

# PQCD 方法中 $\phi_{B_2}$ 对 $\bar{B}_s^0 \rightarrow PP, PV$ 过程的影响

学科、专业 : 物理学、粒子与原子核物理  
研究方向 : 重味物理  
申请学位 : 理学硕士  
申请 人 : 李征霖  
指导教师 : 杨悦玲 教授

2023 年 5 月 7 日

# Outline

1 研究动机

2 理论框架

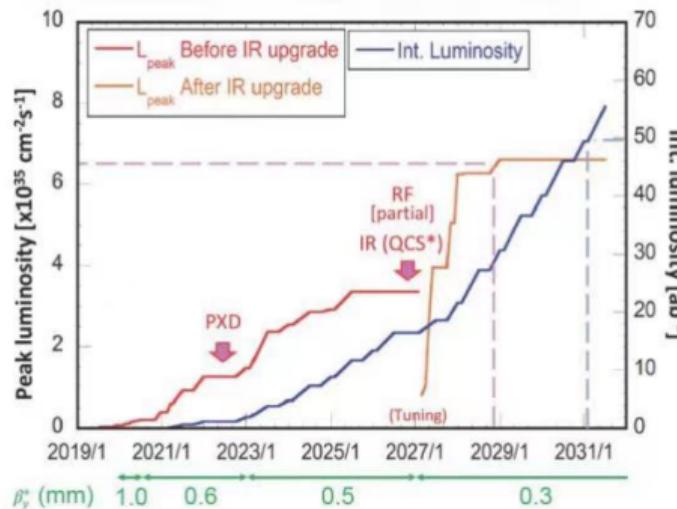
3 数值结果与分析

4 总结和展望

5 致谢

# Belle II and LHCb luminosity

- $L_{\text{peak}} > 6 \times 10^{35} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$  after modification of SuperKEKB (partial RF, IR, ...) and Belle II



$\sim 300 \text{ fb}^{-1}$  after 2035!

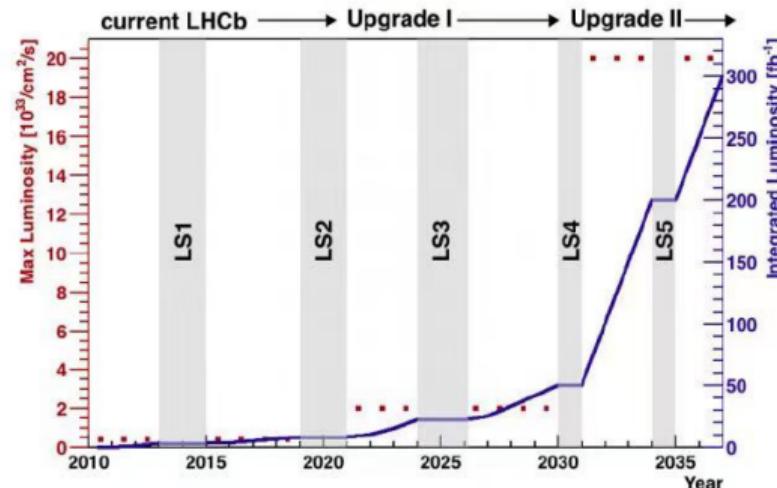


Table:  $\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$  衰变的分支比 (单位:  $10^{-6}$ )。

	2003 <sup>[1]</sup>	2005 <sup>[2]</sup>	$\sim 2006^{[3]}$	$2014^{[4]} \sim 2015^{[5]}$	2021 <sup>[6]</sup>	$\sim$
Th	$0.024^{+0.165}_{-0.024}$	$0.057^{+0.18}_{-0.16}$		$0.61 \pm 0.70$	$0.798 \pm 0.092$	
Exp <sup>[7]</sup>	—		$< 1.36$	$0.73 \pm 0.14$	$0.70 \pm 0.09$	

[1]M.Beneke, M. Neubert. Nucl. Phys. B 675, 333 (2003).

[2]Y. Li, C. Lü. Commun. Theor. Phys. 44, 659 (2005).

