

单位代码	10476
学 号	2002183023
分 类 号	O572.2

河南师范大学

硕士学位论文

矢量粲介子非轻弱衰变的唯象学研究

学 科、专 业 : 物理学、粒子物理与原子核物理
研 究 方 向 : 重味物理研究
申请学位类别 : 理学硕士
申 请 人 : 李康
指 导 教 师 : 杨悦玲 教授

二〇二三年五月

PHENOMENOLOGICAL STUDY OF THE NONLEPTONIC DECAY OF VECTOR CHARM MESONS

A Dissertation Submitted to
the Graduate School of Henan Normal University
in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Science

By
Li Kang

Supervisor: Prof. Yueling Yang

May, 2023

摘要

在 CLEC-c 和 BES 实验中，我们积累了很多赝标量介子 D 的实验数据， D 介子的性质也已经被许多实验小组进行了细致地研究，而目前关于矢量介子 D_q^* 的研究相对较少。实验上，在大型强子对撞机（HL-LHC）和正负电子对撞机中有望收集到大量的 D_q^* 介子事例数，这为 D_q^* 介子弱衰变的研究奠定了基础。

D_q^* 介子主要通过电磁相互作用进行衰变，也可以通过弱相互作用进行衰变。并且， D_q^* 介子非轻弱衰变的末态鉴别效率更高。 D_q^* 介子弱衰变的研究，可以为 D 介子弱衰变提供相关信息，还可以检验标准模型中轴矢流的相互作用，同时也能提高我们对 D_q^* 介子性质的认识，丰富我们对 D_q^* 介子衰变机理的理解。另外，粲夸克的质量较大，粲夸克衰变为检验各种唯象学模型和研究在 $\mathcal{O}(m_c)$ 标度附近的强相互作用提供了一个场所。

我们在标准模型下，采用微扰 QCD 方法和简单因子化方法研究 $D_s^* \rightarrow \phi\pi$ 弱衰变过程。研究发现，两种方法所得到的分支比相差不大。由于我们的目的是探究在未来实验中，是否可以通过 D_q^* 介子弱衰变来研究 D_q^* 介子，所以我们对分支比精度要求不高，只需要对量级进行估计而不需要精确计算。因此，我们采用简单因子化方法对 $D^* \rightarrow \bar{K}\pi^+$ 、 $\bar{K}^*\pi^+$ 、 $\bar{K}\rho^+$ 衰变过程进行研究，这些过程都不存在 CKM 压低，所以在 D_q^* 介子弱衰变过程中具有较大的分支比。在 D_q^* 介子静止系下，其末态介子以一个确定的动量背向移动，因此末态介子很容易被探测器探测到。

研究表明： $D_s^* \rightarrow \phi\pi$ 衰变的分支比可以达到 $\mathcal{O}(10^{-7})$ 。 $D^* \rightarrow \bar{K}\pi^+$ 、 $\bar{K}^*\pi^+$ 、 $\bar{K}\rho^+$ 衰变的分支比也可以达到 $\mathcal{O}(10^{-10})$ 甚至更大，未来在 STCF、CEPC、FCC-ee 和 LHCb@HL-LHC 实验中能够获取大量的 D_q^* 介子事例数，即使在考虑到粒子鉴别效率的情况下，对 D_q^* 介子弱衰变进行实验研究也是可行的。

关键词： D_q^* 介子，微扰QCD 方法，简单因子化，分支比。

ABSTRACT

At CLEC-c and BES experiments, a lot of experimental data of the pseudoscalar D mesons have been accumulated, the nature of meson D has also been meticulously studied by many experimental groups. At present, few studies have been done on the vector meson D_q^* . Experimentally, the high-luminosity Large Hadron Collider (HL-LHC) and the Electron-positron Colliders are expected to be collected at a large amount of D_q^* meson, which provides a basis for the study of weak decay of D_q^* mesons.

D_q^* mesons decay mainly through the electromagnetic interactions, but can also decay through the weak interactions. Moreover, the reconstruction efficiency of the final states of D_q^* meson nonleptonic decay is high. The study of the weak decay of D_q^* mesons can provide overconstrained information for the parameters from the weak decay of D mesons, and examine the axial vector current interaction of in the standard model, and improve our understanding on the properties of D_q^* mesons, and enrich our recognition of the decay mechanism of mesons. In addition, the decay of the heavy charm quark is a place to test various phenomenological models and study the strong interactions around the $\mathcal{O}(m_c)$ scale.

We use perturbation QCD approach and the naive factorization approach to study the weak decay process of $D_s^* \rightarrow \phi\pi$ within the standard model framework. Our study it is found that the branching ratios obtained with these two methods the same order of magnitude. Our main objective is to determine whether the D_q^* meson can be explored through their nonleptonic weak decay in the future experiments, so an approximate estimation of branching ratio is completely sufficient. In this sense, the naive factorization approach can be used to study the decay processes of $D^* \rightarrow \bar{K}\pi^+, \bar{K}^*\pi^+, \bar{K}\rho^+$. These processes have are Cabibbo favored they should have a relatively large branching ratio among the weak decays of D_q^* mesons. The final mesons of the D_q^* weak decays have a definite momentum and are back-to-back in the center of mass frame of the

D_q^* mesons, so they are easy to be identified by detectors.

Our results show that the branchy ratio of $D_s^* \rightarrow \phi\pi$ decay can reach up to $\mathcal{O}(10^{-7})$. The fractional ratio of $D^* \rightarrow \overline{K}\pi^+, \overline{K}^*\pi^+ \overline{K}\rho^+$ decay can also reach up to $\mathcal{O}(10^{-10})$ or more. Considering the promising prospects of the future STCF, CEPC, FCC-ee, and LHCb@HL-LHC experiments, it is feasible to investigate the D_q^* weak decays in the future, even considering the identification efficiency.

KEY WORDS: D_q^* meson, perturbation QCD approach, naive factorization, branching ratio.

目 录

摘 要	I
ABSTRACT	III
第一章 引言	1
第二章 基本理论概述	5
2.1 标准模型简介	5
2.2 CKM 矩阵	6
2.3 低能有效哈密顿量	8
2.4 强子矩阵元的处理方法	10
2.4.1 简单因子化方法	10
2.4.2 推广因子化方法	11
2.4.3 QCD因子化方法	12
2.5 pQCD 方法	13
2.5.1 因子化定理	14
2.5.2 k_T 重求和Sudakov 因子	15
2.5.3 阈值重求和	18
2.6 小结	19
第三章 $D_s^* \rightarrow \phi\pi$ 衰变过程的研究	21
3.1 研究动机	21
3.2 低能有效哈密顿量	23
3.3 强子矩阵元	23
3.4 运动学变量	24
3.5 强子波函数	25
3.6 衰变振幅	27
3.7 计算结果与讨论	28
3.7.1 计算结果	28

3.7.2 讨论与分析	29
第四章 $D_q^* \rightarrow PP$ 和 $D_q^* \rightarrow PV$ 衰变过程的研究	31
4.1 研究动机	31
4.2 低能有效哈密顿量	33
4.3 强子矩阵元	33
4.4 衰变振幅	34
4.5 数值结果与讨论	36
4.5.1 计算结果	36
4.5.2 讨论与分析	37
第五章 总结与展望	41
附录一 $D_s^* \rightarrow \phi\pi$ 过程的衰变振幅模块	43
附录二 $V \rightarrow P_1 + P_2$ 的衰变振幅	45
附录三 $V_1 \rightarrow V_2 + P$ 的衰变振幅	47
参考文献	49
致 谢	57
攻读硕士学位期间完成的论文	59
独创性声明和关于论文使用授权的说明	60

第一章 引言

早在《庄子·天下》中就有提到“一尺之捶，日取其半，万世不竭”。一直以来，人们对物质基本组成的探索从未停止。公元前4世纪，古希腊科学家德谟克利特就提出了原子学说，指出所有物质均是由原子组成的。并且原子是组成物质的最小单位，是不可再分的。而现在，人们认为物质是由基本粒子组成的，并且基本粒子之间存在着相互作用。自然界中存在四种基本的相互作用：强相互作用、电磁相互作用、弱相互作用和引力作用。其中，引力作用中牛顿引力常数非常小，从而导致引力在粒子之间的作用很弱。因此，在粒子相互作用中我们通常不考虑引力作用。对于强相互作用、电磁相互作用和弱相互作用，我们采用标准模型来进行统一描述。

标准模型规范群为 $SU(3)_c \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ ，其中， $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ 是电弱统一模型，描述了弱相互作用和电磁相互作用， $SU(3)_c$ 是量子色动力学 (QCD)，描述了强相互作用。迄今为止，经过大量的实验检验，标准模型几乎完美地与实验吻合，所预言的61种基本粒子在实验中都被找到。尽管标准模型取得了如此巨大的成就，但目前它仍然存在很多有待解决的问题。比如：对粒子波动性没有清晰的解释、暗物质暗能量问题以及电弱对称性破缺的自然性问题等等。因此，我们要正确地看待标准模型理论。不可否认，在低能标下，标准模型理论被公认为是一个最为有效的唯象理论。然而，在高能标下，或许还存在一个更基本的理论模型。所以，我们需要对标准模型理论进行高能量、高精度的检验，去寻找超出标准模型之外的新物理，进而完善理论模型。这也为物理学家指明了方向、提供了动力。当前，重味物理为检验标准模型提供了良好的场所。

在重味物理中，由于 t 夸克质量太大，导致衰变速度很快，难以形成束缚态。而相比之下， c 夸克的质量较小， c 夸克衰变为检验各种唯象学模型以及研究在 $\mathcal{O}(m_c)$ 标度附近的强相互作用提供了一个实验场所。在 CLEC- c 和 BES 实验中，我们积累了很多的赝标量 D 介子的实验数据， D 介子的性质也已经被许多实验小组进行了细致地研究。而关于 D_q^* 介子的研究相对较少。我们通常认为 D_q^* 介子和 D_q 介子的夸克组成相同，都是由一个 c 夸克和一个轻夸克组成。 D_q^* 介子主要是通过电磁相互作用进行衰变，同时， D_q^* 介子也可以通过弱相互作用进行衰变。众所周知，强相互作用和电磁相互作用只与矢量流有关，而弱相互作用则与矢量流和轴矢流都有关。对 D_q^* 介子弱衰变

的研究不仅可以检验标准模型中轴矢流的相互作用，还可以使我们对微扰、非微扰以及末态相互作用等概念有更深入的理解，同时也能提高我们对 D_q^* 介子性质的认识，丰富我们对 D_q^* 介子衰变机制的理解。此外， D_q^* 介子弱衰变能够对描述夸克混合的 CKM 矩阵元进行测量检验。因此，我们尝试验证能否通过 D_q^* 介子的弱衰变来研究 D_q^* 介子，进而去检验标准模型，寻找新物理。

实验方面，BESIII 实验上，在质心系能量 $\sqrt{s} \in [4.1, 4.6]$ 能区中积累的 $D^{*\pm}$ 介子事例数超过 5×10^7 个；预计在超级 B 介子工厂 (SuperKEKB)^[1] 中，将会分别得到超过 2×10^{10} 个 D^{*0} 和 $D^{*\pm}$ 介子事例数以及约 5.5×10^9 个 D_s^* 介子事例数；在超级 τ -charm 工厂 (STCF)^[2] 上，将会分别得到大约 8×10^{10} 个 D^{*0} 和 $D^{*\pm}$ 介子事例数以及约 10^{10} 个 D_s^* 介子事例数；预计未来在环形对撞机 CEPC^[3] 和 FCC-ee^[4] 中，将分别收集到超过 10^{11} 和 10^{12} 个 D^{*0} 介子事例数和超过 10^{11} 和 10^{12} 个 $D^{*\pm}$ 介子事例数，以及约 1.3×10^{10} 和 1.3×10^{11} 个 D_s^* 介子事例数；保守估计，在未来的高亮度大型强子对撞机 (HL-LHC) 中，LHCb 探测器^[6] 将会分别收集到超过 2×10^{14} 个 D^{*0} 和 $D^{*\pm}$ 介子事例数以及约 4×10^{13} 个 D_s^* 介子事例数。大量的实验数据为探究 D_q^* 介子的性质提供了宝贵的机会，同时也为研究 D_q^* 介子弱衰变奠定了坚实的基础。

理论方面， D_q^* 介子非轻弱衰变也会受到强相互作用的影响。而 QCD 是一个渐进自由的非阿贝尔 $SU(3)_c$ 规范理论，对于硬过程，耦合常数 α_s 较小，可以进行微扰计算，所得到的结果与实验是比较符合的；而对于软过程，耦合常数 α_s 变大，进入了非微扰区域，人们目前缺乏对非微扰区域的理解，只能基于模型或假定尽可能地去估算这一部分的贡献，导致我们的计算结果有很强的模型依赖性。对于 D_q^* 介子两体非轻弱衰变的计算来说，最为麻烦的是强子矩阵元的计算。目前我们对此的处理方法一般是将强子矩阵元因子化，即将强子矩阵元中的短程贡献和长程贡献分离开。主流的方法有简单因子化方法、推广因子化方法、QCD 因子化方法和微扰 QCD 方法等。不同方法之间对形状因子的处理方式不同。比如：微扰 QCD 方法认为形状因子是以硬胶子交换为主，是微扰可算的，而 QCD 因子化方法则认为非微扰的，是不可计算的。在下面的章节中，我们会对不同方法进行介绍。本文中，我们采用微扰 QCD 方法和简单因子化方法对 $D_s^* \rightarrow \phi\pi$ 衰变过程进行计算研究。发现两种方法所得到的结果相差不大，分支比均为 $Br(D_s^* \rightarrow \phi\pi) \sim \mathcal{O}(10^{-7})$ 。由于我们的目的是探究在未来实验中，是否可以通过 D_q^* 介子弱衰变来研究 D_q^* 介子。所以我们对分支比精度要求不高，只需要对量级进行估计而不需要精确计算。所以接下来我们采用简单因子化方法对 D^*

$\rightarrow \bar{K}\pi^+$ 、 $\bar{K}^*\pi^+$ 、 $\bar{K}\rho^+$ 衰变过程进行研究，因为这些过程都不存在 CKM 压低，所以在 D^* 介子弱衰变过程中应该具有较大的分支比，因此我们选择这些过程进行研究。

本文我们在标准模型框架下，采用微扰 QCD 方法和简单因子化方法对 $D_s^* \rightarrow \phi\pi$ 衰变过程进行唯象研究。另外采用简单因子化方法对 $D^* \rightarrow \bar{K}\pi^+$ 、 $\bar{K}^*\pi^+$ 、 $\bar{K}\rho^+$ 衰变过程进行了研究。并给出其分支比，为今后实验分析提供参考。全文分为五个章节，接下来的一章我们主要介绍重味介子两体非轻衰变的基本理论；第三章是采用微扰 QCD 方法对 $D_s^* \rightarrow \phi\pi$ 衰变过程进行研究和讨论；第四章是采用简单因子化方法对 $D_q^* \rightarrow PP$ 和 PV 衰变过程进行研究和讨论；第五章是总结和展望。

第二章 基本理论概述

标准模型理论可以统一地描述物质的结构及其相互作用的规律，研究重味介子衰变可以确定标准模型中的参数、理解 QCD 的性质，同时能够为标准模型提供一个良好的检验场所。重味介子衰变大致可以分为非轻衰变、半轻衰变和纯轻衰变。其中半轻衰变和纯轻衰变的衰变振幅计算起来比较简单。而对于非轻衰变，由于其初末态都是强子，都参与强相互作用，而强相互作用中的长程贡献难以计算。并且在非轻衰变过程中会涉及到很多能标，能标跨度也比较大。这些对我们计算非轻衰变的衰变振幅造成了很大的麻烦。虽然研究重味介子非轻衰变十分困难，但它对重味物理理论研究有重要意义。经过人们几十年的探究与发展，对于 B 介子非轻衰变已经有很多有效的理论研究方法。由于 c 夸克和 b 夸克质量相差不大，都属于重味夸克。因此，我们认为 D 介子同样可以使用 B 介子非轻衰变的理论方法来进行研究。

在本章中，我们对粒子物理标准模型进行简单的介绍；重点介绍 B 介子非轻弱衰变相关的基础理论，包括低能有效哈密顿量、CKM 矩阵元和计算强子矩阵元的方法。最后部分是小结。

2.1 标准模型简介

标准模型理论是目前公认的描述强、电、弱三种相互作用最为成功的理论。在标准模型中，认为三代夸克 (u, d, s, c, b, t) 及其反粒子和三代轻子 ($e, \nu_e, \mu, \nu_\mu, \tau, \nu_\tau$) 及其反粒子是组成物质的基本粒子，如图2-1所示。而基本粒子之间通过媒介粒子（即规范玻色子）传递相互作用。其中，电磁相互作用是通过交换光子进行的，强相互作用的媒介粒子是胶子，弱相互作用则是由 $W^\pm$ 、 Z^0 玻色子传递的。

标准模型主要包括 $SU(3)_c$ 量子色动力学 (QCD) 和 $SU(2)_L \times U(1)_Y$ 电弱统一模型两部分。标准模型规范群为:

$$SU(3)_c \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y \quad (2-1)$$

其中规范群 $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ 用来描述弱相互作用和电磁相互作用，而夸克和胶子之间的强相互作用由 $SU(3)_c$ 规范群描述。对于量子色动力学 (QCD) 而言，它有两个极为明显的特点，即夸克禁闭和渐近自由^[5]。渐进自由是指在高能散射过程中，强子内部夸克与夸克之间的相互作用非常弱，几乎可以忽略，夸克可以看作是不参与相互作用

的自由粒子。根据渐近自由这个特点，我们知道在大动量迁移的物理过程中，我们可以采用微扰理论对该过程进行有效地计算。夸克禁闭是指在低能的强子中，由于强相互作用夸克总是被束缚在强子内部，以色单态的形式存在，夸克之间的作用力随着距离的增加而增加，所以人们无法找到一个带色的单独的夸克。夸克禁闭这一特点表明对于迁移动量比较小的物理过程，其中有 QCD 非微扰效应的影响，不能进行微扰计算，从而影响 QCD 理论预言的准确性。对于电弱统一理论来说，它主要包含三个部分：（一）传递相互作用的规范玻色子，规范玻色子是自旋为 1 的粒子，与规范场相对应。其中的光子 γ 传递的是电磁相互作用，中间玻色子 $W^\pm$ 和 Z^0 传递的是弱相互作用。（二）夸克和轻子是自旋为 1/2 的费米子，与费米子场相对应。它们是直接构成物质世界的基本粒子。（三）Higgs 玻色子是自旋为零的标量粒子，与 Higgs 场相对应。

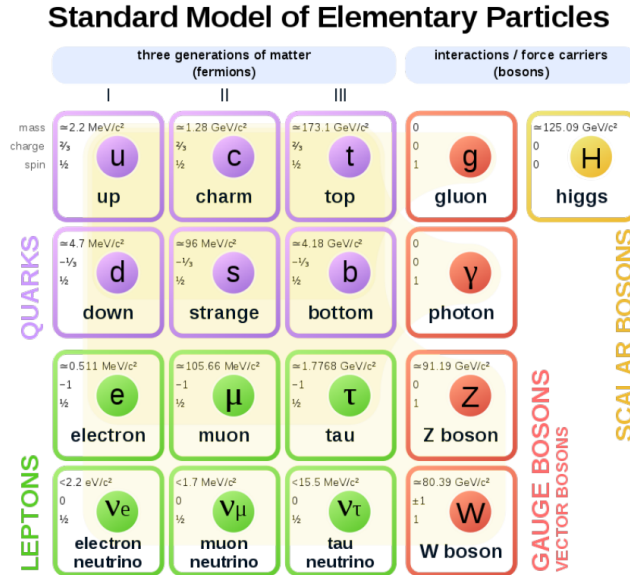


图 2-1 标准模型基本粒子表。

2.2 CKM 矩阵

夸克间所存在的强相互作用会引起夸克颜色的改变，弱相互作用会使得夸克的味道发生改变。夸克以电弱本征态的形式参与弱相互作用，而初末态夸克是以质量本征态的形式存在的，我们可以用么正变换矩阵将夸克质量本征态 (d, s, b) 和电弱本征态 (d', s', b') 联系起来，这个变换矩阵就是 Cabibbo-Kobayashi-Maskawa 矩阵^[7, 8]，简称

为 CKM 矩阵:

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = V_{CKM} \cdot \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}, \quad (2-2)$$

CKM 矩阵为 3×3 的幺正矩阵, 有 18 个自由度。利用其幺正性可以去掉 $n^2 = 3^2 = 9$ 个参数, 这里 n 表示夸克代数。对于 6 个夸克场之间的 5 个相互独立的相位, 它们都是不可测量的物理量, 可以通过重新定义夸克场相位来吸收, 那么 CKM 矩阵还有 4 个自由参数。我们用 3 个三维空间转动欧拉角和一个复相位进行描述。为了计算起来方便, 通常需要对其进行参数化。参数化的方法有很多, 标准参数化和 Wolfenstein 参数化是最为常见的两种参数化方法, Particle Data Group (PDG) 推荐的标准参数化形式是^[9]:

$$\begin{aligned} V_{CKM} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{i\delta} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}, \quad (2-3) \end{aligned}$$

其中 $c_{ij} = \cos\theta_{ij}$, $s_{ij} = \sin\theta_{ij}$, θ_{ij} 为第 i 代和第 j 代之间的混合角, 取值范围为 $0 \sim \pi$; δ 是 Kobayashi-Maskawa 相角, 表示标准模型中味改变过程与 CP 破坏相关相角, 取值范围为 $0 \sim 2\pi$ 。这种参数化方法能够清晰地反映出幺正矩阵和旋转矩阵的特征和性质。根据实验的测量数据, 我们可以得到夸克之间的耦合强度, 同代夸克的耦合强度为 $\mathcal{O}(1)$, 一二代之间耦合强度为 $\mathcal{O}(10^{-1})$, 二三代之间耦合强度为 $\mathcal{O}(10^{-2})$, 一三代之间耦合强度为 $\mathcal{O}(10^{-3})$ 。为了更加直观地看到夸克耦合之间的这种量级关系, 我们通常采用 Wolfenstein 参数化方案^[10], 引入了一组新的参数 (λ, A, ρ, η) 来表示 CKM 矩阵, 并将此矩阵在领头阶 (leading order 或 LO) 近似展开:

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{1}{2}\lambda^2 & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \frac{1}{2}\lambda^2 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} + \mathcal{O}(\lambda^4), \quad (2-4)$$

