14}^{+0.72+1.34}$	$3.91_{-1.02-0.43}^{+0.76+1.08}$	$0.20_{-0.02-0.01}^{+0.01+0.02}$
ϕ_{B1}	$17.82_{-1.11-2.20}^{+1.38+2.32}$	$6.07_{-1.04-0.51}^{+0.62+1.02}$	$4.94_{-1.08-0.79}^{+0.54+1.13}$	$6.30_{-1.38-1.17}^{+1.25+1.68}$	$0.08_{-0.003-0.025}^{+0.003+0.060}$
mode	$\bar{B}_s^0 \rightarrow K^0 \phi$	$\bar{B}_s^0 \rightarrow K^0 \rho^0$	$\bar{B}_s^0 \rightarrow K^0 \omega$	$\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^0 \phi$	$\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^0 \omega$
S1 $\phi_{B1} + \phi_{B2}$	$0.24_{-0.03-0.02}^{+0.02+0.04}$	$0.32_{-0.04-0.03}^{+0.02+0.03}$	$0.64_{-0.14-0.66}^{+0.10+0.12}$	$0.11_{-0.02-0.03}^{+0.04+0.05}$	$0.003_{-0.001-0.002}^{+0.001+0.002}$
ϕ_{B1}	$0.21_{-0.01-0.02}^{+0.01+0.03}$	$0.12_{-0.03-0.04}^{+0.04+0.06}$	$0.20_{-0.02-0.03}^{+0.03+0.04}$	$0.14_{-0.03-0.04}^{+0.04+0.06}$	$0.004_{-0.001-0.002}^{+0.001+0.002}$
S2 $\phi_{B1} + \phi_{B2}$	$0.23_{-0.03-0.02}^{+0.03+0.04}$	$0.34_{-0.06-0.03}^{+0.03+0.05}$	$0.67_{-0.15-0.79}^{+0.12+0.17}$	$0.10_{-0.02-0.03}^{+0.04+0.05}$	$0.003_{-0.001-0.002}^{+0.001+0.002}$
ϕ_{B1}	$0.20_{-0.01-0.02}^{+0.01+0.02}$	$0.13_{-0.02-0.05}^{+0.04+0.07}$	$0.16_{-0.02-0.01}^{+0.02+0.03}$	$0.12_{-0.03-0.04}^{+0.04+0.06}$	$0.005_{-0.003-0.002}^{+0.001+0.002}$
S3 $\phi_{B1} + \phi_{B2}$	$0.25_{-0.06-0.04}^{+0.03+0.08}$	$0.30_{-0.04-0.03}^{+0.02+0.03}$	$0.62_{-0.11-0.58}^{+0.08+0.11}$	$0.13_{-0.02-0.03}^{+0.04+0.05}$	$0.003_{-0.001-0.002}^{+0.001+0.002}$
ϕ_{B1}	$0.21_{-0.03-0.02}^{+0.03+0.05}$	$0.10_{-0.03-0.04}^{+0.05+0.08}$	$0.15_{-0.02-0.01}^{+0.01+0.03}$	$0.16_{-0.03-0.04}^{+0.04+0.06}$	$0.004_{-0.001-0.002}^{+0.001+0.002}$
mode	$\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^- \rho^+$	$\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^+ \rho^-$	$\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^0 \rho^0$	$\bar{B}_s^0 \rightarrow K^0 \bar{K}^{*0}$	$\bar{B}_s^0 \rightarrow K^{*0} \bar{K}^0$
S1 $\phi_{B1} + \phi_{B2}$	$0.14_{-0.03-0.01}^{+0.02+0.03}$	$0.13_{-0.01-0.02}^{+0.01+0.02}$	$0.13_{-0.02-0.03}^{+0.02+0.04}$	$9.12_{-1.24-2.12}^{+1.37+2.31}$	$5.37_{-1.05-0.53}^{+1.10+1.14}$
ϕ_{B1}	$0.21_{-0.03-0.05}^{+0.03+0.04}$	$0.25_{-0.03-0.05}^{+0.04+0.07}$	$0.24_{-0.04-0.06}^{+0.04+0.07}$	$6.27_{-1.15-0.93}^{+1.22+1.46}$	$3.92_{-0.35-0.62}^{+0.63+0.81}$
S2 $\phi_{B1} + \phi_{B2}$	$0.14_{-0.03-0.01}^{+0.01+0.02}$	$0.11_{-0.03-0.05}^{+0.01+0.02}$	$0.13_{-0.01-0.00}^{+0.02+0.04}$	$9.03_{-1.17-2.04}^{+1.28+2.16}$	$5.33_{-1.04-0.47}^{+1.09+1.12}$
ϕ_{B1}	$0.20_{-0.03-0.02}^{+0.03+0.04}$	$0.23_{-0.03-0.07}^{+0.04+0.07}$	$0.23_{-0.04-0.06}^{+0.05+0.06}$	$6.25_{-1.12-0.88}^{+1.18+1.42}$	$3.86_{-0.33-0.61}^{+0.60+0.76}$
S3 $\phi_{B1} + \phi_{B2}$	$0.16_{-0.03-0.02}^{+0.02+0.03}$	$0.15_{-0.01-0.02}^{+0.02+0.03}$	$0.15_{-0.05-0.04}^{+0.03+0.04}$	$9.64_{-1.36-2.29}^{+1.53+2.48}$	$5.59_{-1.13-0.68}^{+1.18+1.22}$
ϕ_{B1}	$0.23_{-0.04-0.05}^{+0.02+0.04}$	$0.26_{-0.04-0.07}^{+0.05+0.09}$	$0.26_{-0.03-0.06}^{+0.06+0.07}$	$7.18_{-1.26-1.43}^{+1.27+1.50}$	$3.98_{-0.42-0.65}^{+0.71+0.96}$

表 4-4 $\bar{B}_s^0 \rightarrow PV$ 衰变分支比的计算值(单位: 10^{-6})。 ω_B 取 0.45 GeV, 为了对比, 我们给出了之前的理论结果。

mode	$\bar{B}_s^0 \rightarrow \rho^- K^+$	$\bar{B}_s^0 \rightarrow K^{*-} K^+$	$\bar{B}_s^0 \rightarrow K^{*+} K^-$	$\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^- K^{*+}$	$\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^0 K^{*0}$
$\phi_{B1} + \phi_{B2}$	$16.19^{+1.42}_{-1.25}$	$7.32^{+0.81}_{-0.93}$	$5.46^{+0.53}_{-1.10}$	$3.83^{+0.62}_{-0.39}$	$0.21^{+0.01}_{-0.01}$
ϕ_{B1}	$18.27^{+1.56}_{-1.17}$	$5.88^{+0.62}_{-1.04}$	$4.62^{+0.47}_{-0.69}$	$6.27^{+1.23}_{-1.12}$	$0.08^{+0.04}_{-0.02}$
PQCD _{LO} [69]	$17.8^{+7.89}_{-5.89}$	$6.2^{+3.22}_{-2.05}$	$4.5^{+3.10}_{-1.62}$	$7.6^{+3.00}_{-2.30}$	$0.07^{+0.04}_{-0.02}$
QCDF [71]	$24.5^{+12.90}_{-15.20}$	$5.96^{+0.72}_{-1.12}$	$4.71^{+0.51}_{-0.83}$	$8.7^{+5.80}_{-4.98}$	$0.25^{+0.46}_{-0.22}$

mode	$\bar{B}_s^0 \rightarrow K^0 \phi$	$\bar{B}_s^0 \rightarrow K^0 \rho^0$	$\bar{B}_s^0 \rightarrow K^0 \omega$	$\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^0 \phi$	$\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^0 \omega$
$\phi_{B1} + \phi_{B2}$	$0.24^{+0.02}_{-0.02}$	$0.32^{+0.02}_{-0.03}$	$0.64^{+0.10}_{-0.14}$	$0.11^{+0.04}_{-0.02}$	$0.003^{+0.001}_{-0.001}$
ϕ_{B1}	$0.21^{+0.03}_{-0.01}$	$0.12^{+0.04}_{-0.02}$	$0.16^{+0.03}_{-0.02}$	$0.14^{+0.06}_{-0.03}$	$0.004^{+0.001}_{-0.002}$
PQCD _{LO} [69]	$0.16^{+0.10}_{-0.05}$	$0.08^{+0.07}_{-0.05}$	$0.15^{+0.08}_{-0.04}$	$0.12^{+0.06}_{-0.05}$	0.004
QCDF [71]	$0.27^{+0.74}_{-0.25}$	$0.61^{+1.26}_{-0.61}$	$0.51^{+0.83}_{-0.40}$	$0.16^{+0.05}_{-0.05}$	0.005

mode	$\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^- \rho^+$	$\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^+ \rho^-$	$\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^0 \rho^0$	$\bar{B}_s^0 \rightarrow K^0 \bar{K}^{*0}$	$\bar{B}_s^0 \rightarrow K^{*0} \bar{K}^0$
$\phi_{B1} + \phi_{B2}$	$0.14^{+0.02}_{-0.03}$	$0.13^{+0.02}_{-0.01}$	$0.13^{+0.04}_{-0.02}$	$9.12^{+2.31}_{-2.12}$	$5.37^{+1.14}_{-1.05}$
ϕ_{B1}	$0.21^{+0.04}_{-0.03}$	$0.25^{+0.07}_{-0.03}$	$0.24^{+0.07}_{-0.04}$	$6.27^{+1.46}_{-1.15}$	$3.92^{+0.63}_{-0.35}$
PQCD _{LO} [69]	$0.22^{+0.06}_{-0.07}$	$0.24^{+0.07}_{-0.07}$	$0.23^{+0.07}_{-0.08}$	$7.13^{+1.28}_{-1.17}$	$4.47^{+1.09}_{-0.63}$
QCDF [71]	0.003	0.003	0.003	$8.1^{+24.6}_{-7.5}$	$5.7^{+6.4}_{-3.1}$

表 4-5 $\bar{B}_s^0 \rightarrow PV$ 衰变的直接 CP 破坏 (C_f) 的计算值(单位: 10^{-2})。 ω_B 取 0.45 GeV, 为了对比, 我们给出了之前的理论结果。

mode	$\bar{B}_s^0 \rightarrow \rho^- K^+$	$\bar{B}_s^0 \rightarrow K^{*-} K^+$	$\bar{B}_s^0 \rightarrow K^{*+} K^-$	$\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^- K^{*+}$	$\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^0 K^{*0}$
QCDF [71]	-1.5	2.2	-3.1	0.6	-45.7
PQCD _{LO} [69]	$14.2^{+3.5}_{-5.6}$	$-36.6^{+3.8}_{-4.3}$	$55.3^{+10.8}_{-11.2}$	$-19.0^{+3.7}_{-5.6}$	$-47.1^{+36.4}_{-31.8}$
$\phi_{B1} + \phi_{B2}$	$10.9^{+2.3}_{-2.6}$	$-20.7^{+4.5}_{-4.1}$	$44.6^{+6.8}_{-5.9}$	$-11.7^{+1.4}_{-2.8}$	$18.8^{+3.7}_{-3.3}$
ϕ_{B1}	$16.0^{+3.6}_{-4.0}$	$-33.6^{+5.0}_{-3.7}$	$49.8^{+6.3}_{-4.7}$	$-16.4^{+3.3}_{-4.2}$	$-17.3^{+2.4}_{-3.0}$
mode	$\bar{B}_s^0 \rightarrow K^0 \phi$	$\bar{B}_s^0 \rightarrow K^0 \rho^0$	$\bar{B}_s^0 \rightarrow K^0 \omega$	$\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^0 \phi$	$\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^0 \omega$
QCDF [71]	-10.3	24.7	-43.9	27.2	—
PQCD _{LO} [69]	0	$73.4^{+17.5}_{-49.4}$	$-52.1^{+23.1}_{-15.2}$	$13.3^{+2.6}_{-1.8}$	$6.0^{+0.9}_{-1.2}$
$\phi_{B1} + \phi_{B2}$	$-0.62^{+0.2}_{-0.3}$	$58.6^{+8.5}_{-6.4}$	$-82^{+6.9}_{-7.3}$	$31.5^{+2.4}_{-4.0}$	$6.3^{+0.8}_{-1.2}$
ϕ_{B1}	$1.1^{+0.7}_{-0.5}$	$62.7^{+9.7}_{-8.2}$	$-60^{+7.2}_{-7.3}$	$12.1^{+2.5}_{-2.2}$	$6.2^{+1.0}_{-1.3}$
mode	$\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^- \rho^+$	$\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^+ \rho^-$	$\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^0 \rho^0$	$\bar{B}_s^0 \rightarrow K^0 \bar{K}^{*0}$	$\bar{B}_s^0 \rightarrow K^{*0} \bar{K}^0$
QCDF [71]	—	—	—	1.7	0.2
PQCD _{LO} [69]	$4.6^{+2.9}_{-3.6}$	$-1.3^{+2.9}_{-3.5}$	$1.7^{+3.9}_{-3.6}$	0	0
$\phi_{B1} + \phi_{B2}$	$-1.1^{+0.5}_{-0.4}$	$-6.3^{+1.6}_{-2.1}$	$1.0^{+0.3}_{-0.2}$	$0.3^{+0.2}_{-0.1}$	$0.2^{+0.1}_{-0.1}$
ϕ_{B1}	$1.4^{+0.3}_{-0.4}$	$-3.4^{+1.8}_{-1.2}$	$1.4^{+0.4}_{-0.5}$	$0.2^{+0.1}_{-0.1}$	$0.1^{+0.1}_{-0.1}$

表 4-6 $\bar{B}_s^0 \rightarrow PV$ 衰变的混合 CP 破坏 (S_f) 的计算值(单位: 10^{-2})。 ω_B 取 0.45 GeV, 为了对比, 我们给出了之前的理论结果。

Mode	$\bar{B}_s^0 \rightarrow K^0 \phi$	$\bar{B}_s^0 \rightarrow K^0 \rho^0$	$\bar{B}_s^0 \rightarrow K^0 \omega$	$\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^0 \phi$	$\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^0 \rho^0$	$\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^0 \omega$
ϕ_{B1}	$-72.7^{+7.5}_{-5.2}$	$-48.6^{+6.4}_{-9.1}$	$-58.2^{+10.5}_{-12.0}$	$-7.3^{+3.2}_{-4.7}$	$-11.5^{+4.8}_{-5.2}$	$-15.1^{+4.1}_{-5.5}$
$\phi_{B1} + \phi_{B2}$	$-79.5^{+8.4}_{-6.7}$	$-47.1^{+7.7}_{-6.3}$	$-60.8^{+12.6}_{-14.1}$	$-6.8^{+2.7}_{-2.2}$	$-13.0^{+5.9}_{-5.1}$	$-16.4^{+6.3}_{-4.4}$
PQCD _{LO} [69]	-72^{+62}_{-48}	-57^{+56}_{-43}	-63^{+29}_{-14}	-7^{+8}_{-10}	-19^{+2}_{-3}	-22^{+13}_{-29}