[3]H. Li, M. Satoshi.Phys. Rev. D 74, 094020 (2006).

[4]Q. Chang, J. Sun, Y. Yang. Phys. Rev. D 90, 054019 (2014).

[5]G. Bell, M. Beneke, T. Huber. Phys. Lett. B 750, 348 (2015).

[6]J. Hua, H. Li.Phys. Rev. D 104, 016025 (2021).

[7]P. Zyla et al.Review of Particle Physics(PDG).

低能有效哈密顿量：

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{\text{eff}} = & \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left\{ V_{ub} V_{uq}^* [C_1(\mu) O_1^u(\mu) + C_2(\mu) O_2^u(\mu)] \right. \\ & \left. - V_{tb} V_{tq}^* [\sum_{i=3}^{10} C_i(\mu) O_i(\mu)] \right\} + \text{h.c}, \end{aligned} \quad (1)$$

其中  $q = d$  或  $s$ ,  $\text{h.c}$  表示厄米共轭

在标准模型框架下,  $B_s$  介子的两体非轻衰变振幅写为:

$$\mathcal{A}(B_s \rightarrow M_1 M_2) = \langle M_1 M_2 | \mathcal{H}_{\text{eff}} | B_s \rangle = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sum_i V_i C_i(\mu) \langle M_1 M_2 | O_i(\mu) | B_s \rangle \quad (2)$$

强子矩阵元：

$$\langle M_1 M_2 | O_i | \bar{B}_s^0 \rangle \propto \int dx_1 dx_2 dx_3 db_1 db_2 db_3 C_i(t_i) \mathcal{H}_i(x_1, x_2, x_3, b_1, b_2, b_3) \\ \Phi_{B_s}(x_1, b_1) e^{-S_{B_s}} \Phi_{M_1}(x_2, b_2) e^{-S_{M_1}} \Phi_{M_2}(x_3, b_3) e^{-S_{M_2}}.$$

其中  $x_i$  是价夸克的纵向动量分数， $b_i$  是夸克横向动量  $k_T$  的共轭变量。

## B介子波函数：

$$\begin{aligned} & \langle 0 | \bar{q}_\alpha(z) b_\beta(0) | \bar{B}_s^0(p_1) \rangle \\ = & -\frac{i}{4} f_{B_s} \int d^4 k e^{-i k_1 \cdot z} \left\{ (\not{p}_1 + m_{B_s}) \gamma_5 \left( \phi_{B1} + \frac{\not{h}_+}{\sqrt{2}} \phi_{B2} \right) \right\}_{\beta\alpha}, \end{aligned} \quad (3)$$

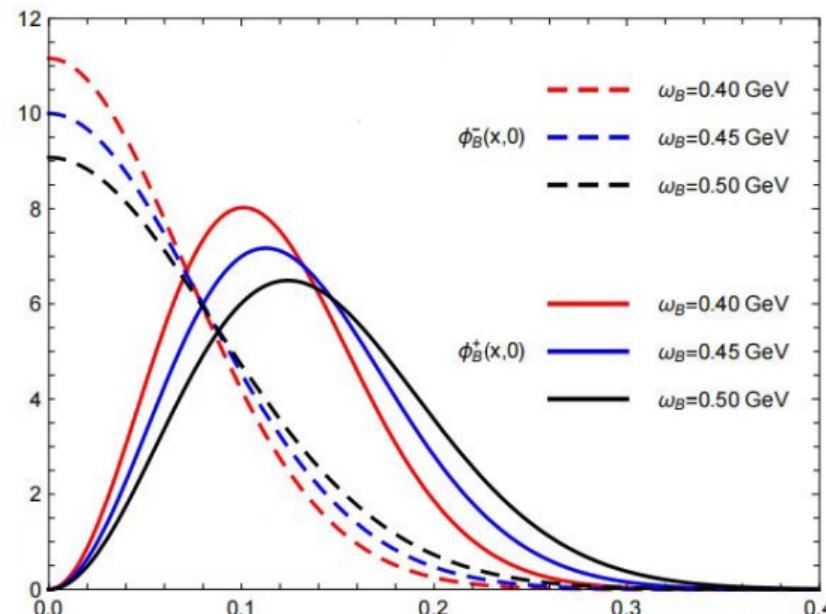
Y. Yang, L. Lang, X. Zhao, et al. Phys. Rev. D 103, 056006 (2021).

