中山大學 SUN YAT-SEN UNIVERSITY

中国科学院高能物理研究所 Institute of High Energy Physics Chinese Academy of Sciences

深圳综合粒子设施研究院 Institute of Advanced Science Facilities, Shenzhen

粒子加速器原理
微波直线加速器

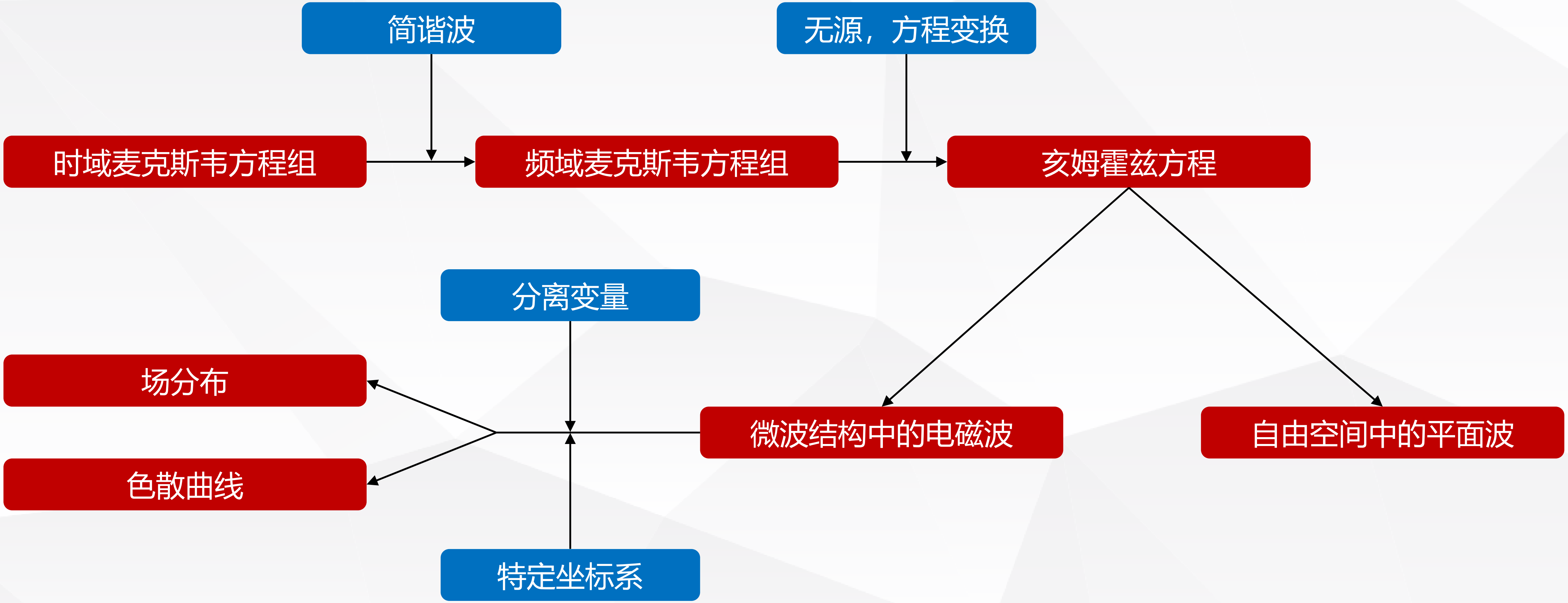
邵佳航

目录

01 微波基础知识回顾

微波基础知识回顾

- 基本分析思路



基本分析思路

时域麦克斯韦方程组

- $\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$
- $\nabla \times \frac{\vec{B}}{\mu_0} = \frac{\partial \varepsilon_0 \vec{E}}{\partial t} + \vec{J}$
- $\nabla \cdot \varepsilon_0 \vec{E} = \rho$
- $\nabla \cdot \vec{B} = 0$

微波基础知识回顾

➢ **基本分析思路**

简谐波

时域麦克斯韦方程组 → 频域麦克斯韦方程组

时域麦克斯韦方程组：

- $\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$
- $\nabla \times \frac{\vec{B}}{\mu_0} = \frac{\partial \varepsilon_0 \vec{E}}{\partial t} + \vec{J}$
- $\nabla \cdot \varepsilon_0 \vec{E} = \rho$
- $\nabla \cdot \vec{B} = 0$

频域麦克斯韦方程组：

- $\nabla \times \vec{E} = -j\omega \vec{B}$
- $\nabla \times \vec{H} = j\omega \vec{D} + \vec{J}$
- $\nabla \cdot \vec{D} = \rho$
- $\nabla \cdot \vec{B} = 0$

微波基础知识回顾

➢ 基本分析思路

简谐波

无源，方程变换

时域麦克斯韦方程组 → 频域麦克斯韦方程组 → 亥姆霍兹方程

时域麦克斯韦方程组

- $\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$
- $\nabla \times \frac{\vec{B}}{\mu_0} = \frac{\partial \varepsilon_0 \vec{E}}{\partial t} + \vec{J}$
- $\nabla \cdot \varepsilon_0 \vec{E} = \rho$
- $\nabla \cdot \vec{B} = 0$

频域麦克斯韦方程组

- $\nabla \times \vec{E} = -j\omega\vec{B}$
- $\nabla \times \vec{H} = j\omega\vec{D} + \vec{J}$
- $\nabla \cdot \vec{D} = \rho$
- $\nabla \cdot \vec{B} = 0$

亥姆霍兹方程

- $\nabla^2\vec{E} + \omega^2\varepsilon\mu\vec{E} = 0$
- $\nabla^2\vec{H} + \omega^2\varepsilon\mu\vec{H} = 0$

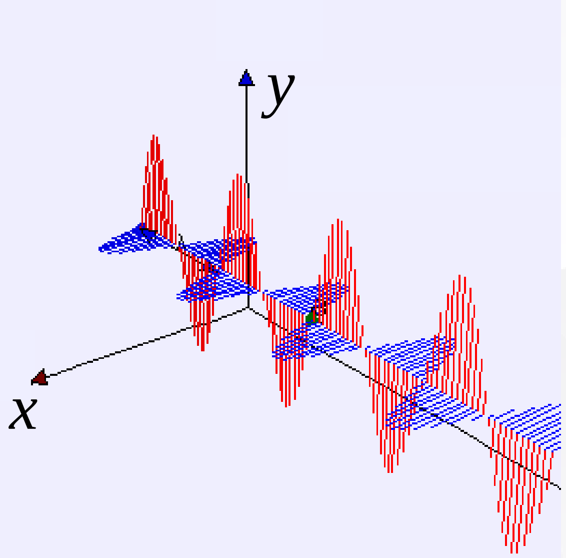
微波基础知识回顾

➢ 基本分析思路

简谐波
无源，方程变换

时域麦克斯韦方程组 → 频域麦克斯韦方程组 → 亥姆霍兹方程 → 自由空间中的平面波

- $E_x(z,t) = E_+ e^{j(\omega t - kz)} + E_- e^{j(\omega t + kz)}$
- $H_y(z,t) = H_+ e^{j(\omega t - kz)} + H_- e^{j(\omega t + kz)}$



微波基础知识回顾

基本分析思路

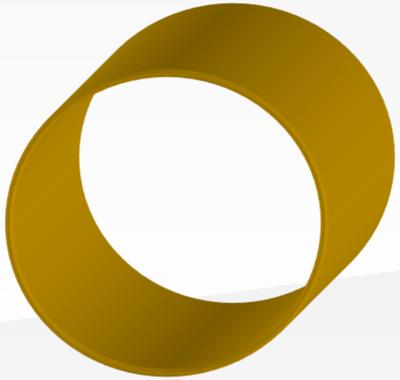
简谐波

无源，方程变换

时域麦克斯韦方程组 → 频域麦克斯韦方程组 → 亥姆霍兹方程

亥姆霍兹方程 → 微波结构中的电磁波

亥姆霍兹方程 → 自由空间中的平面波



- $\vec{n} \times \vec{E}|_s = 0$
- $\vec{n} \times \vec{H}|_s = \vec{J_s}$
- $\vec{n} \cdot \vec{D}|_s = \rho_s$
- $\vec{n} \cdot \vec{B}|_s = 0$

