



中山大學
SUN YAT-SEN UNIVERSITY



中国科学院高能物理研究所
Institute of High Energy Physics Chinese Academy of Sciences



深圳综合粒子设施研究院
Institute of Advanced Science Facilities, Shenzhen

粒子加速器原理

~纵向束流动力学（下）~

刘星光
liuxg@ihep.ac.cn

中国科学院高能物理研究所 东莞研究部
2023

纵向与横向运动的耦合：色散效应

色散函数 (Dispersion function)：在经过偏转铁时，由于能量不同导致束流横向位置与角度不同。

$$\begin{pmatrix} x \\ x' \\ \delta \end{pmatrix}_{s2} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \rho_0 \sin\theta & \rho_0(1 - \cos\theta) \\ -\frac{1}{\rho_0} \sin\theta & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ x' \\ \delta \end{pmatrix}_{s1} \quad \theta = \frac{l}{\rho_0}$$

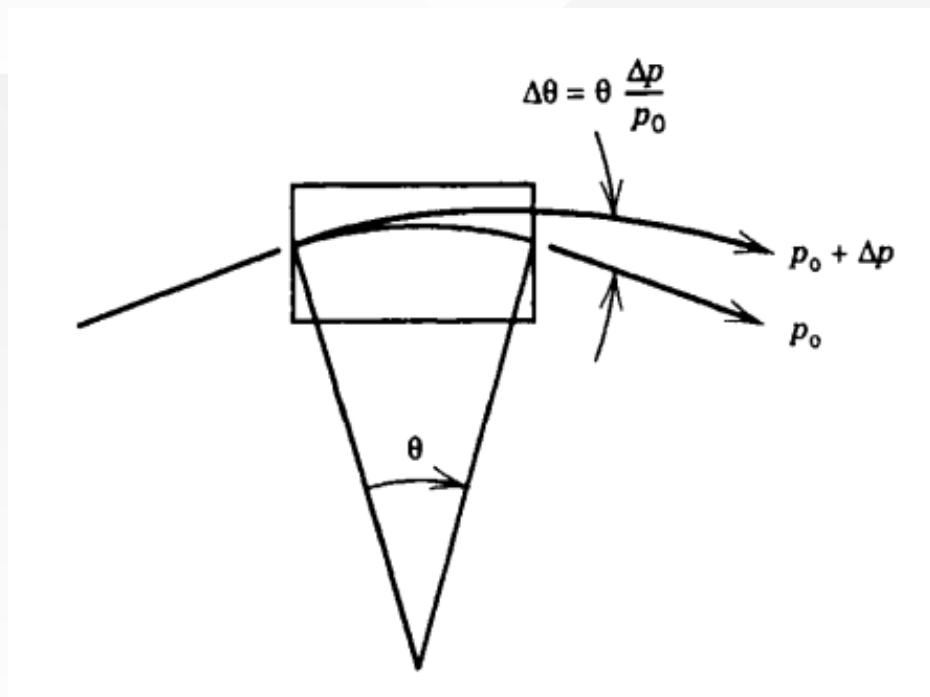
其中 $D = \rho_0(1 - \cos\theta)$ 经之前介绍，为色散函数，反应在色散条件下运动方程中特殊解：

$$x = x_\beta + D(s)\delta$$

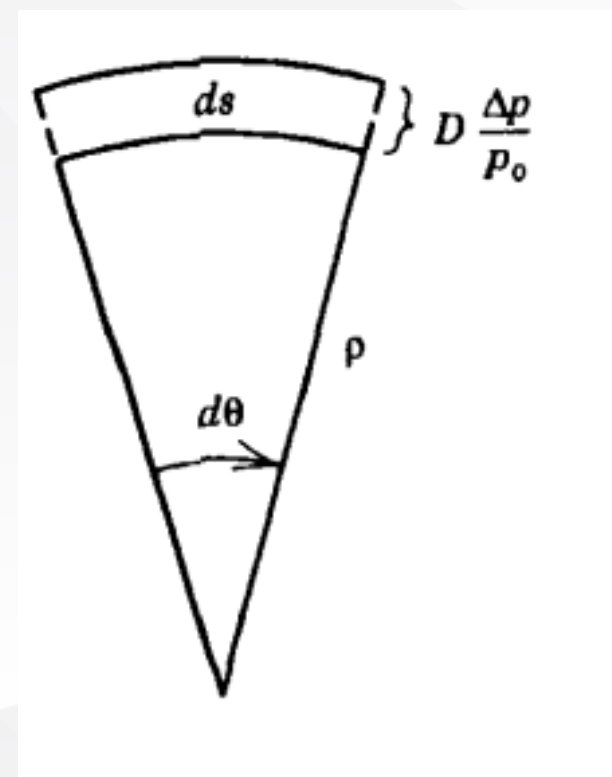
$$\delta = \Delta p/p$$



- 色散函数 $D(s)$ 是如何变化（传输）的？
- 如何获得其周期性解？



有色散时的物理图像



色散函数（线性特殊解）时的物理图像

色散 (Dispersion)

$$\frac{d^2x}{ds^2} - \frac{\rho+x}{\rho^2} = \pm \frac{B_y}{B\rho} \frac{p_0}{p} \left(1 + \frac{x}{\rho}\right)^2 = \pm \frac{B_y}{B\rho} \frac{p_0}{p_0(1+\delta)} \left(1 + \frac{x}{\rho}\right)^2$$