其中,  $\phi_{B1} = \phi_B^+$ ,  $\phi_{B2} = \phi_B^+ - \phi_B^-$ .

$$\phi_B^+(x, b) = N x^2 \bar{x}^{-2} \exp\left\{-\left(\frac{xm_{B_s}}{\sqrt{2}\omega_B}\right)^2 - \frac{1}{2}\omega_B^2 b^2\right\} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \phi_B^-(x, b) = & N \frac{2}{\omega_B^4} m_{B_s}^4 \exp\left(-\frac{1}{2}\omega_B^2 b^2\right) \left\{ \sqrt{\pi} \frac{m_{B_s}}{\sqrt{2}\omega_B} \operatorname{Erf}\left(\frac{m_{B_s}}{\sqrt{2}\omega_B}, \frac{xm_{B_s}}{\sqrt{2}\omega_B}\right) \right. \\ & \left. + [1 + \left(\frac{\bar{x}m_{B_s}}{\sqrt{2}\omega_B}\right)^2] \exp\left[-\left(\frac{xm_{B_s}}{\sqrt{2}\omega_B}\right)^2\right] - \exp\left(-\frac{m_{B_s}^2}{2\omega_B^2}\right) \right\}, \end{aligned} \quad (5)$$

$B_s$  介子波函数分布振幅  $\phi_B^\pm(x, 0)$  图像：



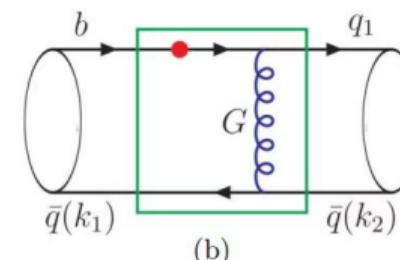
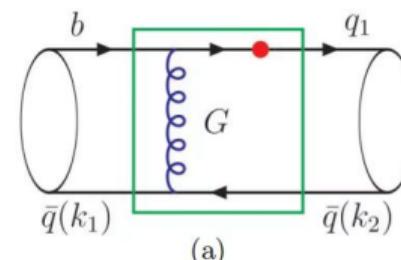
赝标量介子 **P** 的波函数表示为：

$$\begin{aligned} & \langle P(p) | \bar{q}_i(0) q_j(z) | 0 \rangle \\ &= -\frac{i}{4} f_P \{ \gamma_5 [\not{p} \phi_P^a(x) + \mu_P \phi_P^p(x) + \mu_P (\not{\mu}_- \not{\mu}_+ - 1) \phi_P^t(x)] \}_{ji} \end{aligned}$$

矢量介子 **V** 的的波函数表示为：

$$\begin{aligned} & \langle V(p, e_{||}) | \bar{q}_i(0) q_j(z) | 0 \rangle \\ &= \frac{1}{4} \int_0^1 dx e^{+ik \cdot z} \{ \epsilon_{||} m_V f_V^{\parallel} \phi_V^v + \epsilon_{||} \not{p}_3 f_V^{\perp} \phi_V^t - m_V f_V^{\perp} \phi_V^s \}_{ji} \end{aligned}$$

$\bar{B}_s^0 \rightarrow M$  衰变过程中的跃迁形状因子费曼图:



## 不同扭度的分布振幅对形状因子 $F_1(0)$ 和 $A_0(0)$ 的贡献：

$F_1^{B_s \rightarrow K}(0)$	$\phi_K^a$	$\phi_K^p$	$\phi_K^t$	$\Sigma_K$	$\phi_K^a/\Sigma_K$	$\phi_K^p/\Sigma_K$	$\phi_K^t/\Sigma_K$
$\phi_{B1}$	0.081	0.131	0.018	0.230	35.3%	56.9%	7.8%
$\phi_{B2}$	0.056	-0.004	-0.000	0.053	107.3%	-6.9%	-0.5%
$\Sigma_{B_s}$	0.138	0.127	0.018	0.282	48.7%	45.0%	6.3%
$\phi_{B2}/\Sigma_{B_s}$	41.0%	-2.8%	-1.4%	18.6%			
$A_0^{B_s \rightarrow \rho}(0)$	$\phi_\rho^v$	$\phi_\rho^t$	$\phi_\rho^s$	$\Sigma_\rho$	$\phi_\rho^v/\Sigma_\rho$	$\phi_\rho^t/\Sigma_\rho$	$\phi_\rho^s/\Sigma_\rho$
$\phi_{B1}$	0.097	0.090	0.044	0.231	41.8%	39.1%	19.1%
$\phi_{B2}$	0.069	-0.002	-0.001	0.067	103.6%	-2.7%	-0.9%
$\Sigma_{B_s}$	0.166	0.088	0.044	0.298	55.7%	29.7%	14.6%
$\phi_{B2}/\Sigma_{B_s}$	41.8%	-2.0%	-1.4%	22.4%			
$A_0^{B_s \rightarrow K^*}(0)$	$\phi_{K^*}^v$	$\phi_{K^*}^t$	$\phi_{K^*}^s$	$\Sigma_{K^*}$	$\phi_{K^*}^v/\Sigma_{K^*}$	$\phi_{K^*}^t/\Sigma_{K^*}$	$\phi_{K^*}^s/\Sigma_{K^*}$
$\phi_{B1}$	0.098	0.106	0.052	0.256	38.1%	41.4%	20.5%
$\phi_{B2}$	0.070	-0.003	-0.001	0.067	104.5%	-3.7%	-0.8%
$\Sigma_{B_s}$	0.168	0.104	0.052	0.323	52.0%	32.0%	16.0%
$\phi_{B2}/\Sigma_{B_s}$	42.0%	-2.4%	-1.1%	20.9%			

在 **B** 介子静止系中，**B** 介子两体衰变分支比的定义如下：

$$\mathcal{B} = \frac{\tau_{B_s}}{16\pi} \frac{p_{cm}}{m_{B_s}^2} \left\{ |\mathcal{A}(B_s^0 \rightarrow f)|^2 + |\mathcal{A}(\bar{B}_s^0 \rightarrow \bar{f})|^2 \right\} \quad (6)$$

$|p_{cm}|$  是末态强子的质心动量， $\tau_{B_s}$  是  $B_s$  介子的寿命。

之前通过拟合得到了 3 种最优方案：

方案一 (S1): 取  $\omega_B = 0.45 \text{ GeV}$ ,  $\mu_M = 1.7 \text{ GeV}$  为 PDG 数据;

方案二 (S2): 取  $\omega_B = 0.43 \text{ GeV}$ ,  $\mu_M = 1.6 \text{ GeV}$  为 Belle 数据;

方案三 (S3): 取  $\omega_B = 0.41 \text{ GeV}$ ,  $\mu_M = 1.5 \text{ GeV}$  为 BaBar 数据。