第五章 总结与展望

本文先介绍了 B 介子弱衰变的一般理论，包括低能有效哈密顿量、CKM 矩阵及其参数化方法以及几种处理强子矩阵元的方法，并就本文采用的 PQCD 方法做了详细介绍。在工作部分，基于 PQCD 因子化方法，考虑 B 介子波函数 ϕ_{B_2} 的贡献后，对 $\bar{B}_s^0 \rightarrow PP, PV$ 衰变过程进行了分析与计算，计算了形状因子和各个衰变道的衰变振幅、衰变分支比以及 CP 破坏。我们采用之前最小 χ^2 方法筛选出的最优 ω_B 来进行计算，并基于 PDG、BaBar 和 Belle 给出的实验数据以及其它方法的理论预言值与我们的计算结果进行对比，最后进行了全面的分析。

最终得出如下结论：B 介子波函数中 ϕ_{B_2} 部分对形状因子 F_0 和 F_1 以及 A_0 的贡献是很大的，输入参数 ω_B 的选取对形状因子也有影响。总的来说考虑 ϕ_{B_2} 的贡献后大部分衰变道的分支比都有明显的增大，但有小部分衰变道的分支比是被压低的。从 CP 破坏的数据来看， ϕ_{B_2} 可以减小有些衰变过程的直接 CP 破坏，但是对混合 CP 破坏却没带来多大的影响，遗憾的是考虑 ϕ_{B_2} 的贡献还是不能合理地解释 CP 破坏的机制。总而言之在 PQCD 因子化方法下考虑 ϕ_{B_2} 的贡献后绝大部分的理论计算结果与实验数据之间会更吻合。随着对撞机的升级，未来 B_s 介子衰变的事例数会积累的越来越多，一些小分支比的衰变道也有望被观测到。 B_s 介子非轻衰变在实验和理论上都有进一步努力的方向，我们应当善于思考，打破原有的思维并在此基础上对其进行更加深入的研究，B 物理或许会进入下一个“黄金时代”。

附录 A $\bar{B}_s^0 \rightarrow PP$ 过程的衰变振幅模块

为了书写简便，我们在强子波函数部分使用了简洁的书写。PQCD 因子化方法中，每个强子波函数都会相应的带有一个 Sudakov 因子，具体形式如下：

$$\phi_{B_1, B_2} = \phi_{B_1, B_2}(x_1, b_1)e^{-S_{B_s}}, \quad (\text{A-1})$$

$$\phi_P^a = \phi_P^a(x_2)e^{-S_P}, \quad (\text{A-2})$$

$$\phi_P^{p,t} = r_P \phi_P^{p,t}(x_2)e^{-S_P}, \quad (\text{A-3})$$

$$\phi_{P'}^a = \phi_{P'}^a(x_3)e^{-S_{P'}}, \quad (\text{A-4})$$

$$\phi_{P'}^{p,t} = r_{P'} \phi_{P'}^{p,t}(x_3)e^{-S_{P'}}, \quad (\text{A-5})$$

$$\phi_V^v = f_V^\parallel \phi_V^v(x_3)e^{-S_V}, \quad (\text{A-6})$$

$$\phi_V^{t,s} = r_V f_V^\perp \phi_V^{t,s}(x_3)e^{-S_V}, \quad (\text{A-7})$$

$$\mathcal{C} = \frac{\pi C_F}{N_c^2} m_{B_s}^4 f_{B_s} f_P. \quad (\text{A-8})$$

其中 $r_P = \mu_P/m_{B_s}$, $r_V = m_V/m_{B_s}$ 。

对于衰变振幅模块 A_i^j 中角标 i 表示图 3-6 中费曼图的序号，指数 j 表示不同的流-流结构，当 $j = LL$ 时表示 $(V-A) \otimes (V-A)$ ，当 $j = LR$ 时表示 $(V-A) \otimes (V+A)$ ，以及 $j = SP$ 时表示 $-2(S-P) \otimes (S+P)$ 具体的 A_i^j 表达式为：

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_a^{LL} = & \int dx_1 dx_2 b_1 db_1 b_2 db_2 C_i(t_a) \alpha_s(t_a) S_t(x_2) H_{ab}(\alpha_g, \beta_a, b_1, b_2) \\ & \{ \phi_{B_1} [\phi_M^a (1+x_2) + (\phi_M^p + \phi_M^t)(\bar{x}_2 - x_2)] - \phi_{B_2} [\phi_M^a - (\phi_M^p + \phi_M^t)x_2] \} \end{aligned} \quad (\text{A-9})$$

$$\mathcal{A}_a^{LR} = -\mathcal{A}_a^{LL} \quad (\text{A-10})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_a^{SP} = & 2r_{M'} \int dx_1 dx_2 b_1 db_1 b_2 db_2 C_i(t_a) \alpha_s(t_a) S_t(x_2) H_{ab}(\alpha_g, \beta_a, b_1, b_2) \\ & \{ \phi_{B_1} [\phi_M^a + (\phi_M^p (2+x_2) - \phi_M^t x_2)] - \phi_{B_2} [\phi_M^a - (\phi_M^p + \phi_M^t)x_2] \} \end{aligned} \quad (\text{A-11})$$

$$\mathcal{A}_b^{LL} = \int dx_1 dx_2 b_1 db_1 b_2 db_2 C_i(t_b) \alpha_s(t_b) S_t(x_1) H_{ab}(\alpha_g, \beta_b, b_2, b_1) 2\phi_{B_1} \phi_M^p \quad (\text{A-12})$$

$$\mathcal{A}_b^{LR} = -\mathcal{A}_b^{LL} \quad (\text{A-13})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_b^{SP} = & \int dx_1 dx_2 b_1 db_1 b_2 db_2 C_i(t_b) \alpha_s(t_b) S_t(x_1) H_{ab}(\alpha_g, \beta_b, b_2, b_1) \\ & 2r_{M'} \{ \phi_{B_1} [\phi_M^a x_1 + 2\phi_M^p \bar{x}_1] + 2\phi_{B_2} \phi_M^p x_1 \} \end{aligned} \quad (\text{A-14})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_c^{LL} = & \int dx_1 dx_2 dx_3 db_2 db_3 C_i(t_c) \alpha_s(t_c) S_t(x_2) H_{cd}(\alpha_g, \beta_c, b_2, b_3) \phi_{M'}^a \\ & \{(\phi_{B_1} - \phi_{B_2}) \phi_M^a(\bar{x}_3 - x_1) - \phi_{B_1}(\phi_M^p - \phi_M^t) x_2\}_{b_1=b_2}, \end{aligned} \quad (\text{A-15})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_c^{LR} = & \int dx_1 dx_2 dx_3 db_2 db_3 C_i(t_c) \alpha_s(t_c) S_t(x_2) H_{cd}(\alpha_g, \beta_c, b_2, b_3) \phi_{M'}^a \\ & \{(\phi_{B_1} - \phi_{B_2})[\phi_M^a(x_1 - \bar{x}_3) + (\phi_M^p + \phi_M^t) x_2] - \phi_{B_1} \phi_M^a x_2\}_{b_1=b_2}, \end{aligned} \quad (\text{A-16})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_c^{SP} = & \int dx_1 dx_2 dx_3 db_2 db_3 C_i(t_c) \alpha_s(t_c) S_t(x_2) H_{cd}(\alpha_g, \beta_c, b_2, b_3) \phi_{M'}^a \\ & \{(\phi_{B_1} - \phi_{B_2})(\phi_M^a + \phi_M^p + \phi_M^t)(\phi_{M'}^p + \phi_{M'}^t)(\bar{x}_3 - x_1) \\ & + \phi_{B_1} x_2(\phi_M^p + \phi_M^t)(\phi_{M'}^p - \phi_{M'}^t)\}_{b_1=b_2}, \end{aligned} \quad (\text{A-17})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_d^{LL} = & \int dx_1 dx_2 dx_3 db_2 db_3 C_i(t_d) \alpha_s(t_d) S_t(x_2) H_{cd}(\alpha_g, \beta_d, b_2, b_3) \phi_{M'}^a \\ & \{(\phi_{B_1} - \phi_{B_2})[\phi_M^a(x_1 - x_3) + (\phi_M^p + \phi_M^t) x_2] - \phi_{B_1} \phi_M^a x_2\}_{b_1=b_2}, \end{aligned} \quad (\text{A-18})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_d^{LR} = & \int dx_1 dx_2 dx_3 db_2 db_3 C_i(t_d) \alpha_s(t_d) S_t(x_2) H_{cd}(\alpha_g, \beta_d, b_2, b_3) \phi_{M'}^a \\ & \{(\phi_{B_1} - \phi_{B_2}) \phi_M^a(x_3 - x_1) - \phi_{B_1}(\phi_M^p - \phi_M^t) x_2\}_{b_1=b_2}, \end{aligned} \quad (\text{A-19})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_d^{SP} = & \int dx_1 dx_2 dx_3 db_2 db_3 C_i(t_d) \alpha_s(t_d) S_t(x_2) H_{cd}(\alpha_g, \beta_d, b_2, b_3) \phi_{M'}^a \\ & \{(\phi_{B_1} - \phi_{B_2})(\phi_M^a + \phi_M^p - \phi_M^t)(\phi_{M'}^p - \phi_{M'}^t)(x_1 - x_3) \\ & - \phi_{B_1} x_2(\phi_M^p + \phi_M^t)(\phi_{M'}^p + \phi_{M'}^t)\}_{b_1=b_2}, \end{aligned} \quad (\text{A-20})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_e^{LL} = & - \int dx_2 dx_3 db_2 db_3 C_i(t_e) \alpha_s(t_e) S_t(\bar{x}_3) H_{ef}(\omega_g, \beta_e, b_2, b_3) \\ & \{\phi_M^a \phi_{M'}^a \bar{x}_3 + 2\phi_M^p[\phi_{M'}^p(1 + \bar{x}_3) + \phi_{M'}^t x_3]\}, \end{aligned} \quad (\text{A-21})$$

$$\mathcal{A}_e^{LR} = +\mathcal{A}_e^{LL} \quad (\text{A-22})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_e^{SP} = & \int dx_2 dx_3 db_2 db_3 C_i(t_e) \alpha_s(t_e) S_t(\bar{x}_3) H_{ef}(\omega_g, \beta_e, b_2, b_3) \\ & 2\{\phi_M^a \bar{x}_3(\phi_{M'}^p + \phi_{M'}^t) + 2\phi_M^p \phi_{M'}^a\}, \end{aligned} \quad (\text{A-23})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_f^{LL} = & \int dx_2 dx_3 db_2 db_3 C_i(t_f) \alpha_s(t_f) S_t(x_2) H_{ef}(\omega_g, \beta_e, b_3, b_2) \\ & \{\phi_M^a \phi_{M'}^a x_2 + 2[\phi_M^p(1 + x_2) - \phi_M^t \bar{x}_2] \phi_{M'}^p\}, \end{aligned} \quad (\text{A-24})$$

$$\mathcal{A}_f^{LR} = +\mathcal{A}_f^{LL} \quad (\text{A-25})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_f^{SP} = & \int dx_2 dx_3 db_2 db_3 C_i(t_f) \alpha_s(t_f) S_t(x_2) H_{ef}(\omega_g, \beta_e, b_3, b_2) \\ & 2\{2\phi_M^a \phi_{M'}^p + x_2(\phi_M^p - \phi_M^t) \phi_{M'}^a\}, \end{aligned} \quad (\text{A-26})$$

$$\mathcal{A}_g^{LL} = \int dx_1 dx_2 dx_3 db_1 db_2 C_i(t_g) \alpha_s(t_g) H_{gh}(\omega_g, \beta_g, b_1, b_2)$$

$$\begin{aligned} & \{\phi_{B2}(\phi_M^p - \phi_M^t)[\phi_{M'}^p(x_1 + \bar{x}_3 + 1) - \phi_{M'}^t(x_1 - x_3)] \\ & - \phi_{B1}[\phi_M^a \phi_{M'}^a x_2 + 2\phi_M^p \phi_{M'}^p(1 + x_2) + 2\phi_M^t \phi_{M'}^t \bar{x}_2 \\ & + (\phi_M^p - \phi_M^t)(\phi_{M'}^p + \phi_{M'}^t)(x_1 - x_2 + \bar{x}_3)]\}_{b_2=b_3}, \end{aligned} \quad (\text{A-27})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_g^{LR} = & \int dx_1 dx_2 dx_3 db_1 db_2 C_i(t_g) \alpha_s(t_g) H_{gh}(\omega_g, \beta_g, b_1, b_2) \\ & \{(\phi_{B1} - \phi_{B2})\phi_M^a \phi_{M'}^a(x_1 + \bar{x}_3) + \phi_{B1}[2\phi_M^p \phi_{M'}^p(1 + x_2) \\ & + 2\phi_M^t \phi_{M'}^t \bar{x}_2 + (\phi_M^p + \phi_M^t)(\phi_{M'}^p - \phi_{M'}^t)(x_1 - x_2 + \bar{x}_3)] \\ & - \phi_{B2}(\phi_{M'}^p - \phi_{M'}^t)[\phi_M^p(x_1 + \bar{x}_3 + 1) + \phi_M^t(x_1 - x_3)]\}_{b_2=b_3}, \end{aligned} \quad (\text{A-28})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_g^{SP} = & \int dx_1 dx_2 dx_3 db_1 db_2 C_i(t_g) \alpha_s(t_g) H_{gh}(\omega_g, \beta_g, b_1, b_2) \\ & \{\phi_{B1}[\phi_M^a(\phi_{M'}^p - \phi_{M'}^t)(x_1 + \bar{x}_3 - 2) + \phi_{M'}^a(\phi_M^p + \phi_M^t)(2 - x_2)] \\ & - \phi_{B2}[\phi_M^a(\phi_{M'}^p - \phi_{M'}^t)(x_1 - x_3) + \phi_{M'}^a(\phi_M^p + \phi_M^t)]\}_{b_2=b_3}, \end{aligned} \quad (\text{A-29})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_h^{LL} = & \int dx_1 dx_2 dx_3 db_1 db_2 C_i(t_h) \alpha_s(t_h) H_{gh}(\omega_g, \beta_h, b_1, b_2) \\ & \{(\phi_{B1} - \phi_{B2})(\bar{x}_3 - x_1)[\phi_M^a \phi_{M'}^a + (\phi_M^p + \phi_M^t)(\phi_{M'}^p - \phi_{M'}^t)] \\ & + \phi_{B1} x_2 (\phi_M^p - \phi_M^t)(\phi_{M'}^p + \phi_{M'}^t)\}_{b_2=b_3}, \end{aligned} \quad (\text{A-30})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_h^{LL} = & \int dx_1 dx_2 dx_3 db_1 db_2 C_i(t_h) \alpha_s(t_h) H_{gh}(\omega_g, \beta_h, b_1, b_2) \\ & \{(\phi_{B1} - \phi_{B2})(\bar{x}_3 - x_1)(\phi_M^p - \phi_M^t)(\phi_{M'}^p + \phi_{M'}^t) \\ & + \phi_{B1} x_2 [\phi_M^a \phi_{M'}^a + (\phi_M^p + \phi_M^t)(\phi_{M'}^p - \phi_{M'}^t)]\}_{b_2=b_3}, \end{aligned} \quad (\text{A-31})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_h^{SP} = & \int dx_1 dx_2 dx_3 db_1 db_2 C_i(t_g) \alpha_s(t_g) H_{gh}(\omega_g, \beta_g, b_1, b_2) \\ & \{\phi_{B1}[x_2 \phi_{M'}^a(\phi_M^p + \phi_M^t) + (x_1 - \bar{x}_3) \phi_M^a(\phi_{M'}^p - \phi_{M'}^t)] \\ & - \phi_{B2} x_2 \phi_{M'}^a(\phi_M^p + \phi_M^t)\}_{b_2=b_3}, \end{aligned} \quad (\text{A-32})$$