对于普通二极磁铁和四级铁，我们均假设 $p = p_0$ 。色散研究时去掉该假设， $p = p_0 + \Delta p = p_0(1 + \delta)$ ，保留 δ 的最低阶线性项进行了推导讨论了纵向运动的特点（未做严格推导）。

色品 (chromaticity)

其中, “弹性系数” $K_1(s) = \mp \frac{B_1(s)}{B\rho}$ 中其实 $B\rho = \frac{p}{q}$, 也是依赖于能量的。

$$K_1(s) \rightarrow \beta(s) \rightarrow \Delta\mu \text{ 或其对应的工作点 tune}$$

我们将工作点对动量散度的线性关系称为色品 (chromaticity) :

$$\Delta\nu = \xi \delta \qquad \xi = -\frac{1}{4\pi} \oint K(s)\beta(s) ds$$

由lattice设计本身决定的色品称为自然色品 (natural chromaticity) 。

➤ 二极磁铁的线性误差及闭合轨道 (close orbit)

前述“动量散度”实际上就是最简单的误差。

在含有二极磁铁的lattice中（比如环），假设磁铁本身的磁场与理想/参考磁场不一致束流的轨道如何？

$$\Delta\theta = \frac{\Delta B}{B\rho} l$$

周期性解要求：

$$M \begin{pmatrix} x_0 \\ x'_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \Delta\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 \\ x'_0 \end{pmatrix}$$

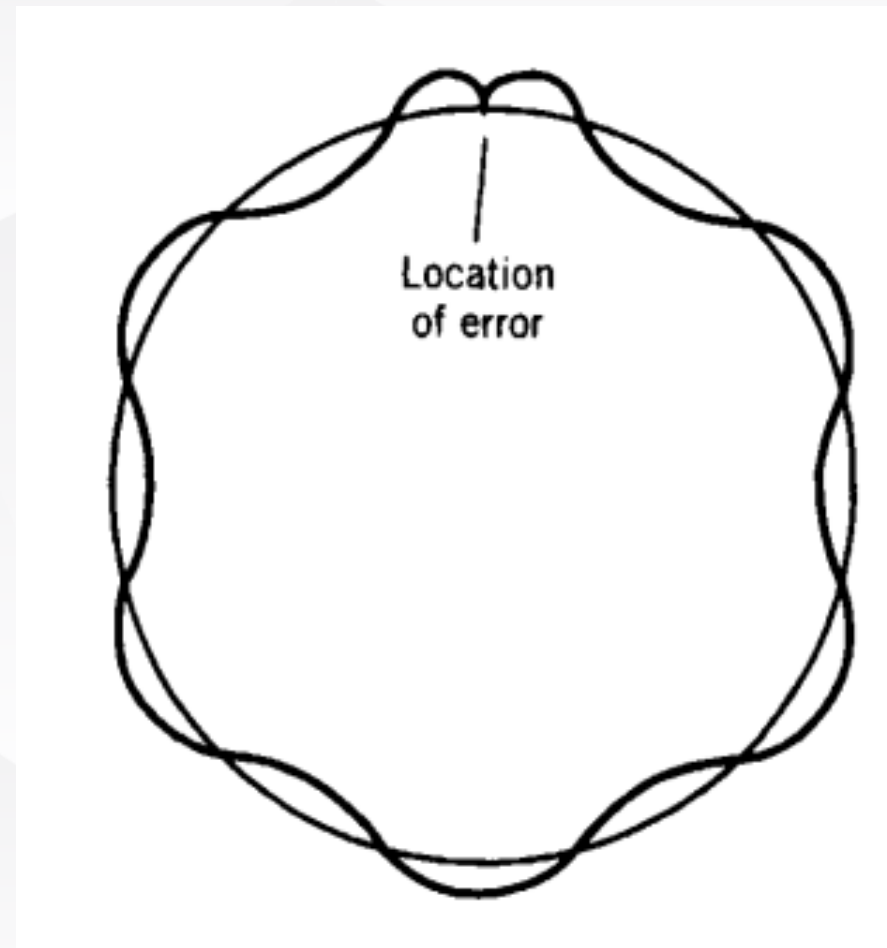
$$\begin{pmatrix} x_0 \\ x'_0 \end{pmatrix} = (I - M)^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ \Delta\theta \end{pmatrix} = \frac{\Delta\theta}{2 \sin \pi\nu} \begin{pmatrix} \beta_0 \cos \pi\nu \\ \sin \pi\nu - \alpha_0 \cos \pi\nu \end{pmatrix}$$

任意位置处的 $x(s)$ 则可通过对应的相移及twiss参数求出：

$$x(s) = \frac{\theta \sqrt{\beta(s)\beta_0}}{2 \sin \pi\nu} \cos(\psi(s) - \pi\nu)$$



- 闭合轨道的解在什么情况下是稳定的？
- 闭合轨道的矫正方法？
- 闭合轨道可以测量吗，如何测量？



- 详情参见大作业选题说明。
- 选题时间为两周（2023年10月27日确定选题）
- 大作业提交时间为2023年12月15日。