其中 A, λ, ρ, η 是四个自由参数, 利用实验测量数据, 通过拟合可以得到: $A = 0.826^{+0.018}_{-0.015}$, $\lambda = 0.22500 \pm 0.00067$, $\bar{\rho} = 0.159 \pm 0.010$, $\bar{\eta} = 0.348 \pm 0.010$ ^[11]。

2.3 低能有效哈密顿量

强子弱衰变过程中涉及到很多能标，并且能标之间跨度较大。不同能标下各种微扰和非微扰的相互作用纠缠在一起，在理论上，若要详细地研究强子弱衰变，就要尽量地将这些纠缠在一起的微扰和非微扰的相互作用区分开，同时分别进行细致地研究。人们利用算符乘积展开^[12-14]的思想，把标准模型中重的场积分掉，便得到了低能有效哈密顿量。在标准模型理论框架下，强子弱衰变过程中低能有效哈密顿量的形式一般写为：

$$\mathcal{H}_{eff} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sum_i V_{CKM}^i C_i(\mu) O_i, \quad (2-5)$$

其中， $G_F=1.166 \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$ 是费米耦合常数， V_{CKM}^i 是与 CKM 矩阵元相关的因子， $C_i(\mu)$ 是依赖于能标 μ 的威尔逊（Wilson）系数， O_i 是和具体过程相关的四夸克有效算符，以 B 强子非轻衰变为例， O_i 的具体形式如下：

- 流-流算符(current-current)

$$O_1^u = (\bar{u}_\alpha b_\alpha)_{V-A} (\bar{q}_\beta u_\beta)_{V-A}, \quad (2-6)$$

$$O_2^u = (\bar{u}_\alpha b_\beta)_{V-A} (\bar{q}_\beta u_\alpha)_{V-A}, \quad (2-7)$$

$$O_1^c = (\bar{c}_\alpha b_\alpha)_{V-A} (\bar{q}_\beta c_\beta)_{V-A}, \quad (2-8)$$

$$O_2^c = (\bar{c}_\alpha b_\beta)_{V-A} (\bar{q}_\beta c_\alpha)_{V-A}, \quad (2-9)$$

- QCD企鹅算符(QCD penguins)

$$O_3 = (\bar{q}_\alpha b_\alpha)_{V-A} \sum_{q'} (\bar{q}'_\beta q'_\beta)_{V-A}, \quad (2-10)$$

$$O_4 = (\bar{q}_\alpha b_\beta)_{V-A} \sum_{q'} (\bar{q}'_\beta q'_\alpha)_{V-A}, \quad (2-11)$$

$$O_5 = (\bar{q}_\alpha b_\alpha)_{V-A} \sum_{q'} (\bar{q}'_\beta q'_\beta)_{V+A}, \quad (2-12)$$

$$O_6 = (\bar{q}_\alpha b_\beta)_{V-A} \sum_{q'} (\bar{q}'_\beta q'_\alpha)_{V+A}, \quad (2-13)$$

- 弱电企鹅算符(electroweak penguins)

$$O_7 = (\bar{q}_\alpha b_\alpha)_{V-A} \sum_{q'} \frac{3}{2} Q_{q'} (\bar{q}'_\beta q'_\beta)_{V+A}, \quad (2-14)$$

$$O_8 = (\bar{q}_\alpha b_\beta)_{V-A} \sum_{q'} \frac{3}{2} Q_{q'} (\bar{q}'_\beta q'_\alpha)_{V+A}, \quad (2-15)$$

$$O_9 = (\bar{q}_\alpha b_\alpha)_{V-A} \sum_{q'} \frac{3}{2} Q_{q'} (\bar{q}'_\beta q'_\beta)_{V-A}, \quad (2-16)$$

$$O_{10} = (\bar{q}_\alpha b_\beta)_{V-A} \sum_{q'} \frac{3}{2} Q_{q'} (\bar{q}'_\beta q'_\alpha)_{V-A}, \quad (2-17)$$

其中, $(\bar{q}'_\alpha q'_\beta)_{V\pm A} = \bar{q}'_\alpha \gamma_\mu (1 \pm \gamma_5) q'_\beta$, α 和 β 表示颜色指标, 相同颜色指标代表求和。 q 代表 d 、 s 夸克, 分别表示 $b \rightarrow d$ 、 $b \rightarrow s$ 的衰变过程, q' 代表 u 、 d 、 s 、 c 、 b 夸克。 $Q_{q'}$ 代表夸克 q' 的电荷量。能标 μ 将衰变振幅分为大于 μ 的短程贡献和小于 μ 的长程贡献。威尔逊系数包含了能标大于 μ 的物理贡献, 而能标小于 μ 的贡献包含在强子矩阵元 $\langle O(\mu) \rangle$ 中, 其中 μ 的选取是任意的, 并不会对最终的计算结果产生影响, 只是将两者的贡献相互转移, 包含在威尔逊系数中的贡献会随着 μ 的增大而转移到在强子矩阵元中; 同样随着 μ 的减小, 强子矩阵元中的贡献也会转移到威尔逊系数中。在计算中, 通常 μ 取衰变强子质量的量级。根据 QCD 渐近自由的特点, 只要 μ 不是很小, 就可以精确地计算威尔逊系数。有效哈密顿量的形式和强子结构无关(2-5), 所以威尔逊系数和规范耦合系数一样与具体衰变过程无关, 具有普适性。标准模型框架下, 在能标 m_W 处, 采用维数正规化方案 (dimensional regularization 或 DR) 在次领头阶 (next-to-leading order 或 NLO) 近似下^[15], 威尔逊系数 $C_i(m_W)$ 的表达式可以写成以下形式:

$$\begin{aligned} C_1(m_W) &= \frac{11}{2} \frac{\alpha_s(m_W)}{4\pi}, \\ C_2(m_W) &= 1 - \frac{11}{6} \frac{\alpha_s(m_W)}{4\pi} - \frac{35}{18} \frac{\alpha_{em}}{4\pi}, \\ C_3(m_W) &= -\frac{\alpha_s(m_W)}{24\pi} [E_0(x_t) - \frac{3}{2}] + \frac{\alpha_{em}}{6\pi} \frac{1}{\sin^2 \theta_W} [2B_0(x_t) + C_0(x_t)], \\ C_4(m_W) &= \frac{\alpha_s(m_W)}{8\pi} [E_0(x_t) - \frac{3}{2}], \\ C_5(m_W) &= -\frac{\alpha_s(m_W)}{24\pi} [E_0(x_t) - \frac{3}{2}], \\ C_6(m_W) &= \frac{\alpha_s(m_W)}{8\pi} [E_0(x_t) - \frac{3}{2}], \\ C_7(m_W) &= \frac{\alpha_{em}}{6\pi} [4C_0(x_t) + D_0(x_t) - \frac{4}{9}], \\ C_8(m_W) &= 0, \\ C_9(m_W) &= \frac{\alpha_{em}}{6\pi} [4C_0(x_t) + D_0(x_t) - \frac{4}{9} + \frac{1}{\sin^2 \theta_W} (10B_0(x_t) - 4C_0(x_t))], \\ C_{10}(m_W) &= 0. \end{aligned} \quad (2-18)$$

上式中的 $x_t = \frac{m_t^2}{M_W^2}$ 。在特霍夫特-费恩曼规范下, 威尔逊系数中相关的 Inami-Lim 的表

达式如下：

$$B_0(x) = \frac{x}{4(1-x)} + \frac{x \ln x}{4(1-x)^2}, \quad (2-19)$$

$$C_0(x) = \frac{6x - x^2}{8(1-x)} + \frac{3x^2 + 2x}{8(1-x)^2} \ln x, \quad (2-20)$$

$$D_0(x) = \frac{-25x^2 + 19x^3}{36(1-x)^3} - \frac{8 - 32x + 54x^2 - 30x^3 + 3x^4}{18(1-x)^4} \ln x, \quad (2-21)$$

$$D'_0(x) = \frac{7x - 5x^2 - 8x^3}{12(1-x)^3} + \frac{2x^2 - 3x^3}{2(1-x)^4} \ln x, \quad (2-22)$$

$$E_0(x) = \frac{18x - 11x^2 - x^3}{12(1-x)^3} + \frac{4 - 16x + 9x^2}{6(1-x)^4} \ln x, \quad (2-23)$$

$$E'_0(x) = \frac{2x + 5x^2 - x^3}{4(1-x)^3} + \frac{3x^2}{2(1-x)^4} \log x, \quad (2-24)$$

其中， $B_0(x)$ 来自于箱图， $C_0(x)$ 来自于 Z^0 企鹅图， $D_0(x)$ 和 $D'_0(x)$ 来自于光子企鹅图， $E_0(x)$ 和 $E'_0(x)$ 来自于胶子企鹅图。

2.4 强子矩阵元的处理方法

由低能有效哈密顿量，我们可以得到 B 介子两体非轻弱衰变的衰变振幅，其具体形式可以表示为：

$$A(B \rightarrow M_1 M_2) = \langle M_1 M_2 | \mathcal{H}_{eff} | B \rangle = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sum_i V_i C_i(\mu) \langle M_1 M_2 | O_i(\mu) | B \rangle, \quad (2-25)$$

其中， M_1 和 M_2 表示末态介子。从上式中可以看到，要得到 $B \rightarrow M_1 M_2$ 的衰变振幅，主要是有效地计算威尔逊系数 $C_i(\mu)$ 和强子矩阵元 $\langle M_1 M_2 | O_i(\mu) | B \rangle$ 。目前在标准模型下，威尔逊系数已经计算到次领头阶（next-to-leading order 或 NLO）。但对强子矩阵元的计算，由于 B 介子衰变过程的能标 $\mu_b \simeq m_b$ 处在微扰和非微扰的交叉区域，而我们缺乏对非微扰区域的理解，只能基于模型或假定尽可能地估算这部分的贡献，所以，下面最主要的工作就是怎么尽量有效地计算强子矩阵元。接下来我们将介绍几种主流的计算强子矩阵元的方法。

2.4.1 简单因子化方法

简单因子化方法（Naive Factorization Approach 或 NFA）也称朴素因子化方法^[16-18]，是研究两体非轻衰变最为简单且有效的方法，其理论基础是色透明机制（colour transparency）^[19]。在色透明机制中，认为由于初态的重夸克质量很大，那

么在它衰变后所产生的一对正反夸克的动量将会非常大，即其运动速度很快，导致还未与周围的软胶子发生相互作用就已经脱离了相互作用的范围，然后这一对正反夸克强子化为一个介子。从而导致两个末态介子之间以及末态介子和初态介子之间的相互作用很弱，所以我们忽略末态的相互作用。直接把强子矩阵元写成两个流矩阵元乘积的形式：

$$\langle M_1 M_2 | O_i(\mu) | B \rangle \simeq \langle M_2 | J_2 | 0 \rangle \langle M_1 | J_1 | B \rangle, \quad (2-26)$$

其中， M_1 表示反冲介子，吸收了 B 介子中的旁观者夸克， M_2 表示发射介子， $J_{1,2}$ 表示色单态的夸克双线性流算符， $\langle M_2 | J_2 | 0 \rangle$ 表示的是强子 M_2 的衰变常数， $\langle M_1 | J_1 | B \rangle$ 表示的是 B 介子跃迁到 M_1 介子的形状因子。从而，强子矩阵元就可以近似地表示为衰变常数与跃迁形状因子乘积的形式。跃迁形状因子和衰变常数可以看成是非微扰的，能够在实验中抽取出来。从而我们就可以计算强子矩阵元，得到衰变振幅。

简单因子化方法的过程比较简洁，容易理解，在两体非轻衰变分支比的计算中通常能够给出正确的数量级，但是无法给出精确的分支比。因为这种方法存在一些不足。首先，最主要的一点就是对重整化能量标度 μ 具有依赖性，由于实验中所抽取出的衰变常数和跃迁形状因子是与重整化能量标度 μ 无关的，而我们把强子矩阵元表示为衰变常数与跃迁形状因子的乘积。所以强子矩阵元也是与能量标度 μ 无关的。但威尔逊系数是与重整化标度 μ 相关的。因此，我们最后所得到的衰变振幅也是与标度 μ 相关的，它就无法表示一个真正的物理过程。其次，简单因子化方法忽略了不可因子化图的贡献，而并不是所有过程都可以忽略不可因子化图的贡献。对于色允许过程，不可因子化图的贡献相对来说比较小，忽略后影响不大。而对于色压低过程，简单因子化方法所得到的理论值要远小于实验值，对此简单因子化方法无法给出解决方案。最后，由于末态介子间的相互作用被忽略，从而导致强相角的信息也被忽略，缺少强相位的来源。而对于 CP 破坏的研究，强相位是必不可少的。所以该方法无法预言介子衰变过程中所出现的 CP 破坏。

2.4.2 推广因子化方法

为了解决重整化标度 μ 的问题，人们提出了推广因子化方法。推广因子化方法^[20-27]（Generalized Factorization Approach 或 GFA）就是对简单因子化方法所得到的结果进行辐射修正，从而使强子矩阵元与重整化标度 μ 的相关性得以恢复，并把强子矩阵元 $\langle O(\mu) \rangle$ 中对重整化标度 μ 的相关性抽取出来，与 Wilson 系数中 μ 的依赖性相抵

消，使衰变振幅最终与重整化标度 μ 无关。我们可以把衰变振幅写为：

$$C(\mu)\langle O(\mu) \rangle = C(\mu)g(\mu)\langle O \rangle_{tree} = C^{eff}\langle O \rangle_{tree}. \quad (2-27)$$

在两体非轻衰变中，所得到的计算结果确实降低了对重整化标度的依赖性，但是， $g(\mu)$ 是和重整化标度相关的，并且包含红外发散。为了消除红外发散，我们必须引入离壳外线夸克的动量 $-p^2$ 作为红外截断。然而这样的话，尽管消除了 Wilson 系数对重整化标度的依赖，但是同时出现了新的非物理的依赖性，并没有在实质上解决能标依赖问题。

另外，考虑到非因子化的贡献，还引入了唯象参数 N_c^{eff} ，由于参数 N_c^{eff} 在推广因子化方法中无法自洽地进行计算，为了保证方法本身的预言能力，假定这个参数 N_c^{eff} 是普适的，可以通过实验得到。但是 N_c^{eff} 没有任何运动学基础，也没有具体数值。并且，现在我们也已经知道 N_c^{eff} 是和具体衰变过程有关的，并不是普适的。最后，推广因子化方法和简单因子化方法一样，也没有考虑介子之间的相互作用，同样也无法预言 CP 破坏。

2.4.3 QCD因子化方法

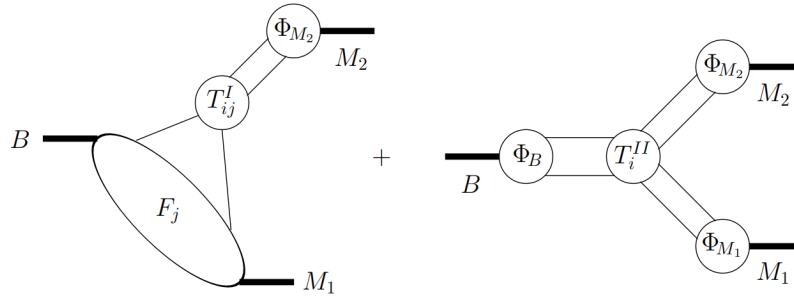


图 2-2 QCDF 方案下 $B \rightarrow M_1 M_2$ 衰变的强子矩阵元的图像表示

QCD 因子化方法^[28-31]（QCD factorization 或 QCDF）是由 M.Beneke 等人提出的。他们认为在 B 介子两体非轻弱衰变过程中，初态的 B 介子衰变到两个末态强子的形状因子主要为非微扰的贡献^[32-34]，可以通过实验抽取出来。而强子矩阵元中不可因子化部分的贡献应当是以硬胶子交换为主的，其贡献是微扰可算的。此时 $B \rightarrow M_1 M_2$ 两体衰变的衰变振幅可写为：

$$\langle M_1 M_2 | O_i | B \rangle = \langle M_2 | J_2 | 0 \rangle \langle M_1 | J_1 | B \rangle \times [1 + \sum r_n \alpha_s^n + \mathcal{O}(\Lambda_{QCD}/m_b)]. \quad (2-28)$$

在幂次修正的领头阶（ Λ_{QCD}/m_b ），软贡献被吸收到形状因子中，可以将衰变振幅写成三个光锥振幅卷积的形式，则 $B \rightarrow M_1 M_2$ 衰变振幅可进一步写为：

$$\begin{aligned} \langle M_1 M_2 | O_i | B \rangle = & F^{B \rightarrow M_1}(q^2) \int_0^1 dx T_i^I(x) \Phi_{M_2}(x) \\ & + \int_0^1 d\xi dx dy T_i^{II}(\xi, x, y) \phi_B(\xi) \phi_{M_1}(x) \phi_{M_2}(y), \end{aligned} \quad (2-29)$$

上式中 $F^{B \rightarrow M_1}$ 表示 $B \rightarrow M_1$ 的形状因子， T_i^I, T_i^{II} 表示微扰可计算的硬散射核， $\phi(x)$ 表示强子波函数。图2-2是该式的一个图解。公式的第二项由于包含了湮灭图及旁观者图中强子波函数扭度为3（twist-3）的贡献，因此会出现类似于 $\int_0^1 \frac{dx}{x}$ 的端点发散问题，需要将对数发散项进行参数化：

$$\ln \frac{m_B}{\Lambda_h} (1 + \rho_A e^{i\delta_A}), \quad \ln \frac{m_B}{\Lambda_h} (1 + \rho_H e^{i\delta_H}), \quad (2-30)$$

m_B 为 B 介子的质量， Λ_h 为强子化能量标度，其它的参数 $\rho_{A,H}, \delta$ 都是自由参数，可以通过实验数据的拟合得到。介子的光锥分布振幅和形状因子也是可以从实验得到的。公式（2-29）的第一行是可因子化图贡献，第二行是不可因子化图的贡献。

QCD 因子化方法得到了人们广泛的应用，特别是衰变末态的发射介子没有涉及到重介子时，我们可以使用 QCD 因子化方法对衰变过程进行研究。但目前 QCD 因子化方法也存在很多局限性：（一）跃迁形状因子和强子的光锥分部振幅等都是作为输入参数输入的，所以 QCD 因子化方法的计算结果具有模型依赖性，理论计算中会存在很多不确定性。（二） b 夸克的质量大约是 4.78 GeV，相比过程中出现的轻夸克而言并不能看作无限大，所以 QCD 因子化方法中基于重夸克极限设定的幂次估计及相关贡献有待进一步考量。（三）由于 QCD 因子化采用了共线近似的方法，在旁观者散射和湮灭图振幅的积分计算中会出现 $\frac{1}{x}$ 项的贡献，和强子波函数进行卷积时会出现发散，为了消除这个发散，QCD 因子化的处理方法是引入了两个不受约束的唯象参数，因此对于旁观者散射和湮灭过程的计算，QCD 因子化方法的理论预言能力较差。（四）该方法中的强相位来自于 QCD 辐射修正，对于实验中出现的一些较大的 CP 破坏无法给出解释。

2.5 pQCD 方法

微扰 QCD 方法^[35-41]（Perturbative QCD 或 pQCD）是在 G. P. Lepage 和 S. J. Brodsky 的工作之上，经由李湘楠和吕才典等人发展并完善，从而得到的一套计算 B 介子两体非轻衰变过程^[42-44] 的因子化方法。该方法认为在 B 介子衰变过程中，不参与

衰变的旁观者夸克是软的，而由于 b 夸克质量较大，它衰变所产生的轻夸克会带有很大的动量，导致轻夸克和旁观者夸克之间会有很大的相对速度，因此它们形成末态强子的几率是被波函数强烈压低的。由此可见，若想形成末态强子，旁观者也需要获得一个较大的动量，所以旁观者夸克要和硬胶子发生相互作用。因此， B 介子两体非轻衰变过程是以硬胶子交换为主。同时可以把硬的部分提取出来进行微扰计算，非微扰部分被吸收到强子波函数中，而强子波函数是普适的，可以通过实验抽取出来。最终在 pQCD 方法下，衰变振幅就可以写成强子波函数和硬散射核卷积的形式，我们就可以对具体的衰变过程进行计算。在计算过程中通过保留夸克的横动量来解决端点发散问题，同时利用重求和技术引入 Sudakov 因子压低非微扰的贡献，从而有效地避免了红外发散。目前，pQCD 方法已经在研究 B 介子两体非轻衰变过程的问题上得到了广泛应用，计算结果也能够与很多实验测量值很好地符合。下面，我们对 pQCD 方法进行介绍。

2.5.1 因子化定理

由于在 B 介子衰变的计算中，会涉及到多个能标，并且这些能标跨度比较大，为了解决这个问题，我们通常采用因子化方法进行处理，即把不同的能标拆分开进行计算。因子化定理^[45-47]是微扰 QCD 方法的理论基础。因子化定理可以将衰变过程中的长程贡献和短程贡献分离开来，即将微扰部分与非微扰部分分离开来。根据 QCD 渐近自由，短程微扰部分的贡献可以进行微扰计算，而对于长程的非微扰部分贡献不能够进行理论计算，只能借助各种理论模型进行估计。

在对 QCD 辐射修正进行计算时，往往会出现红外发散。红外发散分为软发散和共线发散两种。对于圈动量 l 趋于无穷小的区域所产生的发散称为软发散，在光锥坐标系下圈动量 l 可以表示为：

$$l^\mu = (l^+, l^-, l_T) \sim (\lambda, \lambda, \lambda), \quad (2-31)$$

其中， λ 是满足 $l^2 = \lambda^2 \sim 0$ 的小标度。而对于共线发散是在胶子动量与夸克动量趋于平行时所产生的，与无质量夸克动量 $P = (Q, 0, 0_T)$ 相关， Q 是大标度。若一个无质量夸克的动量为 $P = (Q, 0, 0_T)$ ，在共线区域中的 l 是与 P 平行的，它的圈动量在光锥坐标系中可以写为：

$$l^\mu \sim (Q, \lambda^2/Q, \lambda), \quad (2-32)$$

共线发散中的圈动量同样满足 $l^2 = \lambda^2 \sim 0$, λ^2 是辐射胶子的不变质量, 在计算过程中与其对应的圈积分会出现 $1/\lambda^4$ 的发散项。而圈积分的相空间 $d^4l \sim \lambda^4$, 在对其积分之后会出现 $\int \frac{d\lambda^4}{\lambda^4} \sim \ln\lambda$ 的发散项。若要将红外发散分离出去, 我们必须分别对颜色、自旋以及动量空间进行因子化处理。在 pQCD 方法中, 我们对动量空间的因子化指的是把圈动量不能进行微扰计算的发散项分离出来, 将其放到强子波函数中, 使得硬散射核中不包含共线 (软) 胶子的圈动量。自旋空间和颜色空间因子化是指分别独立存在于硬散射核和强子波函数之间的费米子流与颜色流。