$$H_{cd}(\alpha, \beta, b_i, b_j) = b_i b_j \{\theta(b_i - b_j) K_0(b_i \sqrt{\alpha}) I_0(b_j \sqrt{\alpha}) + (b_i \leftrightarrow b_j)\} K_0(b_j \sqrt{\beta}), \quad (\text{A-33})$$

$$\begin{aligned} H_{ef}(\omega, \beta, b_i, b_j) = & -\frac{\pi^2}{4} b_i b_j \{\theta(b_i - b_j) [J_0(b_i \sqrt{\beta}) + iY_0(b_i \sqrt{\beta})] J_0(b_j \sqrt{\beta}) \\ & + (b_i \leftrightarrow b_j)\} \{J_0(b_i \sqrt{\omega}) + iY_0(b_i \sqrt{\omega})\}, \end{aligned} \quad (\text{A-34})$$

$$\begin{aligned} H_{gh}(\omega, \beta, b_i, b_j) = & i\frac{\pi}{2} b_i b_j \{[J_0(b_i \sqrt{\omega}) + iY_0(b_i \sqrt{\omega})] J_0(b_j \sqrt{\omega}) + (b_i \leftrightarrow b_j)\} \\ & \{i\frac{\pi}{2} \theta(\beta) [J_0(b_i \sqrt{\beta}) + iY_0(b_i \sqrt{\beta})] + \theta(-\beta) K_0(b_i \sqrt{-\beta})\} \end{aligned} \quad (\text{A-35})$$

其中 I_0 , J_0 , K_0 和 Y_0 是 Bessel 函数, 内线胶子和内线夸克四动量的平方定义如下:

$$\alpha_g = x_1 x_2 m_{B_s}^2, \quad (\text{A-36})$$

$$\omega_g = x_2 \bar{x}_3 m_{B_s}^2, \quad (\text{A-37})$$

$$\beta_a = x_2 m_{B_s}^2, \quad (\text{A-38})$$

$$\beta_b = x_1 m_{B_s}^2, \quad (\text{A-39})$$

$$\beta_c = x_2 (x_1 - \bar{x}_3) m_{B_s}^2, \quad (\text{A-40})$$

$$\beta_d = x_2 (x_1 - x_3) m_{B_s}^2, \quad (\text{A-41})$$

$$\beta_e = \bar{x}_3 m_{B_s}^2, \quad (\text{A-42})$$

$$\beta_f = x_2 m_{B_s}^2, \quad (\text{A-43})$$

$$\beta_g = (x_2 \bar{x}_3 - \bar{x}_1 x_2 - \bar{x}_3) m_{B_s}^2, \quad (\text{A-44})$$

$$\beta_h = x_2 m_{B_s}^2, \quad (\text{A-45})$$

$$t_i = \max(1/b_1, 1/b_2, \sqrt{\beta_i}), \quad i = a, b; \quad (\text{A-46})$$

$$t_i = \max(1/b_2, 1/b_3, \sqrt{\alpha_g}, \sqrt{|\beta_i|}), \quad i = c, d; \quad (\text{A-47})$$

$$t_i = \max(1/b_2, 1/b_3, \sqrt{\beta_i}), \quad i = e, f; \quad (\text{A-48})$$

$$t_i = \max(1/b_1, 1/b_2, \sqrt{\omega_g}, \sqrt{|\beta_i|}), \quad i = g, h, \quad (\text{A-49})$$

附录 B $\bar{B}_s^0 \rightarrow PV$ 过程的衰变振幅模块

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_a^{LL}(P, V) = & \mathcal{C} \int dx_1 dx_3 db_1 db_3 H_{ab}(\alpha_g^V, \beta_a^V, b_1, b_3) \alpha_s(t_a^V) C_i(t_a^V) \\ & \{ \phi_{B1} [\phi_V^v (1 + x_3) + (\phi_V^t + \phi_V^s) (\bar{x}_3 - x_3)] \\ & - \phi_{B2} [\phi_V^v - (\phi_V^t + \phi_V^s) x_3] \} S_t(x_3), \end{aligned} \quad (\text{B-1})$$

$$\mathcal{A}_a^{LR}(P, V) = -\mathcal{A}_a^{LL}(P, V), \quad (\text{B-2})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_a^{SP}(P, V) = & \mathcal{C} \int dx_1 dx_3 db_1 db_3 H_{ab}(\alpha_g^V, \beta_a^V, b_1, b_3) \alpha_s(t_a^V) C_i(t_a^V) \\ & 2r_P \{ \phi_{B1} [-\phi_V^v + \phi_V^t x_3 - \phi_V^s (2 + x_3)] \\ & + \phi_{B2} [\phi_V^v - \phi_V^t + \phi_V^s] \} S_t(x_3), \end{aligned} \quad (\text{B-3})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_a^{LL}(V, P) = & \mathcal{C} f_V^\parallel \int dx_1 dx_2 db_1 db_2 H_{ab}(\alpha_g^P, \beta_a^P, b_1, b_2) \alpha_s(t_a^P) \\ & \{ \phi_{B1} [\phi_P^a (1 + x_2) + (\phi_P^p + \phi_P^t) (\bar{x}_2 - x_2)] \\ & - \phi_{B2} [\phi_P^a - (\phi_P^p + \phi_P^t) x_2] \} C_i(t_a^P) S_t(x_2), \end{aligned} \quad (\text{B-4})$$

$$\mathcal{A}_a^{LR}(V, P) = \mathcal{A}_a^{LL}(V, P), \quad (\text{B-5})$$

$$\mathcal{A}_a^{SP}(V, P) = 0, \quad (\text{B-6})$$

$$\mathcal{A}_b^{LL}(P, V) = 2\mathcal{C} \int dx_1 dx_3 db_1 db_3 H_{ab}(\alpha_g^V, \beta_b^V, b_3, b_1) \alpha_s(t_b^V) C_i(t_b^V) S_t(x_1) \phi_{B1} \phi_V^s, \quad (\text{B-7})$$

$$\mathcal{A}_b^{LR}(P, V) = -\mathcal{A}_b^{LL}(P, V), \quad (\text{B-8})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_b^{SP}(P, V) = & -\mathcal{C} \int dx_1 dx_3 db_1 db_3 H_{ab}(\alpha_g^V, \beta_b^V, b_3, b_1) \alpha_s(t_b^V) C_i(t_b^V) S_t(x_1) \\ & 2r_P \{ \phi_{B1} [\phi_V^v x_1 + 2\phi_V^s \bar{x}_1] + 2\phi_{B2} \phi_V^s x_1 \}, \end{aligned} \quad (\text{B-9})$$

$$\mathcal{A}_b^{LL}(V, P) = 2\mathcal{C} f_V^\parallel \int dx_1 dx_2 db_1 db_2 H_{ab}(\alpha_g^P, \beta_b^P, b_2, b_1) \alpha_s(t_b^P) C_i(t_b^P) S_t(x_1) \phi_{B1} \phi_P^p, \quad (\text{B-10})$$

$$\mathcal{A}_b^{LR}(V, P) = \mathcal{A}_b^{LL}(V, P), \quad (\text{B-11})$$

$$\mathcal{A}_b^{SP}(V, P) = 0, \quad (\text{B-12})$$

$$\mathcal{A}_c^{LL}(P, V) = \mathcal{C} \int dx_1 dx_2 dx_3 db_1 db_2 H_{cd}(\alpha_g^V, \beta_c^V, b_1, b_2) \alpha_s(t_c^V) C_i(t_c^V) S_t(x_3)$$

$$\phi_P^a \{ (\phi_{B1} - \phi_{B2}) \phi_V^v (\bar{x}_2 - x_1) + \phi_{B1} (\phi_V^t - \phi_V^s) x_3 \}_{b_1=b_3}, \quad (\text{B-13})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_c^{LR}(P, V) &= \mathcal{C} \int dx_1 dx_2 dx_3 db_1 db_2 H_{cd}(\alpha_g^V, \beta_c^V, b_1, b_2) \alpha_s(t_c^V) C_i(t_c^V) S_t(x_3) \\ &\quad \phi_P^a \{ (\phi_{B1} - \phi_{B2}) [\phi_V^v (x_1 - \bar{x}_2) + (\phi_V^t + \phi_V^s) x_3] - \phi_{B1} \phi_V^v x_3 \}_{b_1=b_3}, \end{aligned} \quad (\text{B-14})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_c^{SP}(P, V) &= \mathcal{C} \int dx_1 dx_2 dx_3 db_1 db_2 H_{cd}(\alpha_g^V, \beta_c^V, b_1, b_2) \alpha_s(t_c^V) C_i(t_c^V) S_t(x_3) \\ &\quad \{ (\phi_{B1} - \phi_{B2}) (\phi_P^p + \phi_P^t) (\phi_V^v - \phi_V^t + \phi_V^s) (x_1 - \bar{x}_2) \\ &\quad - \phi_{B1} (\phi_P^p - \phi_P^t) (\phi_V^t + \phi_V^s) x_3 \}_{b_1=b_3}, \end{aligned} \quad (\text{B-15})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_c^{LL}(V, P) &= \mathcal{C} \int dx_1 dx_2 dx_3 db_1 db_3 H_{cd}(\alpha_g^P, \beta_c^P, b_1, b_3) \alpha_s(t_c^P) C_i(t_c^P) S_t(x_2) \\ &\quad \phi_V^v \{ (\phi_{B1} - \phi_{B2}) \phi_P^a (\bar{x}_3 - x_1) - \phi_{B1} (\phi_P^p - \phi_P^t) x_2 \}_{b_1=b_2}, \end{aligned} \quad (\text{B-16})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_c^{LR}(V, P) &= \mathcal{C} \int dx_1 dx_2 dx_3 db_1 db_3 H_{cd}(\alpha_g^P, \beta_c^P, b_1, b_3) \alpha_s(t_c^P) C_i(t_c^P) S_t(x_2) \\ &\quad \phi_V^v \{ (\phi_{B1} - \phi_{B2}) [\phi_P^a (\bar{x}_3 - x_1) - (\phi_P^p + \phi_P^t) x_2] + \phi_{B1} \phi_P^a x_2 \}_{b_1=b_2}, \end{aligned} \quad (\text{B-17})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_c^{SP}(V, P) &= \mathcal{C} \int dx_1 dx_2 dx_3 db_1 db_3 H_{cd}(\alpha_g^P, \beta_c^P, b_1, b_3) \alpha_s(t_c^P) C_i(t_c^P) S_t(x_2) \\ &\quad \{ (\phi_{B1} - \phi_{B2}) (\phi_P^a + \phi_P^p - \phi_P^t) (\phi_V^t + \phi_V^s) (\bar{x}_3 - x_1) \\ &\quad - \phi_{B1} (\phi_P^p + \phi_P^t) (\phi_V^t - \phi_V^s) x_2 \}_{b_1=b_2}, \end{aligned} \quad (\text{B-18})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_d^{LL}(P, V) &= \mathcal{C} \int dx_1 dx_2 dx_3 db_1 db_2 H_{cd}(\alpha_g^V, \beta_d^V, b_1, b_2) \alpha_s(t_d^V) C_i(t_d^V) S_t(x_3) \\ &\quad \phi_P^a \{ (\phi_{B1} - \phi_{B2}) [\phi_V^v (x_1 - x_2) + (\phi_V^t + \phi_V^s) x_3] - \phi_{B1} \phi_V^v x_3 \}_{b_1=b_3}, \end{aligned} \quad (\text{B-19})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_d^{LR}(P, V) &= \mathcal{C} \int dx_1 dx_2 dx_3 db_1 db_2 H_{cd}(\alpha_g^V, \beta_d^V, b_1, b_2) \alpha_s(t_d^V) C_i(t_d^V) S_t(x_3) \\ &\quad \phi_P^a \{ (\phi_{B1} - \phi_{B2}) \phi_V^v (x_2 - x_1) + \phi_{B1} (\phi_V^t - \phi_V^s) x_3 \}_{b_1=b_3}, \end{aligned} \quad (\text{B-20})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_d^{SP}(P, V) &= \mathcal{C} \int dx_1 dx_2 dx_3 db_1 db_2 H_{cd}(\alpha_g^V, \beta_d^V, b_1, b_2) \alpha_s(t_d^V) C_i(t_d^V) S_t(x_3) \\ &\quad \{ (\phi_{B1} - \phi_{B2}) (\phi_P^p - \phi_P^t) (\phi_V^v - \phi_V^t + \phi_V^s) (x_2 - x_1) \\ &\quad + \phi_{B1} (\phi_P^p + \phi_P^t) (\phi_V^t + \phi_V^s) x_3 \}_{b_1=b_3}, \end{aligned} \quad (\text{B-21})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_d^{LL}(V, P) &= \mathcal{C} \int dx_1 dx_2 dx_3 db_1 db_3 H_{cd}(\alpha_g^P, \beta_d^P, b_1, b_3) \alpha_s(t_d^P) C_i(t_d^P) S_t(x_2) \\ &\quad \phi_V^v \{ (\phi_{B1} - \phi_{B2}) [\phi_P^a (x_1 - x_3) + (\phi_P^p + \phi_P^t) x_2] - \phi_{B1} \phi_P^a x_2 \}_{b_1=b_2}, \end{aligned} \quad (\text{B-22})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_d^{LR}(V, P) &= \mathcal{C} \int dx_1 dx_2 dx_3 db_1 db_3 H_{cd}(\alpha_g^P, \beta_d^P, b_1, b_3) \alpha_s(t_d^P) C_i(t_d^P) S_t(x_2) \\ &\quad \phi_V^v \{ (\phi_{B1} - \phi_{B2}) \phi_P^a (x_1 - x_3) + \phi_{B1} (\phi_P^p - \phi_P^t) x_2 \}_{b_1=b_2}, \end{aligned} \quad (\text{B-23})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_d^{SP}(V, P) &= \mathcal{C} \int dx_1 dx_2 dx_3 db_1 db_3 H_{cd}(\alpha_g^P, \beta_d^P, b_1, b_3) \alpha_s(t_d^P) C_i(t_d^P) S_t(x_2) \\ &\quad \{ (\phi_{B1} - \phi_{B2}) (\phi_P^a + \phi_P^p - \phi_P^t) (\phi_V^t - \phi_V^s) (x_3 - x_1) \end{aligned}$$