微波基础知识回顾

➢ 基本分析思路

简谐波

无源，方程变换

时域麦克斯韦方程组 → 频域麦克斯韦方程组 → 亥姆霍兹方程

亥姆霍兹方程 → 微波结构中的电磁波

亥姆霍兹方程 → 自由空间中的平面波

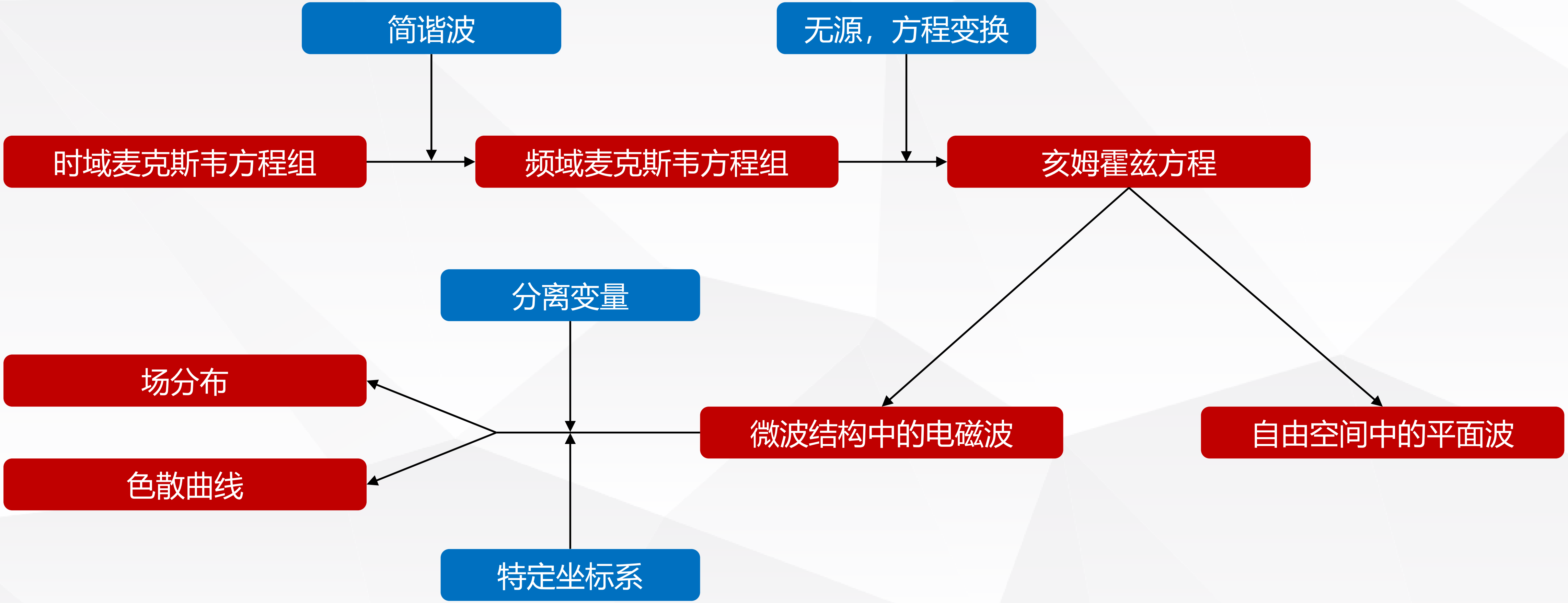
分离变量

特定坐标系

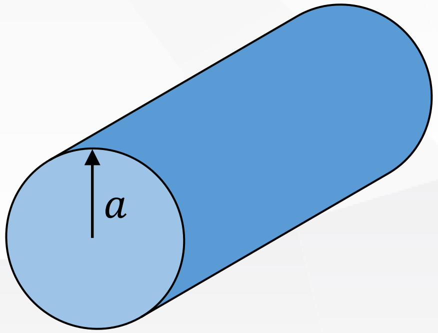
- $E_z = (k^2 - \beta^2)U$
- $H_z = (k^2 - \beta^2)V$
- $U(\rho, \phi, z) = U_0 J_n(T\rho) \cos n\phi \, e^{-j\beta z}$

微波基础知识回顾

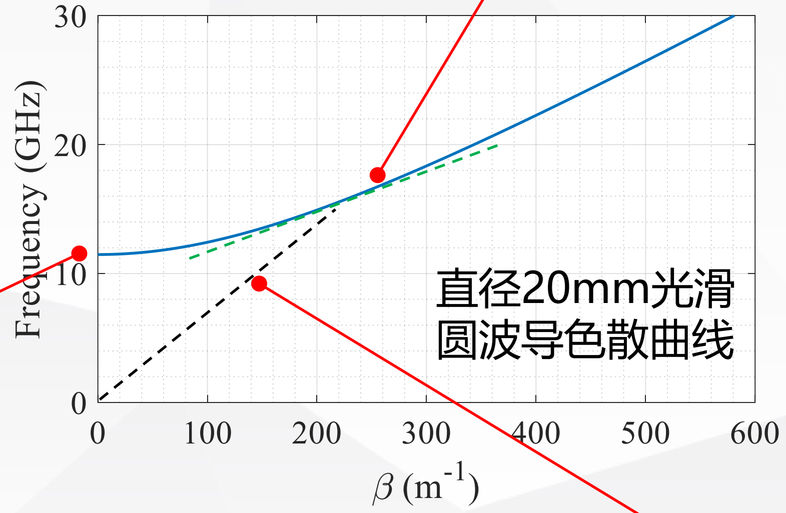
➤ 基本分析思路



- **光滑圆波导TM模式色散曲线**
  - 描述传播频率与纵向传播常数之间的关系
  - $\beta^2 + T^2 = k^2$
    - $\beta = 2\pi/\lambda_z$
    - $T = x_{nm}/a$
    - $k = \omega/c$
  - 每个模式都有各自的色散曲线



存在截止频率



本地曲线斜率为群速度：$v_g = \frac{d\omega}{d\beta}$

与原点连线斜率为相速度：$v_p = \frac{\omega}{\beta}$

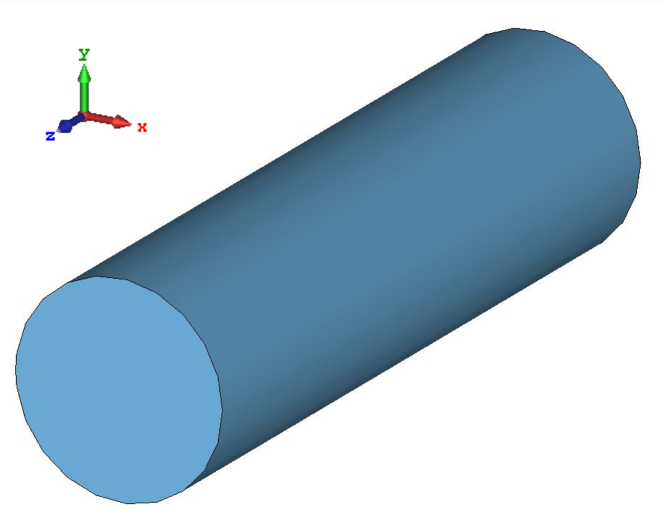
张克潜，李德杰，《微波与光电子学中的电磁理论》，电子工业出版社

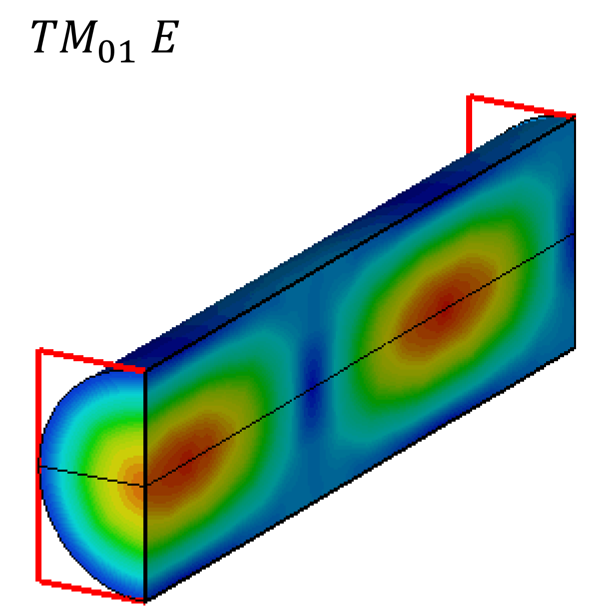
微波基础知识回顾

➢ 光滑圆波导TM模式色散曲线

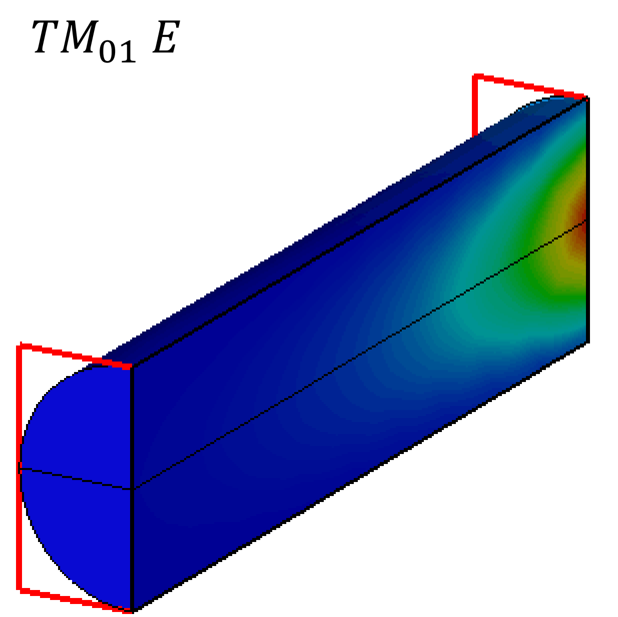
❖ 截止频率

- $E(z,t) = Ee^{-j\beta z}e^{j\omega t}$
- $\omega_c \equiv cT$





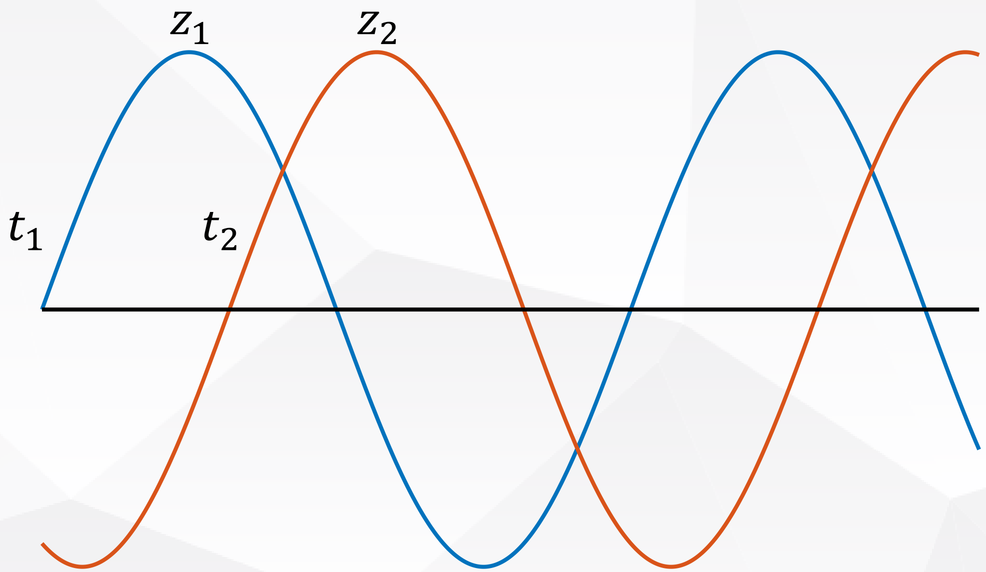
$\omega > \omega_c$，在波导内沿 $+z$方向传播



$\omega < \omega_c$，在波导内沿 $+z$方向衰减

张克潜，李德杰，《微波与光电子学中的电磁理论》，电子工业出版社

- **光滑圆波导TM模式色散曲线**
  - 相速度
    - $v_p = \frac{\Delta z}{\Delta t} = \frac{\omega}{\beta}$
    - 代表相位传播的速度，可以超光速（以上色散曲线中，15 GHz对应的相速度为1.55c）