2.5.2 k_T 重求和Sudakov 因子

在形状因子的计算过程中, 每个夸克都会有横动量 k_T 。一般人们在计算中会认为横动量很小可以忽略, 但就实际的衰变过程来说, 只有在非端点区域内横动量 k_T 才可以忽略。而在端点区域, 夸克的纵向动量非常小趋近于 0, 此时就不可以再认为横动量 k_T 是一个小量了。因此端点区域的横动量 k_T 是不能被忽略的。在 QCD 因子化方法中, 认为长程贡献占到主导地位才引起了端点发散, 因此, 在计算过程中, 形状因子只能作为输入参数, 不能直接计算。在 pQCD 方法中, 端点处夸克纵向动量趋近于 0, 此时横动量不能够忽略, 因子化定理仍然成立, 从而通过保留横向动量 k_T 消除了端点发散。这也是该方法与 QCD 因子化方法最本质上的不同。

下面, 我们用一个具体的例子来说明在 pQCD 方法下, 如何通过保留横动量 k_T 来消除端点发散。我们以两体非轻衰变过程 $B \rightarrow M_1 M_2$ 为例, 在 B 介子静止系下, 使用光锥坐标系 (p^+, p^-, p_T) , 其中, p^+, p^-, p_T 的具体定义为:

$$p^+ = \frac{p^0 + p^3}{\sqrt{2}}, \quad (2-33)$$

$$p^- = \frac{p^0 - p^3}{\sqrt{2}}, \quad (2-34)$$

$$p_T = (p^1, p^2). \quad (2-35)$$

那么, 初态 B 介子和末态 $M_{2,3}$ 介子的动量可以表示为:

$$P_1 = \frac{m_B}{\sqrt{2}} (1, 1, 0_T), \quad (2-36)$$

$$P_2 = \frac{m_B}{\sqrt{2}} (1, 0, 0_T), \quad (2-37)$$

$$P_3 = \frac{m_B}{\sqrt{2}} (0, 1, 0_T). \quad (2-38)$$

其中, 我们忽略了末态轻介子的质量。此外, 初态介子和末态介子中轻夸克所携带的

动量分数为:

$$k_1 = (x_1 P_1^+, 0, k_{1T}), \quad (2-39)$$

$$k_2 = (0, x_2 P_2^+, k_{2T}), \quad (2-40)$$

$$k_3 = (0, x_3 P_3^-, k_{3T}). \quad (2-41)$$

上式中, 所有的夸克动量都包含有横动量 k_T 。那么在 $B \rightarrow M_3$ 跃迁形状因子的计算中, 将会出现两个传播子, 分别是 b 夸克传播子 $1/(p_b^2 - m_b^2 + i\epsilon)$ 和胶子传播子 $1/(l^2 + i\epsilon)$ 。当横动量 k_T 被忽略时, 其乘积为:

$$\frac{1}{l^2} \cdot \frac{1}{p_b^2 - m_b^2} = \frac{1}{(k_1 - k_3)^2} \frac{1}{(P_1 - k_3)^2 - m_b^2} = -\frac{1}{m_b^4 x_1 x_3 (1 - x_3)}. \quad (2-42)$$

可以看出, 在上式中当 $x_1 \rightarrow 0$ 或者 $x_3 \rightarrow 0, 1$ 时, 就会出现端点发散。当我们保留横向动量 k_T 时有:

$$\begin{aligned} \frac{1}{l^2} \cdot \frac{1}{p_b^2 - m_b^2} &= \frac{1}{(k_1 - k_3)^2} \frac{1}{(P_1 - k_3)^2 - m_b^2} \\ &= -\frac{1}{(m_b^2 x_1 x_3 + (k_{1T} - k_{3T})^2) ((1 - x_3) m_b^2 + k_{3T}^2)}. \end{aligned} \quad (2-43)$$

此时, 在我们的计算过程中就解决了端点发散问题。

虽然通过引入夸克横动量解决了端点处的发散问题, 但是由于引入了新的自由度 k_T , 在计算 B 介子弱衰变的过程中还是会出现新的问题。对胶子做辐射修正时, 会产生一个由软发散带来的对数项 $\alpha \ln b$, 当进行下一阶的修正时, 由于共线发散又会产生另一个对数项。这两类发散重叠的区域就会产生双对数发散项, 尽管 α_s 是一个小量, 但它们二者的乘积 $\alpha_s \ln^2(Q/k_T)$ 不再是一个小量, 即这些双对数项就不再是可以被忽略的小量。此时我们通过将所有对数项求和的方法, 以确保整体的微扰可算性。对于红外发散, 通常的做法是将其吸收到波函数中作为输入参数; 对于单对数项发散, 一般采用重整化群方程的方法; 而对于双对数项 $\ln^2 x$ 发散则采用重求和技术^[48]来对其进行计算。在求和之后会得到 Sudakov 因子 e^{-S_j} 。Sudakov 因子的详细推导见文献^[49]。

如图2-3所示, (a)、(b)图为可约图, 既包含有软发散又有共线发散, 含有双对数项。(c)、(d) 图为不可约图, 只含有软发散对数项。在夸克间距离 b 趋于 0 的区域内, 可约图的辐射修正主要来源于共线发散, 可以吸收进 π 介子的波函数中, 而不可约图中的红外发散是相互抵消的, 抵消后的红外有限贡献可以被吸收进硬散射振幅中。在 b 较大的渐进区域需要用到重求和方法。在此之后我们便可以得到 π 介子形状因子公

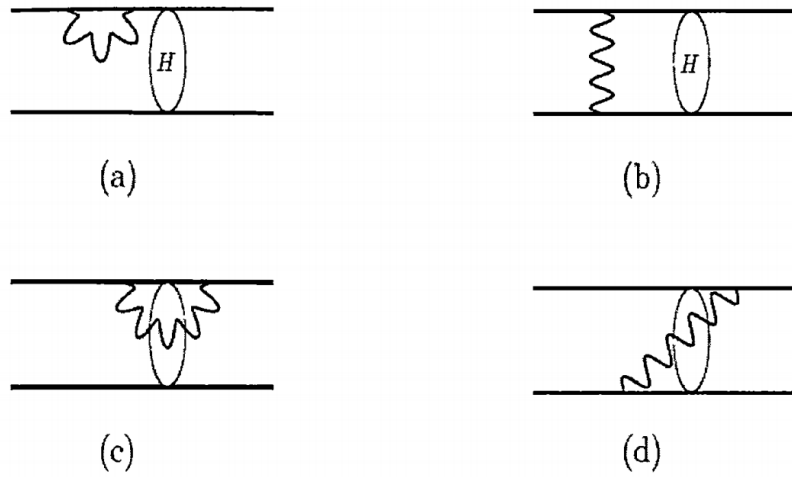


图 2-3 软胶子贡献的费曼图。

式，具体形式如下：

$$F_\pi(q^2) = \int_0^1 dx_1 dx_2 \int \frac{d^2b}{(4\pi)^2} \phi(x_1, b) \phi(x_2, b) \cdot H(x_1, x_2, b, Q, t) \cdot e^{-S(x_1, x_2, b, Q)}, \quad (2-44)$$

其中， $\phi(x_i, b)$ 为 π 介子的波函数，指数项 $e^{-S(x_1, x_2, b, Q)}$ 是 Sudakov 因子，它的具体形式是：

$$e^{-S(x_1, x_2, b, Q)} = \sum_{i=1}^2 [-S(x_i, b, Q) + S(1 - x_i, b, Q)] - \frac{2}{\beta_1} \ln \frac{\hat{t}}{\hat{b}}, \quad (2-45)$$

其中 $\hat{t} = \ln(t/\Lambda_{QCD})$ ， t 取硬散射中的最大能标 $t = \max(\sqrt{x_1 x_2} Q, 1/b)$ ， $\sqrt{x_1 x_2} Q$ 与硬胶子纵向动量有关， $1/b$ 取决于横向动量。

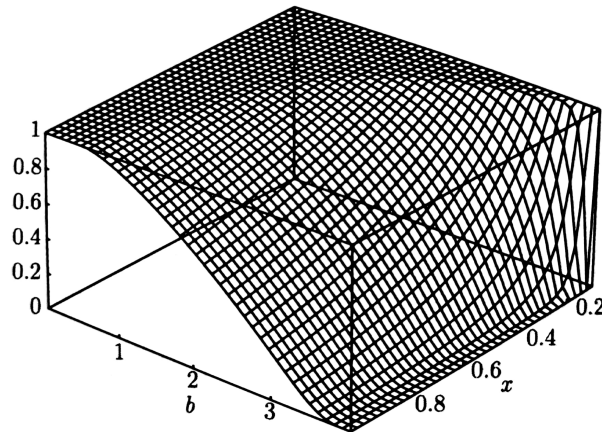

 图 2-4 Sudakov 因子 $e^{-S(x,b)}$ 随 b 和 x 的变化图。

图2-4中 b 是夸克横动量的共轭变量； x 是夸克的纵向动量分数。从图中我们可以

明显地看出随着 b 增大, Sudakov 因子是呈指数衰减的; 在 b 达到最大值接近 $1/\Lambda_{QCD}$ 时, Sudakov 因子趋于 0, 此时 Sudakov 因子会使得非微扰的贡献被强烈压低。而在 b 较小的部分, Sudakov 因子又趋近于 1, 说明此时压低效应消失, Sudakov 因子对结果几乎没有影响。

2.5.3 阈值重求和



图 2-5 硬散射核辐射修正带来的阈值求和

当我们计算硬散振幅的高阶辐射修正时会出现大的双对数项, 这时我们需要采用阈值求和如图2-5所示, 来消除端点奇异性。具体如下: 在进行高阶辐射修正时, 在 x 趋近于 0 的区域, 由于硬核散射标度与跑动耦合常数之间存在不自洽, 会产生大的双对数项 $\alpha_s \ln^2(x)$, 需要将双对数项 $\alpha_s \ln^2(x)$ 求和到所有阶。此时通过引入夸克喷注函数 (jet function), 用来保证 pQCD 理论的自洽性, 夸克喷注函数能有效压低端点处的贡献, 函数中的双对数项在 Mellin 空间求和形成 Sudakov 因子的过程称为阈值重求和技术。喷注函数中的双对数项在 Mellin 空间求得的解为:

$$J(N) = \frac{1}{N} \exp\left(-\frac{1}{4} \gamma_K \ln^2 N\right), \quad (2-46)$$

其中 $\gamma_K = \alpha_s C_F / \pi$ 是反常量纲, $\frac{1}{N}$ 是由初始条件 $J(0) = 1$ 得来的。通过 Mellin 空间反演, 可知动量分数空间的喷注函数:

$$J(x) = \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \frac{dN}{2\pi i} (1-x)^{-N} \tilde{J}(N), \quad (2-47)$$

c 为大于该积分中所有极点实部的任意常数, 对上式积分得:

$$J(x) = -\exp\left(\frac{\pi}{4} \alpha_s C_F\right) \int_0^\infty \frac{dt}{\pi} (1-x)^{\exp(t)} \sin\left(\frac{1}{2} \alpha_s C_F t\right) \exp\left(-\frac{\alpha_s}{4\pi} C_F t^2\right), \quad (2-48)$$

当 x 趋近于 0 时, $J(x)$ 趋近于 0; 当 x 趋近于 1 时, 由于因子 $(1-x)^{\exp(t)}$ 的存在, 使得 $J(x)$ 依然趋近于 0, 从而保证了端点处的收敛性。在具体计算过程中, 我们把阈值重求和所产生的 Sudakov 因子通常参数化为:

$$S_t(x) = \frac{2^{1+2c} \Gamma(3/2+c)}{\sqrt{\pi} \Gamma(1+c)} [x(1-x)]^c, \quad (2-49)$$

其中参数 c 的值通常取作 $c = 0.3 \sim 0.5$:

$$c \rightarrow c(Q^2) = 0.04Q^2 - 0.51Q + 1.87, \quad Q^2 = m_B^2(1 - \frac{q^2}{m_B^2}). \quad (2-50)$$

在式 (2-49) 中我们可以发现, 当 $x \rightarrow 0, 1$ 时, $S_t(x) \rightarrow 0$, 所以 $S_t(x)$ 能够有效压低小 x 的贡献, 即所要求的端点压低。这样一来就使得 pQCD 方法更加自洽。

pQCD 方法虽用阈值重求和技术有效压低了端点区域的贡献, 保证了微扰计算时的自洽性。但是 pQCD 方法也存在着一些问题, 比如: 强子波函数作为计算过程中的输入参数, 与具体衰变过程无关, 可以由实验中抽取出来, 当前实验精度虽较之前有了很大的提高, 但依然不能从实验上确定波函数的精确数值。另外, 由实验确定的波函数是具有模型依赖性的, 这就使得使用 pQCD 方法计算的结果具有模型依赖性, 因此结果会有很大的不确定性。

2.6 小结

在本章节中, 我们对工作内容中需要使用的理论基础进行了简单的阐述, 首先是标准模型的基本理论; 接着我们介绍了 B 介子两体非轻弱衰变的基本理论, 包括低能有效哈密顿量、CKM 矩阵及其参数化方案和几种主流的处理强子矩阵元的方法。在下面的工作部分, 我们采用微扰 QCD 方法和简单因子化方法研究 $D_s^* \rightarrow \phi\pi$ 弱衰变过程。研究发现, 两种方法所得到的分支比相差不大。由于我们的目的是探究在未来实验中, 是否可以通过 D_q^* 介子弱衰变来研究 D_q^* 介子, 所以我们对分支比精度要求不高, 只需要进行粗略地估计。因此, 接下来我们采用简单因子化方法对 $D^* \rightarrow \bar{K}\pi^+, \bar{K}^*\pi^+, \bar{K}\rho^+$ 衰变过程进行研究。

第三章 $D_s^* \rightarrow \phi\pi$ 衰变过程的研究

在上一章中我们介绍了 pQCD 方法，本章中，我们将在标准模型理论框架下，采用 pQCD 方法对 $D_s^* \rightarrow \phi\pi$ 两体非轻弱衰变过程进行研究，给出衰变分支比并对其进行分析讨论。

3.1 研究动机

粲夸克可以和一代、二代夸克组成粲介子。1977 年，DASP 合作组通过 $e^+e^- \rightarrow F\bar{F}^*$ 衰变过程，首次发现了 D_s^* 介子^[50]。其中 F 和 F^* 在 1986 年之前分别表示 D_s 和 D_s^* 介子。 D_s^* 介子是矢量介子。根据 SU(4) 夸克模型， D_s^* 介子与赝标量介子 D_s 是由相同的夸克组成的，都是由 $c\bar{s}$ 组成，它们具有相同的粲数、奇异数和电荷数等相加性量子数，即 $C = S = Q = +1$ 。与 D_s 介子相比，目前关于 D_s^* 介子的实验数据比较少^[11]。虽然有许多实验对 D_s^* 介子的质量进行了测量(如参考文献^[50-57])。但到目前为止，Particle Data Group (PDG) 只正式地引用了一个测量数据^[11]，该数据是由 Mark III 合作组在 1987 年给出的^[54]。同时给出的质量测量误差 $m_{D_s^*} = 2109.3 \pm 2.1 \pm 3.1$ MeV^[54] 明显大于 D_s 介子的 $m_{D_s} = 1968.35 \pm 0.07$ MeV^[11]。对于 D_s^* 介子的衰变宽度，目前实验上只给出来了上限^[11]。通过分析，认为 D_s^* 介子的自旋宇称最有可能是 $J^P = 1^-$ ^[57]，但截至目前，在实验上还没有得到验证。

D_s^* 介子可以通过电磁相互作用以及弱相互作用进行衰变。对于 D_s^* 介子强衰变，由于 D_s^* 介子的拟合质量为 $m_{D_s^*} = 2112.2 \pm 0.4$ MeV^[11]，处于 $D_s\pi$ 和 $D\bar{K}$ 阈值之间，即 $m_{D_{u,d}} + m_K > m_{D_s^*} > m_{D_s} + m_\pi$ 。根据能量守恒定律， D_s^* 介子不可能衰变到 $D\bar{K}$ 。另外，对于 $D_s^* \rightarrow D_s\pi$ 这一衰变过程来说，它的同位旋是不守恒的。所以，此衰变过程是被唯象学上的 OZI 规则^[64, 65] 压低的。并且该衰变过程的相空间非常小，即 $m_{D_s^*} - m_{D_s} - m_\pi < 6$ MeV。因此， D_s^* 介子主要通过电磁相互作用进行衰变，即 $D_s^* \rightarrow D_s\gamma$ 衰变过程占主导地位，电磁衰变的分支比 $Br(D_s^* \rightarrow D_s\gamma) = (93.5 \pm 0.7)\%$ 大于 $Br(D_s^* \rightarrow D_s\pi) = (5.8 \pm 0.7)\%$ ^[11]，这就造成它的衰变宽度非常窄。并且，由于 π^0 介子几乎完全衰变为两个光子 $Br(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma) = (98.823 \pm 0.034)\%$ 。那么对于 $D_s^* \rightarrow D_s\pi^0$ ， $D_s\gamma$ 衰变末态不易被区分开，所以对于 D_s^* 介子，这两种衰变模式的末态都不易识别。此外， D_s^* 介子也可以通过弱相互作用进行衰变。 D_s^* 介子的弱衰变为探究 D_s^* 介子的性质

提供了宝贵的机会。

在本章中，我们选择 $D_s^* \rightarrow \phi\pi$ 衰变过程进行研究。首先，实验表明，带电介子进入磁场后将被高灵敏度的探测器明确地探测到。对于 $D_s^* \rightarrow \phi\pi$ 衰变过程而言，由于 ϕ 介子不带电， π 介子是带电的，进入磁场后，它们很容易被探测器区分开。因此， $D_s^* \rightarrow \phi\pi$ 衰变过程的末态很容易被识别出来。其次，在 D_s^* 介子静止系下， ϕ 介子和 π 介子以一个确定的动量背向移动。所以，我们可以很好地重建 ϕ 介子。与纯轻衰变 $D_s^* \rightarrow \ell\bar{\nu}$ 和半轻衰变 $D_s^* \rightarrow \phi\ell\bar{\nu}$ 相比， $D_s^* \rightarrow \phi\pi$ 弱衰变在实验上具有更大的鉴别效率，并且末态没有中微子，从而有更干净的背景。最后，对于 $D_s^* \rightarrow \phi\pi$ 衰变过程，它所对应的 CKM 矩阵元^[7, 8]是 $|V_{cs}|$ 、 $|V_{ud}|$ ，而 $|V_{cs}| \sim \mathcal{O}(1)$ 、 $|V_{ud}| \sim \mathcal{O}(1)$ ，所以该过程不存在 CKM 压低。那么理论上 $D_s^* \rightarrow \phi\pi$ 衰变在 D_s^* 介子弱衰变中具有较大的分支比。因此我们选择 $D_s^* \rightarrow \phi\pi$ 衰变过程进行研究。

实验方面，在大型强子对撞机 (HL-LHC) 和正负电子对撞机中都有望收集到大量的 D_s^* 介子事例数。预计在超级 B 介子工厂 (SuperKEKB) 上大约有 5×10^{10} 个 $c\bar{c}$ 夸克对^[1]，考虑到粲夸克分裂成 D_s^* 介子的比例 $f(c \rightarrow D_s^*) \simeq 5.5\%$ ^[58]，SuperKEKB 将收集到超过 5.5×10^9 个 D_s^* 介子事例数。在环形正负电子对撞机 (CEPC)^[3] 上，将会得到 10^{12} 个 Z^0 玻色子；预计在未来的环形对撞机 (FCC-ee)^[4] 上，将会得到 10^{13} 个 Z^0 玻色子。考虑到 Z^0 玻色子衰变为 $c\bar{c}$ 夸克对的分支比为 $\mathcal{B}r(Z^0 \rightarrow c\bar{c}) = (12.03 \pm 0.21)\%$ ^[11]，粲夸克分裂成 D_s^* 介子的比例 $f(c \rightarrow D_s^*) \simeq 5.5\%$ ^[58]，CEPC 和 FCC-ee 基于 20 ab^{-1} 的亮度，将收集到超过 1.3×10^{10} 和 1.3×10^{11} 个 D_s^* 介子事例数。此外，在中国的超级 τ -charm 工厂 (STCF)^[2] 以及位于俄罗斯新西伯利亚的超级 τ -charm 工厂 (STCF) 基于 10 ab^{-1} 的亮度^[2]，在 $\psi(4040)$ 阈值以上（见文献^[59]，图 6），预计将收集到大约 10^{10} 个 D_s^* 介子事例数^[58]。在 LHCb@HL-LHC 实验中^[6]，通过目标亮度为 300 fb^{-1} 的数据样本将收集到约 4×10^{13} 个 D_s^* 介子事例数^[59]。在 ALICE 和 ATLAS 上会有越来越多的 D_s^* 介子事例数^[59]。大量的实验数据为研究 D_s^* 介子提供了宝贵的机会、奠定了坚实的基础。

理论方面， D_s^* 和 D_s 介子是由相同的夸克组成的，质量相近，那么 D_s^* 和 D_s 介子的弱衰变模式应该也是相同的。因此，我们将研究 D_s 介子弱衰变理论模型推广到 D_s^* 介子。这里假设 ϕ 介子由 $s\bar{s}$ 夸克对组成，不含 $u\bar{u}$ 和 $d\bar{d}$ ，即认为 ϕ - ω 系统之间的混合处于理想状态。

在本章中，我们在标准模型框架下，采用 pQCD 方法^[38–40, 66–69] 对 $D_s^* \rightarrow \phi\pi$ 衰变

过程进行唯象研究，并给出其分支比，为今后的实验分析提供参考。

3.2 低能有效哈密顿量

在夸克水平上， $D_s^* \rightarrow \phi\pi$ 衰变实际上是由 $c \rightarrow s + W^{*+}$ 所引起的。相应的有效哈密顿量可以写为威尔逊系数和有效算符乘积的形式^[70]：

$$\mathcal{H}_{\text{eff}} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{cs}^* V_{ud} \{C_1 O_1 + C_2 O_1\} + \text{h.c.}, \quad (3-1)$$