$$-\phi_{B1} (\phi_P^p + \phi_P^t) (\phi_V^t + \phi_V^s) x_2 \}_{b_1=b_2}, \quad (\text{B-24})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_e^{LL}(P, V) = \mathcal{C} \int dx_2 dx_3 db_2 db_3 H_{ef}(\alpha_a^V, \beta_e^V, b_2, b_3) \alpha_s(t_e^V) C_i(t_e^V) S_t(\bar{x}_3) \\ \{2\phi_P^p [\phi_V^t x_3 + \phi_V^s (1 + \bar{x}_3)] - \phi_P^a \phi_V^v \bar{x}_3\}, \end{aligned} \quad (\text{B-25})$$

$$\mathcal{A}_e^{LR}(P, V) = -\mathcal{A}_e^{LL}(P, V), \quad (\text{B-26})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_e^{SP}(P, V) = 2\mathcal{C} \int dx_2 dx_3 db_2 db_3 H_{ef}(\alpha_a^V, \beta_e^V, b_2, b_3) \alpha_s(t_e^V) \\ C_i(t_e^V) S_t(\bar{x}_3) \{ \phi_P^a (\phi_V^t + \phi_V^s) \bar{x}_3 - 2\phi_P^p \phi_V^v \}, \end{aligned} \quad (\text{B-27})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_e^{LL}(V, P) = -\mathcal{C} \int dx_2 dx_3 db_2 db_3 H_{ef}(\alpha_a^P, \beta_e^P, b_3, b_2) \alpha_s(t_e^P) C_i(t_e^P) S_t(\bar{x}_2) \\ \{ \phi_P^a \phi_V^v \bar{x}_2 + 2\phi_V^s [\phi_P^p (1 + \bar{x}_2) + \phi_P^t x_2] \}, \end{aligned} \quad (\text{B-28})$$

$$\mathcal{A}_e^{LR}(V, P) = -\mathcal{A}_e^{LL}(V, P), \quad (\text{B-29})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_e^{SP}(V, P) = 2\mathcal{C} \int dx_2 dx_3 db_2 db_3 H_{ef}(\alpha_a^P, \beta_e^P, b_3, b_2) \alpha_s(t_e^P) \\ C_i(t_e^P) S_t(\bar{x}_2) \{ 2\phi_P^a \phi_V^s + \phi_V^v (\phi_P^p + \phi_P^t) \bar{x}_2 \}, \end{aligned} \quad (\text{B-30})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_f^{LL}(P, V) = \mathcal{C} \int dx_2 dx_3 db_2 db_3 H_{ef}(\alpha_a^V, \beta_f^V, b_3, b_2) \alpha_s(t_f^V) C_i(t_f^V) \\ \{ \phi_P^a \phi_V^v x_2 - 2\phi_V^s [\phi_P^p (1 + x_2) - \phi_P^t \bar{x}_2] \} S_t(x_2), \end{aligned} \quad (\text{B-31})$$

$$\mathcal{A}_f^{LR}(P, V) = -\mathcal{A}_f^{LL}(P, V), \quad (\text{B-32})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_f^{SP}(P, V) = 2\mathcal{C} \int dx_2 dx_3 db_2 db_3 H_{ef}(\alpha_a^V, \beta_f^V, b_3, b_2) \alpha_s(t_f^V) \\ C_i(t_f^V) S_t(x_2) \{ 2\phi_P^a \phi_V^s - (\phi_P^p - \phi_P^t) \phi_V^v x_2 \}, \end{aligned} \quad (\text{B-33})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_f^{LL}(V, P) = \mathcal{C} \int dx_2 dx_3 db_2 db_3 H_{ef}(\alpha_a^P, \beta_f^P, b_2, b_3) \alpha_s(t_f^P) C_i(t_f^P) S_t(x_3) \\ \{ \phi_P^a \phi_V^v x_3 - 2\phi_P^p [\phi_V^t \bar{x}_3 - \phi_V^s (1 + x_3)] \}, \end{aligned} \quad (\text{B-34})$$

$$\mathcal{A}_f^{LR}(V, P) = -\mathcal{A}_f^{LL}(V, P), \quad (\text{B-35})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_f^{SP}(V, P) = 2\mathcal{C} \int dx_2 dx_3 db_2 db_3 H_{ef}(\alpha_a^P, \beta_f^P, b_2, b_3) \alpha_s(t_f^P) \\ C_i(t_f^P) S_t(x_3) \{ 2\phi_P^p \phi_V^v - \phi_P^a (\phi_V^t - \phi_V^s) x_3 \}, \end{aligned} \quad (\text{B-36})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_g^{LL}(P, V) = \mathcal{C} \int dx_1 dx_2 dx_3 db_1 db_2 H_{gh}(\alpha_a^V, \beta_g^V, b_1, b_2) \alpha_s(t_g^V) C_i(t_g^V) \\ \{ \phi_{B1} [(\phi_P^p \phi_V^t - \phi_P^t \phi_V^s) (\bar{x}_3 - x_2) - \phi_P^a \phi_V^v (x_1 + x_2) \\ + (\phi_P^p \phi_V^s - \phi_P^t \phi_V^t) (x_2 + \bar{x}_3 - 2\bar{x}_1) + 4\phi_P^p \phi_V^s] \} \end{aligned}$$

$$+\phi_{B2} [(\phi_P^p - \phi_P^t) (\phi_V^t + \phi_V^s) (x_3 - x_1) - 2 (\phi_P^p - \phi_P^t) \phi_V^s] \Big|_{b_2=b_3}, \quad (\text{B-37})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_g^{LR}(P, V) = \mathcal{C} \int dx_1 dx_2 dx_3 db_1 db_2 H_{gh}(\alpha_a^V, \beta_g^V, b_1, b_2) \alpha_s(t_g^V) C_i(t_g^V) \\ \{ \phi_{B1} [(\phi_P^p \phi_V^t - \phi_P^t \phi_V^s) (\bar{x}_3 - x_2) + \phi_P^a \phi_V^v (x_1 + \bar{x}_3) \\ - (\phi_P^p \phi_V^s - \phi_P^t \phi_V^t) (x_2 + \bar{x}_3 - 2\bar{x}_1) - 4 \phi_P^p \phi_V^s] \\ + \phi_{B2} [(\phi_P^p + \phi_P^t) (\phi_V^t - \phi_V^s) (x_3 - x_1) \\ - 2 \phi_P^p (\phi_V^t - \phi_V^s) - \phi_P^a \phi_V^v (x_1 + \bar{x}_3)] \} \Big|_{b_2=b_3}, \end{aligned} \quad (\text{B-38})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_g^{SP}(P, V) = \mathcal{C} \int dx_1 dx_2 dx_3 db_1 db_2 H_{gh}(\alpha_a^V, \beta_g^V, b_1, b_2) \alpha_s(t_g^V) C_i(t_g^V) \\ \{ (\phi_{B1} - \phi_{B2}) [\phi_P^a (\phi_V^t - \phi_V^s) (x_3 - x_1) - (\phi_P^p + \phi_P^t) \phi_V^v] \\ + \phi_{B1} [\phi_P^a (\phi_V^t - \phi_V^s) + (\phi_P^p + \phi_P^t) \phi_V^v (x_2 - \bar{x}_1)] \} \Big|_{b_2=b_3}, \end{aligned} \quad (\text{B-39})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_g^{LL}(V, P) = \mathcal{C} \int dx_1 dx_2 dx_3 db_1 db_3 H_{gh}(\alpha_a^P, \beta_g^P, b_1, b_3) \alpha_s(t_g^P) C_i(t_g^P) \\ \{ \phi_{B1} [(\phi_P^p \phi_V^t - \phi_P^t \phi_V^s) (\bar{x}_2 - x_3) - \phi_P^a \phi_V^v (x_1 + x_3) \\ - (\phi_P^p \phi_V^s - \phi_P^t \phi_V^t) (\bar{x}_2 + x_3 - 2\bar{x}_1) - 4 \phi_P^p \phi_V^s] \\ + \phi_{B2} [(\phi_P^p - \phi_P^t) (\phi_V^t + \phi_V^s) (x_3 - \bar{x}_1) \\ + 2 \phi_P^p (\phi_V^t + \phi_V^s) + \phi_P^a \phi_V^v (x_1 + x_3)] \} \Big|_{b_2=b_3}, \end{aligned} \quad (\text{B-40})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_g^{LR}(V, P) = \mathcal{C} \int dx_1 dx_2 dx_3 db_1 db_3 H_{gh}(\alpha_a^P, \beta_g^P, b_1, b_3) \alpha_s(t_g^P) C_i(t_g^P) \\ \{ \phi_{B1} [(\phi_P^p \phi_V^t - \phi_P^t \phi_V^s) (\bar{x}_2 - x_3) + \phi_P^a \phi_V^v (x_1 + \bar{x}_2) \\ + (\phi_P^p \phi_V^s - \phi_P^t \phi_V^t) (\bar{x}_2 + x_3 - 2\bar{x}_1) + 4 \phi_P^p \phi_V^s] \\ + \phi_{B2} [(\phi_P^p + \phi_P^t) (\phi_V^t - \phi_V^s) (x_3 - \bar{x}_1) - 2 (\phi_P^p + \phi_P^t) \phi_V^s] \} \Big|_{b_2=b_3}, \end{aligned} \quad (\text{B-41})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_g^{SP}(V, P) = \mathcal{C} \int dx_1 dx_2 dx_3 db_1 db_3 H_{gh}(\alpha_a^P, \beta_g^P, b_1, b_3) \alpha_s(t_g^P) C_i(t_g^P) \\ \{ (\phi_{B1} - \phi_{B2}) [\phi_P^a (\phi_V^t + \phi_V^s) (\bar{x}_1 - x_3) - (\phi_P^p - \phi_P^t) \phi_V^v] \\ + \phi_{B1} [\phi_P^a (\phi_V^t + \phi_V^s) + (\phi_P^p - \phi_P^t) \phi_V^v (x_1 - x_2)] \} \Big|_{b_2=b_3}, \end{aligned} \quad (\text{B-42})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_h^{LL}(P, V) = \mathcal{C} \int dx_1 dx_2 dx_3 db_1 db_2 H_{gh}(\alpha_a^V, \beta_h^V, b_1, b_2) \alpha_s(t_h^V) C_i(t_h^V) \\ \{ \phi_{B1} [(\phi_P^p \phi_V^t - \phi_P^t \phi_V^s) (\bar{x}_3 - x_2) + \phi_P^a \phi_V^v (\bar{x}_3 - x_1) \\ - (\phi_P^p \phi_V^s - \phi_P^t \phi_V^t) (x_2 + \bar{x}_3 - 2x_1)] \\ + \phi_{B2} [\phi_P^a \phi_V^v + (\phi_P^p + \phi_P^t) (\phi_V^t - \phi_V^s)] (x_1 - \bar{x}_3) \} \Big|_{b_2=b_3}, \end{aligned} \quad (\text{B-43})$$

$$\mathcal{A}_h^{LR}(P, V) = \mathcal{C} \int dx_1 dx_2 dx_3 db_1 db_2 H_{gh}(\alpha_a^V, \beta_h^V, b_1, b_2) \alpha_s(t_h^V) C_i(t_h^V)$$

$$\begin{aligned}
 & \{ \phi_{B1} [(\phi_P^p \phi_V^t - \phi_P^t \phi_V^s) (\bar{x}_3 - x_2) + \phi_P^a \phi_V^v (x_1 - x_2) \\
 & \quad + (\phi_P^p \phi_V^s - \phi_P^t \phi_V^t) (x_2 + \bar{x}_3 - 2x_1)] \\
 & \quad + \phi_{B2} (\phi_P^p - \phi_P^t) (\phi_V^t + \phi_V^s) (x_1 - \bar{x}_3) \}_{b_2=b_3}, \tag{B-44}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \mathcal{A}_h^{SP}(P, V) = \mathcal{C} \int dx_1 dx_2 dx_3 db_1 db_2 H_{gh}(\alpha_a^V, \beta_h^V, b_1, b_2) \alpha_s(t_h^V) C_i(t_h^V) \\
 \{ (\phi_{B1} - \phi_{B2}) (\phi_P^p + \phi_P^t) \phi_V^v (x_1 - x_2) \\
 + \phi_{B1} \phi_P^a (\phi_V^t - \phi_V^s) (\bar{x}_3 - x_1) \}_{b_2=b_3}, \tag{B-45}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \mathcal{A}_h^{LL}(V, P) = \mathcal{C} \int dx_1 dx_2 dx_3 db_1 db_3 H_{gh}(\alpha_a^P, \beta_h^P, b_1, b_3) \alpha_s(t_h^P) C_i(t_h^P) \\
 \{ \phi_{B1} [(\phi_P^p \phi_V^t - \phi_P^t \phi_V^s) (\bar{x}_2 - x_3) + \phi_P^a \phi_V^v (\bar{x}_2 - x_1) \\
 + (\phi_P^p \phi_V^s - \phi_P^t \phi_V^t) (\bar{x}_2 + x_3 - 2x_1)] \\
 + \phi_{B2} (\phi_P^p + \phi_P^t) (\phi_V^t - \phi_V^s) (x_3 - x_1) \}_{b_2=b_3}, \tag{B-46}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \mathcal{A}_h^{LR}(V, P) = \mathcal{C} \int dx_1 dx_2 dx_3 db_1 db_3 H_{gh}(\alpha_a^P, \beta_h^P, b_1, b_3) \alpha_s(t_h^P) C_i(t_h^P) \\
 \{ \phi_{B1} [(\phi_P^p \phi_V^t - \phi_P^t \phi_V^s) (\bar{x}_2 - x_3) + \phi_P^a \phi_V^v (x_1 - x_3) \\
 - (\phi_P^p \phi_V^s - \phi_P^t \phi_V^t) (\bar{x}_2 + x_3 - 2x_1)] \\
 + \phi_{B2} [\phi_P^a \phi_V^v + (\phi_P^p - \phi_P^t) (\phi_V^t + \phi_V^s)] (x_3 - x_1) \}_{b_2=b_3}, \tag{B-47}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \mathcal{A}_h^{SP}(V, P) = \mathcal{C} \int dx_1 dx_2 dx_3 db_1 db_3 H_{gh}(\alpha_a^P, \beta_h^P, b_1, b_3) \alpha_s(t_h^P) C_i(t_h^P) \\
 \{ (\phi_{B1} - \phi_{B2}) (\phi_P^p - \phi_P^t) \phi_V^v (x_1 - \bar{x}_2) \\
 + \phi_{B1} \phi_P^a (\phi_V^t + \phi_V^s) (x_3 - x_1) \}_{b_2=b_3}, \tag{B-48}
 \end{aligned}$$