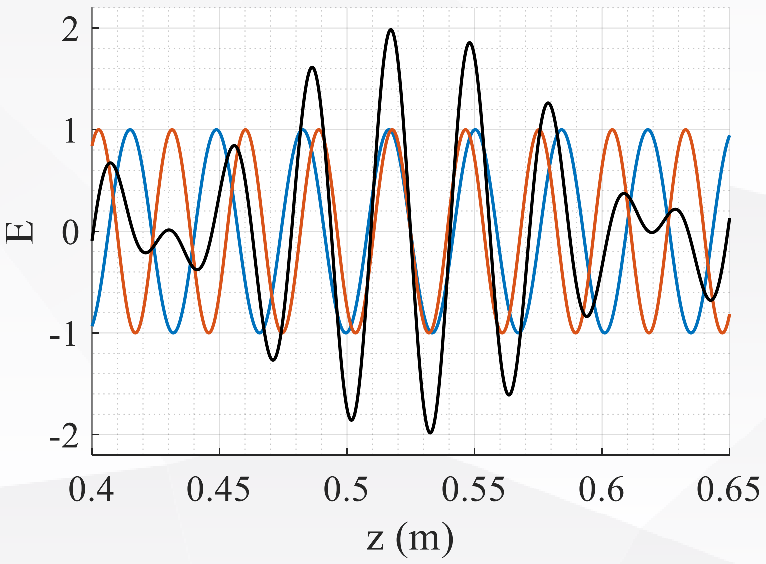
张克潜，李德杰，《微波与光电子学中的电磁理论》，电子工业出版社

微波基础知识回顾

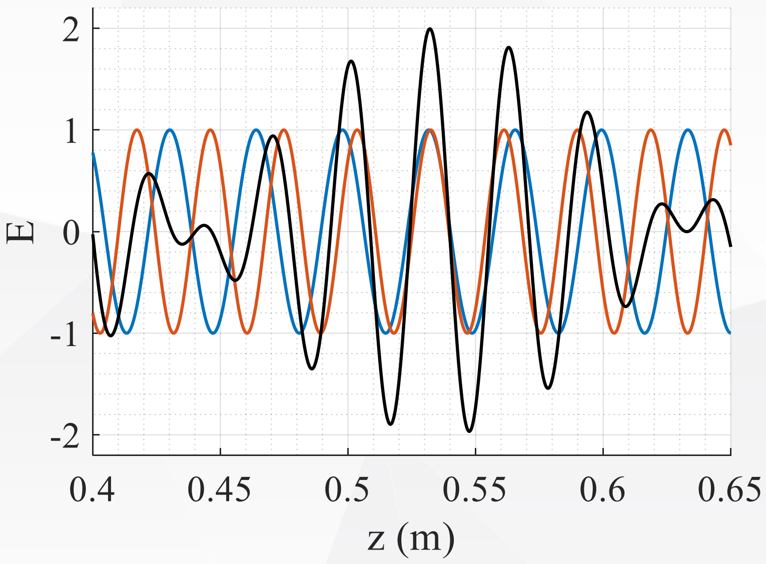
➢ 光滑圆波导TM模式色散曲线

❖ 群速度

- $v_p = \frac{d\omega}{d\beta}$
- 代表包络或能量传播的速度，不可以超光速（以上色散曲线中，15 GHz对应的群速度为0.64c)



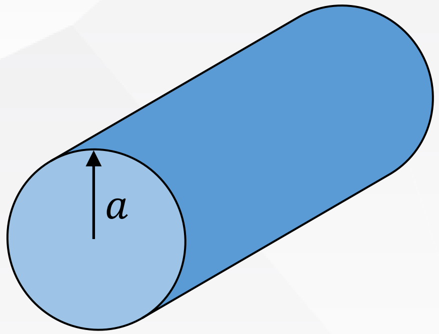
$t_1 = -0.05\text{ns}$

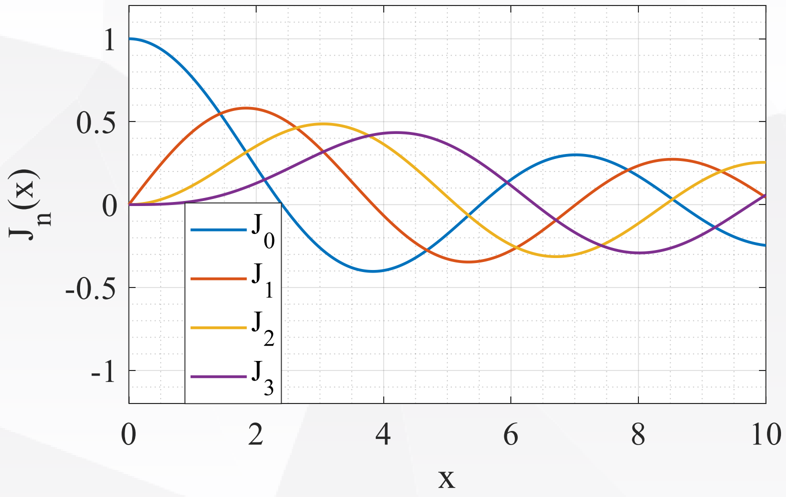


$t_2 = +0.05\text{ns}$

张克潜，李德杰，《微波与光电子学中的电磁理论》，电子工业出版社

- **在微波结构中传播的电磁波**
  - TM模式中，各场分量的解可写为
    - $E_\rho = -j\beta T U_0 J_n'(T\rho)\cos n\phi\, e^{-j\beta z}$
    - $E_\phi = \frac{j\beta n}{\rho} U_0 J_n(T\rho)\sin n\phi\, e^{-j\beta z}$
    - $E_z = T^2 U_0 J_n(T\rho)\cos n\phi\, e^{-j\beta z}$
    - $H_\rho = -\frac{j\omega\varepsilon n}{\rho} U_0 J_n(T\rho)\sin n\phi\, e^{-j\beta z}$
    - $H_\phi = -j\omega\varepsilon T U_0 J_n'(T\rho)\cos n\phi\, e^{-j\beta z}$
    - $H_z = 0$
  - TM_{nm}模
    - 本征方程$J_n(Ta) = 0$
    - n为角向周期数
    - m代表n阶贝塞尔函数的第m个根

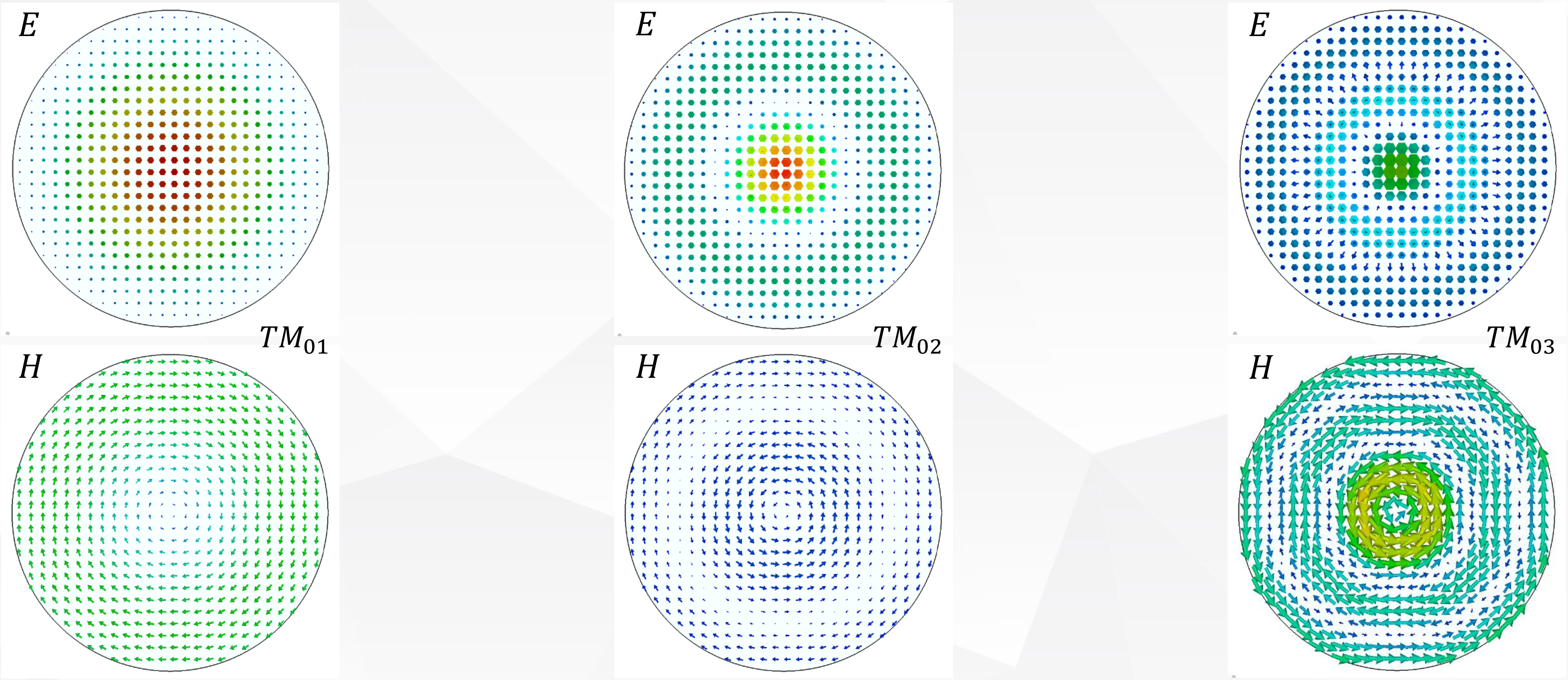




张克潜，李德杰，《微波与光电子学中的电磁理论》，电子工业出版社

中山大學 SUN YAT-SEN UNIVERSITY
中国科学院高能物理研究所 Institute of High Energy Physics Chinese Academy of Sciences
IASF 深圳综合粒子设施研究院 Institute of Advanced Science Facilities, Shenzhen