其中 $G_F \simeq 1.166 \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$ 是描述弱相互作用的费米耦合常数^[11]； $V_{cs}^* V_{ud}$ 是和 CKM 矩阵元相关的因子，使用 Wolfenstein 参数化方法，可以得到相关的 CKM 矩阵元因子：

$$V_{cs}^* V_{ud} = 1 - \lambda^2 - \frac{1}{2} A^2 \lambda^4 + \mathcal{O}(\lambda^6), \quad (3-2)$$

其中， $A = 0.826_{-0.015}^{+0.018}$ ， $\lambda = 0.22500 \pm 0.00067$ ^[11]。通过重整化群方程可以得到威尔逊系数 $\vec{C} = \{C_1, C_2\}$ 。

$$\vec{C}(\mu_c) = U_4(\mu_c, m_b) M(m_b) U_5(m_b, m_W) \vec{C}(m_W), \quad (3-3)$$

其中， $\mu_c \sim \mathcal{O}(m_c)$ 是粲夸克的标度。 m_b 和 m_W 分别是底夸克和规范玻色子 W^+ 的质量。 $U_f(\mu_f, \mu_i)$ 和 $M(m_b)$ 分别为演化矩阵和阈值匹配矩阵，其具体表达式见参考文献^[70]。有效算符的定义如下：

$$O_1 = [\bar{s}_\alpha \gamma^\mu (1 - \gamma_5) c_\alpha] [\bar{u}_\beta \gamma_\mu (1 - \gamma_5) d_\beta], \quad (3-4)$$

$$O_2 = [\bar{s}_\alpha \gamma^\mu (1 - \gamma_5) c_\beta] [\bar{u}_\beta \gamma_\mu (1 - \gamma_5) d_\alpha], \quad (3-5)$$

其中， α 和 β 是夸克的颜色指标。由于 $D_s^* \rightarrow \phi\pi$ 衰变过程只存在树图算符的贡献，只有两个流-流算符 $O_{1,2}$ ，没有企鹅图算符。

3.3 强子矩阵元

由低能有效哈密顿量，我们可以写出 $D_s^* \rightarrow \phi\pi$ 过程的衰变振幅：

$$\mathcal{A}(D_s^* \rightarrow \phi\pi) = \langle \phi\pi | \mathcal{H}_{\text{eff}} | D_s^* \rangle = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ud} V_{cs}^* \sum_{i=1} C_i(\mu) \langle \phi\pi | O_i(\mu) | D_s^* \rangle, \quad (3-6)$$

可以看出，上式的衰变振幅明显可以因子化为四个部分，分别是弱相互作用的耦合常数 G_F ，CKM 矩阵元因子 $V_{ud} V_{cs}^*$ ，威尔逊系数 C_i 以及强子矩阵元 $\langle \phi\pi | O_i(\mu) | D_s^* \rangle$ 的贡献。其中前三项贡献， G_F 、 $V_{ud} V_{cs}^*$ 和 C_i 是已知的，强子矩阵元描述了初态粒子到末态粒子的跃迁过程，对于 $D_s^* \rightarrow \phi\pi$ 衰变过程，初态和末态都是强子，由于强相互作用的参与，存在长程非微扰效应，长程贡献对夸克和强子之间跃迁地影响使得计算强子矩

阵元变得十分困难。在计算强子矩阵元过程中，由于缺乏对非微扰区域的理解，只能基于模型或假定尽可能的估算这一部分的贡献。所以，衰变振幅的不确定性也主要来自于强子矩阵元。

为了得到 $D_s^* \rightarrow \phi\pi$ 的衰变振幅，剩下的工作就是计算强子矩阵元 $\langle \phi\pi | O_i | D_s^* \rangle$ 。在 pQCD 方法下，通过保留夸克横动量 k_T ，同时引入 Sudakov 因子来解决端点发散问题。将强子矩阵元表示为包含短程微扰贡献的硬散射核与强子波函数卷积的形式^[71]。硬散射核描述了夸克和胶子之间的相互作用，通常认为在重夸克极限下是微扰可算的，可以表示为 Bessel 函数乘积的形式。对于强子波函数部分 $\phi(x_i, b_i)$ ，它包含了长程非微扰贡献，与具体衰变过程无关，可以采用格点理论、QCD 求和规则或者通过实验抽取出来。在 pQCD 方法下， $D_s^* \rightarrow \phi\pi$ 衰变的强子矩阵元一般写为：

$$\langle \phi\pi | O_i | D_s^* \rangle \propto \int dx_1 dx_2 dx_3 db_1 db_2 db_3 H_i(t_i, x_1, x_2, x_3, b_1, b_2, b_3) \phi_{D_s^*}(x_1, b_1) e^{-S_{D_s^*}} \phi_\phi(x_2, b_2) e^{-S_\phi} \phi_\pi(x_3, b_3) e^{-S_\pi}, \quad (3-7)$$

其中， b_i 是价夸克横向动量 $\vec{k}_{i\perp}$ 的共轭变量， H_i 是硬散射振幅， $\phi_i(x_i, b_i)$ 是强子波函数， t_i 是特征标度， e^{-S_i} 是各个波函数对应的 Sudakov 因子。

3.4 运动学变量

在 pQCD 方法中，我们使用光锥坐标系来描述运动学变量。在 D_s^* 介子的静止坐标系中，初态 D_s^* 介子、末态 ϕ 介子和 π 介子的动量，以及相关变量的光锥坐标的具体形式定义如下：

$$p_{D_s^*} = p_1 = \frac{m_{D_s^*}}{\sqrt{2}}(1, 1, 0), \quad (3-8)$$

$$p_\phi = p_2 = \frac{m_{D_s^*}}{\sqrt{2}}(r_\phi^2, 1, 0), \quad (3-9)$$

$$p_\pi = p_3 = \frac{m_{D_s^*}}{\sqrt{2}}(1 - r_\phi^2, 0, 0), \quad (3-10)$$

$$e_{D_s^*}^\parallel = \frac{p_{D_s^*}}{m_{D_s^*}} - \frac{m_{D_s^*}}{p_{D_s^*} \cdot n_-} n_-, \quad (3-11)$$

$$e_\phi^\parallel = \frac{p_\phi}{m_\phi} - \frac{m_\phi}{p_\phi \cdot n_+} n_+, \quad (3-12)$$

$$k_1 = \left(\frac{m_{D_s^*}}{\sqrt{2}} x_1, 0, \vec{k}_{1\perp} \right), \quad (3-13)$$

$$k_2 = \left(0, \frac{m_{D_s^*}}{\sqrt{2}} x_2, \vec{k}_{2\perp} \right), \quad (3-14)$$

$$k_3 = (\frac{m_{D_s^*}}{\sqrt{2}} x_3, 0, \vec{k}_{3\perp}), \quad (3-15)$$

其中, $r_\phi = m_\phi/m_{D_s^*}$. x_1 和 $\vec{k}_{1\perp}$ 分别是 D_s^* 介子中奇异夸克的纵向动量分数和横向动量。 x_i 和 $\vec{k}_{i\perp}$ ($i = 2, 3$) 分别是末态介子中反夸克的纵向动量分数和横向动量。价夸克的动量如图3-1 (a)所示。 $e_V^\parallel$ 表示纵向极化矢量。 $n_+ = (1, 0, 0)$ 和 $n_- = (0, 1, 0)$ 分别表示正向和反向光锥矢量, 且存在下列关系:

$$n_\pm^2 = 0, \quad n_+ \cdot n_- = 1. \quad (3-16)$$

3.5 强子波函数

强子波函数描述了强子内部夸克的组成以及动量分布情况, 它们是普适的, 与具体衰变过程无关。根据参考文献^[72-76] 中的约定, 所涉及到的强子波函数和分布振幅定义如下:

$$\begin{aligned} & \langle 0 | c_i(0) \bar{s}_j(z) | D_s^*(p_1, \epsilon_{D_s^*}^\parallel) \rangle \\ &= \frac{1}{4} \int d^4 k_1 e^{-ik_1 \cdot z} \{ \not{\epsilon}_{D_s^*}^\parallel [m_{D_s^*} f_{D_s^*}^\parallel \phi_{D_s^*}^v - f_{D_s^*}^\perp \not{p}_1 \phi_{D_s^*}^t] \}_{ji}, \end{aligned} \quad (3-17)$$

$$\begin{aligned} & \langle 0 | c_i(0) \bar{s}_j(z) | D_s^*(p_1, \epsilon_{D_s^*}^\perp) \rangle \\ &= \frac{1}{4} \int d^4 k_1 e^{-ik_1 \cdot z} \{ \not{\epsilon}_{D_s^*}^\perp [m_{D_s^*} f_{D_s^*}^\parallel \phi_{D_s^*}^V - f_{D_s^*}^\perp \not{p}_1 \phi_{D_s^*}^T] \}_{ji}, \end{aligned} \quad (3-18)$$

$$\begin{aligned} & \langle \phi(p_2, \epsilon_\phi^\parallel) | \bar{s}_i(0) s_j(z) | 0 \rangle \\ &= \frac{1}{4} \int_0^1 dk_2 e^{+ik_2 \cdot z} \{ \not{\epsilon}_\phi^\parallel m_\phi f_\phi^\parallel \phi_\phi^v + f_\phi^\perp \not{\epsilon}_\phi^\parallel \not{p}_2 \phi_\phi^t - m_\phi f_\phi^\perp \phi_\phi^s \}_{ji}, \end{aligned} \quad (3-19)$$

$$\begin{aligned} & \langle \phi(p_2, \epsilon_\phi^\perp) | \bar{s}_i(0) s_j(z) | 0 \rangle \\ &= \frac{1}{4} \int_0^1 dk_2 e^{+ik_2 \cdot z} \\ & \quad \{ \not{\epsilon}_\phi^\perp m_\phi f_\phi^\parallel \phi_\phi^V + f_\phi^\perp \not{\epsilon}_\phi^\perp \not{p}_2 \phi_\phi^T + i m_\phi f_\phi^\parallel \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \gamma_\mu \epsilon_{\phi,\nu}^\perp \frac{p_{2,\alpha} z_\beta}{p_2 \cdot z} \gamma_5 \phi_\phi^A \}_{ji}, \end{aligned} \quad (3-20)$$

$$\begin{aligned} & \langle \pi(p_3) | \bar{u}_i(0) d_j(z) | 0 \rangle \\ &= -i \frac{f_\pi}{4} \int_0^1 dk_3 e^{+ik_3 \cdot z} \{ \gamma_5 [\not{p}_3 \phi_\pi^a + \mu_\pi \not{p}_\pi^p - \mu_\pi (\not{n}_+ \not{n}_- - 1) \phi_\pi^t] \}_{ji}. \end{aligned} \quad (3-21)$$

其中, $f_V^\parallel$ 和 $f_V^\perp$ 分别为矢量介子的纵向和横向衰变常数。 f_π 是 π 介子的衰变常数, μ_π 为 π 介子的手征质量。 $\phi_V^{v,T}$ 和 ϕ_π^a 是扭度为 2 (twist-2) 的分布振幅。 $\phi_V^{t,s}$, $\phi_V^{V,A}$ 和 $\phi_\pi^{p,t}$ 是扭度为 3 的分布振幅 (twist-3)。 π 介子是发射介子, 只有扭度为 2 的 ϕ_π^a 对衰变振幅有贡献。

通过与参考文献中^[72] B_c^* 介子的分布振幅进行类比, D_s^* 介子的光锥分布振幅可以

表示为:

$$\phi_{D_s^*}^{v,T}(x) = N_v x \bar{x} \exp\left\{-\frac{1}{8\omega^2}\left(\frac{m_s^2}{x} + \frac{m_c^2}{\bar{x}}\right)\right\}, \quad (3-22)$$

$$\phi_{D_s^*}^t(x) = N_t (\bar{x} - x)^2 \exp\left\{-\frac{1}{8\omega^2}\left(\frac{m_s^2}{x} + \frac{m_c^2}{\bar{x}}\right)\right\}, \quad (3-23)$$

$$\phi_{D_s^*}^V(x) = N_V \{1 + (\bar{x} - x)^2\} \exp\left\{-\frac{1}{8\omega^2}\left(\frac{m_s^2}{x} + \frac{m_c^2}{\bar{x}}\right)\right\}. \quad (3-24)$$

式中 $\bar{x} = 1 - x$ 。奇异夸克质量 $m_s \approx 490$ MeV, 粲夸克质量 $m_c = 1.67 \pm 0.07$ GeV。

形状参数 $\omega = m_{D_s^*} \alpha_s$ 。系数 N_v, N_t, N_V 可以由归一化条件得到:

$$\int_0^1 dx \phi_{D_s^*}^i(x) = 1, \quad i = v, t, V, T. \quad (3-25)$$

根据参考文献^[74-76] π 介子和 ϕ 介子的光锥分布振幅为:

$$\phi_\pi^a(x) = 6x\bar{x} \{1 + a_2^\pi C_2^{3/2}(\xi)\}, \quad (3-26)$$

$$\phi_\phi^v(x) = 6x\bar{x} \{1 + a_2^{\phi,\parallel} C_2^{3/2}(\xi)\}, \quad (3-27)$$

$$\phi_\phi^T(x) = 6x\bar{x} \{1 + a_2^{\phi,\perp} C_2^{3/2}(\xi)\}, \quad (3-28)$$

$$\begin{aligned} \phi_\phi^t(x) = & 3\xi \{C_1^{1/2}(\xi) + a_2^{\phi,\perp} C_3^{1/2}(\xi)\} \\ & + 3 \frac{m_s}{m_\phi} \frac{f_\phi^\parallel}{f_\phi^\perp} \{1 + (21 - 90x\bar{x}) a_2^{\phi,\parallel} \\ & + \xi (\ln \bar{x} - \ln x) (1 + 6 a_2^{\phi,\parallel})\}, \end{aligned} \quad (3-29)$$

$$\begin{aligned} \phi_\phi^V(x) = & \frac{3}{4} (1 + \xi^2) + \frac{6}{7} C_2^{1/2}(\xi) a_2^{\phi,\parallel} \\ & + 3 \frac{m_s}{m_\phi} \frac{f_\phi^\perp}{f_\phi^\parallel} \{2 + (22 - 60x\bar{x}) a_2^{\phi,\perp} \\ & + (\ln \bar{x} + \ln x) (1 + 6 a_2^{\phi,\perp})\}, \end{aligned} \quad (3-30)$$

$$\begin{aligned} \phi_\phi^s(x) = & -3 C_1^{1/2}(\xi) - 3 C_3^{1/2}(\xi) a_2^{\phi,\perp} \\ & - 3 \frac{m_s}{m_\phi} \frac{f_\phi^\parallel}{f_\phi^\perp} \{C_1^{1/2}(\xi) + [3 C_3^{1/2}(\xi) + 18 C_1^{1/2}(\xi)] a_2^{\phi,\parallel} \\ & + (\ln \bar{x} - \ln x) (1 + 6 a_2^{\phi,\parallel})\}, \end{aligned} \quad (3-31)$$

$$\begin{aligned} \phi_\phi^A(x) = & -\frac{3}{2} C_1^{1/2}(\xi) - \frac{3}{2} C_3^{1/2}(\xi) a_2^{\phi,\parallel} \\ & - 3 \frac{m_s}{m_\phi} \frac{f_\phi^\perp}{f_\phi^\parallel} \{2 C_1^{1/2}(\xi) + [4 C_3^{1/2}(\xi) + 18 C_1^{1/2}(\xi)] a_2^{\phi,\perp} \\ & + (\ln \bar{x} - \ln x) (1 + 6 a_2^{\phi,\perp})\}. \end{aligned} \quad (3-32)$$

其中, $\xi = x - \bar{x} = 2x - 1$, $a_2^\pi = 0.25 \pm 0.15$, $a_2^{\phi,\parallel} = 0.18 \pm 0.08$, $a_2^{\phi,\perp} = 0.14 \pm 0.07$, $C_i^j(\xi)$ 是盖根堡尔多项式。

3.6 衰变振幅

图3-1表示 pQCD 方法下 $D_s^* \rightarrow \phi\pi$ 衰变的费曼图。其中，图(a)、(b)是可因子化图，对于可因子化的发射拓扑图，末态的 ϕ 介子和初态的 D_s^* 介子之间会交换胶子，发射介子 π 可以完全独立出来，所以对于可因子化图，发射介子 π 的贡献可以用 π 介子的衰变常数表示。因此，衰变振幅的结构相对来说比较简单，在 pQCD 方法下，可以直接写成衰变常数和强子跃迁形状因子的乘积，跃迁形状因子可以写成硬散射核和强子波函数的卷积。而(c)、(d)图是不可因子化图。初态介子和末态介子 π 之间会发生相互作用，在计算过程中无法将 π 介子单独分离出来。因此衰变振幅的结构相对来说比较复杂。

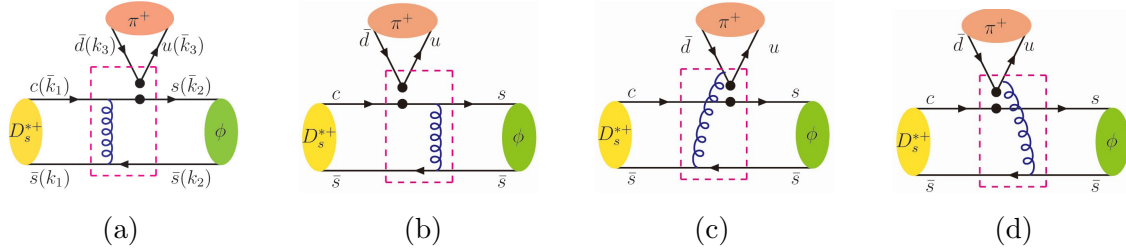


图 3-1 pQCD方法下， $D_s^* \rightarrow \phi\pi$ 衰变过程的费曼图。圆点表示对应的相互作用顶点，虚线表示夸克散射振幅。

$D_s^* \rightarrow \phi\pi$ 过程的衰变振幅写为^[72]:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}(D_s^* \rightarrow \phi\pi) &= \langle \phi\pi | \mathcal{H}_{\text{eff}} | D_s^* \rangle \\ &= \mathcal{A}_L(\epsilon_{D_s^*}^{\parallel} \cdot \epsilon_{\phi}^{\parallel}) + \mathcal{A}_N(\epsilon_{D_s^*}^{\perp} \cdot \epsilon_{\phi}^{\perp}) + i \mathcal{A}_T \epsilon^{\alpha\beta\mu\nu} p_{D_s^*,\alpha} p_{\phi,\beta} \epsilon_{D_s^*,\mu}^{\perp} \epsilon_{\phi,\nu}^{\perp}, \end{aligned} \quad (3-33)$$

其中， $\mathcal{A}_{L,N,T}$ 的具体表达式列在附录 A 中。此外，衰变振幅也经常表示为螺旋度振幅，具体形式如下：

$$\mathcal{M}_0 = \mathcal{A}_L, \quad (3-34)$$

$$\mathcal{M}_{\parallel} = \sqrt{2} \mathcal{A}_N, \quad (3-35)$$

$$\mathcal{M}_{\perp} = \sqrt{2} m_{D_s^*} p_{\text{c.m.}} \mathcal{A}_T, \quad (3-36)$$

其中， $|p_{\text{cm}}|$ 是在 D_s^* 介子静止系中两个末态强子的质心动量：

$$p_{\text{c.m.}} = \frac{1}{2 m_{D_s^*}} (m_{D_s^*}^4 + m_{\phi}^4 + m_{\pi}^4 - 2 m_{D_s^*}^2 m_{\phi}^2 - 2 m_{D_s^*}^2 m_{\pi}^2 - 2 m_{\phi}^2 m_{\pi}^2)^{\frac{1}{2}} \quad (3-37)$$

3.7 计算结果与讨论

3.7.1 计算结果

在 D_s^* 介子的静止系中, $D_s^* \rightarrow \phi \pi$ 弱衰变过程的分支比定义为:

$$\mathcal{B}r(D_s^* \rightarrow \phi \pi) = \frac{1}{24\pi} \frac{p_{\text{c.m.}}}{m_{D_s^*}^2 \Gamma_{D_s^*}} \{ |\mathcal{M}_0|^2 + |\mathcal{M}_\parallel|^2 + |\mathcal{M}_\perp|^2 \}. \quad (3-38)$$

其中 $\Gamma_{D_s^*}$ 是 D_s^* 介子的衰变宽度。目前实验上并没有 $\Gamma_{D_s^*}$ 的具体数据, 1995 年 CLEO 合作组给出了 D_s^* 介子衰变宽度的上限 $\Gamma_{D_s^*} < 1.9 \text{ MeV}$ 。由于, D_s^* 介子主要以电磁衰变为主 $\mathcal{B}r(D_s^* \rightarrow D_s \gamma) = (93.5 \pm 0.7)\%$ ^[11]。所以, 在理论计算中经常采用 $\Gamma_{D_s^*} \approx \Gamma(D_s^* \rightarrow D_s \gamma)$ 。理论上, $D_s^* \rightarrow D_s \gamma$ 的衰变宽度和 D_s^* 介子的磁偶极子跃迁相关, 具体关系如下^[59, 83]:

$$\Gamma(D_s^* \rightarrow D_s \gamma) = \frac{4}{3} \alpha_{\text{em}} k_\gamma^3 \mu_{D_s^* D_s}^2 \approx 0.36 \text{ keV}, \quad (3-39)$$

其中 α_{em} 是精细结构常数; $k_\gamma = (m_{D_s^*}^2 - m_{D_s}^2)/2m_{D_s^*}$ 是在 D_s^* 介子静止系中光子的动量; $\mu_{D_s^* D_s}$ 是磁偶极矩。

在计算过程中, 衰变常数也是一个重要的输入参数, 它与波函数密切相关。目前采用格点 QCD 方法已经比较准确地计算了 π 介子的衰变常数, $f_\pi = 130.2 \pm 1.2 \text{ MeV}$ (见参考文献^[11])。而 ϕ 介子的纵向衰变常数 $f_\phi^\parallel$, 可以从 ϕ 介子通过电磁相互作用衰变为带电轻子对的衰变分支比中提取出来^[77, 80]。

$$\mathcal{B}r(\phi \rightarrow \ell^+ \ell^-) = \frac{4\pi}{27} f_\phi^{\parallel,2} \frac{\alpha_{\text{QED}}^2}{m_\phi \Gamma_\phi} \sqrt{1 - \frac{4m_\ell^2}{m_\phi^2}} \left\{ 1 + 2 \frac{m_\ell^2}{m_\phi^2} \right\}. \quad (3-40)$$