内线胶子和内线夸克四动量的平方定义如下：

$$\alpha_g^V = m_{B_s}^2 x_1 x_3, \tag{B-49}$$

$$\alpha_g^P = m_{B_s}^2 x_1 x_2, \tag{B-50}$$

$$\alpha_a^V = m_{B_s}^2 x_2 \bar{x}_3, \tag{B-51}$$

$$\alpha_a^P = m_{B_s}^2 \bar{x}_2 x_3, \tag{B-52}$$

$$\beta_a^V = m_{B_s}^2 x_3, \tag{B-53}$$

$$\beta_a^P = m_{B_s}^2 x_2, \tag{B-54}$$

$$\beta_b^V = \beta_b^P = m_{B_s}^2 x_1, \tag{B-55}$$

$$\beta_c^V = m_{B_s}^2 x_3 (x_1 - \bar{x}_2), \tag{B-56}$$

$$\beta_c^P = m_{B_s}^2 x_2 (x_1 - \bar{x}_3), \quad (\text{B-57})$$

$$\beta_d^V = m_{B_s}^2 x_3 (x_1 - x_2), \quad (\text{B-58})$$

$$\beta_d^P = m_{B_s}^2 x_2 (x_1 - x_3), \quad (\text{B-59})$$

$$\beta_e^V = m_{B_s}^2 \bar{x}_3, \quad (\text{B-60})$$

$$\beta_e^P = m_{B_s}^2 \bar{x}_2, \quad (\text{B-61})$$

$$\beta_f^V = m_{B_s}^2 x_2, \quad (\text{B-62})$$

$$\beta_f^P = m_{B_s}^2 x_3, \quad (\text{B-63})$$

$$\beta_g^V = \alpha_a^V - m_{B_s}^2 \bar{x}_1 (x_2 + \bar{x}_3), \quad (\text{B-64})$$

$$\beta_g^P = \alpha_a^P - m_{B_s}^2 \bar{x}_1 (\bar{x}_2 + x_3), \quad (\text{B-65})$$

$$\beta_h^V = \alpha_a^V - m_{B_s}^2 x_1 (x_2 + \bar{x}_3), \quad (\text{B-66})$$

$$\beta_h^P = \alpha_a^P - m_{B_s}^2 x_1 (\bar{x}_2 + x_3), \quad (\text{B-67})$$

$$t_{a,b}^V = \max(\alpha_g^V, \beta_{a,b}^V, b_1, b_3), \quad (\text{B-68})$$

$$t_{a,b}^P = \max(\alpha_g^P, \beta_{a,b}^P, b_1, b_2), \quad (\text{B-69})$$

$$t_{c,d}^i = \max(\alpha_g^i, \beta_{c,d}^i, b_2, b_3), \quad (\text{B-70})$$

$$t_{e,f}^i = \max(\alpha_a^i, \beta_{e,f}^i, b_2, b_3), \quad (\text{B-71})$$

$$t_{g,h}^i = \max(\alpha_a^i, \beta_{g,h}^i, b_1, b_2), \quad (\text{B-72})$$

$$H_{ab}(\alpha, \beta, b_i, b_j) = b_i b_j K_0(b_i \sqrt{\alpha}) \{ \theta(b_i - b_j) K_0(b_i \sqrt{\beta}) I_0(b_j \sqrt{\beta}) + (b_i \leftrightarrow b_j) \}, \quad (\text{B-73})$$

$$N_c H_{cd}(\alpha, \beta, b_1, b_i) = b_1 b_i \{ \theta(b_1 - b_2) K_0(b_1 \sqrt{\alpha}) I_0(b_i \sqrt{\alpha}) + (b_1 \leftrightarrow b_i) \} \\ \{ \theta(\beta) K_0(b_i \sqrt{\beta}) + i \frac{\pi}{2} \theta(-\beta) [J_0(b_i \sqrt{-\beta}) + i Y_0(b_i \sqrt{-\beta})] \}, \quad (\text{B-74})$$

$$H_{ef}(\alpha, \beta, b_i, b_j) = -\frac{\pi^2}{4} b_i b_j \{ J_0(b_i \sqrt{\alpha}) + i Y_0(b_i \sqrt{\alpha}) \} \\ \{ \theta(b_i - b_j) [J_0(b_i \sqrt{\beta}) + i Y_0(b_i \sqrt{\beta})] J_0(b_j \sqrt{\beta}) + (b_i \leftrightarrow b_j) \}, \quad (\text{B-75})$$

$$N_c H_{gh}(\alpha, \beta, b_1, b_i) = b_1 b_i \{ \frac{i\pi}{2} \theta(\beta) [J_0(b_1 \sqrt{\beta}) + i Y_0(b_1 \sqrt{\beta})] + \theta(-\beta) K_0(b_1 \sqrt{-\beta}) \} \\ \frac{i\pi}{2} \{ \theta(b_1 - b_i) [J_0(b_1 \sqrt{\alpha}) + i Y_0(b_1 \sqrt{\alpha})] J_0(b_i \sqrt{\alpha}) + (b_1 \leftrightarrow b_i) \}. \quad (\text{B-76})$$

其中 I_0 , J_0 , K_0 和 Y_0 是 Bessel 函数。

附录 C $\bar{B}_s^0 \rightarrow PP, PV$ 过程各衰变道的衰变振幅

 C.1 $\bar{B}_s^0 \rightarrow PP$ 过程各衰变道的衰变振幅

$$\begin{aligned}
 & \mathcal{A}(\bar{B}_s^0 \rightarrow K^- K^+) \\
 = & \frac{G_F}{\sqrt{2}} \{V_{ub}V_{us}^* \{a_1 \mathcal{A}_{ab}^{LL}(K^+, K^-) + \frac{c_2}{N_c} \mathcal{A}_{cd}^{LL}(K^+, K^-) \\
 & + a_2 \mathcal{A}_{ef}^{LL}(K^+, K^-) + \frac{c_1}{N_c} \mathcal{A}_{gh}^{LL}(K^+, K^-)\} \\
 - & \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{tb}V_{ts}^* \{(a_4 + a_{10}) \mathcal{A}_{ab}^{LL}(K^+, K^-) + (a_6 + a_8) \mathcal{A}_{ab}^{SP}(K^+, K^-) \\
 & + \frac{1}{N_c} (c_3 + c_9) \mathcal{A}_{cd}^{LL}(K^+, K^-) + \frac{1}{N_c} (c_5 + c_7) \mathcal{A}_{cd}^{SP}(K^+, K^-) \\
 & + (a_3 + a_9) \mathcal{A}_{ef}^{LL}(K^+, K^-) + (a_5 + a_7) \mathcal{A}_{ef}^{LR}(K^+, K^-) \\
 & + \frac{1}{N_c} (c_4 + c_{10}) \mathcal{A}_{gh}^{LL}(K^+, K^-) + \frac{1}{N_c} (c_6 + c_8) \mathcal{A}_{gh}^{LR}(K^+, K^-) \\
 & + (a_3 + a_4 - \frac{a_9}{2} - \frac{a_{10}}{2}) \mathcal{A}_{ef}^{LL}(K^-, K^+) + (a_5 - \frac{a_7}{2}) \mathcal{A}_{ef}^{LR}(K^-, K^+) \\
 & + (a_6 - \frac{a_8}{2}) \mathcal{A}_{ef}^{SP}(K^-, K^+) + \frac{1}{N_c} (c_3 + c_4 - \frac{c_9}{2} - \frac{c_{10}}{2}) \mathcal{A}_{gh}^{LL}(K^-, K^+) \\
 & + \frac{1}{N_c} (c_6 - \frac{c_8}{2}) \mathcal{A}_{gh}^{LR}(K^-, K^+) + (c_5 - \frac{c_7}{2}) \mathcal{A}_{ef}^{SP}(K^-, K^+)\}, \tag{C-1}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \mathcal{A}(\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^- K^+) \\
 = & \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ub}V_{ud}^* [a_1 \mathcal{A}_{ab}^{LL}(K^+, \pi^-) + \frac{c_2}{N_c} \mathcal{A}_{cd}^{LL}(K^+, \pi^-)] \\
 - & \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{tb}V_{td}^* [(a_4 + a_{10}) \mathcal{A}_{ab}^{LL}(K^+, \pi^-) + (a_6 + a_8) \mathcal{A}_{ab}^{SP}(K^+, \pi^-) \\
 & + \frac{1}{N_c} (c_3 + c_9) \mathcal{A}_{cd}^{LL}(K^+, \pi^-) + \frac{1}{N_c} (c_5 + c_7) \mathcal{A}_{cd}^{SP}(K^+, \pi^-) \\
 & + (a_4 - \frac{a_{10}}{2}) \mathcal{A}_{ef}^{LL}(K^+, \pi^-) + (a_6 - \frac{a_8}{2}) \mathcal{A}_{ef}^{SP}(K^+, \pi^-) \\
 & + \frac{1}{N_c} (c_3 - \frac{c_9}{2}) \mathcal{A}_{gh}^{LL}(K^+, \pi^-) + \frac{1}{N_c} (c_5 - \frac{c_7}{2}) \mathcal{A}_{gh}^{SP}(K^+, \pi^-), \tag{C-2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \mathcal{A}(\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^0 K^0) \\
 = & \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ub}V_{ud}^* \{a_2 \mathcal{A}_{ab}^{LL}(K^0, \pi^0) + \frac{c_1}{N_c} \mathcal{A}_{cd}^{LL}(K^0, \pi^0)\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{tb} V_{td}^* \left\{ \left(-a_4 + \frac{a_{10}}{2} - \frac{3a_9}{2} \right) \mathcal{A}_{ab}^{LL}(K^0, \pi^0) \right. \\
 & + \frac{1}{N_c} \left(-c_3 + \frac{c_9}{2} + \frac{3c_{10}}{2} \right) \mathcal{A}_{cd}^{LL}(K^0, \pi^0) + \left(a_6 + \frac{a_8}{2} \right) \mathcal{A}_{ab}^{SP}(K^0, \pi^0) \\
 & + \frac{1}{N_c} \left(\frac{3c_8}{2} \right) \mathcal{A}_{cd}^{LL}(K^0, \pi^0) + \frac{1}{N_c} \left(c_5 + \frac{c_7}{2} \right) \mathcal{A}_{cd}^{SP}(K^0, \pi^0) \\
 & + \left(a_4 - \frac{a_{10}}{2} \right) \mathcal{A}_{ef}^{LL}(K^0, \pi^0) + \left(a_6 - \frac{a_8}{2} \right) \mathcal{A}_{ef}^{SP}(K^0, \pi^0) \\
 & + \frac{1}{N_c} \left(c_3 - \frac{c_9}{2} \right) \mathcal{A}_{gh}^{LL}(K^0, \pi^0) + \frac{3a_7}{2} \mathcal{A}_{ab}^{LR}(K^0, \pi^0) \\
 & \left. + \frac{1}{N_c} \left(c_5 + \frac{c_7}{2} \right) \mathcal{A}_{gh}^{SP}(K^0, \pi^0) \right\}, \tag{C-3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \mathcal{A}(\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-) \\
 & = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ub} V_{us}^* \left\{ a_2 A_{ef}^{LL}(\pi^+ \pi^-) + \frac{c_1}{N_c} A_{gh}^{LL}(\pi^+ \pi^-) \right\} \\
 & - \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{tb} V_{ts}^* \left\{ \left(2a_3 + \frac{a_9}{2} \right) A_{ef}^{LL}(\pi^+ \pi^-) + \left(2a_5 + \frac{a_7}{2} \right) A_{ef}^{LR}(\pi^+ \pi^-) \right. \\
 & \left. + \frac{c_1}{N_c} \left(2c_6 + \frac{c_8}{2} \right) A_{gh}^{LR}(\pi^+, \pi^-) + \frac{1}{N_c} \left(2c_4 + \frac{c_{10}}{2} \right) A_{gh}^{LL}(\pi^+ \pi^-) \right\}, \tag{C-4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \mathcal{A}(\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0) \\
 & = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ub} V_{us}^* \left\{ a_2 A_{ab}^{LL}(\pi^0 \pi^0) + a_2 A_{ef}^{LL}(\pi^0 \pi^0) + \frac{c_1}{N_c} A_{gh}^{LL}(\pi^0 \pi^0) \right. \\
 & \left. + \frac{c_1}{N_c} A_{cd}^{LL}(\pi^0 \pi^0) \right\} - \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{tb} V_{ts}^* \left\{ \left(2a_3 + \frac{a_9}{2} \right) A_{ef}^{LL}(\pi^0 \pi^0) \right. \\
 & + \left(2a_5 + \frac{a_7}{2} \right) A_{ef}^{LR}(\pi^0 \pi^0) + \frac{c_1}{N_c} \left(2c_6 + \frac{c_8}{2} \right) A_{gh}^{LR}(\pi^0, \pi^0) \\
 & \left. + \frac{1}{N_c} \left(2c_4 + \frac{c_{10}}{2} \right) A_{gh}^{LL}(\pi^0 \pi^0) \right\}, \tag{C-5}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \mathcal{A}(\bar{B}_s^0 \rightarrow \bar{K}^0 K^0) \\
 & = - \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{tb} V_{ts}^* \left\{ \left(a_4 - \frac{1}{2} a_{10} \right) A_{ab}^{LL}(K^0, \bar{K}^0) + \left(a_6 - \frac{1}{2} a_8 \right) A_{ab}^{SP}(K^0, \bar{K}^0) \right. \\
 & + \frac{1}{N_c} \left(C_3 - \frac{1}{2} C_9 \right) A_{cd}^{LL}(K^0, \bar{K}^0) + \left(C_5 - \frac{1}{2} C_7 \right) A_{cd}^{LR}(K^0, \bar{K}^0) \\
 & + \left(a_6 - \frac{1}{2} a_8 \right) A_{ef}^{SP}(K^0, \bar{K}^0) + \frac{1}{N_c} \left(C_3 - \frac{1}{2} C_9 + C_4 - \frac{1}{2} C_{10} \right) A_{gh}^{LL}(K^0, \bar{K}^0) \\
 & + \frac{1}{N_c} \left(C_5 - \frac{1}{2} C_7 \right) A_{gh}^{LR}(K^0, \bar{K}^0) + \frac{1}{N_c} \left(C_4 - \frac{1}{2} C_{10} \right) A_{gh}^{LL}(\bar{K}^0, K^0) \\
 & \left. + \frac{1}{N_c} \left(C_6 - \frac{1}{2} C_8 \right) A_{gh}^{SP}(\bar{K}^0, K^0) \right\}, \tag{C-6}
 \end{aligned}$$