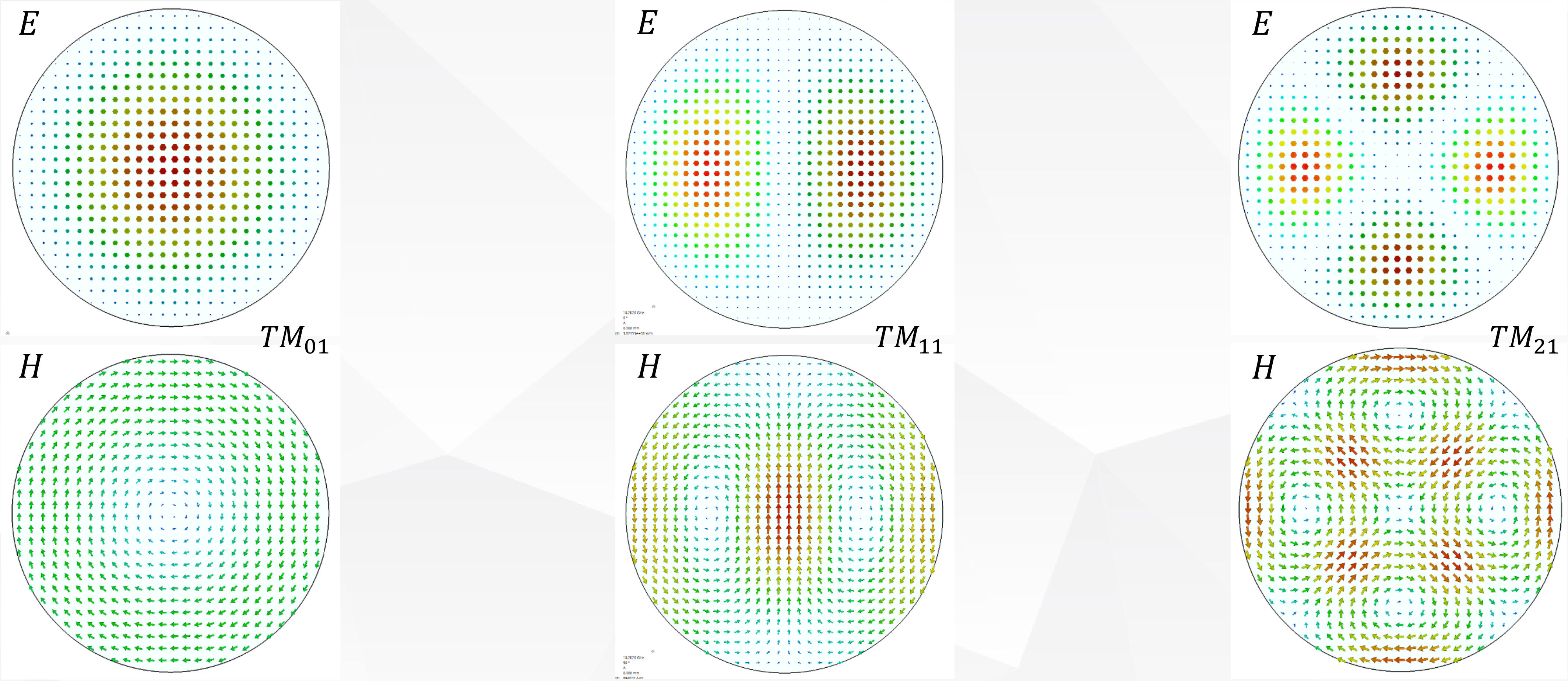
- 在微波结构中传播的电磁波
  - TM_{0m}模



微波基础知识回顾

➢ **在微波结构中传播的电磁波**

❖ TM_{n1}模



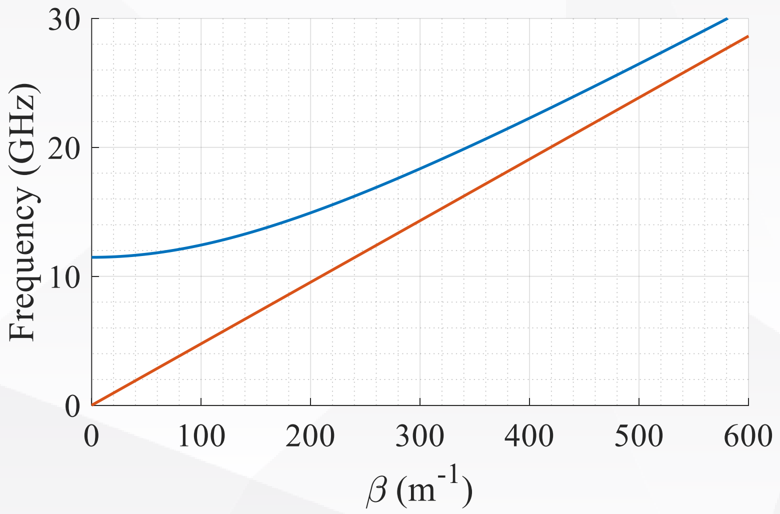
- **作业**
  - 写出圆柱形波导中TM01与TM11模式的各场分量表达式
  - 考虑两个模式对沿轴线通过的、长度远小于波长的电子束团的可能作用（提示：纵向加速与横向偏转）

中山大學 SUN YAT-SEN UNIVERSITY
中国科学院高能物理研究所 Institute of High Energy Physics Chinese Academy of Sciences
IASF 深圳综合粒子设施研究院 Institute of Advanced Science Facilities, Shenzhen

02 均匀介质加载结构

均匀介质加载结构

- **在圆柱型加速结构中，通常使用TM_{01}模**
  - ❖ 沿轴线以光速运动的电子在微波结构内的加速
    - $E = E_z = E_0 e^{j(\omega t-\beta z)} = E_0 e^{j[(\omega/c-\beta)z]}$
    - 持续加速的同步条件为相位保持不变，即微波相速度等于光速
  - ❖ 色散曲线
    - 曲线各点的相速度均大于光速，色散曲线与光速线无交点



张克潜，李德杰，《微波与光电子学中的电磁理论》，电子工业出版社

均匀介质加载结构

➢ **圆柱型均匀介质加载加速结构中的TM_{01}模**

❖ 标量波函数

- 分区求解，两区纵向传播常数相同
- I区：$U_I(\rho,\phi,z)=AJ_0(T_I\rho)e^{-j\beta z}$
- II区：$U_{II}(\rho,\phi,z)=[BJ_0(T_{II}\rho)+CN_0(T_{II}\rho)]e^{-j\beta z}$

❖ 在边界处切向分量连续

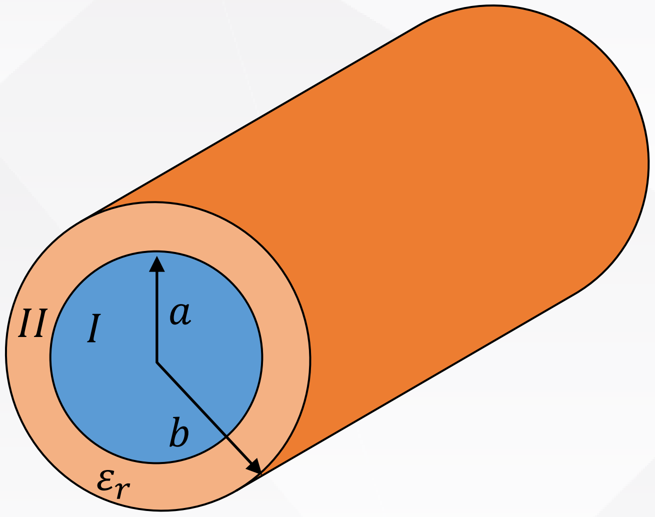
- $E_{z,I}(\rho=a)=E_{z,II}(\rho=a)$
- $H_{\phi,I}(\rho=a)=H_{\phi,II}(\rho=a)$

❖ 边界条件

- $E_{z,II}(\rho=b)=0$

❖ 纵向与横向传播常数的关系

- $\beta^2+T_I^2=k_I^2=\omega^2\varepsilon_0\mu_0$
- $\beta^2+T_{II}^2=k_{II}^2=\omega^2\varepsilon_0\varepsilon_r\mu_0$



张克潜，李德杰，《微波与光电子学中的电磁理论》，电子工业出版社

均匀介质加载结构

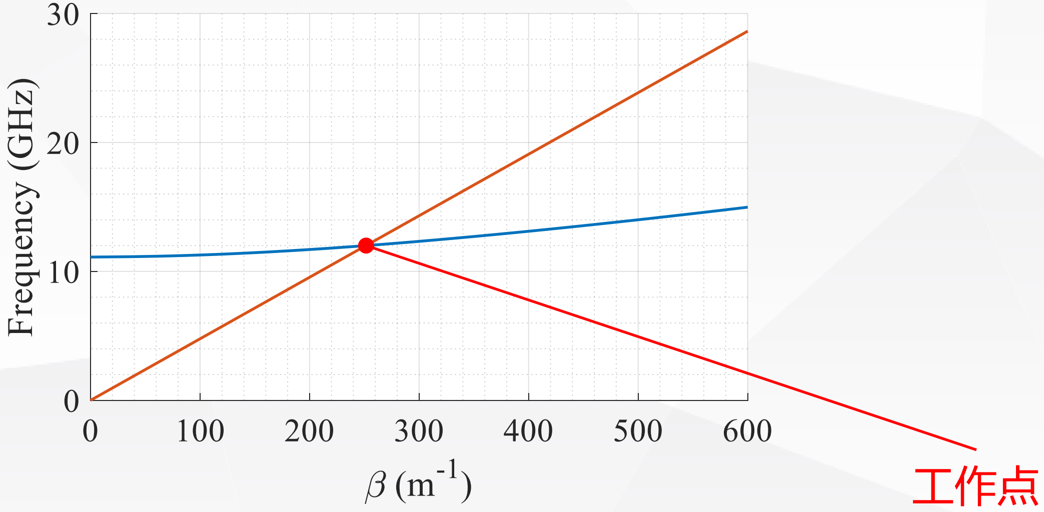
➢ 圆柱型均匀介质加载加速结构中的TM_{01}模

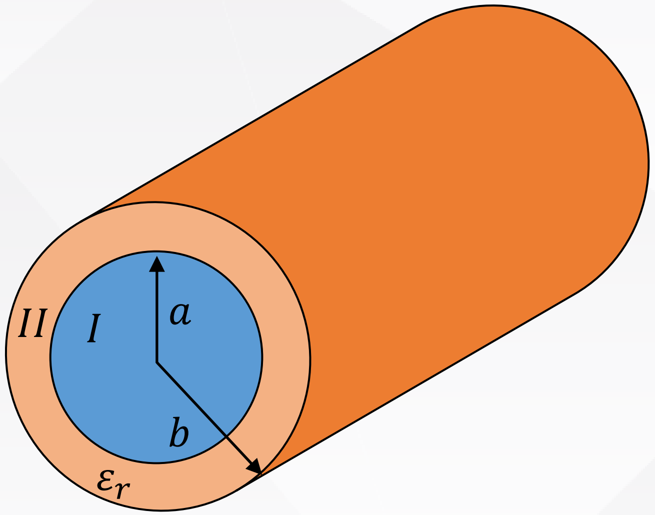
❖ 横向传播常数本征方程

- $$\frac{1}{T_{II}}\frac{\varepsilon_r}{a}\frac{F_0'(T_{II}a)}{F_0(T_{II}a)}=\frac{1}{2}$$

$$F_n(T_{II}\rho)\equiv J_n(T_{II}\rho)-\frac{J_n(T_{II}b)}{N_n(T_{II}b)}N_n(T_{II}\rho)$$