由 $\mathcal{B}r(\phi \rightarrow e^+ e^-) = (2.973 \pm 0.034) \times 10^{-4}$ 可以得到 $f_\phi^\parallel = 219.1 \pm 1.6 \text{ MeV}$ 。在 $\mathcal{B}r(\phi \rightarrow \mu^+ \mu^-) = (2.86 \pm 0.19) \times 10^{-4}$ 中可以得到 $f_\phi^\parallel = 215.0 \pm 7.6 \text{ MeV}$ ^[81]。其中, $f_\phi^\parallel$ 的不确定性来自于 ϕ 介子的质量 m_ϕ 、 ϕ 介子的总宽度 Γ_ϕ 以及分支比 $\mathcal{B}r$ 。我们对其求加权平均值后, 得到: $f_\phi^\parallel = 218.1 \pm 1.6 \text{ MeV}$ 。保守估计下, 本文采用 $f_\phi^\parallel = 218 \pm 5 \text{ MeV}$, 对于横向衰变常数 $f_\phi^\perp$, 参照参考文献^[81], 横向衰变常数和纵向衰变常数的比为: $f_\phi^\perp / f_\phi^\parallel = 0.79 \pm 0.15$ 。实验上, 目前还没有关于 D_s^* 介子衰变常数的相关数据, 在参考文献^[59]表 4 中详细地收集了采用不同方法得到的纵向衰变常数 $f_{D_s^*}^\parallel$ 的理论结果。其中最新的是使用格点 QCD 方法所得到的结果, 本文将采用该结果 $f_{D_s^*}^\parallel = 274 \pm 7 \text{ MeV}$, 横向衰变常数和纵向衰变常数的比为: $f_{D_s^*}^\perp / f_{D_s^*}^\parallel = 0.92 \pm 0.04$ ^[82]。综上所述, 我们将计算过程中用到的输入参数列于下表:

表 3-1 $D_s^* \rightarrow \phi\pi$ 过程输入参数

$\hbar = 6.582119569 \times 10^{-22} \text{ MeVs}$	$m_W = 80.379(12) \text{ GeV}$	$\sin^2 \theta = 0.23121(4)$
$G_F = 1.1663787(6) \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$	$m_Z = 91.1876(21) \text{ GeV}$	$\alpha_s(m_Z) = 0.1179(10)$
$\alpha_{\text{em}}(m_W) = 1/128.$	$m_c = 1.67 \pm 0.07 \text{ GeV}$	$m_s = 0.51 \text{ GeV}$
$m_\phi = 1019.461 \pm 0.016 \text{ MeV}$	$f_\phi^\parallel = 215 \pm 5 \text{ MeV}$	$f_\phi^\perp = 186 \pm 9 \text{ MeV}$
$m_{D_s^{*\pm}} = 2112.2 \pm 0.4 \text{ MeV}$	$f_{D_s^*} = 274 \pm 7 \text{ MeV}$	$f_{D_s^*}^T/f_{D_s^*} = 0.92 \pm 0.04$
$m_{\pi^\pm} = 139.57 \text{ MeV}$	$f_\pi = 130.2 \pm 1.2 \text{ MeV}$	
CKM 相关参数 ^[11]	$A = 0.819_{+0.012}^{-0.016}$	$\lambda = 0.22506 \pm 0.00044$
介子波函数相关参数	$\mu_\pi = 1.6 \pm 0.2 \text{ GeV}$	$a_2^\pi = 0.25 \pm 0.15$
$f_{3\pi} = (0.45 \pm 0.15) \times 10^{-2} \text{ GeV}^2$	$a_2^{\parallel/\phi} = 0.18 \pm 0.08$	$a_2^{\perp,\phi} = 0.14 \pm 0.07$

根据表3-1中的参数，我们可以得到 $D_s^* \rightarrow \phi\pi$ 衰变过程的分支比：

$$\mathcal{B}r(D_s^* \rightarrow \phi\pi) = \frac{0.36 \text{ keV}}{\Gamma_{D_s^*}} \times 1.51_{-0.22}^{+0.34} (m_c)_{-0.11}^{+0.12} (f_{D_s^*}^{\parallel,\perp})_{-0.09}^{+0.16} (f_\phi^{\parallel,\perp}) \times 10^{-7}, \quad (3-41)$$

其中，理论计算中的误差主要来自于 c 夸克的质量 m_c 和 D_s^* 介子的衰变常数 $f_{D_s^*}^{\parallel,\perp}$ 以及 ϕ 介子的衰变常数 $f_\phi^{\parallel,\perp}$ 。我们所采用的衰变宽度 $\Gamma_{D_s^* \rightarrow \phi\pi}$ 与参考文献中^[84] 基于 QCD 光锥求和规则所计算的衰变宽度相差不大。

3.7.2 讨论与分析

下面我们对所计算出的分支比进行以下分析：（1）影响分支比的因素有很多，如末态的相互作用、 D_s^* 介子的衰变宽度等。由此可知，我们所得到的分支比会有很大的理论不确定性。例如，如果我们采用由格点 QCD 所计算出的衰变宽度 $\Gamma_{D_s^*} \approx 0.07 \text{ keV}$ ^[85]，分支比将扩大 5 倍。但所幸，我们的重点是研究在未来的实验中，是否可以通过 $D_s^* \rightarrow \phi\pi$ 的弱衰变过程来探究 D_s^* 介子，所以对于分支比的精度要求不高，只需要对量级进行估计而不需要精确计算。（2） $D_s^* \rightarrow \phi\pi$ 是色允许的衰变过程，因此，不可因子化图的贡献很小，可因子化图的贡献占主导地位。

表3-2列出了 D_s^* 介子和 $D_s^* \rightarrow \phi\pi$ 衰变过程的潜在事件数。从表中可以看到我们取 $D_s^* \rightarrow \phi\pi$ 的分子比为 $\mathcal{B}r(D_s^* \rightarrow \phi\pi) \simeq 1.5 \times 10^{-7}$ 时，对于 $D_s^* \rightarrow \phi\pi$ 衰变过程，在大型强子对撞机（LHCb@HL-LHC）中，将收集到 6×10^6 个事例数；在正负电子对撞机中，CEPC 和 FCC-ee 将收集到两万多个事例数；在超级 B 介子工厂(SuperKEKB)和超

表 3-2 D_s^* 介子和 $D_s^* \rightarrow \phi\pi$ 的潜在的衰变事例数, 分支比为 $\mathcal{B}r(Z^0 \rightarrow c\bar{c}) \simeq 12\%$ ^[11] 和 $\mathcal{B}r(D_s^* \rightarrow \phi\pi) \simeq 1.5 \times 10^{-7}$, 粲夸克分裂为 D_s^* 介子的比例 $f(c \rightarrow D_s^*) \simeq 5.5\%$ ^[58] 和粒子鉴别效率为 $\epsilon \sim 20\%$ 。

experiment	$N_{D_s^*}$	$N_{D_s^* \rightarrow \phi\pi}$	$\epsilon \times N_{D_s^* \rightarrow \phi\pi}$	remarks
STCF ^[2]	10^{10}	1500	300	with 10 ab^{-1} data
SuperKEKB ^[1]	5.5×10^9	850	165	with 5×10^{10} charm quark pairs
CEPC ^[3]	1.3×10^{10}	2000	400	from 10^{12} Z^0 boson decays
FCC-ee ^[4]	1.3×10^{11}	2×10^4	4000	from 10^{13} Z^0 boson decays
LHCb@HL-LHC ^[60]	4×10^{13}	6×10^6	1.2×10^6	with 300 fb^{-1} data

级 τ -charm 工厂(STCF)中也能收集到数百个事例数。如果我们采用由格点 QCD 所计算出的衰变宽度 $\Gamma_{D_s^*} \approx 0.07 \text{ keV}$ ^[85], 分支比将扩大 5 倍, 同时 $D_s^* \rightarrow \phi\pi$ 衰变过程的事例数也将扩大 5 倍。那么, 这时我们将收集到数千万个事例数。即使在考虑到粒子鉴别效率的情况下, $D_s^* \rightarrow \phi\pi$ 的弱衰变过程在未来的实验中也是能够被观测到的。

基于以上分析, 可以得出结论, 在未来通过 $D_s^* \rightarrow \phi\pi$ 弱衰变过程来研究 D_s^* 介子的性质是可行的。

第四章 $D_q^* \rightarrow PP$ 和 $D_q^* \rightarrow PV$ 衰变过程的研究

在上一章中，我们用 pQCD 方法对 $D_s^* \rightarrow \phi\pi$ 衰变过程进行了研究，发现 $D_s^* \rightarrow \phi\pi$ 是色允许的衰变过程，可因子化图的贡献占主导地位。简单因子化方法忽略了不可因子化图的贡献。一般认为，对于 W 外发射所引起的介子弱衰变过程来说，使用简单因子化方法能够得到正确量级的分支比。所以，我们采用简单因子化方法来计算 $D_s^* \rightarrow \phi\pi$ 衰变过程的分支比也是可行的。同样，对于 $D^* \rightarrow \bar{K}\pi^+$ 、 $\bar{K}\rho^+$ 和 $\bar{K}^*\pi^+$ 衰变过程，仍然是可因子化图的贡献占主导地位。我们的重点是研究在未来的实验中，是否可以通过 D_q^* 介子的弱衰变过程来研究 D_q^* 介子。所以对分支比的精度要求不高，只需要对量级进行估计而不需要精确计算。所以下面我们采用简单因子化方法来对这些衰变过程进行研究。

4.1 研究动机

D^* 介子是由粲夸克和一个非奇异轻夸克组成的 ($\bar{c}u$ 和 $c\bar{d}$)。产生 $D^*\bar{D}^*$ 的质心能量大于 $D^*\bar{D}$ 。由于 e^+e^- 加速器和探测器本身的特点，以及实际运行能量和时间，在 CLEC-c 和 BES 实验中，积累了很多的赝标量介子 D 的实验数据，而关于矢量介子 D^* 的实验数据相对较少。 D 介子的性质已经被许多实验小组做了细致地研究。而对于 D^* 介子的研究比较少。从而造成我们对 D^* 介子的了解很少。Particle Data Group (PDG)所引用的 D^* 介子的质量^[86, 87]是在 1977 年测量的，已经 46 年没有更新了。 D^* 介子的拟合质量为 $m_{D^{*0}} = 2006.85(5)$ MeV 和 $m_{D^{*+}} = 2010.26(5)$ MeV^[11]，很容易可以看出 D^{*0} 和 D^{*+} 介子之间存在以下关系：

$$m_{D^{*0}} - m_{D^0} > m_{\pi^0}, \quad (4-1)$$

$$m_{D^{*0}} - m_{D^+} < m_{\pi^-}, \quad (4-2)$$

$$m_{D^{*+}} - m_{D^0} > m_{\pi^+}, \quad (4-3)$$

$$m_{D^{*+}} - m_{D^+} > m_{\pi^0}, \quad (4-4)$$

对于 $D^* \rightarrow D\pi$ 这一衰变过程来说，它的同位旋是不守恒的。所以，此衰变过程是被唯象学上的 OZI 规则^[64, 65] 压低的。并且该衰变过程的相空间非常小，因此， D^* 介子主要通过电磁相互作用进行衰变，同时也就造成 D^* 介子的衰变宽度非常窄，比如：

$$\Gamma_{D^{*+}} = 83.4 \pm 1.8 \text{ keV}^{[11]}.$$

在标准模型中, D^* 介子也可以通过弱相互作用进行衰变。众所周知, 强相互作用和电磁相互作用只与矢量流有关, 而弱相互作用则与矢量流和轴矢流都有关。对 D^* 介子弱衰变的研究不仅可以检验标准模型中轴矢流的相互作用, 还可以使我们对微扰、非微扰以及末态相互作用等概念有更深入的理解, 同时可以提高我们对 D^* 介子的认识, 丰富我们对 D^* 介子衰变机理的理解。此外, D^* 介子弱衰变也能够对描述夸克混合的 CKM 矩阵元^[7, 8]进行测量检验。

尽管 D^* 介子弱衰变与电磁衰变相比衰变概率比较小。但所幸的是, 在大型强子对撞机 (HL-LHC) 和正负电子对撞机中都有望收集到大量的 D^* 介子事例数。在实验上, 将会积累到越来越多的 D^* 介子的实验数据。目前, 在 BESIII 实验中积累了超过 5×10^7 个 $D^{\pm}$ 介子^[88]。预计在 SuperKEKB^[1] 上将会有大约 5×10^{10} 个 $c\bar{c}$ 夸克对。考虑到粲夸克分裂成 D^* 介子的比例 $f(c \rightarrow D^{*+}) \simeq 25\%$ 和 $f(c \rightarrow D^{*0}) \simeq 23\%$ ^[58], SuperKEKB 将分别收集到超过 2×10^{10} 个 D^{*0} 和 $D^{*\pm}$ 介子事例数。在超级 τ -charm 工厂 (STCF)^[2] 上基于 10 ab^{-1} 的亮度, 将会分别收集到大约 8×10^{10} 个 D^{*0} 和 $D^{*\pm}$ 介子事例数。在环形正负电子对撞机 (CEPC)^[3] 上, 将会得到 10^{12} 个 Z^0 玻色子; 预计在未来的环形对撞机 (FCC-ee)^[4] 上, 总共会得到 10^{13} 个 Z^0 玻色子。考虑到 Z^0 玻色子衰变为 D^* 介子的分支比为 $\mathcal{B}r(Z^0 \rightarrow D^{*\pm} X) = (11.4 \pm 1.3)\%$ ^[11] 和 $\mathcal{B}r(Z^0 \rightarrow D^{*0} X / \bar{D}^{*0} X) = \mathcal{B}r(Z^0 \rightarrow D^{*\pm} X)$, CEPC 和 FCC-ee 基于 20 ab^{-1} 的亮度, 将分别收集到超过 10^{11} 和 10^{12} 个 D^{*0} 介子事例数以及 10^{11} 和 10^{12} 个 $D^{*\pm}$ 介子事例数。此外, 保守估计, 在未来的高亮度大型强子对撞机 (HL-LHC) 中, LHCb 探测器通过目标亮度为 300 fb^{-1} 的数据样本将会分别收集到超过 2×10^{14} 个 D^{*0} 和 $D^{*\pm}$ 介子事例数^[59]。大量的实验数据为探究 D^* 介子的性质提供了宝贵的机会, 同时也为研究 D^* 介子弱衰变奠定了坚实的基础。

本章中, 我们在标准模型下, 采用简单因子化方法研究 $D_q^* \rightarrow \bar{K}\pi^+, \bar{K}\rho^+, \phi\pi^+$ 和 $\bar{K}^*\pi^+$ 两体非轻弱衰变过程。首先, 这些衰变是由 W 玻色子发射引起的, 并且, 它所对应的 CKM 矩阵元都是 $|V_{cs}|$ 、 $|V_{ud}|$, 而 $|V_{cs}| \sim \mathcal{O}(1)$ 、 $|V_{ud}| \sim \mathcal{O}(1)$ 。因此在 D^* 介子弱衰变中, 这些衰变过程具有较大的分支比。其次运动学上, 在 D^* 介子的静止系中, 其末态介子以一个确定的动量背向移动。与 D_q^* 纯轻衰变和半轻衰变相比, 末态没有中微子的干扰。而对于 $D_q^* \rightarrow D_q\pi^0, D_q\gamma$ 衰变过程, 由于 π^0 介子几乎是衰变为两个

光子 $\mathcal{B}r(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma) = (98.823 \pm 0.034)\%$ 。那么，对于 $D_q^* \rightarrow D_q \pi^0$ ， $D_q \gamma$ 衰变末态不易被区分开，所以对于 D_q^* 介子，这两种衰变模式的末态都不易识别。因此，相比之下 D_q^* 非轻弱衰变的重建效率较高。在实验上，有更高的识别效率。 D_q^* 介子的弱衰变为探究 D^* 介子的性质提供了宝贵的机会。

4.2 低能有效哈密顿量

在夸克水平上， $D_q^* \rightarrow \bar{K} \pi^+$ 、 $\bar{K} \rho^+$ 、 $\phi \pi^+$ 和 $\bar{K}^* \pi^+$ 非轻衰变的有效哈密顿量可以写为^[70]：

$$\mathcal{H}_{\text{eff}} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{cs}^* V_{ud} \{C_1 O_1 + C_2 O_1\} + \text{h.c.}, \quad (4-5)$$

其中 $G_F \simeq 1.166 \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$ ^[11] 是费米耦合常数。 C_i 是威尔逊系数，根据 QCD 渐近自由的特点，可以精确地计算威尔逊系数。 G_F 与 C_i 的乘积类似于一个规范参数，例如：电磁相互作用的电荷 e 。 $V_{cs}^* V_{ud}$ 是和 CKM 矩阵元相关的因子，使用 Wolfenstein 参数化方法，可以得到相关的 CKM 矩阵元因子：

$$V_{cs}^* V_{ud} = 1 - \lambda^2 - \frac{1}{2} A^2 \lambda^4 + \mathcal{O}(\lambda^6), \quad (4-6)$$

其中， $A = 0.826_{-0.015}^{+0.018}$ ， $\lambda = 0.22500 \pm 0.00067$ ^[11]。通过重整化群方程可以得到威尔逊系数 $\vec{C} = \{C_1, C_2\}$

$$\vec{C}(\mu_c) = U_4(\mu_c, m_b) M(m_b) U_5(m_b, m_W) \vec{C}(m_W), \quad (4-7)$$

其中， $\mu_c \sim \mathcal{O}(m_c)$ 是粲夸克的标度。 m_b 和 m_W 分别是底夸克和规范玻色子 W^+ 的质量。 $U_f(\mu_f, \mu_i)$ 和 $M(m_b)$ 分别为演化矩阵和阈值匹配矩阵，其具体表达式见参考文献^[70]。算符 O_1 、 O_2 描述的是四夸克定域相互作用，具体形式如下：

$$O_1 = [\bar{s}_\alpha \gamma^\mu (1 - \gamma_5) c_\alpha] [\bar{u}_\beta \gamma_\mu (1 - \gamma_5) d_\beta], \quad (4-8)$$

$$O_2 = [\bar{s}_\alpha \gamma^\mu (1 - \gamma_5) c_\beta] [\bar{u}_\beta \gamma_\mu (1 - \gamma_5) d_\alpha], \quad (4-9)$$

其中， α 和 β 是夸克的颜色指标。只有两个流-流算符 $O_{1,2}$ ，没有企鹅图算符。

4.3 强子矩阵元

由低能有效哈密顿量，我们可以写出 D^* 弱衰变过程的衰变振幅，我们以 $D^* \rightarrow PP$ 过程为例，衰变振幅的具体形式如下：

$$\mathcal{A}(D^* \rightarrow PP) = \langle PP | \mathcal{H}_{\text{eff}} | D^* \rangle = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ud} V_{cs}^* \sum_{i=1} C_i(\mu) \langle PP | O_i(\mu) | D^* \rangle. \quad (4-10)$$

其中强子矩阵元 $\langle PP | O_i(\mu) | D^* \rangle$ 将夸克算符与相关的强子联系起来, 由于我们对强子化机制的理解不足, 在计算强子矩阵元过程中, 缺乏对非微扰区域的认识, 只能基于模型或假定尽可能地估算这一部分的贡献, 所以接下来主要的工作就是如何精确地计算强子矩阵元。

在唯象学上, 处理强子矩阵元最常用的方法之一是简单因子化(NF)方法又被称为朴素因子化方法^[17]。由于简单因子化方法的物理图像简洁清晰, 常用于 W 外发射过程引起的 B、D 介子非轻弱衰变。该方法是基于色透明机制^[19], 认为由于初态的重夸克质量很大, 而末态的轻夸克质量很小, 所以重夸克衰变后所产生的轻夸克会获得较大的动量。其中, 一对近似共线的、色单态的正反夸克在高速飞行中来不及和周围的胶子发生相互作用就已经飞离了相互作用区域, 然后这一对正反夸克就强子化为一个介子。或者, 我们可以把这对末态的正反夸克看作是一个小的色偶极子。因此, 它不和周围的软胶子发生相互作用。所以, 强子矩阵元就可以写成衰变常数和强子跃迁形状因子乘积的形式。我们以 $D^* \rightarrow K^- \pi^+$ 衰变过程为例, 在简单因子化方法下, 其强子矩阵元的具体形式如下:

$$\langle K^- \pi^+ | O_i(\mu) | D^{*0} \rangle \propto \langle \pi^+ | (\bar{u}d)_H | 0 \rangle \langle K^- | (\bar{s}c)_H | D^* \rangle, \quad (4-11)$$

其中 $\langle \pi^+ | (\bar{u}d)_H | 0 \rangle$ 表示 π 介子的衰变常数, $\langle K^- | (\bar{s}c)_H | D^* \rangle$ 表示 D^* 介子跃迁到 ϕ 介子的形状因子。

4.4 衰变振幅

在简单因子化方法下, 我们可以写出 D^* 介子的衰变振幅, 下面我们以 $D^* \rightarrow K^- \pi^+$ 衰变过程为例。其衰变振幅可以表示为:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}(D^{*0} \rightarrow K^- \pi^+) &= \langle K^- \pi^+ | \mathcal{H}_{\text{eff}} | D^{*0} \rangle \\ &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{cs}^* V_{ud} a_1 \langle K^- \pi^+ | (\bar{s}c)_H (\bar{u}d)_H | D^{*0} \rangle \\ &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{cs}^* V_{ud} a_1 \langle \pi^+ | (\bar{u}d)_H | 0 \rangle \langle K^- | (\bar{s}c)_H | D_s^* \rangle, \end{aligned} \quad (4-12)$$

式中, $(\bar{s}c)_H$ 和 $(\bar{u}d)_H$ 为色单线态 V-A 强子流, 引入下标 H 表示强子流, 与等式 (4-8) 和等式 (4-9) 的夸克流进行区分。 a_1 是有效系数, 我们把它称为味系数, 根据 Fiertz 变换, 我们可以把它写为 $a_1 = C_1 + \xi C_2$, 其中, $\xi = 1/N_c = 1/3$ 。 ξ 或 a_1 被视为不同因子化方法中的一个参数, 在粲介子非轻衰变的唯象研究中, 我们一般取 $a_1 \simeq 1.2$ 。对于式中最后两项, 两个流算符矩阵元可以分别参数化为介子衰变常数和跃迁形

状因子。

在简单因子化方法下，介子衰变常数参数化方案通常写为^[16]：

$$\langle 0 | \bar{q}_1 \gamma_\mu q_2 | P(k) \rangle = 0 \quad (4-13)$$

$$\langle 0 | \bar{q}_1 \gamma_\mu \gamma_5 q_2 | P(k) \rangle = i f_P k_\mu \quad (4-14)$$

$$\langle 0 | \bar{q}_1 \gamma_\mu q_2 | V(k, \epsilon) \rangle = f_V m_V \epsilon_\mu \quad (4-15)$$

$$\langle 0 | \bar{q}_1 \gamma_\mu \gamma_5 q_2 | V(k, \epsilon) \rangle = 0 \quad (4-16)$$