Table:  $\bar{B}_s^0 \rightarrow PP$  衰变的分支比。 (单位:  $10^{-6}$ )。

mode	$\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^- K^+$	$\bar{B}_s^0 \rightarrow K^- K^+$	$\bar{B}_s^0 \rightarrow K^0 \bar{K}^0$
PDG	$5.7 \pm 0.6$	$25.9 \pm 1.7$	$20 \pm 6$
S1 $\phi_{B1} + \phi_{B2}$	$5.96^{+0.25+0.33}_{-0.19-0.26}$	$21.53^{+2.53+4.87}_{-2.21-3.82}$	$20.37^{+3.54+4.19}_{-2.42-3.41}$
	$7.54^{+0.51+0.64}_{-0.40-0.32}$	$13.88^{+1.97+2.62}_{-3.15-2.33}$	$15.72^{+2.85+4.12}_{-1.92-3.54}$
BaBar	$5.6 \pm 0.6$	$23.7 \pm 1.6$	$19.6^{+6.2}_{-5.6}$
	$5.82^{+0.22+0.30}_{-0.13-0.25}$	$22.37^{+1.89+2.50}_{-3.07-2.11}$	$20.16^{+3.17+4.12}_{-2.07-3.15}$
$\phi_{B1}$	$7.21^{+0.40+0.51}_{-0.37-0.42}$	$14.28^{+2.14+2.78}_{-3.22-2.46}$	$15.66^{+3.16+3.72}_{-2.21-3.05}$
	$< 26$	$35.0^{+10}_{-9}$	$19.6^{+5.8}_{-5.1}$
S3 $\phi_{B1} + \phi_{B2}$	$6.02^{+0.15+0.22}_{-0.13-0.16}$	$21.78^{+2.38+3.71}_{-3.77-2.95}$	$19.97^{+3.06+4.03}_{-2.25-3.48}$
	$7.60^{+0.38+0.42}_{-0.24-0.46}$	$13.94^{+2.03+2.55}_{-3.07-2.31}$	$15.47^{+3.02+3.28}_{-2.12-3.00}$

Table:  $\bar{B}_s^0 \rightarrow PP$  衰变的直接 CP 破坏 ( $C_f$ ) 的计算值(单位:  $10^{-2}$ )。 $\omega_B$  取 0.45 GeV, 为了对比, 我们给出了之前的理论结果。

Mode	$\phi_{B1}$	$\phi_{B1} + \phi_{B2}$	PQCD <sub>LO</sub>	PQCD <sub>NLO</sub>	QCDF	SCET
$\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^- K^+$	$22.7^{+3.8}_{-2.4}$	$23.5^{+4.6}_{-4.1}$	$24.1^{+6.1}_{-4.9}$	$38.7^{+6.3}_{-5.9}$	$-6.7^{+16.2}_{-15.8}$	$20^{+25}_{-25}$
$\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^0 K^0$	$48.6^{+4.6}_{-4.9}$	$76.8^{+4.1}_{-5.3}$	$59.4^{+8.2}_{-12.9}$	$83.0^{+7.4}_{-7.3}$	$41.6^{+62.3}_{-57.1}$	$76^{+45}_{-45}$
$\bar{B}_s^0 \rightarrow K^- K^+$	$-24.2^{+4.7}_{-2.9}$	$-12.8^{+2.1}_{-1.3}$	$-23.3^{+5.1}_{-4.6}$	$-16.4^{+0.7}_{-0.7}$	$4.1^{+10.6}_{-11.2}$	$-6^{+8}_{-8}$
$\bar{B}_s^0 \rightarrow K^0 \bar{K}^0$	$0.1^{+0.1}_{-0.1}$	$0.4^{+0.2}_{-0.2}$	0	$-0.7^{+0.1}_{-0.1}$	$0.9^{+0.3}_{-0.4}$	$< 10$
$\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$	$-1.1^{+0.9}_{-0.7}$	$-0.5^{+0.8}_{-1.1}$	$-1.2^{+1.2}_{-1.3}$	$0.2^{+2.0}_{-1.5}$	0	—
$\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0$	$-0.5^{+0.4}_{-0.5}$	$-0.3^{+0.1}_{-0.1}$	$-1.2^{+1.2}_{-1.2}$	$0.2^{+0.1}_{-1.5}$	0	—