❖ 解得色散曲线如下





张克潜，李德杰，《微波与光电子学中的电磁理论》，电子工业出版社

均匀介质加载结构

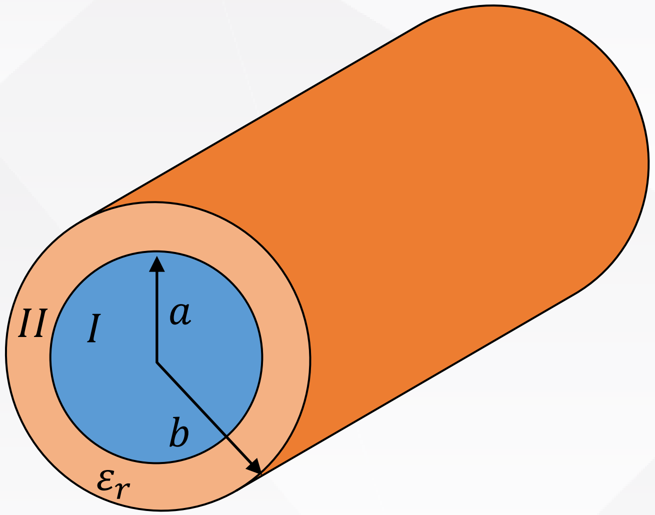
- 圆柱型均匀介质加载加速结构中的TM_{01}模
  - 场分布

The field components in the vacuum regime are ($E_{\phi 1}=0,\ H_{\rho 1}=0,\ H_{z1}=0$),

$$\begin{cases} E_{\rho 1} = -j\beta T_1 A J_0'(T_1\rho)e^{-j\beta z} \\ E_{z1} = T_1^2 A J_0(T_1\rho)e^{-j\beta z} \\ H_{\phi 1} = -j\omega\epsilon_0 T_1 A J_0'(T_1\rho)e^{-j\beta z} \end{cases}$$

The field components in the dielectric regime are ($E_{\phi 2}=0,\ H_{\rho 2}=0,\ H_{z2}=0$),

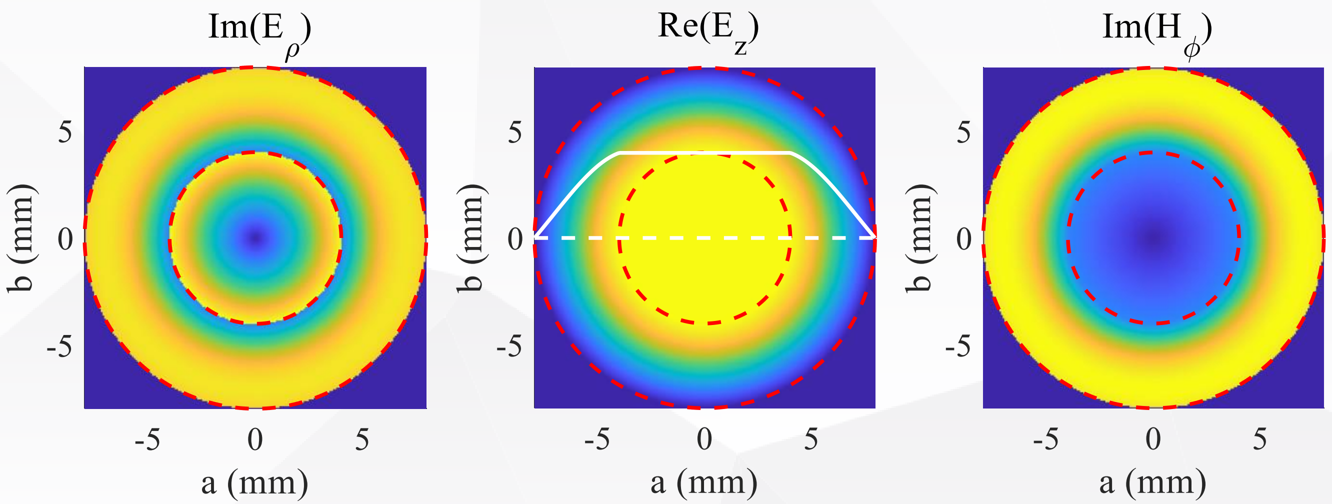
$$\begin{cases} E_{\rho 2} = -j\beta T_2 C F_0'(T_2\rho)e^{-j\beta z} \\ E_{z2} = T_2^2 C F_0(T_2\rho)e^{-j\beta z} \\ H_{\phi 2} = -j\omega\epsilon_0\epsilon_r T_2 C F_0'(T_2\rho)e^{-j\beta z} \end{cases}$$



均匀介质加载结构

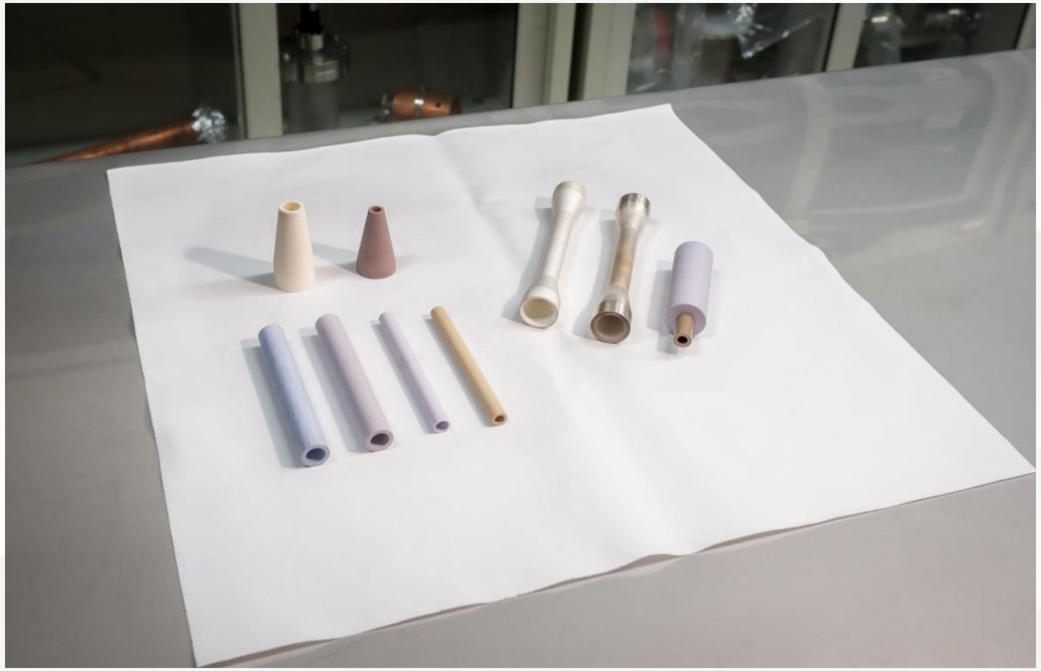
- **圆柱型均匀介质加载加速结构中的TM_{01}模**
  - ❖ 与光速粒子同步时
    - $T_I = 0$

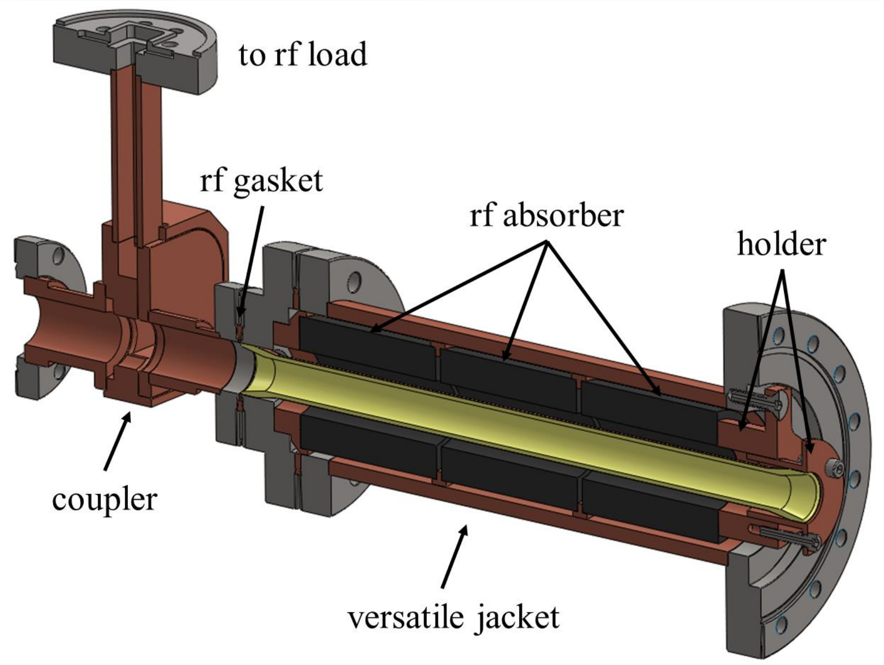
$$
\begin{cases}
E_{\rho 1} = M\dfrac{j\beta\rho}{2}e^{-j\beta z} \\
E_{z1} = Me^{-j\beta z} \\
H_{\phi 1} = M\dfrac{j\omega\epsilon_0\rho}{2}e^{-j\beta z} \\
E_{\rho 2} = -M\dfrac{j\beta}{T_2}\dfrac{F_0'(T_2\rho)}{F_0(T_2a)}e^{-j\beta z} \\
E_{z2} = M\dfrac{F_0(T_2\rho)}{F_0(T_2a)}e^{-j\beta z} \\
H_{\phi 2} = -M\dfrac{j\omega\epsilon_0\epsilon_r}{T_2}\dfrac{F_0'(T_2\rho)}{F_0(T_2a)}e^{-j\beta z}
\end{cases}
$$