介子的衰变常数是通过实验抽取出来的。本文采用格点 QCD 所抽取出来的 π 介子的衰变常数。

形状因子定义如下^[16, 92]：

$$\langle P(p_2) | \bar{q} \gamma_\mu c | D^*(\epsilon_1, p_1) \rangle = \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \epsilon_1^\nu P^\alpha q^\beta \frac{V^{D^*P}(q^2)}{m_{D^*} + m_P} \quad (4-17)$$

$$\begin{aligned} & \langle P(p_2) | \bar{q} \gamma_\mu \gamma_5 c | D^*(\epsilon_1, p_1) \rangle \\ &= +i 2 m_{D^*} \frac{\epsilon_1 \cdot q}{q^2} q_\mu A_0^{D^*P}(q^2) + i \epsilon_{1,\mu} (m_{D^*} + m_P) A_1^{D^*P}(q^2) \\ &+ i \frac{\epsilon_1 \cdot q}{m_{D^*} + m_P} P_\mu A_2^{D^*P}(q^2) - i 2 m_{D^*} \frac{\epsilon_1 \cdot q}{q^2} q_\mu A_3^{D^*P}(q^2) \end{aligned} \quad (4-18)$$

$$\begin{aligned} & \langle V(\epsilon_2, p_2) | \bar{q} \gamma_\mu q_1 | V_1(\epsilon_1, p_1) \rangle = -(\epsilon_1 \cdot \epsilon_2^*) \{ P_\mu V_1^{V_1V}(q^2) - q_\mu V_2^{V_1V}(q^2) \} \\ &+ \frac{(\epsilon_1 \cdot q)(\epsilon_2^* \cdot q)}{m_{V_1}^2 - m_V^2} \left\{ \left[P_\mu - \frac{m_{V_1}^2 - m_V^2}{q^2} q_\mu \right] V_3^{V_1V}(q^2) + \frac{m_{V_1}^2 - m_V^2}{q^2} q_\mu V_4^{V_1V}(q^2) \right\} \\ &- (\epsilon_1 \cdot q) \epsilon_{2,\mu}^* V_5^{V_1V}(q^2) + (\epsilon_2^* \cdot q) \epsilon_{1,\mu} V_6^{V_1V}(q^2) \end{aligned} \quad (4-19)$$

$$\begin{aligned} & \langle V(\epsilon_2, p_2) | \bar{q} \gamma_\mu \gamma_5 q_1 | V_1(\epsilon_1, p_1) \rangle \\ &= -i \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \epsilon_1^\alpha \epsilon_2^{*\beta} \left\{ \left[P^\nu - \frac{m_{V_1}^2 - m_V^2}{q^2} q^\nu \right] A_1^{V_1V}(q^2) + \frac{m_{V_1}^2 - m_V^2}{q^2} q^\nu A_2^{V_1V}(q^2) \right\} \\ &- \frac{i \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} P^\alpha q^\beta}{m_{V_1}^2 - m_V^2} \{ (\epsilon_2^* \cdot q) \epsilon_1^\nu A_3^{V_1V}(q^2) - (\epsilon_1 \cdot q) \epsilon_2^{*\nu} A_4^{V_1V}(q^2) \}, \end{aligned} \quad (4-20)$$

其中 m_P 和 f_P 分别为赝标量 P 介子的质量和衰变常数； m_V 、 f_V 和 ϵ_V 分别为矢量介子 V 的质量、衰变常数和极化矢量； $A_i^{V_1h}$ 和 $V_i^{V_1h}$ 是介子跃迁形状因子；动量之间存在下列关系：

$$P = p_1 + p_2, \quad (4-21)$$

$$q = p_1 - p_2. \quad (4-22)$$

跃迁形状因子之间存在以下关系：

$$(m_{D^*} + m_P) A_1^{D^*P}(q^2) + (m_{D^*} - m_P) A_2^{D^*P}(q^2) = 2 m_{D^*} A_3^{D^*P}(q^2) \quad (4-23)$$

$$A_0^{D^*P}(0) = A_3^{D^*P}(0) \quad (4-24)$$

$$A_1^{D^*V}(0) = A_2^{D^*V}(0) \quad (4-25)$$

$$V_3^{D^*V}(0) = V_4^{D^*V}(0) \quad (4-26)$$

$$A_1^{D_s^*\phi}(0) = A_2^{D_s^*\phi}(0) \quad (4-27)$$

$$V_3^{D_s^*\phi}(0) = V_4^{D_s^*\phi}(0) \quad (4-28)$$

本文采用参考文献^[92]中光前夸克模型计算的形状因子。并将计算结果列在表中：

表 4-1 在极点 $q_2 = 0$ 处的衰变常数^[59] 和形状因子的数值。

$f_\pi = 130.2 \pm 1.2 \text{ MeV}$	$f_K = 155.7 \pm 0.3 \text{ MeV}$	$f_\rho = 207.7 \pm 1.6 \text{ MeV}$	$f_{K^*} = 202.5^{+6.5}_{-6.7} \text{ MeV}$
$V_1^{D^*\rho} = 0.65$	$V_2^{D^*\rho} = 0.51$	$V_3^{D^*\rho} = 0.29$	$V_5^{D^*\rho} = 1.42$
$V_6^{D^*\rho} = 0.68$	$A_1^{D^*\rho} = 0.59$	$A_3^{D^*\rho} = 0.22$	$A_4^{D^*\rho} = 0.24$
$V_1^{D^*K^*} = 0.74$	$V_2^{D^*K^*} = 0.43$	$V_3^{D^*K^*} = 0.26$	$V_5^{D^*K^*} = 1.50$
$V_6^{D^*K^*} = 0.78$	$A_1^{D^*K^*} = 0.69$	$A_3^{D^*K^*} = 0.15$	$A_4^{D^*K^*} = 0.22$
$V^{D^*\pi} = 0.92$	$A_0^{D^*\pi} = 0.68$	$A_1^{D^*\pi} = 0.74$	$A_2^{D^*\pi} = 0.61$
$V^{D^*K} = 1.04$	$A_0^{D^*K} = 0.78$	$A_1^{D^*K} = 0.85$	$A_2^{D^*K} = 0.68$
$V_1^{D_s^*\phi} = 0.71$	$V_2^{D_s^*\phi} = 0.38$	$V_3^{D_s^*\phi} = 0.28$	$V_5^{D_s^*\phi} = 1.54$
$V_6^{D_s^*\phi} = 0.86$	$A_1^{D_s^*\phi} = 0.65$	$A_3^{D_s^*\phi} = 0.16$	$A_4^{D_s^*\phi} = 0.27$

4.5 数值结果与讨论

4.5.1 计算结果

在 D_q^* 介子的静止系中，其弱衰变的分支比定义为：

$$\mathcal{B}r = \frac{G_F^2}{48\pi} |V_{cs}|^2 |V_{ud}|^2 \frac{p_{cm}}{m_{D_q^*}^2 \Gamma_{D_q^*}} \sum_{s_i} \mathcal{M} \mathcal{M}^\dagger. \quad (4-29)$$

其中 $\Gamma_{D_q^*}$ 是 D_q^* 介子的衰变宽度。 p_{cm} 为 D_q^* 介子静止系中末态的质心动量。 $\mathcal{M}$ 为衰变振幅。对于 $D^* \rightarrow \bar{K}\pi^+$ 衰变，只有 P 波振幅的贡献。而对于 $D^* \rightarrow \bar{K}^*\pi^+$ 和 $\bar{K}\rho^+$ 衰变，以及 $D_s^* \rightarrow \phi\pi$ 衰变有 S 波、P 波和 D 波三种分波振幅。本章中使用简单因子化方法所涉及到的衰变振幅的解析表达式见附录 B 和 C。

D^{*+} 介子的衰变宽度为 $\Gamma_{D^{*+}} = 83.4 \pm 1.8 \text{ keV}^{[11]}$ ，而 D^{*0} 介子的衰变宽度只给出

了一个上限, $\Gamma_{D^{*0}} < 2.1 \text{ MeV}^{[91]}$ 。通常人们认为, $D^* \rightarrow D\pi^0$ 的衰变宽度^[1, 93, 94]与 $D^{*+} \rightarrow D^+\pi^0$ 的衰变宽度之间应该存在以下关系:

$$\frac{\Gamma(D^{*0} \rightarrow D^0\pi^0)}{\Gamma(D^{*+} \rightarrow D^+\pi^0)} = \frac{p_{\text{cm}D^0\pi^0}^3}{p_{\text{cm}D^+\pi^0}^3} \frac{m_{D^{*+}}^2}{m_{D^{*0}}^2}. \quad (4-30)$$

所以 D^{*0} 的衰变宽度为:

$$\Gamma_{D^{*0}} = \Gamma_{D^{*+}} \frac{\mathcal{B}r(D^{*+} \rightarrow D^+\pi^0)}{\mathcal{B}r(D^{*0} \rightarrow D^0\pi^0)} \frac{p_{\text{cm}D^0\pi^0}^3}{p_{\text{cm}D^+\pi^0}^3} \frac{m_{D^{*+}}^2}{m_{D^{*0}}^2} = 55.9_{-5.4}^{+5.9} \text{ keV}. \quad (4-31)$$

其中不确定性主要来自于 $\Gamma_{D^{*+}}$ 、分支比和介子质量。等式 (4-31) 所得到衰变宽度 $\Gamma_{D^{*0}}$ 与参考文献^[95]的理论预测比较符合, 接下来我们采用该衰变宽度, 计算 D^{*0} 介子两体非轻弱衰变的分支比。 D_s^* 介子的衰变宽度 $\Gamma_{D_s^*}$ 在上一章已经讨论过。

根据以上讨论, 我们可以计算 D_q^* 介子非轻弱衰变的分支比。计算结果表明, D_q^* 介子非轻弱衰变的分支比为:

$$\mathcal{B}r(D^{*+} \rightarrow \bar{K}^0\pi^+) \approx 1.6 \times 10^{-10}, \quad (4-32)$$

$$\mathcal{B}r(D^{*+} \rightarrow \bar{K}^{*0}\pi^+) \approx 4.4 \times 10^{-10}, \quad (4-33)$$

$$\mathcal{B}r(D^{*+} \rightarrow \bar{K}^0\rho^+) \approx 8.3 \times 10^{-10}, \quad (4-34)$$

$$\mathcal{B}r(D^{*0} \rightarrow K^-\pi^+) \approx 7.3 \times 10^{-10}, \quad (4-35)$$

$$\mathcal{B}r(D^{*0} \rightarrow K^{*-}\pi^+) \approx 2.0 \times 10^{-9}, \quad (4-36)$$

$$\mathcal{B}r(D^{*0} \rightarrow K^-\rho^+) \approx 2.9 \times 10^{-9}, \quad (4-37)$$

$$\mathcal{B}r(D_s^* \rightarrow \phi\pi) \approx 2.6 \times 10^{-7}. \quad (4-38)$$

4.5.2 讨论与分析

(一) 我们采用简单因子化方法对 $D_s^* \rightarrow \phi\pi$ 衰变过程进行了计算, 所得到的结果和在上章中使用 pQCD 方法得到的结果相差不大, 分支比均为 $\mathcal{B}r(D_s^* \rightarrow \phi\pi) \sim \mathcal{O}(10^{-7})$ 。这就验证了我们之前的分析, 而我们的目的是探究在未来实验中, 是否可以通过 D_q^* 介子弱衰变来研究 D_q^* 介子。所以我们对分支比精度要求不高, 只需要对量级进行估计而不需要精确计算。因此, 我们采用简单因子化方法来研究 D_q^* 介子两体非轻弱衰变是可行的。

(二) 根据角动量守恒, $D^* \rightarrow PV$ 衰变过程初末态都有矢量介子, 末态相互作用中有 S 波、P 波和 D 波三种分波的贡献, 而对于 $D^* \rightarrow PP$ 衰变过程, 末态相互作用中只有 P 波的贡献。因此, 分支比之间存在着如下关系:

$$\mathcal{B}r(D^{*+} \rightarrow PP) < \mathcal{B}r(D^{*+} \rightarrow PV), \quad (4-39)$$

$$\mathcal{B}r(D^{*0} \rightarrow PP) < \mathcal{B}r(D^{*0} \rightarrow PV). \quad (4-40)$$

此外，衰变分支比与介子衰变常数的平方成正比，由于衰变常数 $f_\rho > f_\pi$ ，对于 D^{*0} 或 D^{*+} 衰变过程来说，发射介子为 ρ^+ 的分支比一般大于发射介子为 π^+ 的分支比。在赝标量 D 介子衰变中也发现了类似的情况，例如： $\mathcal{B}r(D^0 \rightarrow K^- \rho^+) = (11.3 \pm 0.77)\%$ 和 $\mathcal{B}r(D^0 \rightarrow K^{*-} \pi^+) = (2.31^{+0.40}_{-0.20})\%^{[11]}$ 。

（三） D^* 介子中的轻夸克通常称为旁观者夸克，在简单因子化方法中，当不考虑 W 湮灭和 W 交换时，它们并不直接参与弱相互作用。对于 D^{*0} 和 D^{*+} 介子弱衰变过程来说，它们有相似的同位旋末态。所以，原则上它们的分宽度应该是近似相等的。 D^{*+} 介子弱衰变包含有 W 外发射和 W 内发射两部分的贡献，所以对于 D^{*+} 介子弱衰变含有有效系数 a_1 和 a_2 的贡献，而 D^{*0} 介子弱衰变只含有有效系数 a_1 的贡献。而在计算时，一般认为系数 $a_{1,2}$ 也受到末态相互作用的影响。在粲介子弱衰变的唯象学研究中，如参考文献^[17, 90, 97-102]，系数 $a_1 \approx 1.2$ 和 $a_2 \approx -0.5$ 。所以系数 a_1 和 a_2 的贡献是相消的，因此分支比之间存在着如下关系：

$$\mathcal{B}r(D^{*+} \rightarrow \bar{K}^0 \pi^+) < \mathcal{B}r(D^{*0} \rightarrow K^- \pi^+), \quad (4-41)$$

$$\mathcal{B}r(D^{*+} \rightarrow \bar{K}^{*0} \pi^+) < \mathcal{B}r(D^{*0} \rightarrow K^{*-} \pi^+), \quad (4-42)$$

$$\mathcal{B}r(D^{*+} \rightarrow \bar{K}^0 \rho^+) < \mathcal{B}r(D^{*0} \rightarrow K^- \rho^+). \quad (4-43)$$

在赝标量 D^0 和 D^+ 介子衰变的实验中也观察到了类似的关系，例如： $\mathcal{B}r(D^+ \rightarrow K_S^0 \pi^+) = 1.562(31)\%$ 和 $\mathcal{B}r(D^0 \rightarrow K^- \pi^+) = 3.950(31)\%^{[11]}$ 。

（四）众所周知，矢量 ρ 和 K^* 介子会通过强相互作用迅速衰变为赝标量介子，分支比 $\mathcal{B}r(\rho \rightarrow \pi\pi) \sim 100\%$ 和 $\mathcal{B}r(K^* \rightarrow K\pi) \sim 100\%^{[11]}$ 。因此，在 $D^{*0} \rightarrow K^- \rho^+ (K^{*-} \pi^+)$ 衰变过程中的矢量介子 $\rho (K^*)$ 由末态的赝标量介子进行重建。此外，通过比较分支比 $\mathcal{B}r(D^0 \rightarrow K^- \pi^+ \pi^0) = (14.4 \pm 0.5)\%$ 和两体衰变的分支比 $\mathcal{B}r(D^0 \rightarrow K^- \rho^+) = (11.3 \pm 0.7)\%$ 和 $\mathcal{B}r(D^0 \rightarrow K^{*-} \pi^+) = (2.31^{+0.40}_{-0.20})\%^{[11]}$ 。我们发现三体衰变 $D^{*0} \rightarrow K^- \pi^+ \pi^0$ 的分支比可以近似为 $D^{*0} \rightarrow PV$ 这两个两体衰变分支比之和。因此， $D^{*0} \rightarrow K^- \pi^+ \pi^0$ 衰变过程有较大的分支比 $\mathcal{B}r(D^{*0} \rightarrow K^- \pi^+ \pi^0) \sim 5 \times 10^{-9}$ ，与两体 $D^{*0} \rightarrow K^- \rho^+$ 和 $K^{*-} \pi^+$ 衰变相比更容易在实验中观测到。

（五）分支比的理论结果会受到很多因素的影响，比如末态的相互作用、介子的衰变宽度。我们的重点是研究在未来的实验中，是否可以通过 D_q^* 非轻弱衰变过程来研究 D_q^* 介子。所以对分支比的精度要求不高，只需要对量级进行估计而不需要精确

计算，通常认为，对于 W 外发射所引起的介子弱衰变过程来说，使用简单因子化方法能够得到正确量级的分支比。因此，等式（4-32 - 4-38）中分支比的数量级是可信的。对于 $D^* \rightarrow PP$ 和 $D^* \rightarrow PV$ 衰变的潜在事例数列于表4-2。从表中我们可以看到，对于 $D^{*+} \rightarrow \bar{K}^0 \pi^+$ 、 $\bar{K}^0 \rho^+$ 和 $\bar{K}^{*0} \pi^+$ 衰变过程，可以在未来的 STCF、CEPC、FCC-ee 和 LHCb@HL-LHC 实验中观测到。 $D^{*0} \rightarrow K^{*-} \pi^+$ 和 $K^- \rho^+$ 衰变也可以在 SuperKEKB 实验中进行研究。对于 $D_s^* \rightarrow \phi \pi$ 衰变过程，我们在上一章已经进行了详细地分析。

表 4-2 在未来实验中， $D^* \rightarrow \bar{K} \pi^+$ 、 $\bar{K} \rho^+$ 、 $\bar{K}^* \pi^+$ 衰变的潜在事例数。

实验	SuperKEKB	STCF	CEPC	FCC-ee	LHCb@HL-LHC
N_{D^*}	2×10^{10}	8×10^{10}	10^{11}	10^{12}	2×10^{14}
$N_{D^{*+} \rightarrow \bar{K}^0 \pi^+}$	3	13	16	160	3.2×10^4
$N_{D^{*+} \rightarrow \bar{K}^{*0} \pi^+}$	9	35	44	440	8.8×10^4
$N_{D^{*+} \rightarrow \bar{K}^0 \rho^+}$	17	66	83	830	1.66×10^5
$N_{D^{*0} \rightarrow K^- \pi^+}$	14	58	72	720	1.44×10^5
$N_{D^{*0} \rightarrow K^{*-} \pi^+}$	40	160	200	2000	4.0×10^5
$N_{D^{*0} \rightarrow K^- \rho^+}$	57	230	287	2870	5.74×10^5
$N_{D^{*0} \rightarrow K^- \pi^+ \pi^0}$	100	400	500	5000	1.0×10^6

第五章 总结与展望

粲夸克衰变为检验各种唯象学模型以及研究在 $\mathcal{O}(m_c)$ 标度附近的强相互作用提供了一个良好的场所。在 CLEC-c 和 BES 实验中，我们积累了很多的赝标量 D 介子的实验数据， D 介子的性质也已经被许多实验小组进行了细致地研究，而关于 D_q^* 介子的研究相对较少。在大型强子对撞机（HL-LHC）和正负电子对撞机中都有望收集到大量的 D_q^* 介子事例数。大量的实验数据为研究 D_q^* 介子提供了宝贵的机会。 D_q^* 介子主要是通过电磁相互作用进行衰变的，同时， D_q^* 介子也可以通过弱相互作用进行衰变。众所周知，强相互作用和电磁相互作用只与矢量流有关，而弱相互作用则与矢量流和轴矢流都有关。对 D_q^* 介子弱衰变的研究不仅可以检验标准模型中轴矢流的相互作用，还可以使我们对微扰、非微扰以及末态相互作用等概念有更深入的理解，同时也能提高我们对 D_q^* 介子性质的认识，丰富我们对 D_q^* 介子衰变机制的理解。此外， D_q^* 介子弱衰变能够对描述夸克混合的 CKM 矩阵元进行测量检验，并且 D_q^* 介子非轻弱衰变的末态鉴别效率更高。

本文我们采用 pQCD 方法和简单因子化方法研究了 $D_s^* \rightarrow \phi\pi$ 弱衰变过程。首先， $D_s^* \rightarrow \phi\pi$ 衰变过程不存在 CKM 压低，并且初末态都有矢量介子，末态相互作用中有 S 波、P 波和 D 波三种分波的贡献，所以在 D_q^* 介子弱衰变过程中具有较大的分支比。其次， $D_s^* \rightarrow \phi\pi$ 衰变的末态介子很容易被探测器识别出来。研究表明：（一）对于 $D_s^* \rightarrow \phi\pi$ 衰变过程而言，其衰变的分支比可以达到 $\mathcal{O}(10^{-7})$ 。在 STCF、SuperKEKB、CEPC 和 FCC-ee 实验中，将会得到到数千个事例数，在 LHCb@HL-LHC 实验中会收集到数百万个事例数。如果我们采用由格点 QCD 所计算出的衰变宽度 $\Gamma_{D_s^*} \approx 0.07 \text{ keV}$ ，分支比将扩大 5 倍，同时 $D_s^* \rightarrow \phi\pi$ 衰变过程的事例数也将扩大 5 倍。那么，这时我们将收集到数千万个事例数。即使在考虑到粒子鉴别效率的情况下， $D_s^* \rightarrow \phi\pi$ 的弱衰变过程在未来的实验中也是能够被观测到的。（二） $D_s^* \rightarrow \phi\pi$ 是色允许的衰变过程，因此，不可因子化部分的贡献很小，可因子化部分的贡献占主导地位。所以两种方法所得到的分支比相差不大，分支比均为 $\mathcal{B}r(D_s^* \rightarrow \phi\pi) \sim \mathcal{O}(10^{-7})$ 。

由于我们的目的是探究在未来实验中，是否可以通过 D_q^* 介子弱衰变来研究 D_q^* 介子，所以我们对分支比精度要求不高，只需要对量级进行估计而不需要精确计算。对于 W 外发射所引起的介子弱衰变过程来说，使用简单因子化方法能够得到正确量级的