C.2 $\bar{B}_s^0 \rightarrow PV$ 过程各衰变道的衰变振幅

$$\begin{aligned}
 & \mathcal{A}(\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^- K^{*+}) \\
 = & \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ub} V_{ud}^* \{a_1 A_{ab}^{LL}(K^{*+}, \pi^-) + \frac{c_2}{N_c} A_{cd}^{LL}(K^{*+}, \pi^-)\} \\
 & - \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{tb} V_{td}^* \{(a_4 + a_{10}) A_{ab}^{LL}(K^{*+}, \pi^-) + (a_6 + a_8) A_{ab}^{SP}(K^{*+}, \pi^-) \\
 & + \frac{1}{N_c} (c_3 + c_9) A_{cd}^{LL}(K^{*+}, \pi^-) + \frac{1}{N_c} (c_5 + c_7) A_{cd}^{SP}(K^{*+}, \pi^-) \\
 & + (a_4 - \frac{a_{10}}{2}) A_{ef}^{LL}(K^{*+}, \pi^-) - (a_6 - \frac{a_8}{2}) A_{ef}^{SP}(K^{*+}, \pi^-) \\
 & + \frac{1}{N_c} (c_3 - \frac{c_9}{2}) A_{gh}^{LL}(K^{*+}, \pi^-) + \frac{1}{N_c} (c_5 + \frac{c_7}{2}) A_{gh}^{SP}(K^{*+}, \pi^-)\}, \tag{C-7}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \mathcal{A}(\bar{B}_s^0 \rightarrow \rho^- K^+) \\
 = & \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ub} V_{ud}^* \{a_1 A_{ab}^{LL}(K^+, \rho^-) + \frac{c_2}{N_c} A_{cd}^{LL}(K^+, \rho^-)\} \\
 & - \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{tb} V_{td}^* \{(a_4 + a_{10}) A_{ab}^{LL}(K^+, \rho^-) \\
 & + \frac{1}{N_c} (c_3 + c_9) A_{cd}^{LL}(K^+, \rho^-) + \frac{1}{N_c} (c_5 + c_7) A_{cd}^{SP}(K^+, \rho^-) \\
 & + (a_4 - \frac{a_{10}}{2}) A_{ef}^{LL}(K^+, \rho^-) + (a_6 - \frac{a_8}{2}) A_{ef}^{SP}(K^+, \rho^-) \\
 & + \frac{1}{N_c} (c_3 - \frac{c_9}{2}) A_{gh}^{LL}(K^+, \rho^-) + \frac{1}{N_c} (c_5 + \frac{c_7}{2}) A_{gh}^{SP}(K^+, \rho^-)\}, \tag{C-8}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \mathcal{A}(\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^0 K^{*0}) \\
 = & \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ub} V_{ud}^* \{a_2 A_{ab}^{LL}(K^{*0}, \pi^0) + \frac{c_1}{N_c} A_{cd}^{LL}(K^{*0}, \pi^0)\} \\
 & - \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{tb} V_{td}^* \{(-a_4 + \frac{a_{10}}{2} - \frac{3a_9}{2}) A_{ab}^{LL}(K^{*0}, \pi^0) \\
 & + \frac{1}{N_c} (-c_3 + \frac{c_9}{2} + \frac{3c_{10}}{2}) A_{cd}^{LL}(K^{*0}, \pi^0) + (a_6 + \frac{a_8}{2}) A_{ab}^{SP}(K^{*0}, \pi^0) \\
 & + \frac{1}{N_c} \frac{3c_8}{2} A_{cd}^{LL}(K^{*0}, \pi^0) + \frac{1}{N_c} (c_5 + \frac{c_7}{2}) A_{cd}^{SP}(K^{*0}, \pi^0) \\
 & + (a_4 - \frac{a_{10}}{2}) A_{ef}^{LL}(K^{*0}, \pi^0) + (a_6 - \frac{a_8}{2}) A_{ef}^{SP}(K^{*0}, \pi^0) \\
 & + \frac{1}{N_c} (c_3 - \frac{c_9}{2}) A_{gh}^{LL}(K^{*0}, \pi^0) + \frac{3a_7}{2} A_{ab}^{LR}(K^{*0}, \pi^0) \\
 & + \frac{1}{N_c} (c_5 + \frac{c_7}{2}) A_{gh}^{SP}(K^{*0}, \pi^0)\}, \tag{C-9}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \mathcal{A}(\bar{B}_s^0 \rightarrow \rho^0 K^0) \\
 &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ub} V_{ud}^* \{a_2 A_{ab}^{LL}(K^0, \rho^0) + \frac{c_1}{N_c} A_{cd}^{LL}(K^0, \rho^0)\} \\
 & \quad - \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{tb} V_{td}^* \{(-a_4 - \frac{3a_7}{2} + \frac{3a_9}{2} + \frac{a_{10}}{2}) A_{ab}^{LL}(K^0, \rho^0) \\
 & \quad + \frac{1}{N_c} (-c_3 + \frac{c_9}{2} + \frac{3c_{10}}{2}) A_{cd}^{LL}(K^0, \rho^0) + \frac{1}{N_c} (\frac{-3c_8}{2}) A_{ab}^{SP}(K^0, \rho^0) \\
 & \quad + \frac{1}{N_c} (-c_5 + \frac{c_7}{2}) A_{cd}^{LR}(K^0, \rho^0) \\
 & \quad + (-a_4 + \frac{a_{10}}{2}) A_{ef}^{LL}(K^0, \rho^0) + (-a_6 + \frac{a_8}{2}) A_{ef}^{SP}(K^0, \rho^0) \\
 & \quad + \frac{1}{N_c} (-c_3 + \frac{c_9}{2}) A_{gh}^{LL}(K^0, \rho^0) + \frac{1}{N_c} (-c_5 + \frac{c_7}{2}) A_{gh}^{SP}(K^0, \rho^0)\}, \quad (C-10)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \mathcal{A}(\bar{B}_s^0 \rightarrow K^0 \omega) \\
 &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ub} V_{ud}^* \{a_2 A_{ab}^{LL}(K^0, \omega) + \frac{c_1}{N_c} A_{cd}^{LL}(K^0, \omega)\} \\
 & \quad - \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{tb} V_{td}^* \{(2a_3 + a_4 + \frac{a_9}{2} - \frac{a_{10}}{2}) A_{ab}^{LL}(K^0, \omega) - (2a_5 + \frac{a_7}{2}) A_{ab}^{LR}(K^0, \omega) \\
 & \quad + \frac{1}{N_c} (c_3 + 2c_4 - \frac{c_9}{2} + \frac{c_{10}}{2}) A_{cd}^{LL}(K^0, \omega) + \frac{1}{N_c} (2c_6 + \frac{c_8}{2}) A_{cd}^{LR}(K^0, \omega) \\
 & \quad + (a_4 - \frac{a_{10}}{2}) A_{ef}^{LL}(K^0, \omega) + (a_6 - \frac{a_8}{2}) A_{ab}^{SP}(K^0, \omega) + (a_6 - \frac{a_8}{2}) A_{ef}^{SP}(K^0, \omega) \\
 & \quad + \frac{1}{N_c} (c_3 - \frac{c_9}{2}) A_{gh}^{LL}(K^0, \omega) + \frac{1}{N_c} (c_5 - \frac{c_7}{2}) A_{gh}^{SP}(K^0, \omega) \\
 & \quad + \frac{1}{N_c} (c_5 - \frac{c_7}{2}) A_{cd}^{SP}(K^0, \omega)\}, \quad (C-11)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \mathcal{A}(\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^+ \rho^-) \\
 &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ub} V_{us}^* \{a_2 A_{ef}^{LL}(\pi^+, \rho^-) + \frac{c_1}{N_c} A_{gh}^{LL}(\pi^+, \rho^-) + a_2 A_{ef}^{LL}(\rho^-, \pi^+) + \frac{c_1}{N_c} A_{gh}^{LL}(\rho^-, \pi^+)\} \\
 & \quad - \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{tb} V_{ts}^* \{(a_3 + a_9) A_{ef}^{LL}(\pi^+, \rho^-) - (a_5 + a_7) A_{ef}^{LR}(\pi^+, \rho^-) \\
 & \quad + \frac{c_1}{N_c} (c_6 + \frac{c_8}{2}) A_{gh}^{LR}(\pi^+, \rho^-) + \frac{1}{N_c} (c_4 + \frac{c_{10}}{2}) A_{gh}^{LL}(\pi^+, \rho^-) \\
 & \quad + (a_3 + a_9) A_{ef}^{LL}(\rho^-, \pi^+) - (a_5 + a_7) A_{ef}^{LR}(\rho^-, \pi^+) \\
 & \quad + \frac{c_1}{N_c} (c_6 + \frac{c_8}{2}) A_{gh}^{LR}(\rho^-, \pi^+) + \frac{1}{N_c} (c_4 + \frac{c_{10}}{2}) A_{gh}^{LL}(\rho^-, \pi^+)\}, \quad (C-12)
 \end{aligned}$$