均匀介质加载结构

- **圆柱型均匀介质加载加速结构**
  - ❖ 结构简单、成本低廉
  - ❖ 需要进一步解决二次电子倍增、电荷累积、频率调谐、与金属结构配合等物理与工程问题
  - ❖ 目前尚未得到大范围使用





中山大學
SUN YAT-SEN UNIVERSITY

中国科学院高能物理研究所
Institute of High Energy Physics Chinese Academy of Sciences

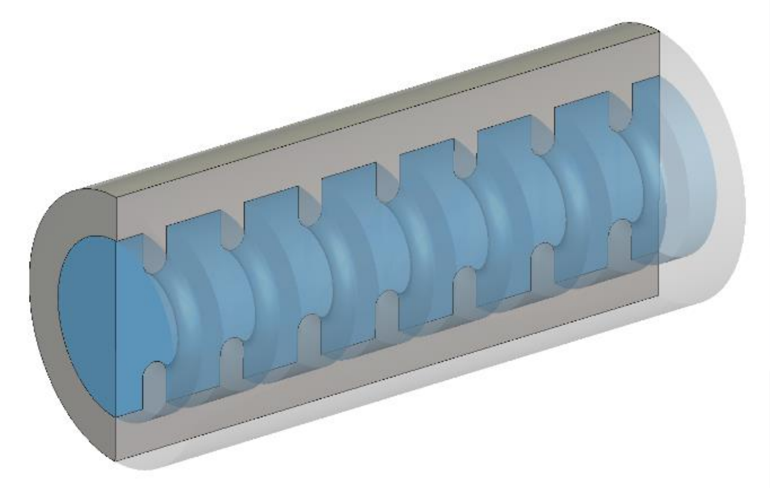
深圳综合粒子设施研究院
Institute of Advanced Science Facilities, Shenzhen

03 盘荷结构

盘荷结构

- **圆柱型盘荷波导加速结构中的TM_{01}模**
  - 周期条件
    - $E(x, y, z + D, t) = E(x, y, z, t)e^{-j\beta D}$

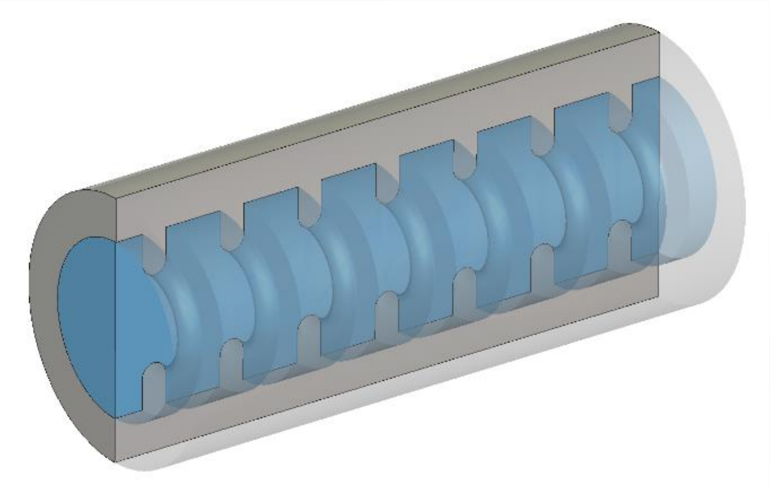
结构周期

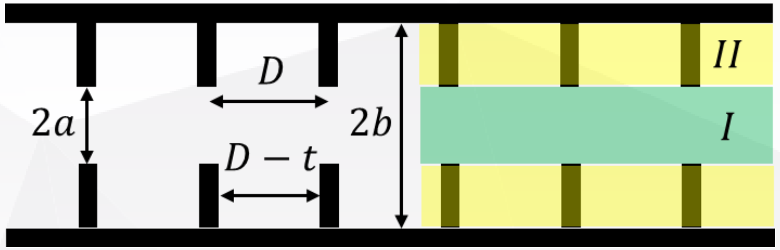


张克潜，李德杰，《微波与光电子学中的电磁理论》，电子工业出版社

盘荷结构

- **圆柱型盘荷波导加速结构中的TM_{01}模**
  - 单一纵向分量无法满足周期性边界条件
    - $\beta_n = \beta_0 + \frac{2\pi n}{D}$
  - 标量波函数
    - I区：$U_I(\rho,\phi,z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_n I_0(\tau_n \rho) e^{-j\beta_n z}$
    - II区：$U_{II}(\rho,\phi,z) = \{\sum_{n=-\infty}^{+\infty} [B_n J_0(T_n\rho) + C_n N_0(T_n\rho)]\} e^{-j\beta_n z}$
  - 在边界处切向分量连续
    - $E_{z,I}(\rho = a) = E_{z,II}(\rho = a)$
    - $H_{\phi,I}(\rho = a) = H_{\phi,II}(\rho = a)$
  - 边界条件
    - $E_{z,II}(\rho = b) = 0$
  - 纵向与横向传播常数的关系
    - $\beta_n^2 - \tau_n^2 = k^2 = \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0$
    - $\beta_n^2 + T_n^2 = k^2 = \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0$

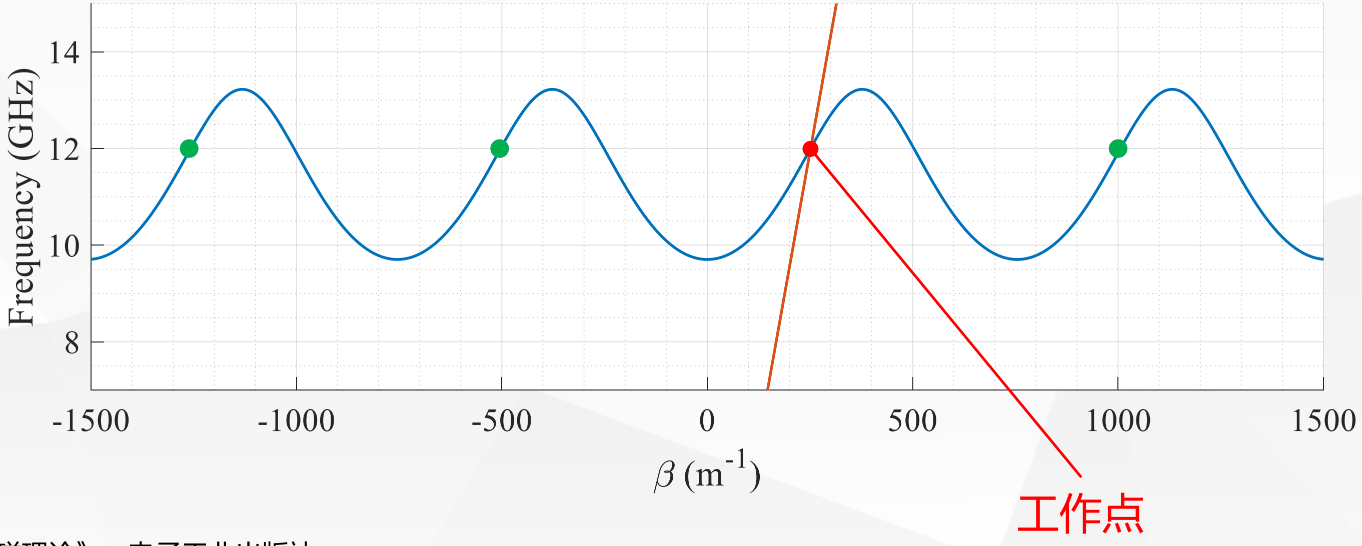




张克潜，李德杰，《微波与光电子学中的电磁理论》，电子工业出版社

盘荷结构

- **圆柱型盘荷波导加速结构中的TM_{01}模**
  - 横向传播常数本征方程（简化盘片倒角）
    - $\frac{D-t}{D}\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\frac{I_1(\tau_n b)}{\tau_n b I_0(\tau_n b)}\left[sinc\frac{\beta_n(D-t)}{2}\right]^2=\frac{1}{kb}\frac{N_0(ka)J_1(kb)-J_0(ka)N_1(kb)}{N_0(ka)J_0(kb)-J_0(ka)N_0(kb)}$
  - 解得色散曲线如下
    - 色散曲线随β呈周期性变化
    - 在工作频率下存在无穷多个高次空间谐波
    - 高次空间谐波的群速度与基波相同（共同传播），但相速度不同（对加速无贡献）