分支比。因此，我们采用简单因子化方法对 $D^* \rightarrow \bar{K}\pi^+$ 、 $\bar{K}^*\pi^+$ 、 $\bar{K}\rho^+$ 衰变过程进行研究，这些衰变过程同样都不存在 CKM 压低，所以在 D^* 介子弱衰变过程中具有较大的分支比。研究表明： $D^* \rightarrow \bar{K}\pi^+$ 、 $\bar{K}^*\pi^+$ 、 $\bar{K}\rho^+$ 衰变的分支比也可以达到 $\mathcal{O}(10^{-10})$ 或更多，考虑到未来在 STCF、CEPC、FCC-ee 和 LHCb@HL-LHC 实验中能够获取的事例数，即使考虑到粒子鉴别效率的情况下，这些衰变过程在未来的实验中也是能够被观测到的。

基于以上分析，可以得出结论，未来在 STCF、CEPC、FCC-ee 和 LHCb@HL-LHC 实验中能够获取大量的 D_q^* 介子事例数，即使在考虑到粒子鉴别效率的情况下，对 D_q^* 介子弱衰变进行实验研究也是可行的。

附录 A $D_s^* \rightarrow \phi\pi$ 过程的衰变振幅模块

在 pQCD 方法中, $D_s^* \rightarrow \phi\pi$ 衰变过程的极化振幅的具体表达式如下:

$$\mathcal{A}_i = \mathcal{F} \{ (\mathcal{A}_i^a + \mathcal{A}_i^b) C_1 + (\mathcal{A}_i^a + \mathcal{A}_i^b + \mathcal{A}_i^c + \mathcal{A}_i^d) \frac{C_2}{N_c} \}, \quad (\text{A-1})$$

其中, $\mathcal{A}_i$ 和 $\mathcal{A}_i^j$ 的下标 i 对应三种极化情况 $i = L, N$ 和 T 。衰变振幅模块 $\mathcal{A}_i^j$ 的上标 j 对应图3-1中各过程费曼图的序号。 $C_{1,2}$ 为 Wilson 系数, $N_c = 3$ 。共同系数 $\mathcal{F}$ 表示为:

$$\mathcal{F} = i \frac{G_F}{\sqrt{2}} \frac{\pi C_F}{N_c} V_{ud} V_{cs}^* m_{D_s^*}^4 (1 - r_\phi^2) f_\pi. \quad (\text{A-2})$$

需要指出的是, 振幅结构块 $\mathcal{A}_i^j$ (A-1) 实际上是威尔逊系数 $\mathcal{A}_i^j = \mathcal{A}_i^j(C_k)$ 的函数。为了清楚地说明衰变振幅和威尔逊系数之间的关系, 我们写出了 $\mathcal{A}_i^j(C_k) = C_k \mathcal{A}_i^j$ 。此外, 从等式 (3-17 - 3-20) 中还可以看到, 对于矢量介子, 不同的扭度的分布振幅对应于不同的衰变常数。为了简化写作, 我们进行以下定义:

$$f_{D_s^*}^\parallel \phi_{D_s^*}^v(x_1) e^{-S_{D_s^*}} \rightarrow \phi_{D_s^*}^v, \quad f_{D_s^*}^\perp \phi_{D_s^*}^t(x_1) e^{-S_{D_s^*}} \rightarrow \phi_{D_s^*}^t, \quad (\text{A-3})$$

$$f_{D_s^*}^\parallel \phi_{D_s^*}^V(x_1) e^{-S_{D_s^*}} \rightarrow \phi_{D_s^*}^V, \quad f_{D_s^*}^\perp \phi_{D_s^*}^T(x_1) e^{-S_{D_s^*}} \rightarrow \phi_{D_s^*}^T, \quad \phi_\pi^a(x_3) e^{-S_\pi} \rightarrow \phi_\pi^a, \quad (\text{A-4})$$

$$f_\phi^\parallel \phi_\phi^v(x_2) e^{-S_\phi} \rightarrow \phi_\phi^v, \quad f_\phi^\perp \phi_\phi^t(x_2) e^{-S_\phi} \rightarrow \phi_\phi^t, \quad f_\phi^\perp \phi_\phi^s(x_2) e^{-S_\phi} \rightarrow \phi_\phi^s, \quad (\text{A-5})$$

$$f_\phi^\perp \phi_\phi^T(x_2) e^{-S_\phi} \rightarrow \phi_\phi^T, \quad f_\phi^\parallel \phi_\phi^V(x_2) e^{-S_\phi} \rightarrow \phi_\phi^V, \quad f_\phi^\parallel \phi_\phi^A(x_2) e^{-S_\phi} \rightarrow \phi_\phi^A, \quad (\text{A-6})$$

其中 e^{-S_i} 是 Sudakov 因子,

$$S_{D_s^*} = s(x_1, b_1, p_1^+) + 2 \int_{1/b_1}^t \frac{d\mu}{\mu} \gamma_q, \quad (\text{A-7})$$

$$S_\phi = s(x_2, b_2, p_2^-) + s(\bar{x}_2, b_2, p_2^-) + 2 \int_{1/b_2}^t \frac{d\mu}{\mu} \gamma_q, \quad (\text{A-8})$$

$$S_\pi = s(x_3, b_3, p_3^+) + s(\bar{x}_3, b_3, p_3^+) + 2 \int_{1/b_3}^t \frac{d\mu}{\mu} \gamma_q, \quad (\text{A-9})$$

其中 $s(x, b, Q)$ 的表达式可以在参考文献中找到。

根据以上约定, $D_s^* \rightarrow \phi\pi$ 衰变过程的衰变振幅模块 $\mathcal{A}_i^j$ 的表达式如下:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_L^a &= \int dx_1 dx_2 db_1 db_2 H_{ab}(\alpha_g, \beta_a, b_1, b_2) \alpha_s(t_a) C_i(t_a) \\ &\quad \phi_{D_s^*}^v \{ \phi_\phi^v \bar{x}_2 + r_\phi r_c (\phi_\phi^t + \phi_\phi^s) \}, \end{aligned} \quad (\text{A-10})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_N^a &= - \int dx_1 dx_2 db_1 db_2 H_a(\alpha_g, \beta_a, b_1, b_2) \alpha_s(t_a) C_i(t_a) \\ &\quad \phi_{D_s^*}^V \{ (\phi_\phi^V + \phi_\phi^A) r_\phi \bar{x}_2 + r_c \phi_\phi^T \}, \end{aligned} \quad (\text{A-11})$$

$$\mathcal{A}_L^b = \int dx_1 dx_2 db_1 db_2 H_{ab}(\alpha_g, \beta_b, b_2, b_1) \alpha_s(t_b) C_i(t_b) \{r_\phi^2 \phi_{D_s^*}^v \phi_\phi^v + 2 r_\phi \phi_{D_s^*}^t \phi_\phi^s\}, \quad (\text{A-12})$$

$$\mathcal{A}_N^b = - \int dx_1 dx_2 db_1 db_2 H_{ab}(\alpha_g, \beta_b, b_2, b_1) \alpha_s(t_b) C_i(t_b) \phi_{D_s^*}^V r_\phi \{\phi_\phi^V + \phi_\phi^A\}, \quad (\text{A-13})$$

$$\mathcal{A}_L^c = \int dx_1 dx_2 dx_3 db_2 db_3 H_{cd}(\alpha_g, \beta_c, b_2, b_3) \alpha_s(t_c) C_i(t_c) S_t(x_2) \phi_\pi^a \{\phi_{D_s^*}^v \phi_\phi^v (x_1 + x_2 - x_3) - \phi_{D_s^*}^t r_\phi x_2 (\phi_\phi^s + \phi_\phi^t)\}, \quad (\text{A-14})$$

$$\mathcal{A}_N^c = \int dx_1 dx_2 dx_3 db_2 db_3 H_{cd}(\alpha_g, \beta_c, b_2, b_3) \alpha_s(t_c) C_i(t_c) S_t(x_2) \phi_{D_s^*}^T \phi_\phi^T \phi_\pi^a (x_3 - x_1), \quad (\text{A-15})$$

$$\mathcal{A}_L^d = \int dx_1 dx_2 dx_3 db_2 db_3 H_{cd}(\alpha_g, \beta_d, b_2, b_3) \alpha_s(t_d) C_i(t_d) S_t(x_2) \phi_\pi^a \{\phi_{D_s^*}^v \phi_\phi^v (\bar{x}_3 - x_1 - x_2 r_\phi^2) + \phi_{D_s^*}^t r_\phi x_2 (\phi_\phi^t - \phi_\phi^s)\}, \quad (\text{A-16})$$

$$\mathcal{A}_N^d = \int dx_1 dx_2 dx_3 db_2 db_3 H_{cd}(\alpha_g, \beta_d, b_2, b_3) \alpha_s(t_d) C_i(t_d) S_t(x_2) \phi_{D_s^*}^T \phi_\phi^T \phi_\pi^a (x_1 - \bar{x}_3), \quad (\text{A-17})$$

$$\mathcal{A}_T^i = \frac{-2}{m_{D_s^*}^2 - m_\phi^2} \mathcal{A}_N^i, \quad i = a, b, c, d, \quad (\text{A-18})$$

其中 $r_c = m_c/m_{D_s^*}$ 。

函数 H_{ij} 定义如下:

$$H_{ab}(\alpha, \beta, b_i, b_j) = b_i b_j K_0(b_i \sqrt{\alpha}) \{\theta(b_i - b_j) K_0(b_i \sqrt{\beta}) I_0(b_j \sqrt{\beta}) + (b_i \leftrightarrow b_j)\}, \quad (\text{A-19})$$

$$H_{cd}(\alpha, \beta, b_i, b_j) = b_i b_j K_0(b_j \sqrt{\beta}) \{\theta(b_i - b_j) K_0(b_i \sqrt{\beta}) I_0(b_j \sqrt{\beta}) + (b_i \leftrightarrow b_j)\}, \quad (\text{A-20})$$

其中 I_0 和 K_0 是 Bessel 函数，内线胶子和内线夸克四动量的平方定义如下:

$$\alpha_g = x_1 x_2 m_{D_s^*}^2, \quad (\text{A-21})$$

$$\beta_a = x_2 m_{D_s^*}^2 - (m_{D_s^*}^2 - m_c^2), \quad (\text{A-22})$$

$$\beta_b = (x_1 - r_\phi^2) m_{D_s^*}^2, \quad (\text{A-23})$$

$$\beta_c = x_2 m_{D_s^*}^2 (x_1 - x_3), \quad (\text{A-24})$$

$$\beta_d = x_2 m_{D_s^*}^2 (x_1 - \bar{x}_3), \quad (\text{A-25})$$

$$t_{a,b} = \max(\sqrt{\alpha_g}, \sqrt{|\beta_{a,b}|}, 1/b_1, 1/b_2), \quad (\text{A-26})$$

$$t_{c,d} = \max(\sqrt{\alpha_g}, \sqrt{|\beta_{c,d}|}, 1/b_2, 1/b_3). \quad (\text{A-27})$$

附录 B $V \rightarrow P_1 + P_2$ 的衰变振幅

依照等式 (4-13, 4-14, 4-17, 4-18) 的定义, 采用简单因子化方法研究 $V \rightarrow P_1 P_2$ 衰变, 其强子矩阵元的一般表达式可以写为:

$$\mathcal{M} = \langle P_2 | V_\mu - A_\mu | 0 \rangle \langle P_1 | V^\mu - A^\mu | V \rangle = \mathcal{M}_p (\epsilon_V \cdot p_{P_2}), \quad (\text{B-1})$$

$$\mathcal{M}_p = 2f_{P_2} m_V A_0^{VP_1}(0), \quad (\text{B-2})$$

$$\sum_{s_V} \mathcal{M} \mathcal{M}^\dagger = |\mathcal{M}_p|^2 p_{\text{cm}}^2, \quad (\text{B-3})$$

$$p_{\text{cm}} = \lambda^{1/2} (m_V^2, m_{P_1}^2, m_{P_2}^2) / 2m_V, \quad (\text{B-4})$$

$$\lambda(a, b, c) = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2bc - 2ca. \quad (\text{B-5})$$

使用 NF 方法, 中性 D^{*0} 介子的衰变振幅只对应于 W 外发射。带电的 $D^{*\pm}$ 介子的衰变振幅有两部分组成, 它们分别对应 W 外发射和 W 内发射。 $D^{*0} \rightarrow K^- \pi^+$ 的衰变分波振幅写为:

$$\mathcal{M}_p = 2m_{D^*} a_1 f_\pi A_0^{D^*K}. \quad (\text{B-6})$$

对于 $D^{*0} \rightarrow \bar{K}^- \pi^+$ 衰变,

$$\mathcal{M}_p = 2m_{D^*} \{a_1 f_\pi A_0^{D^*K} + a_2 f_K A_0^{D^*\pi}\}, \quad (\text{B-7})$$

其中系数 a_1 和 a_2 分别对应 W 外发射和 W 内发射, 定义为:

$$a_1 = C_1 + C_2/N_c, \quad (\text{B-8})$$

$$a_2 = C_2 + C_1/N_c. \quad (\text{B-9})$$

在计算时, 一般认为系数 $a_{1,2}$ 也受到末态相互作用的影响。在粲介子弱衰变的唯象学研究中, 如参考文献^[17, 90, 97-102], 系数 $a_1 \approx 1.2$ 和 $a_2 \approx -0.5$ 。

附录 C $V_1 \rightarrow V_2 + P$ 的衰变振幅

依照等式 (4-13 - 4-20) 的定义, 采用简单因子化方法研究 $V_1 \rightarrow V_2 + P$ 衰变, 其强子矩阵元的一般表达式可以写为:

$$\begin{aligned}\mathcal{M} &= \langle V_2 | V_\mu - A_\mu | 0 \rangle \langle P | V_\mu - A_\mu | V_1 \rangle \\ &= \mathcal{M}_s (\epsilon_{V_1} \cdot \epsilon_{V_2}^*) + \frac{\mathcal{M}_d}{m_{V_1} m_{V_2}} (\epsilon_{V_1} \cdot p_{V_2}) (\epsilon_{V_2}^* \cdot p_{V_1}) \\ &\quad + \frac{\mathcal{M}_p}{m_{V_1} m_{V_2}} \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \epsilon_{V_1}^\mu \epsilon_{V_2}^{*\nu} p_{V_1}^\alpha p_{V_2}^\beta,\end{aligned}\quad (\text{C-1})$$

$$\begin{aligned}\mathcal{M}' &= \langle P | V_\mu - A_\mu | 0 \rangle \langle V_2 | V_\mu - A_\mu | V_1 \rangle \\ &= \mathcal{M}'_s (\epsilon_{V_1} \cdot \epsilon_{V_2}^*) + \frac{\mathcal{M}'_d}{m_{V_1} m_{V_2}} (\epsilon_{V_1} \cdot p_{V_2}) (\epsilon_{V_2}^* \cdot p_{V_1}) \\ &\quad + \frac{\mathcal{M}'_p}{m_{V_1} m_{V_2}} \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \epsilon_{V_1}^\mu \epsilon_{V_2}^{*\nu} p_{V_1}^\alpha p_{V_2}^\beta,\end{aligned}\quad (\text{C-2})$$

$$\mathcal{M}_s = -if_{V_2} m_{V_2} (m_{V_1} + m_P) A_1^{V_1 P}(0), \quad (\text{C-3})$$

$$\mathcal{M}_d = -if_{V_2} m_{V_1} m_{V_2} \frac{2m_{V_2}}{m_{V_1} + m_P} A_2^{V_1 P}(0), \quad (\text{C-4})$$

$$\mathcal{M}_p = -f_{V_2} m_{V_1} m_{V_2} \frac{2m_{V_2}}{m_{V_1} + m_P} V^{V_1 P}(0), \quad (\text{C-5})$$

$$\mathcal{M}'_s = -if_P (m_{V_1}^2 - m_{V_2}^2) V_1^{V_1 V_2}(0), \quad (\text{C-6})$$

$$\mathcal{M}'_d = -if_P m_{V_1} m_{V_2} \{ V_4^{V_1 V_2}(0) - V_5^{V_1 V_2}(0) + V_6^{V_1 V_2}(0) \}, \quad (\text{C-7})$$

$$\mathcal{M}'_p = -2f_P m_{V_1} m_{V_2} A_1^{V_1 V_2}(0). \quad (\text{C-8})$$

$$\begin{aligned}\sum_{s_{V_1}} \sum_{V_{V_2}} \mathcal{M} \mathcal{M}^\dagger &= |\mathcal{M}_s|^2 (x^2 + 2) + 2\mathcal{R}(\mathcal{M}_s \mathcal{M}_d^*) x (x^2 - 1) \\ &\quad + |\mathcal{M}_d|^2 (x^2 - 1)^2 + 2|\mathcal{M}_p|^2 (x^2 - 1),\end{aligned}\quad (\text{C-9})$$

$$\begin{aligned}\sum_{s_{V_1}} \sum_{s_{V_2}} \mathcal{M}' \mathcal{M}'^\dagger &= |\mathcal{M}'_s|^2 (x^2 + 2) + 2\mathcal{R}(\mathcal{M}'_s \mathcal{M}'_d^*) x (x^2 - 1) \\ &\quad + |\mathcal{M}'_d|^2 (x^2 - 1)^2 + 2|\mathcal{M}'_p|^2 (x^2 - 1),\end{aligned}\quad (\text{C-10})$$

$$x = \frac{p_{V_1} \cdot p_{V_2}}{m_{V_1} m_{V_2}} = \frac{m_{V_1}^2 + m_{V_2}^2 - m_P^2}{2m_{V_1} m_{V_2}}. \quad (\text{C-11})$$

对于 $D^{*0} \rightarrow K^{*-} \pi^+$ 衰变, 分波振幅写为:

$$\mathcal{M}'_s = -if_\pi a_1 (m_{D^{*0}}^2 - m_{K^{*-}}^2) V_1^{D^{*0} K^{*-}}, \quad (\text{C-12})$$

$$\mathcal{M}'_d = -if_\pi a_1 m_{D^{*0}} m_{K^{*-}} \{ V_4^{D^{*0} K^{*-}} - V_5^{D^{*0} K^{*-}} + V_6^{D^{*0} K^{*-}} \}, \quad (\text{C-13})$$

$$\mathcal{M}'_p = -2f_\pi a_1 m_{D^*} m_{K^*} A_1^{D^* K^*}. \quad (\text{C-14})$$

对于 $D^{*0} \rightarrow K^- \rho^+$ 衰变, 分波振幅写为:

$$\mathcal{M}_s = -if_\rho a_1 m_\rho (m_{D^*} + m_K) A_1^{D^* K}, \quad (\text{C-15})$$

$$\mathcal{M}_d = -if_\rho a_1 m_{D^*} m_\rho \frac{2m_\rho}{m_{D^*} + m_K} A_2^{D^* K}, \quad (\text{C-16})$$

$$\mathcal{M}_p = -f_\rho a_1 m_{D^*} m_\rho \frac{2m_\rho}{m_{D^*} + m_K} V^{D^* K}. \quad (\text{C-17})$$

对于 $D^{*+} \rightarrow \bar{K}^{*0} \pi^+$ 衰变, 每个分波振幅可分为两部分:

$$\mathcal{M}_i = \mathcal{M}_i^{(1)} + \mathcal{M}_i^{(2)}, \quad \text{for } i = s, p, d. \quad (\text{C-18})$$

$$\mathcal{M}_s^{(2)} = -if_{K^*} a_2 m_{K^*} (m_{D^*} + m_\pi) A_1^{D^* \pi}, \quad (\text{C-19})$$

$$\mathcal{M}_d^{(2)} = -if_{K^*} a_2 m_{D^*} m_{K^*} \frac{2m_{K^*}}{m_{D^*} + m_\pi} A_2^{D^* \pi}, \quad (\text{C-20})$$

$$\mathcal{M}_p^{(2)} = -f_{K^*} a_2 m_{D^*} m_{K^*} \frac{2m_{K^*}}{m_{D^*} + m_\pi} V^{D^* \pi}. \quad (\text{C-21})$$

$\mathcal{M}_i^{(1)}$ 的表达式与 $D^{*0} \rightarrow K^{*-} \pi^+$ 衰变中的 $\mathcal{M}'_{spd}$ 的表达式 (C-12 - C-14) 相同。

对于 $D^{*+} \rightarrow \bar{K}^0 \rho^+$ 衰变, 每个分波振幅也可以分为类似于等式 (C-18) 的两部分:

$$\mathcal{M}_s^{(2)} = -if_K a_2 (m_{D^*}^2 - m_\rho^2) V_1^{D^* \rho}, \quad (\text{C-22})$$

$$\mathcal{M}_d^{(2)} = -if_K a_2 m_{D^*} m_\rho \left\{ V_4^{D^* \rho} - V_5^{D^* \rho} + V_6^{D^* \rho} \right\}, \quad (\text{C-23})$$

$$\mathcal{M}_p^{(2)} = -2f_K a_2 m_{D^*} m_\rho A_1^{D^* \rho}. \quad (\text{C-24})$$

$\mathcal{M}_i^{(1)}$ 的表达式与 $D^{*0} \rightarrow K^- \rho^+$ 衰变中的 $\mathcal{M}_{spd}$ 的表达式 (C-15 - C-17) 相同(B15)。

对于 $D_s^* \rightarrow \phi \pi$ 衰变, 分波振幅写为:

$$\mathcal{M}'_s = -if_\pi a_1 (m_{D_s^*}^2 - m_\phi^2) V_1^{D_s^* \phi}, \quad (\text{C-25})$$

$$\mathcal{M}'_d = -if_\pi a_1 m_{D_s^*} m_\phi \left\{ V_4^{D_s^* \phi} - V_5^{D_s^* \phi} + V_6^{D_s^* \phi} \right\}, \quad (\text{C-26})$$

$$\mathcal{M}'_p = -2f_\pi a_1 m_{D_s^*} m_\phi A_1^{D_s^* \phi}. \quad (\text{C-27})$$

参考文献

- [1] E. Kou, P. Urquijo, W. Altmannshofer, *et al.* (Belle-II). *The Belle II Physics Book* [J]. PTEP 2019, 123C01 (2019); [erratum: PTEP 2020, 029201 (2020)].
- [2] X. R. Lyu. (STCF Working Group). *Physics program of the super tau-charm factory* [J]. PoS BEAUTY2020, 060 (2021).
- [3] J. B. Guimarães da Costa, Y. Gao, S. Jin, *et al.* (CEPC Study Group). *CEPC Conceptual Design Report: Volume 2 - Physics & Detector* [J]. [arXiv:1811.10545 [hep-ex]].
- [4] A. Abada, M. Abbrescia, S. S. AbdusSalam, *et al.* (FCC Collaboration). *FCC physics opportunities: future circular collider conceptual design report volume 1* [J]. Eur. Phys. J. C 79, 474 (2019).
- [5] S. Weinberg. *Nonabelian gauge theories of the strong interactions* [J]. Phys. Rev. Lett. 31, 494 (1973).
- [6] A. Abada, M. Abbrescia, S. S. AbdusSalam, *et al.* (FCC Collaboration). *HE-LHC: The high-energy large hadron collider: future circular collider conceptual design report volume 4* [J]. Eur. Phys. J. ST 228, 1109 (2019).
- [7] N. Cabibbo. *Unitary symmetry and leptonic decays* [J]. Phys. Rev. Lett. 10, 531 (1963).
- [8] M. Kobayashi and T. Maskawa. *CP violation in the renormalizable theory of weak interaction* [J]. Prog. Theor. Phys. 49, 652 (1973).
- [9] L. L. Chau and W. Y. Keung. *Comments on the parametrization of the Kobayashi-Maskawa matrix* [J]. Phys. Rev. Lett. 53, 1802 (1984).
- [10] L. Wolfenstein. *Parametrization of the Kobayashi-Maskawa matrix* [J]. Phys. Rev. Lett. 51, 1945 (1983).
- [11] R. L. Workman, V. D. Burkert, V. Crede, *et al.* (Particle Data Group). *Review of Particle Physics* [J]. PTEP 2022, 083C01 (2022).
- [12] K. G. Wilson. *Non-lagrangian models of current algebra* [J]. Phys. Rev. 179, 1499 (1969).
- [13] K. G. Wilson and W. Zimmermann. *Operator product expansions and composite field operators in the general framework of quantum field theory* [J]. Comm. Math. Phys. 24, 87 (1972).
- [14] E. Witten. *Anomalous cross section for photon - photon scattering in gauge theories* [J]. Nucl. Phys. B 120, 189 (1977).
- [15] G. Buchalla, A. J. Buras, and M. E. Lautenbacher. *Weak decays beyond leading logarithms* [J]. Rev. Mod. Phys. 68, 1125-1144 (1996).