Table:  $\bar{B}_s^0 \rightarrow PV$  衰变过程的分支比, (单位:  $10^{-6}$ )。

mode	$\bar{B}_s^0 \rightarrow \rho^- K^+$	$\bar{B}_s^0 \rightarrow K^{*-} K^+$	$\bar{B}_s^0 \rightarrow K^{*+} K^-$	$\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^- K^{*+}$	$\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^0 K^{*0}$
S1 $\phi_{B1} + \phi_{B2}$	$16.19^{+1.42+2.44}_{-1.25-0.73}$	$7.32^{+0.81+1.16}_{-0.93-1.29}$	$5.46^{+0.53+1.05}_{-1.10-1.14}$	$3.83^{+0.62+1.03}_{-0.98-0.39}$	$0.21^{+0.01+0.03}_{-0.02-0.01}$
$\phi_{B1}$	$18.27^{+1.56+2.49}_{-1.17-2.34}$	$5.88^{+0.62+1.02}_{-1.04-0.51}$	$4.62^{+0.47+1.03}_{-1.00-0.69}$	$6.27^{+1.23+1.61}_{-1.34-1.12}$	$0.08^{+0.004+0.069}_{-0.003-0.024}$
S2 $\phi_{B1} + \phi_{B2}$	$15.69^{+1.21+2.35}_{-1.16-0.67}$	$7.47^{+0.97+1.33}_{-1.02-1.31}$	$5.53^{+0.67+1.41}_{-1.12-1.17}$	$3.95^{+0.80+1.13}_{-1.04-0.42}$	$0.22^{+0.01+0.02}_{-0.02-0.01}$
$\phi_{B1}$	$17.93^{+1.45+2.28}_{-1.13-2.24}$	$5.96^{+0.72+1.10}_{-1.12-0.64}$	$4.71^{+0.51+1.22}_{-1.06-0.83}$	$6.32^{+1.32+1.70}_{-1.44-1.19}$	$0.08^{+0.004+0.056}_{-0.003-0.024}$
S3 $\phi_{B1} + \phi_{B2}$	$15.58^{+1.18+2.27}_{-1.12-0.63}$	$7.50^{+0.81+1.16}_{-0.93-1.29}$	$5.66^{+0.72+1.34}_{-1.10-1.14}$	$3.91^{+0.76+1.08}_{-1.02-0.43}$	$0.20^{+0.01+0.02}_{-0.02-0.01}$
$\phi_{B1}$	$17.82^{+1.38+2.32}_{-1.11-2.20}$	$6.07^{+0.62+1.02}_{-1.04-0.51}$	$4.94^{+0.54+1.13}_{-1.08-0.79}$	$6.30^{+1.25+1.68}_{-1.38-1.17}$	$0.08^{+0.003+0.060}_{-0.003-0.025}$

**Table:**  $\bar{B}_s^0 \rightarrow PV$  衰变的直接 CP 破坏 ( $C_f$ ) 的计算值(单位:  $10^{-2}$ )。 $\omega_B$  取 0.45 GeV, 为了对比, 我们给出了之前的理论结果。

mode	$\bar{B}_s^0 \rightarrow \rho^- K^+$	$\bar{B}_s^0 \rightarrow K^{*-} K^+$	$\bar{B}_s^0 \rightarrow K^{*+} K^-$	$\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^- K^{*+}$	$\bar{B}_s^0 \rightarrow \pi^0 K^{*0}$
QCDF	-1.5	2.2	-3.1	0.6	-45.7
PQCD <sub>LO</sub>	$14.2_{-5.6}^{+3.5}$	$-36.6_{-4.3}^{+3.8}$	$55.3_{-11.2}^{+10.8}$	$-19.0_{-5.6}^{+3.7}$	$-47.1_{-31.8}^{+36.4}$
$\phi_{B1} + \phi_{B2}$	$10.9_{-2.6}^{+2.3}$	$-20.7_{-4.1}^{+4.5}$	$44.6_{-5.9}^{+6.8}$	$-11.7_{-2.8}^{+1.4}$	$18.8_{-3.3}^{+3.7}$
$\phi_{B1}$	$16.0_{-4.0}^{+3.6}$	$-33.6_{-3.7}^{+5.0}$	$49.8_{-4.7}^{+6.3}$	$-16.4_{-4.2}^{+3.3}$	$-17.3_{-3.0}^{+2.4}$

## 总结与展望：

- (1) 从这些分支比的实验数据来看,  $\phi_{B2}$  对这些衰变道的贡献是合理的, 这也证明了  $\phi_{B2}$  的修正方向是正确的。
- (2)  $\phi_{B2}$  部分对形状因子的贡献在  $17.5\% \sim 20\%$  左右, 在计算时是不能轻易忽略的。
- (3)  $\phi_{B2}$  会影响部分衰变道的直接 CP 破坏。

感谢各位专家、老师  
批评指正！