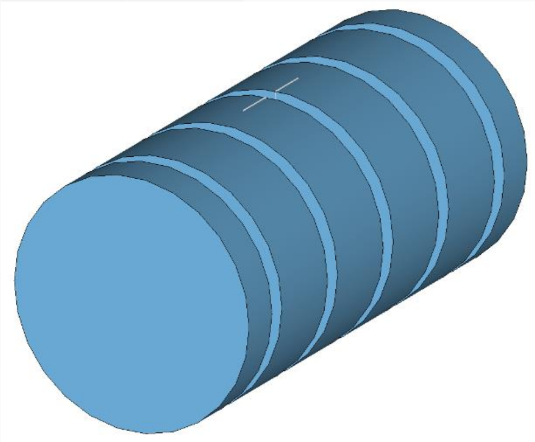


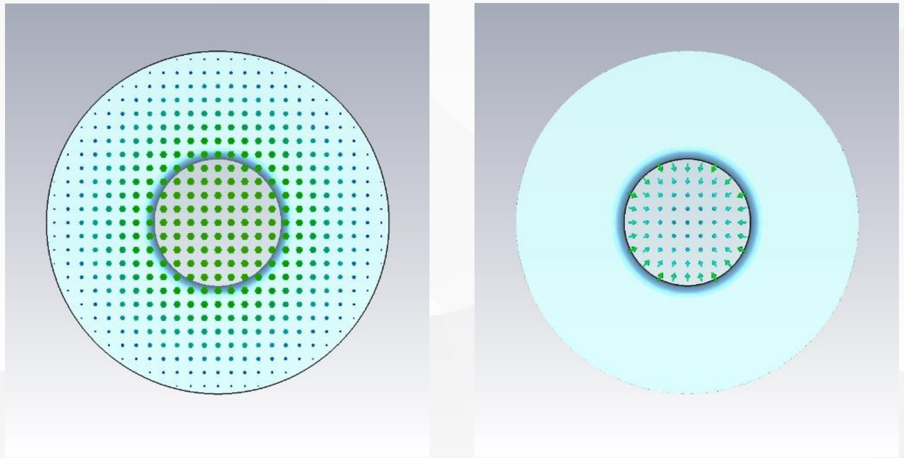
$$\beta_n=\beta_0+\frac{2\pi n}{D}$$

张克潜，李德杰，《微波与光电子学中的电磁理论》，电子工业出版社

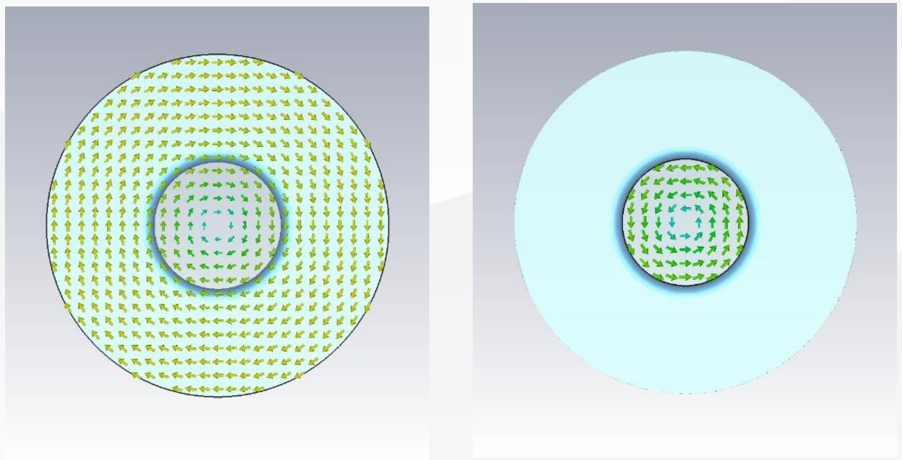
盘荷结构

- TM_{01}**模场分布**
  - ❖ 一般需要用模拟软件数值求解





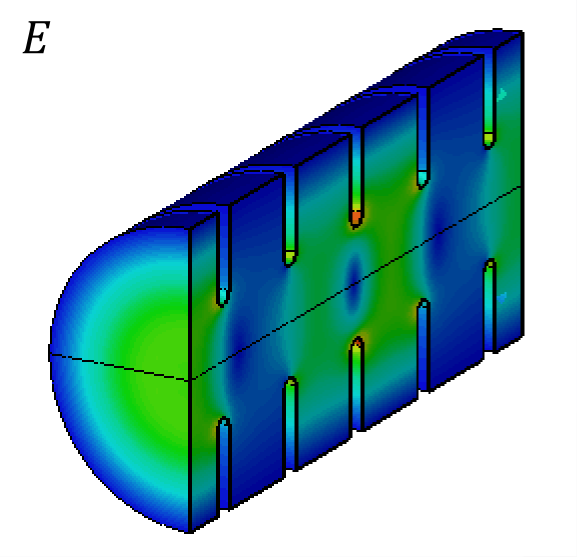
电场

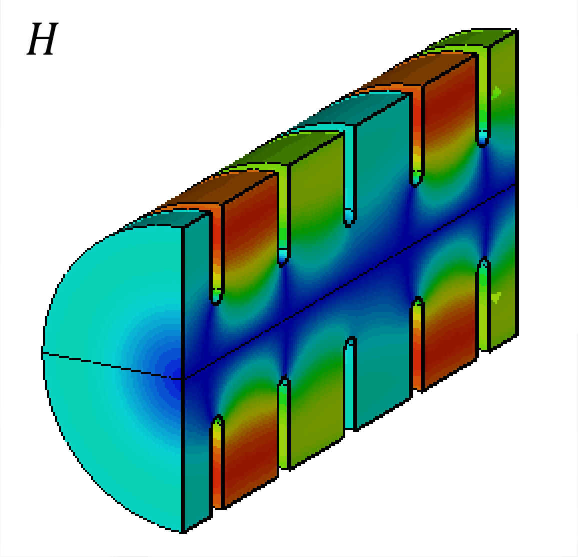


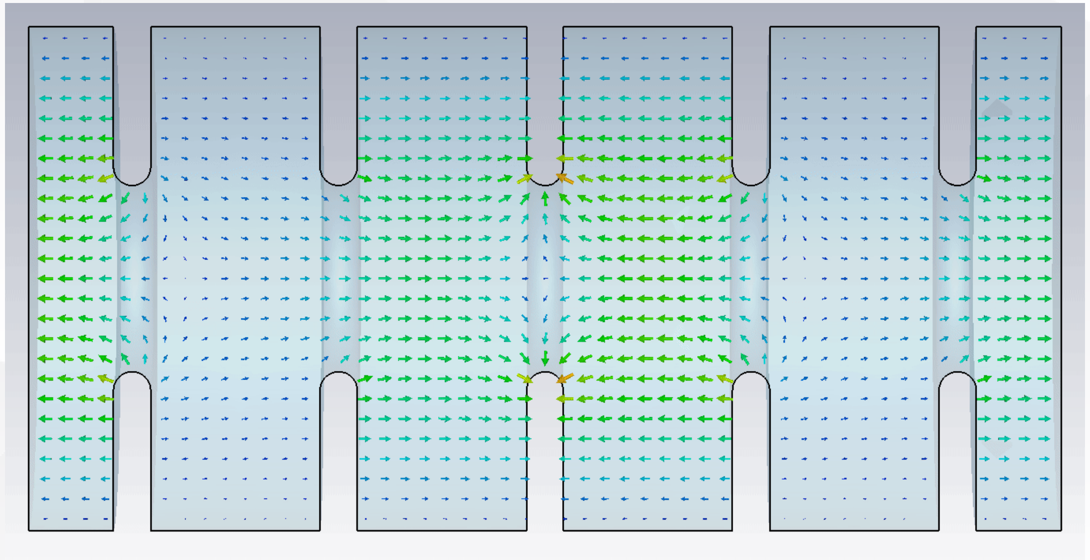
磁场

盘荷结构

- TM_{01}模场分布
  - 纵向场具有周期性

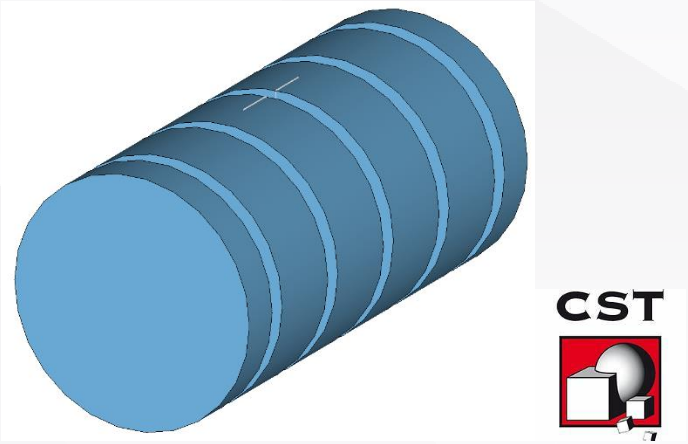


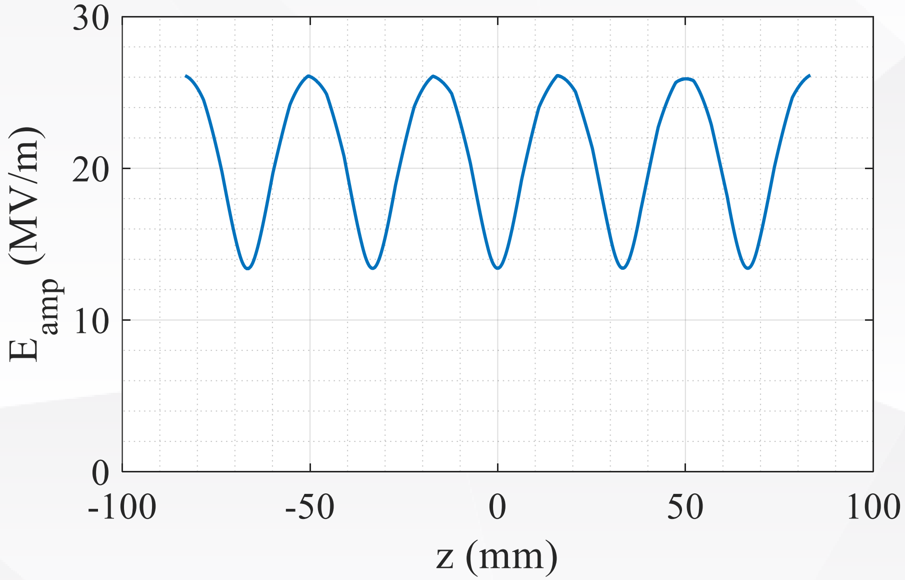


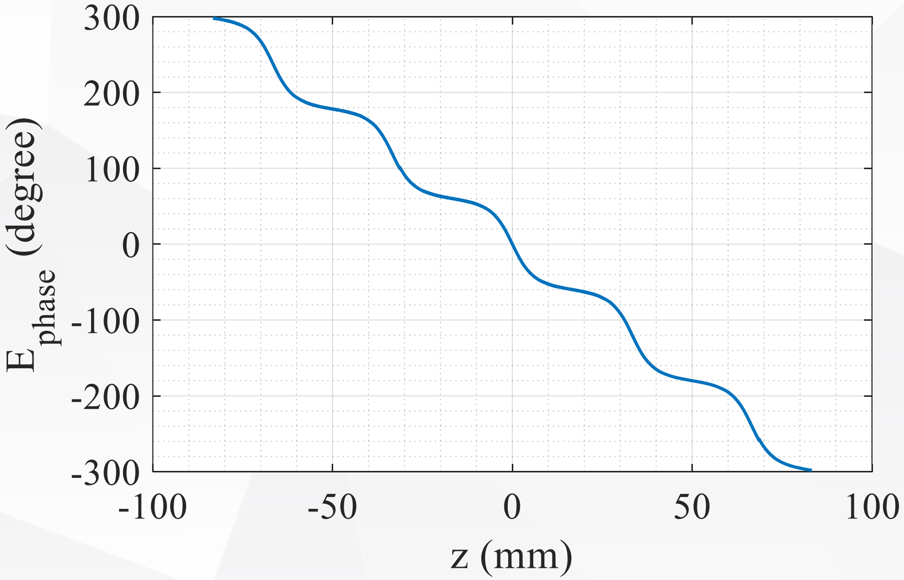


盘荷结构

- **TM_{01}模场分布**
  - 轴线场分布
    - 呈周期变化
    - $E_z(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} E_n e^{-j\beta_n z}$
    - $\beta_n = \beta_0 + 2\pi n/D$