$$\mathcal{A}(\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^- \rho^+)$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ub} V_{us}^* \{a_2 A_{ef}^{LL}(\rho^+, \pi^-) + \frac{c_1}{N_c} A_{gh}^{LL}(\rho^+, \pi^-) + a_2 A_{ef}^{LL}(\pi^-, \rho^+) + \frac{c_1}{N_c} A_{gh}^{LL}(\pi^-, \rho^+)\} \\
 &\quad - \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{tb} V_{ts}^* \{(a_3 + a_9) A_{ef}^{LL}(\rho^+, \pi^-) - (a_5 + a_7) A_{ef}^{LR}(\rho^+, \pi^-) \\
 &\quad + \frac{c_1}{N_c} (c_6 + \frac{c_8}{2}) A_{gh}^{LR}(\rho^+, \pi^-) + \frac{1}{N_c} (c_4 + \frac{c_{10}}{2}) A_{gh}^{LL}(\rho^+, \pi^-) \\
 &\quad + (a_3 + a_9) A_{ef}^{LL}(\pi^-, \rho^+) - (a_5 + a_7) A_{ef}^{LR}(\pi^-, \rho^+) \\
 &\quad + \frac{c_1}{N_c} (c_6 + \frac{c_8}{2}) A_{gh}^{LR}(\pi^-, \rho^+) + \frac{1}{N_c} (c_4 + \frac{c_{10}}{2}) A_{gh}^{LL}(\pi^-, \rho^+)\}, \tag{C-13}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &A(\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^0 \omega) \\
 &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ub} V_{us}^* \{a_2 A_{ef}^{LL}(\pi^0, \omega) + \frac{c_1}{N_c} A_{gh}^{LL}(\pi^0, \omega)\} - \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{tb} V_{ts}^* \{\frac{3a_7}{2} A_{ef}^{LR}(\pi^0, \omega) \\
 &\quad + \frac{1}{N_c} \frac{3c_8}{2} A_{gh}^{LR}(\pi^0, \omega) + \frac{3a_9}{2} A_{ef}^{LL}(\pi^0, \omega) + \frac{1}{N_c} \frac{3c_{10}}{2} A_{gh}^{LL}(\pi^0, \omega) + \frac{3a_7}{2} A_{ef}^{LR}(\omega, \pi^0) \\
 &\quad + \frac{1}{N_c} \frac{3c_8}{2} A_{gh}^{LR}(\omega, \pi^0) + \frac{3a_9}{2} A_{ef}^{LL}(\omega, \pi^0) + \frac{1}{N_c} \frac{3c_{10}}{2} A_{gh}^{LL}(\omega, \pi^0)\}, \tag{C-14}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &A(\bar{B}_s^0 \rightarrow K^- K^{*+}) \\
 &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} \{V_{ub} V_{us}^* \{a_1 A_{ab}^{LL}(K^{*+}, K^-) + \frac{c_2}{N_c} A_{cd}^{LL}(K^{*+}, K^-) \\
 &\quad + a_2 A_{ef}^{LL}(K^{*+}, K^-) + \frac{c_1}{N_c} A_{gh}^{LL}(K^{*+}, K^-)\} \\
 &\quad - \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{tb} V_{ts}^* \{(a_4 + a_{10}) A_{ab}^{LL}(K^{*+}, K^-) - (a_6 + a_8) A_{ab}^{SP}(K^{*+}, K^-) \\
 &\quad + \frac{1}{N_c} (c_3 + c_9) A_{cd}^{LL}(K^{*+}, K^-) \\
 &\quad + (a_3 + a_4 - a_5 + \frac{a_7}{2} - \frac{a_9}{2} - \frac{a_{10}}{2}) A_{ef}^{LL}(K^{*+}, K^-) \\
 &\quad + (a_3 + a_9) A_{ef}^{LL}(K^+, K^-) - \frac{1}{N_c} (c_5 - \frac{c_7}{2}) A_{gh}^{LR}(K^{*+}, K^-) \\
 &\quad + (a_3 - a_5 - a_7 + a_9) A_{ef}^{LL}(K^-, K^{*+}) - \frac{1}{N_c} (c_5 + c_7) A_{cd}^{LR}(K^{*+}, K^-) \\
 &\quad - (a_6 - \frac{a_8}{2}) A_{ef}^{SP}(K^-, K^+) + (a_5 - \frac{a_7}{2}) A_{ef}^{LR}(K^-, K^+) \\
 &\quad + (a_6 - \frac{a_8}{2}) A_{ef}^{SP}(K^{*+}, K^-) + \frac{1}{N_c} (c_3 + c_4 - \frac{C_9}{2} - \frac{C_{10}}{2}) A_{gh}^{LL}(K^{*+}, K^-) \\
 &\quad - \frac{1}{N_c} (c_6 - \frac{c_8}{2}) A_{gh}^{SP}(K^{*+}, K^-) + \frac{1}{N_c} (c_4 + c_{10}) A_{ef}^{LL}(K^-, K^{*+}) \\
 &\quad - \frac{1}{N_c} (c_6 + c_8) A_{gh}^{SP}(K^-, K^{*+})\}, \tag{C-15}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & A(\bar{B}_s^0 \rightarrow K^{*-} K^+) \\
 = & \frac{G_F}{\sqrt{2}} \{ V_{ub} V_{us}^* \{ a_1 A_{ab}^{LL}(K^+, K^{*-}) \\
 & + \frac{c_2}{N_c} A_{cd}^{LL}(K^{*-}, K^+) + a_2 A_{ef}^{LL}(K^+, K^{*-}) + \frac{c_1}{N_c} A_{gh}^{LL}(K^+, K^{*-}) \} \\
 & - \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{tb} V_{ts}^* \{ (a_4 + a_{10}) A_{ab}^{LL}(K^+, K^{*-}) + \frac{1}{N_c} (c_3 + c_9) A_{cd}^{LL}(K^+, K^{*-}) \\
 & + (a_3 + a_4 - a_5 + \frac{a_7}{2} - \frac{a_9}{2} - \frac{a_{10}}{2}) A_{ef}^{LL}(K^+, K^{*-}) \\
 & - \frac{1}{N_c} (c_5 - \frac{c_7}{2}) A_{gh}^{LR}(K^+, K^{*-}) \\
 & + (a_3 - a_5 - a_7 + a_9) A_{ef}^{LL}(K^{*-}, K^+) - \frac{1}{N_c} (c_5 + c_7) A_{cd}^{LR}(K^+, K^{*-}) \\
 & - (a_6 - \frac{a_8}{2}) A_{ef}^{SP}(K^+, K^{*-}) + (a_5 - \frac{a_7}{2}) A_{ef}^{LR}(K^{*-}, K^+) \\
 & + (a_6 - \frac{a_8}{2}) A_{ef}^{SP}(K^+, K^{*-}) + \frac{1}{N_c} (c_3 + c_4 - \frac{C_9}{2} - \frac{C_{10}}{2}) A_{gh}^{LL}(K^+, K^{*-}) \\
 & - \frac{1}{N_c} (c_6 - \frac{c_8}{2}) A_{gh}^{SP}(K^{*-}, K^+) + \frac{1}{N_c} (c_4 + c_{10}) A_{ef}^{LL}(K^{*-}, K^+) \\
 & - \frac{1}{N_c} (c_6 + c_8) A_{gh}^{SP}(K^{*-}, K^+) \}, \tag{C-16}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & A(\bar{B}_s^0 \rightarrow \bar{K}^0 K^{*0}) \\
 = & -\frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{tb} V_{ts}^* \{ (a_4 - \frac{a_{10}}{2}) A_{ab}^{LL}(K^{*0}, \bar{K}^0) \\
 & - (a_6 - \frac{a_8}{2}) A_{ab}^{SP}(K^{*0}, \bar{K}^0) + \frac{1}{N_c} (c_3 - \frac{c_9}{2}) A_{cd}^{LL}(K^{*0}, \bar{K}^0) \\
 & + (a_3 + a_4 - a_5 + \frac{a_7}{2} - \frac{a_9}{2} - \frac{a_{10}}{2}) A_{ef}^{LL}(K^{*0}, \bar{K}^0) \\
 & - \frac{1}{N_c} (c_5 - \frac{c_7}{2}) A_{cd}^{LR}(K^{*0}, \bar{K}^0) - (a_6 - \frac{a_8}{2}) A_{ef}^{SP}(K^{*0}, \bar{K}^0) \\
 & + \frac{1}{N_c} (c_3 + c_4 - \frac{C_9}{2} - \frac{C_{10}}{2}) A_{gh}^{LL}(K^{*0}, \bar{K}^0) + \frac{1}{N_c} (c_4 - \frac{c_{10}}{2}) A_{gh}^{LL}(\bar{K}^0, K^{*0}) \\
 & - \frac{1}{N_c} (c_5 - \frac{c_7}{2}) A_{gh}^{LR}(K^{*0}, \bar{K}^0) \\
 & + (a_3 - a_5 + \frac{a_7}{2} - \frac{a_9}{2}) A_{ef}^{LL}(\bar{K}^0, K^{*0}) - \frac{1}{N_c} (c_6 - \frac{c_8}{2}) A_{gh}^{SP}(K^{*0}, \bar{K}^0) \}, \tag{C-17}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & A(\bar{B}_s^0 \rightarrow \bar{K}^{*0} K^0) \\
 = & -\frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{tb} V_{ts}^* \{ (a_4 - \frac{a_{10}}{2}) A_{ab}^{LL}(K^0, \bar{K}^{*0})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -\left(a_6 - \frac{a_8}{2}\right)A_{ab}^{SP}(K^0, \bar{K}^{*0}) + \frac{1}{N_c}\left(c_3 - \frac{c_9}{2}\right)A_{cd}^{LL}(K^0, \bar{K}^{*0}) \\
 & +\left(a_3 + a_4 - a_5 + \frac{a_7}{2} - \frac{a_9}{2} - \frac{a_{10}}{2}\right)A_{ef}^{LL}(K^0, \bar{K}^{*0}) \\
 & -\frac{1}{N_c}\left(c_5 - \frac{c_7}{2}\right)A_{cd}^{LR}(K^0, \bar{K}^{*0}) - \left(a_6 - \frac{a_8}{2}\right)A_{ef}^{SP}(K^0, \bar{K}^{*0}) \\
 & +\frac{1}{N_c}\left(c_3 + c_4 - \frac{C_9}{2} - \frac{C_{10}}{2}\right)A_{gh}^{LL}(K^0, \bar{K}^{*0}) + \frac{1}{N_c}\left(c_4 - \frac{c_{10}}{2}\right)A_{gh}^{LL}(\bar{K}^{*0}, K^0) \\
 & -\frac{1}{N_c}\left(c_5 - \frac{c_7}{2}\right)A_{gh}^{LR}(\bar{K}^{*0}, K^0) \\
 & +\left(a_3 - a_5 + \frac{a_7}{2} - \frac{a_9}{2}\right)A_{ef}^{LL}(\bar{K}^{*0}, K^0) - \frac{1}{N_c}\left(c_6 - \frac{c_8}{2}\right)A_{gh}^{SP}(\bar{K}^{*0}, K^0)\}, \quad (C-18)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & A(\bar{B}_s^0 \rightarrow K^0\phi) \\
 & = -\frac{G_F}{\sqrt{2}}V_{tb}V_{td}^*\left\{\left(a_3 + a_4 - \frac{a_9}{2} - \frac{a_{10}}{2}\right)A_{ab}^{LL}(K^0, \phi) - \left(a_5 - \frac{a_7}{2}\right)A_{ab}^{LR}(K^0, \phi) \right. \\
 & \quad +\left(a_6 - \frac{a_8}{2}\right)A_{ab}^{SP}(K^0, \phi) + \frac{1}{N_c}\left(c_3 + c_4 - \frac{C_9}{2} - \frac{C_{10}}{2}\right)A_{cd}^{LL}(K^0, \phi) \\
 & \quad +\frac{1}{N_c}\left(c_6 - \frac{c_8}{2}\right)A_{cd}^{SP}(K^0, \phi) + \frac{1}{N_c}\left(c_6 - \frac{c_8}{2}\right)A_{cd}^{LR}(K^0, \phi) \\
 & \quad +\left(a_4 - \frac{a_{10}}{2}\right)A_{ef}^{LL}(K^0, \phi) + \left(a_6 - \frac{a_8}{2}\right)A_{ef}^{SP}(K^0, \phi) \\
 & \quad +\frac{1}{N_c}\left(c_3 + c_4 - \frac{C_9}{2} - \frac{C_{10}}{2}\right)A_{gh}^{LL}(K^0, \phi) \\
 & \quad \left. +\left(a_5 - \frac{a_7}{2}\right)A_{ef}^{LR}(K^0, \phi) + \frac{1}{N_c}\left(c_6 - \frac{c_8}{2}\right)A_{gh}^{LR}(K^0, \phi)\right\}, \quad (C-19)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & A(\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^0\phi) \\
 & = \frac{G_F}{\sqrt{2}}V_{ub}V_{us}^*\left\{a_2A_{ab}^{LL}(\phi, \pi^0) + \frac{c_1}{N_c}A_{cd}^{LL}(\phi, \pi^0)\right\} - \frac{G_F}{\sqrt{2}}V_{tb}V_{ts}^*\left\{\frac{3a_7}{2}A_{ab}^{LR}(\phi, \pi^0) \right. \\
 & \quad \left. +\frac{3a_9}{2}A_{ab}^{LL}(\phi, \pi^0) + \frac{1}{N_c}\frac{3c_8}{2}A_{cd}^{LR}(\phi, \pi^0) + \frac{3c_{10}}{2}A_{cd}^{LL}(\phi, \pi^0)\right\}, \quad (C-20)
 \end{aligned}$$

$$\mathcal{A}(\bar{B}_s^0 \rightarrow \rho^0\pi^0) = \frac{1}{2}\{\mathcal{A}(\bar{B}_s^0 \rightarrow \rho^-\pi^+) + \mathcal{A}(\bar{B}_s^0 \rightarrow \rho^+\pi^-)\}. \quad (C-21)$$

参考文献

- [1] S. Glashow, J. Iliopoulos and L. Maiani. *Weak interactions with lepton-hadron symmetry* [J]. Prog. Rev. D 2, 1285(1970).
- [2] L. L. Chau and W. Keung. *Comments on the parametrization of the Kobayashi-Maskawa matrix* [J]. Phys. Rev. Lett. 53, 1802 (1984).
- [3] L. Wolfenstein. *Parametrization of the Kobayashi-Maskawa matrix* [J]. Phys. Rev. Lett. 51, 1945 (1983).
- [4] A. J. Buras, M. E. Lautenbacher and G. Ostermaier. *Waiting for the top quark mass, $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$, $B_s^0 - \bar{B}_s^0$ mixing and CP asymmetries in B decays* [J]. Phys. Rev D 50, 3433 (1994).
- [5] G. Buchalla, A. Buras and M. Lautenbacher. *Weak decays beyond leading logarithms* [J]. Rev. Mod. Phys **68**, 1125 (1996).
- [6] K. G. Wilson. *Non-lagrangian models of current algebra* [J]. Phys. Rev. 179, 1499(1969).
- [7] K. G. Wilson and W. Zimmermann. *Operator product expansions and composite field operators in the general framework of quantum field theory* [J]. Comm. Math. Phys. 24, 87 (1972).
- [8] E. Witten. *Anomalous cross section for photon - photon scattering in gauge theories* [J]. Nucl. Phys. B 120, 189 (1977).
- [9] J. Cronin, V. Fitch, J. Christenson, *et al.* *Evidence for the 2π decay of the K_2^0 meson* [J]. Phys. Rev. Lett. **13**, 138 (1964).
- [10] B. Aubert, D. Boutigny, J. Gaillard, *et al.* *Observation of CP violation in the B^0 meson system* [J]. Phys. Rev. Lett. **87**, 091801 (2001).
- [11] P. Zyla, R. Barnett, J. Beringer, *et al.* *Review of Particle Physics* [J]. Prog. Theor. Exp. Phys. 2022.
- [12] A. Ali, G. Kramer and C. Lü. *CP violating asymmetries in charmless nonleptonic decays $B \rightarrow PP, PV, VV$ in the factorization approach* [J]. Phys. Rev. D **59**, 014005 (1999).
- [13] D. Du, H. Gong, J. Sun, *et al.* *Phenomenological analysis of charmless decays $B \rightarrow PV$ with QCD factorization* [J]. Phys. Rev. D **65**, 094025 (2002).
- [14] M. Wirbel, B. Stech and M. Bauer. *Exclusive semileptonic decays of heavy mesons* [J]. Z. Phys. C **29**, 637 (1985).
- [15] M. Bauer, B. Stech and M. Wirbel. *Exclusive nonleptonic decays of D, D_s , and B-mesons* [J]. Z. Phys. C **34**, 103 (1987).