- [16] M. Wirbel, B. Stech and M. Bauer. *Exclusive semileptonic decays of heavy mesons* [J]. Z. Phys. C 29, 637 (1985).
- [17] M. Bauer, B. Stech and M. Wirbel. *Exclusive nonleptonic decays of D^- , D_s^- , and B -mesons* [J]. Z. Phys. C 34, 103 (1987).
- [18] L. L. Chau, H. Y. Cheng, W. K. Sze, *et al.* *Charmless nonleptonic rare decays of B mesons* [J]. Phys. Rev. D 43, 2176 (1991).
- [19] J. D. Bjorken. *Topics in B -physics* [J]. Nucl. Phys. Proc. Suppl. B 11, 325 (1989).
- [20] A. Ali and C. Greub. *Analysis of two-body nonleptonic B decays involving light mesons in the standard model* [J]. Phys. Rev. D 57, 2996 (1998).
- [21] A. Ali, J. Chay, C. Greub, *et al.* *Contribution of $b \rightarrow sgg$ through the QCD anomaly in exclusive decays $B^\pm \rightarrow (\eta', \eta) (K^\pm, K^{*\pm})$ and $B^0 \rightarrow (\eta', \eta) (K^0, K^{*0})$* [J]. Phys. Lett. B 424, 161 (1998).
- [22] A. Ali, G. Kramer and C. D. Lü. *Experimental tests of factorization in charmless nonleptonic two-body B decay* [J]. Phys. Rev. D 58, 094009 (1998).
- [23] A. Ali, G. Kramer and C. D. Lü. *CP violation asymmetries in charmless non-leptonic decays $B \rightarrow PP, PV, VV$ in the factorization approach* [J]. Phys. Rev. D 59, 014005 (1999).
- [24] H. Y. Cheng and B. Tseng. *Nonfactorizable effects in spectator and penguin amplitudes of hadronic charmless B decays* [J]. Phys. Rev. D 58, 094005 (1998).
- [25] Y. H. Chen, H. Y. Cheng and B. Tseng. *Charmless hadronic two-body decays of B_s mesons* [J]. Phys. Rev. D 59, 074003 (1999).
- [26] H. Y. Cheng and K. C. Yang. *Updated analysis of a_1 and a_2 in hadronic two-body decays of B mesons* [J]. Phys. Rev. D 59, 092004 (1999).
- [27] Y. H. Chen, H. Y. Cheng, B. Tseng, *et al.* *Charmless hadronic two-body decays of B_u and B_d mesons* [J]. Phys. Rev. D 60, 094014 (1999).
- [28] M. Beneke, G. Buchalla, M. Neubert, *et al.* *QCD factorization in $B \rightarrow \pi K, \pi\pi$ decays and extraction of Wolfenstein parameters* [J]. Nucl. Phys. B 606, 245 (2001).
- [29] D. S. Du, D. S. Yang and G. H. Zhu. *Analysis of the decays $B \rightarrow \pi\pi$ and πK with QCD factorization in the heavy quark limit* [J]. Phys. Lett. B 488, 46 (2000).
- [30] D. S. Du, D. S. Yang and G. H. Zhu. *Infrared divergence and twist-3 distribution amplitudes in QCD factorization for $B \rightarrow PP$* [J]. Phys. Lett. B 509, 263 (2001).
- [31] D. S. Du, D. S. Yang and G. H. Zhu. *QCD factorization for $B \rightarrow PP$* [J]. Phys. Rev. D 64, 014036 (2001).
- [32] M. Beneke, G. Buchalla, M. Neubert, *et al.* *QCD factorization for $B \rightarrow \pi\pi$ decays: Strong phases and CP violation in the heavy quark limit* [J]. Phys. Rev. Lett. 83, 1914 (1999).

-
- [33] M. Beneke, G. Buchalla, M. Neubert, *et al.* *QCD factorization for exclusive, nonleptonic B meson decays: General arguments and heavy light final states* [J]. Nucl. Phys. B 591, 313 (2000).
 - [34] M. Beneke and T. Feldmann. *Symmetry-breaking corrections to heavy-to-light B meson form factors at large recoil* [J]. Nucl. Phys. B 592, 3 (2001).
 - [35] C. H. Chang and H. N. Li. *Three-scale factorization theorem and effective field theory: Analysis of nonleptonic heavy meson decays* [J]. Phys. Rev. D 55, 5577 (1997).
 - [36] T. W. Yeh and H. N. Li. *Factorization theorems, effective field theory, and nonleptonic heavy meson decays* [J]. Phys. Rev. D 56, 1615 (1997).
 - [37] Y. Y. Keum, H. N. Li and A. I. Sanda. *Fat penguins and imaginary penguins in perturbative QCD* [J]. Phys. Lett. B 504, 6 (2001).
 - [38] Y. Y. Keum, H. N. Li and A. I. Sanda. *Penguin enhancement and $B \rightarrow K\pi$ decays in perturbative QCD* [J]. Phys. Rev. D 63, 054008 (2001).
 - [39] Y. Y. Keum and H. N. Li. *Nonleptonic charmless B decays: Factorization versus perturbative QCD* [J]. Phys. Rev. D 63, 074006 (2001).
 - [40] C. D. Lü, K. Ukai and M. Z. Yang. *Branching ratio and CP violation of $B \rightarrow \pi\pi$ decays in perturbative QCD approach* [J]. Phys. Rev. D 63, 074009 (2001).
 - [41] C. D. Lü and M. Z. Yang. *$B \rightarrow \pi\rho, \pi\omega$ decays in perturbative QCD approach* [J]. Eur. Phys. J. C 23, 275 (2002).
 - [42] H. N. Li and H. L. Yu. *Extraction of V_{ub} from decay $B \rightarrow \pi l\nu$* [J]. Phys. Rev. Lett. 74, 4388 (1995).
 - [43] H. N. Li and H. L. Yu. *PQCD Analysis of exclusive charmless B meson decay spectra* [J]. Phys. Lett. B 353, 301 (1995).
 - [44] H. N. Li and H. L. Yu. *Perturbative QCD analysis of B meson decays* [J]. Phys. Rev. D 53, 2480 (1995).
 - [45] H. N. Li. *QCD aspects of exclusive B meson decays* [J]. Czech. J. Phys. 53, 657 (2003).
 - [46] M. Nagashima and H. N. Li. *k_T factorization of exclusive processes* [J]. Phys. Rev. D 67, 034001 (2003).
 - [47] M. Nagashima and H. N. Li. *Two parton twist-3 factorization in perturbative QCD* [J]. Eur. Phys. J. C 40, 395 (2005).
 - [48] J. C. Collins and D. E. Soper. *Back-to-back jets in QCD* [J]. Nucl. Phys. B 193, 381 (1981).
 - [49] H. N. Li and B. Tseng. *Nonfactorizable soft gluons in nonleptonic heavy meson decays* [J]. Phys. Rev. D 57, 443 (1998).
 - [50] R. Brandelik, W. Braunschweig, H. U. Martyn, *et al.* (DASP Collaboration). *Evidence for the F Meson* [J]. Phys. Lett. B 70, 132 (1977).

- [51] R. Brandelik, W. Braunschweig, H. U. Martyn, *et al.* (DASP Collaboration). *Production Characteristics of the F Meson* [J]. Phys. Lett. B 80, 412 (1979).
- [52] H. Albrecht, G. Drews, G. Harder, *et al.* (ARGUS Collaboration). *Evidence for F^* Meson Production in e^+e^- Annihilation at 10-GeV Center-of-mass Energy* [J]. Phys. Lett. B 146, 111 (1984).
- [53] H. Aihara, M. Alston-Garnjost, D. Badtke, *et al.* (TPC Collaboration). *Evidence for the F^* meson* [J]. Phys. Rev. Lett. 53, 2465 (1984).
- [54] G. Blaylock, T. Bolton, J. Brown, *et al.* (MARK-III Collaboration). *Observation of $e^+e^- \rightarrow D_s^\pm D_s^{*\mp}$ at $\sqrt{s} = 4.14\text{-GeV}$* [J]. Phys. Rev. Lett. 58, 2171 (1987).
- [55] H. Albrecht, U. Binder, P. Bockmann, *et al.* (ARGUS Collaboration). *Measurement of $D_s^*-D_s$ mass difference* [J]. Phys. Lett. B 207, 349 (1988).
- [56] D. N. Brown, J. Fast, R. L. McIlwain, *et al.* (CLEO Collaboration). *Precision measurement of the $D_s^{*+}-D_s^+$ mass difference* [J]. Phys. Rev. D 50, 1884 (1994).
- [57] J. Gronberg, C. M. Korte, R. Kutschke, *et al.* (CLEO Collaboration). *Observation of the isospin violating decay $D_s^{*+} \rightarrow D_s^+ \pi^0$* [J]. Phys. Rev. Lett. 75, 3232 (1995).
- [58] M. Lisovskyi, A. Verbytskyi and O. Zenaiev. *Combined analysis of charm-quark fragmentation-fraction measurements* [J]. Eur. Phys. J. C 76, 397 (2016).
- [59] Y. Yang, Z. Li, K. Li, *et al.* *Purely leptonic decays of the ground charged vector mesons* [J]. Eur. Phys. J. C 81, 1110 (2021).
- [60] P. L. Cho and M. B. Wise. *Remarks on $D_s^* \rightarrow D_s \pi^0$ decay* [J]. Phys. Rev. D 49, 6228 (1994).
- [61] I. W. Stewart. *Extraction of the $D^* D \pi$ coupling from D^* decays* [J]. Nucl. Phys. B 529, 62 (1998).
- [62] T. A. Lahde and D. O. Riska. *The Coupling of eta mesons to quarks and baryons from $D_s^* \rightarrow D_s \pi^0$ decay* [J]. Nucl. Phys. A 710, 99 (2002).
- [63] B. Yang, B. Wang, L. Meng, *et al.* *Isospin violating decay $D_s^* \rightarrow D_s \pi^0$ in chiral perturbation theory* [J]. Phys. Rev. D 101, 054019 (2020).
- [64] S. Okubo. *φ -meson and unitary symmetry model* [J]. Phys. Lett. 5, 165 (1963).
- [65] J. Iizuka. *Systematics and phenomenology of meson family* [J]. Prog. Theor. Phys. Suppl. 37, 21 (1966).
- [66] H. N. Li and H. L. Yu. *Extraction of V_{ub} from decay $B \rightarrow \pi l \nu$* [J]. Phys. Rev. Lett. 74, 4388 (1995).
- [67] H. N. Li. *Study of the decay $B \rightarrow \pi \pi$ via perturbative QCD* [J]. Phys. Lett. B 348, 597 (1995).

-
- [68] H. N. Li. *Applicability of perturbative QCD to $B \rightarrow D$ decays* [J]. Phys. Rev. D 52, 3958 (1995).
 - [69] H. N. Li and K. Ukai. *Threshold resummation for nonleptonic B meson decays* [J]. Phys. Lett. B 555, 197 (2003).
 - [70] G. Buchalla, A. J. Buras and M. E. Lautenbacher. *Weak decays beyond leading logarithms* [J]. Rev. Mod. Phys. 68, 1125 (1996).
 - [71] G. P. Lepage and S. J. Brodsky. *Exclusive Processes in Perturbative Quantum Chromodynamics* [J]. Phys. Rev. D 22, 2157 (1980).
 - [72] J. Sun, Y. Yang, N. Wang, *et al.* *Study of $B_c^* \rightarrow \psi(1S, 2S)P$, $\eta_c(1S, 2S)P$ weak decays* [J]. Phys. Rev. D 95, 036024 (2017).
 - [73] P. Ball, V. M. Braun and A. Lenz. *Higher-twist distribution amplitudes of the K meson in QCD* [J]. JHEP 05, 004 (2006).
 - [74] P. Ball and G. W. Jones. *Twist-3 distribution amplitudes of K^* and ϕ mesons* [J]. JHEP 03, 069 (2007).
 - [75] T. Kurimoto, H. N. Li and A. I. Sanda. *Leading power contributions to $B \rightarrow \pi, \rho$ transition form-factors* [J]. Phys. Rev. D 65, 014007 (2002).
 - [76] Y. Yang, X. Zhao, L. Lang, *et al.* *Reinvestigating $B \rightarrow P V$ decays by including contributions from ϕ_{B2} with the perturbative QCD approach* [J]. Chin. Phys. C 46, 083103 (2022).
 - [77] Y. Yang, J. Sun, Y. Guo, *et al.* *Study of $\Upsilon(nS) \rightarrow B_c P$ decays with perturbative QCD approach* [J]. Phys. Lett. B 751, 171 (2015).
 - [78] J. Sun, Q. Li, Y. Yang, *et al.* *$\Upsilon(1S) \rightarrow B_c \pi, B_c K$ decays with perturbative QCD approach* [J]. Phys. Rev. D 92, 074028 (2015).
 - [79] Y. Yang, J. Sun, J. Gao, *et al.* *Study of $J/\psi \rightarrow D_{s,d} V$ decays with perturbative QCD approach* [J]. Int. J. Mod. Phys. A 31, 1650161 (2016).
 - [80] J. Sun, Y. Yang, J. Gao, *et al.* *$J/\psi \rightarrow D_{s,d} \pi, D_{s,d} K$ decays with perturbative QCD approach* [J]. Phys. Rev. D 94, 034029 (2016).
 - [81] M. Ahmady, S. Keller, M. Thibodeau, *et al.* *Reexamination of the rare decay $B_s \rightarrow \phi \mu^+ \mu^-$ using holographic light-front QCD* [J]. Phys. Rev. D 100, 113005 (2019).
 - [82] Y. Chen, W. f. Chiu, M. Gong, *et al.* (χ QCD Collaboration), *Charmed and ϕ meson decay constants from $2+1$ -flavor lattice QCD* [J]. Chin. Phys. C 45, 023109 (2021).
 - [83] Fayyazuddin and Riazuddin. *A Modern Introduction To Particle Physics (3rd Edition)* [J]. Oxford University Press, 2011, ISBN 978-981-4338-85-1, 978-981-4338-83-7.
 - [84] S. Cheng, Y. H. Ju, Q. Qin, *et al.* *$D_s^* \rightarrow \phi$ helicity form factors and the exclusive weak decays* [J]. Eur. Phys. J. C 82, 1037 (2022).

-
- [85] G. C. Donald, C. T. H. Davies, J. Koponen, *et al.* *Prediction of the D_s^* width from a calculation of its radiative decay in full lattice QCD* [J]. Phys. Rev. Lett. 112, 212002 (2014).
 - [86] I. Peruzzi, M. Piccolo, G. J. Feldman, *et al.* *Study of D mesons produced in the decay of the $\psi(3772)$* [J]. Phys. Rev. Lett. 39, 1301 (1977).
 - [87] G. Goldhaber, J. Wiss, G. S. Abrams, *et al.* *D and D^* Meson Production Near 4-GeV in e^+e^- Annihilation* [J]. Phys. Lett. B 69, 503-507 (1977).
 - [88] M. Ablikim, M. N. Achasov, P. Adlarson, *et al.* (BESIII Collaboration), *Cross section measurements of the $e^+e^- \rightarrow D^{*+}D^{*-}$ and $e^+e^- \rightarrow D^{*+}D^-$ processes at center-of-mass energies from 4.085 to 4.600 GeV* [J]. JHEP 05, 155 (2022).
 - [89] D. Ghoshal and P. Patcharamaneepakorn. *Stability of the Travelling Front of a Decaying Brane* [J]. JHEP 03, 159 (2015).
 - [90] H. Y. Cheng and C. W. Chiang. *Two-body hadronic charmed meson decays* [J]. Phys. Rev. D 81, 074021 (2010).
 - [91] J. Sun, L. Chen, Q. Chang, *et al.* *$J/\psi \rightarrow DP, DV$ decays in the QCD factorization approach* [J]. Int. J. Mod. Phys. A 30, 1550094 (2015).
 - [92] Q. Chang, L. T. Wang and X. N. Li. *Form factors of $V' \rightarrow V''$ transition within the light-front quark models* [J]. JHEP 12, 102 (2019).
 - [93] S. Godfrey and N. Isgur. *Mesons in a Relativized Quark Model with Chromodynamics* [J]. Phys. Rev. D 32, 189 (1985).
 - [94] R. L. Thews and A. N. Kamal. *D^* decays: Do theory and experiment agree?* [J]. Phys. Rev. D 32, 810 (1985).
 - [95] J. L. Rosner. *Hadronic and radiative D^* widths* [J]. Phys. Rev. D 88, 034034 (2013).
 - [96] C. W. Chiang, Z. Luo and J. L. Rosner. *Two-body Cabibbo suppressed charmed meson decays* [J]. Phys. Rev. D 67, 014001 (2003).
 - [97] D. Fakirov and B. Stech, *F and D Decays* [J]. Nucl. Phys. B 133, 315 (1978).
 - [98] J. W. Li, M. Z. Yang and D. S. Du. *$D \rightarrow P V$ decays with final state interactions* [J]. HEPNP 27, 665 (2003).
 - [99] Y. L. Wu, M. Zhong and Y. F. Zhou. *Exploring final state hadron structure and $SU(3)$ flavor symmetry breaking effects in $D \rightarrow P P$ and $D \rightarrow P V$ decays* [J]. Eur. Phys. J. C 42, 391 (2005).
 - [100] F. S. Yu, X. X. Wang and C. D. Lü. *Nonleptonic Two Body Decays of Charmed Mesons* [J]. Phys. Rev. D 84, 074019 (2011).
 - [101] H. Y. Cheng, C. W. Chiang and A. L. Kuo. *Global analysis of two-body $D \rightarrow VP$ decays within the framework of flavor symmetry* [J]. Phys. Rev. D 93, 114010 (2016).

- [102] H. N. Li, C. D. Lü and F. S. Yu. *Branching ratios and direct CP asymmetries in $D \rightarrow PP$ decays* [J]. Phys. Rev. D 86, 036012 (2012).

致 谢

时光荏苒，岁月如梭。转眼之间我的三年研究生生活就要结束，回首过去几年，不禁让人感慨万千。在这三年中我跟着老师和同学们学习到了很多很多，不仅仅是科研上的知识，还有许多人生的道理。在研究生生涯结束之际，在此对他们表示诚挚的感谢。

首先感谢杨悦玲老师和孙俊峰老师，老师们教学一丝不苟，对于我们在学习方面的问题都给了出独到全面的解答。他们不仅是我科研上的引路人，在生活上也给予了非常多的帮助。老师为我们提供了良好的学习工作环境，在工作之余也会督促我们进行体育锻炼，强身健体。这些都使我受益匪浅。

感谢这三年中我遇到的每一位老师，你们亦师亦友，你们教给我的不仅仅是课本上的知识，更是人生的态度，为人处事的方式。感谢在学习和生活中曾给予我帮助的师姐、师兄，师妹以及在背后默默付出的我的家人，正是由于他们的陪伴与关怀，给予了我精神上无限的鼓励与支持。

回首这几年的学习历程，喜悦和收获历历在目。校园生活即将走向终点，对于我而言，这仅仅是一个转折点，接下来我将去迎接新的挑战。最后，再次感谢所有遇到的人都如此的精彩耀眼，成为我平淡岁月里的漫天星辰。

李康

二〇二三年三月

攻读硕士学位期间完成的论文

1. Feasibility of searching for the Cabibbo-favored $D^* \rightarrow \bar{K}\pi^+, \bar{K}\rho^+, \bar{K}^*\pi^+$ decay.
杨悦玲, 李康, 李征霖, 黄金书, 常钦, 孙俊峰.
Phys. Rev. D. 106, 036029 (2022)
2. Feasibility of the experimental study of $D_s^* \rightarrow \phi\pi$ decay
杨悦玲, 李康, 李征霖, 黄金书, 孙俊峰.
Eur. Phys. J. C 82, 555 (2022)
3. Purely leptonic decays of the ground charged vector mesons
杨悦玲, 李征霖, 李康, 黄金书, 孙俊峰.
Eur. Phys. J. C 81, 1110 (2021)

独创性声明

本人郑重声明：所呈交的学位论文是我个人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。尽我所知，除了文中特别加以标注和致谢的地方外，论文中不包含其他人已经发表或撰写的研究成果，也不包含为获得河南师范大学或其他教育机构的学位或证书所使用过的材料。与我一同工作的同志对本研究所做的任何贡献均已在论文中作了明确的说明并表示了谢意。

签名：_____ 日期：_____

关于论文使用授权的说明

本人完全了解河南师范大学有关保留、使用学位论文的规定，即：有权保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和磁盘，允许论文被查阅和借阅。本人授权河南师范大学可以将学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存、汇编学位论文。(保密的学位论文在解密后适用本授权书)

签名：_____ 导师签名：_____ 日期：_____