- [16] L. Chau, H. Cheng, W. Sze, *et al.* *Charmless nonleptonic rare decays of B mesons* [J]. Phys. Rev. D **43**, 2176 (1991).
- [17] J. Bjorken. *Topics in B-physics* [J]. Nucl. Phys. Proc. Suppl. B **11**, 325 (1989).
- [18] A. Ali and C. Greub. *Analysis of two-body nonleptonic B decays involving light mesons in the standard model* [J]. Phys. Rev. D **57**, 2996 (1998).
- [19] A. Ali, J. Chay, C. Greub, *et al.* *Contribution of $b \rightarrow sgg$ through the QCD anomaly in exclusive decays $B^\pm \rightarrow (\eta', \eta) (K^\pm, K^{*\pm})$ and $B^0 \rightarrow (\eta', \eta) (K^0, K^{*0})$* [J]. Phys. Lett. B **424**, 161 (1998).
- [20] A. Ali, G. Kramer and C. Lü. *Experimental tests of factorization in charmless nonleptonic two-body B decay* [J]. Phys. Rev. D **58**, 094009 (1998).
- [21] H. Y. Cheng and B. Tseng. *Nonfactorizable effects in spectator and penguin amplitudes of hadronic charmless B decays* [J]. Phys. Rev. D **59**, 094005 (1998).
- [22] Y. Chen, H. Cheng and B. Tseng. *Charmless hadronic two-body decays of B_s mesons* [J]. Phys. Rev. D **59**, 074003 (1999).
- [23] H. Cheng and K. Yang. *Updated analysis of a_1 and a_2 in hadronic two-body decays of B mesons* [J]. Phys. Rev. D **59**, 092004 (1999).
- [24] Y. Chen, H. Cheng, B. Tseng, *et al.* *Charmless hadronic two-body decays of B_u and B_d mesons* [J]. Phys. Rev. D **60**, 094014 (1999).
- [25] M. Beneke, G. Buchalla, M. Neubert, *et al.* *QCD factorization in $B \rightarrow \pi K, \pi\pi$ decays and extraction of Wolfenstein parameters* [J]. Nucl. Phys. B **606**, 245 (2001).
- [26] D. Du, D. Yang and G. Zhu. *Analysis of the decays $B \rightarrow \pi\pi$ and πK with QCD factorization in the heavy quark limit* [J]. Phys. Lett. B **488**, 46 (2000).
- [27] D. Du, D. Yang and G. Zhu. *Infrared divergence and twist-3 distribution amplitudes in QCD factorization for $B \rightarrow PP$* [J]. Phys. Lett. B **509**, 263 (2001).
- [28] D. Du, D. Yang and G. Zhu. *QCD factorization for $B \rightarrow PP$* [J]. Phys. Rev. D **64**, 014036 (2001).
- [29] M. Beneke, G. Buchalla, M. Neubert, *et al.* *QCD factorization for $B \rightarrow \pi\pi$ decays: Strong phases and CP violation in the heavy quark limit* [J]. Phys. Rev. Lett. **83**, 1914 (1999).
- [30] M. Beneke, G. Buchalla, M. Neubert, *et al.* *QCD factorization for exclusive, nonleptonic B meson decays: General arguments and heavy light final states* [J]. Nucl. Phys. B **591**, 313 (2000).
- [31] M. Beneke and T. Feldmann. *Symmetry-breaking corrections to heavy-to-light B meson form factors at large recoil* [J]. Nucl. Phys. B **592**, 3 (2001).

-
- [32] C. H. Chang and H. N. Li. *Three-scale factorization theorem and effective field theory: Analysis of nonleptonic heavy meson decays* [J]. Phys. Rev. D 55, 5577 (1997).
- [33] T. W. Yeh and H. N. Li. *Factorization theorems, effective field theory, and nonleptonic heavy meson decays* [J]. Phys. Rev. D 56, 1615 (1997).
- [34] Y. Y. Keum, H. N. Li and A. I. Sanda. *Fat penguins and imaginary penguins in perturbative QCD* [J]. Phys. Lett. B 504, 6 (2001).
- [35] Y. Y. Keum, H. N. Li and A. I. Sanda. *Penguin enhancement and $B \rightarrow K\pi$ decays in perturbative QCD* [J]. Phys. Rev. D 63, 054008 (2001).
- [36] Y. Y. Keum and H. N. Li. *Nonleptonic charmless B decays: Factorization versus perturbative QCD* [J]. Phys. Rev. D 63, 074006 (2001).
- [37] C. D. Lü, K. Ukai and M. Z. Yang. *Branching ratio and CP violation of $B \rightarrow \pi\pi$ decays in perturbative QCD approach* [J]. Phys. Rev. D 63, 074009 (2001).
- [38] C. D. Lü and M. Z. Yang. *$B \rightarrow \pi\rho, \pi\omega$ decays in perturbative QCD approach* [J]. Eur. Phys. J. C 23, 275 (2002).
- [39] H. N. Li and H. L. Yu. *Extraction of V_{ub} from decay $B \rightarrow \pi l\nu$* [J]. Phys. Rev. Lett. 74, 4388 (1995).
- [40] H. N. Li and H. L. Yu. *PQCD Analysis of exclusive charmless B meson decay spectra* [J]. Phys. Lett. B 353, 301 (1995).
- [41] H. N. Li and H. L. Yu. *Perturbative QCD analysis of B meson decays* [J]. Phys. Rev. D 53, 2480 (1995).
- [42] H. N. Li. *QCD aspects of exclusive B meson decays* [J]. Czech. J. Phys. 53, 657 (2003).
- [43] M. Nagashima and H. N. Li. *k_T factorization of exclusive processes* [J]. Phys. Rev. D 67, 034001 (2003).
- [44] M. Nagashima and H. N. Li. *Two parton twist-3 factorization in perturbative QCD* [J]. Eur. Phys. J. C 40, 395 (2005).
- [45] H. N. Li and B. Tseng. *Nonfactorizable soft gluons in nonleptonic heavy meson decays* [J]. Phys. Rev. D 57, 443 (1998).
- [46] V. Pilipp. *Hard spectator interactions in $B \rightarrow \pi\pi$ at order α_s^2* [J]. Nucl. Phys. B 794, 154 (2008).
- [47] M. Beneke, T. Huber and X. Li. *NNLO vertex corrections to non-leptonic B decays: Tree amplitudes* [J]. Nucl. Phys. B 832, 109 (2010).
- [48] G. Bell, M. Beneke, T. Huber, *et al.* *Two-loop current - current operator contribution to the non-leptonic QCD penguin amplitude* [J]. Phys. Lett. B 750, 348 (2015).
- [49] T. Huber, S. Krankl and X. Li. *Two-body non-leptonic heavy-to-heavy decays at NNLO in QCD factorization* [J]. JHEP 09, 112 (2016).

- [50] G. Bell, M. Beneke, T. Huber and X. Li, *et al.* *Two-loop non-leptonic penguin amplitude in QCD factorization* [J]. JHEP **04**, 055 (2020).
- [51] Y. Yang, L. Lang, X. Zhao, *et al.* *Reinvestigating the $B \rightarrow PP$ decays by including the contributions from ϕ_{B2}* [J]. Phys. Rev. D **103**, 056006 (2021).
- [52] T. Huang and X. Wu. *Consistent calculation of the $B \rightarrow \pi$ transition form-factor in the whole physical region* [J]. Phys. Rev. D **71**, 034018 (2005).
- [53] T. Kurimoto. *Uncertainty in the leading order PQCD calculations of B meson decays* [J]. Phys. Rev. D **74**, 014027 (2006).
- [54] C. Lü and M. Yang. *B to light meson transition form-factors calculated in perturbative QCD approach* [J]. Eur. Phys. J. C **28**, 515 (2003).
- [55] S. Descotes-Genon and C. Sachrajda. *Sudakov effects in $B \rightarrow \pi \ell \nu_\ell$ form-factors* [J]. Nucl. Phys. B **625**, 239 (2002).
- [56] Z. Wei and M. Yang. *The Systematic study of $B \rightarrow \pi$ form-factors in pQCD approach and its reliability* [J]. Nucl. Phys. B **642**, 263 (2002).
- [57] C. Chen, Y. Keum and H. Li. *Perturbative QCD analysis of $B \rightarrow \phi K$ decays and power counting* [J]. Phys. Rev. D **64**, 112002 (2001).
- [58] Z. Rui, X. Gao and C. Lü. *Revisiting the $B \rightarrow \pi\rho, \pi\omega$ decays in the perturbative QCD approach beyond the leading order* [J]. Eur. Phys. J. C **72**, 1923 (2012).
- [59] H. Li and S. Mishima. *Glauber gluons in spectator amplitudes for $B \rightarrow \pi M$ decays* [J]. Phys. Rev. D **90**, 074018 (2014).
- [60] L. Guo, Q. Xu and Z. Xiao. *$B \rightarrow KK^*$ decays in the perturbative QCD approach* [J]. Phys. Rev. D **75**, 014019 (2007).
- [61] Z. Zhang and Z. Xiao. *NLO contributions to $B \rightarrow KK^*$ Decays in the pQCD approach* [J]. Eur. Phys. J. C **59**, 49 (2009).
- [62] J. Hua, H. Li, C. Lü, *et al.* *Global analysis of hadronic two-body B decays in the perturbative QCD approach* [J]. Phys. Rev. D **104**, 016025 (2021).
- [63] H. Li and S. Mishima. *Penguin-dominated $B \rightarrow PV$ decays in NLO perturbative QCD* [J]. Phys. Rev. D **74**, 094020 (2006).
- [64] A. Grozin and M. Neubert. *Asymptotics of heavy meson form-factors* [J]. Phys. Rev. D **55**, 272 (1997).
- [65] P. Ball. *Theoretical update of pseudoscalar meson distribution amplitudes of higher twist: The Nonsinglet case* [J]. JHEP **01**, 010 (1999).
- [66] M. Bauer and M. Wirbel. *Form-factor effects in exclusive D and B decays* [J]. Z. Phys. C **42**, 671 (1989).

-
- [67] S. Cheng, Y. Y. Fan, X. Yu, *et al.* *The NLO twist-3 contributions to $B \rightarrow \pi$ form factors in k_T factorization* [J]. Phys. Rev. D 89, 094004 (2014).
- [68] P. Ball, V. Braun, A. Lenz. *Higher-twist distribution amplitudes of the K meson in QCD* [J]. JHEP 0605, 004 (2006).
- [69] A. Ali, G. Kramer, Y. Li, *et al.* *Charm-less nonleptonic B_s decays to PP, PV , and VV final states in the $pQCD$ approach* [J]. Phys. Rev. D 76, 074018 (2007).
- [70] J. J. Wang, D. T. Lin, W. Sun, *et al.* *$\bar{B}_s^0 \rightarrow K\pi, KK$ decays and effects of the next-to-leading order contributions* [J]. Phys. Rev. D 89, 074046 (2014).
- [71] J. Liu, R. Zhou, and Z. J. Xiao. *$B_s \rightarrow PP$ decays and the effects of NLO contributions in $pQCD$* [J]. arXiv:0812.2312.
- [72] M. Beneke and M. Neubert. *QCD factorization for $B \rightarrow PP$ and $B \rightarrow PV$ decays* [J]. Nucl. Phys. B 675, 333 (2003).
- [73] A. Williamson, J. Zupan. *Two body B decays with isosinglet final states in SCET* [J]. Phys. Rev. D 74, 014003 (2006).
- [74] P. Ball, V. Braun and A. Lenz. *Twist-3 distribution amplitudes of K^* and ϕ mesons* [J]. JHEP 03, 069 (2007).
- [75] G. Duplancic and B. Melic. *$B, B_s \rightarrow K$ form factors: an update of light-cone sum rule results* [J]. Phys. Rev. D 78, 054015 (2008)
- [76] Y. L. Wu, M. Zhong and Y. B. Zuo. *$B_s, D_s \rightarrow \pi, K, \eta, \rho, K^*, \omega, \phi$ transition form factors and decay rates with extraction of the CKM parameters V_{ub}, V_{cs}, V_{cd}* [J]. Int. J. Mod. Phys. A 21, 6125 (2006).
- [77] A. Al-Haydari, A. Ali Khan, V. M. Braun, *et al.* *Semileptonic form factors D to π, K and B to π, K from a fine lattice* [J]. Eur. Phys. J. A 43, 107120 (2010)
- [78] R. Aaij, B. Adeva, M. Adinolf, *et al.* (LHCb collaboration). *Observation of $B_s^0 \rightarrow K^{*\pm} K^\pm$ and evidence for $B_s^0 \rightarrow K^{*+} \pi^-$ decays* [J]. New J. Phys. 16, 123001 (2014).
- [79] R. Aaij, S. Akar, J. Albrecht, *et al.* (LHCb collaboration). *First observation of the decay $B_s^0 \rightarrow K_S^0 K^{*0}(892)^0$ at LHCb* [J]. JHEP 01, 012 (2016).

致 谢

盛年不重来，一日难再晨。不知不觉，硕士生活已经进入尾声。感慨时间的同时，也充满了感恩与不舍。

本论文是在导师杨悦玲教授与孙俊峰教授的悉心指导下完成的。从论文选题到论文的撰写，每一个环节都倾注了导师的心血。我现在能够取得的成绩和进步都离不开杨老师和孙老师的谆谆教诲。在此毕业之际，谨向杨悦玲教授与孙俊峰教授致以最崇高的敬意和最衷心的感谢，感谢老师让我发现了兴趣方向，接触到粒子物理的研究方向；在我的科研路上指引方向，让我少走弯路；对我学业上的悉心指导和生活上的热情帮助。感谢师妹李佳芝和吕兆杰，她们也给予了我许多帮助。

感谢我的父母，在我做出任何决定时都无条件的支持我，感谢你们给予我无私的爱与理解。

李征霖

二〇二三年五月

攻读硕士学位期间完成的论文

1. Purely leptonic decays of the ground charged vector mesons.
杨悦玲, 李征霖, 李康, 黄金书, 孙俊峰.
Eur. Phys. J. C **81**,1110 (2021).
2. Feasibility of the experimental study of $D_s^* \rightarrow \phi\pi$ decay.
杨悦玲, 李康, 李征霖, 黄金书, 孙俊峰.
Eur. Phys. J. C **82**, 555 (2022).
3. Feasibility of searching for the Cabibbo-favored $D^* \rightarrow \bar{K}\pi^+, \bar{K}^*\pi^+, \bar{K}\rho^+$ decays.
杨悦玲, 李康, 李征霖, 黄金书, 常钦, 孙俊峰.
Phys. Rev. D **106**, 036029 (2022).

独创性声明

本人郑重声明：所呈交的学位论文是我个人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。尽我所知，除了文中特别加以标注和致谢的地方外，论文中不包含其他人已经发表或撰写的研究成果，也不包含为获得河南师范大学或其他教育机构的学位或证书所使用过的材料。与我一同工作的同志对本研究所做的任何贡献均已在论文中作了明确的说明并表示了谢意。

签名：_____ 日期：_____

关于论文使用授权的说明

本人完全了解河南师范大学有关保留、使用学位论文的规定，即：有权保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和磁盘，允许论文被查阅和借阅。本人授权河南师范大学可以将学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存、汇编学位论文。(保密的学位论文在解密后适用本授权书)

签名：_____ 导师签名：_____ 日期：_____