盘荷结构

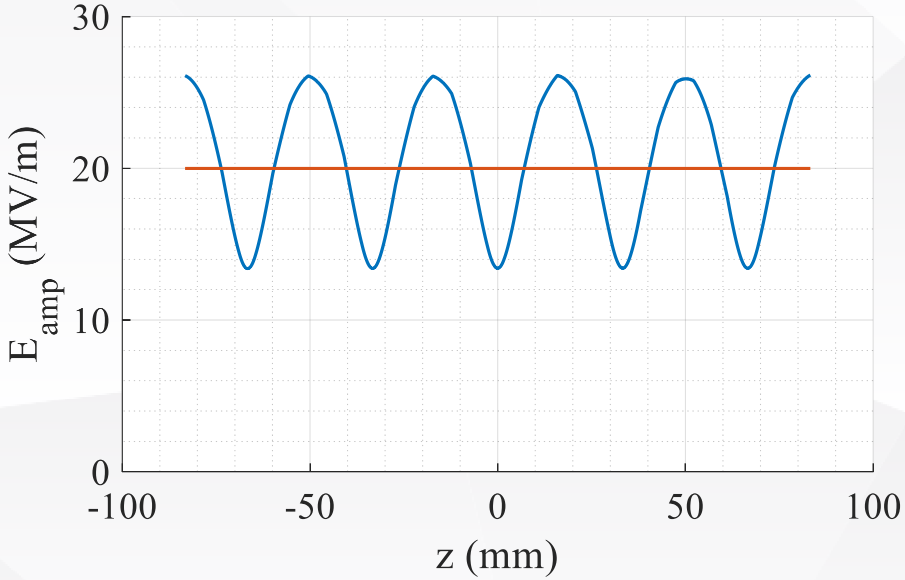
➢ TM_{01}模场分布

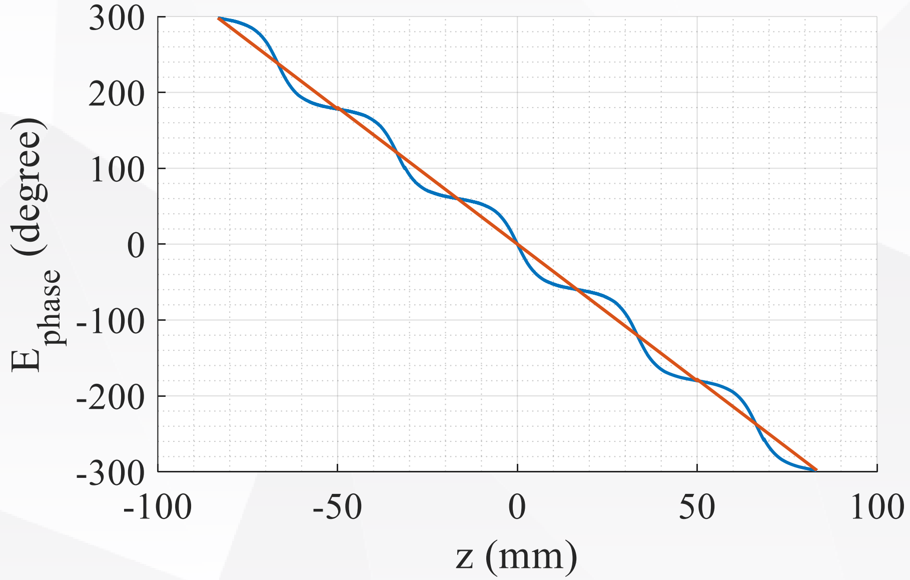
❖ 轴线场分布

- 主要含基波与-1次空间谐波

	E_{-2}	E_{-1}	E_0	E_1	E_2
ratio	-0.015	-0.332	1.000	0.018	0.001

仅考虑基波



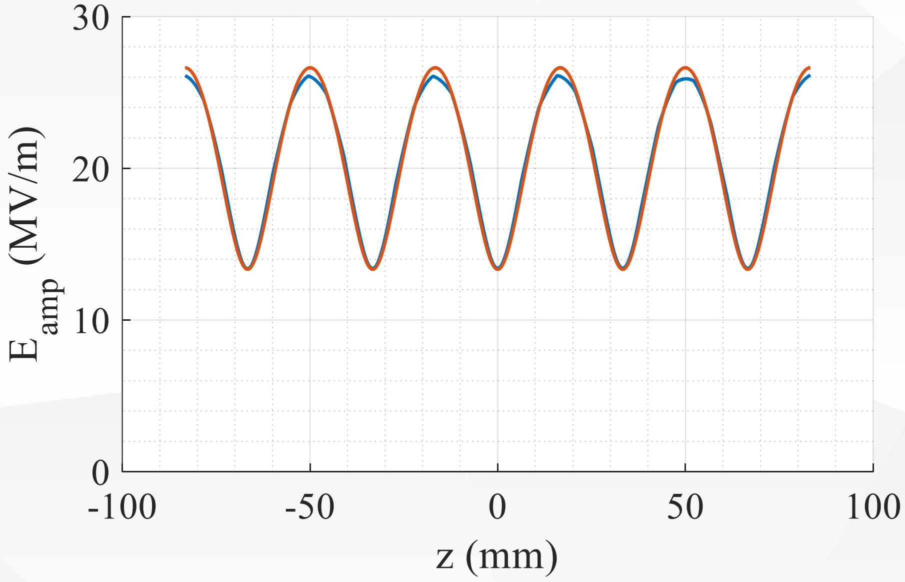


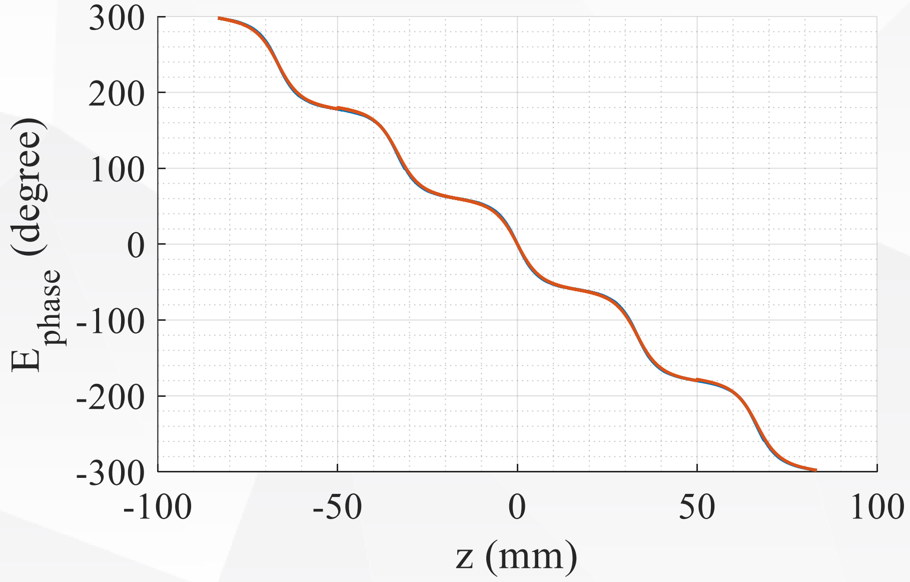
盘荷结构

- **TM_{01}模场分布**
  - 轴线场分布
    - 主要含基波与-1次空间谐波

	E_{-2}	E_{-1}	E_0	E_1	E_2
ratio	-0.015	-0.332	1.000	0.018	0.001

考虑基波与-1次空间谐波



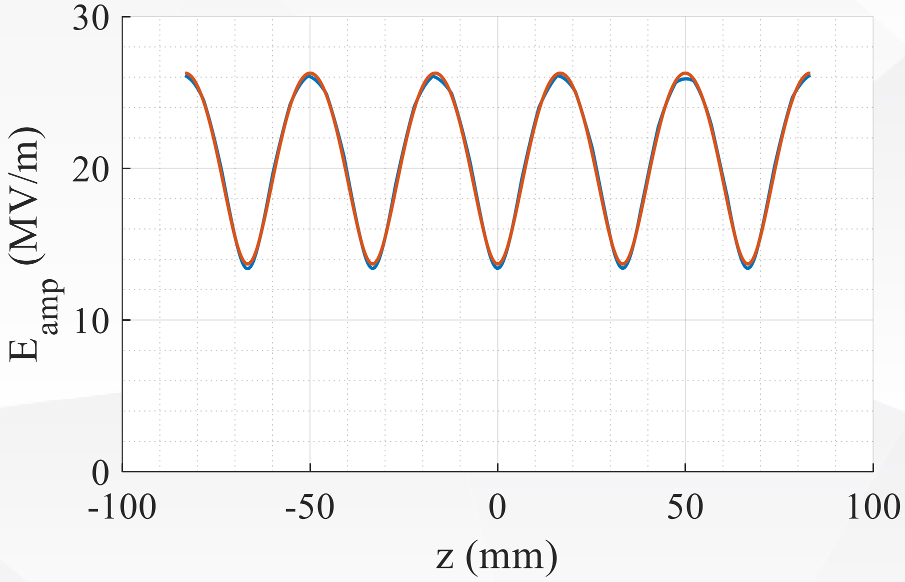


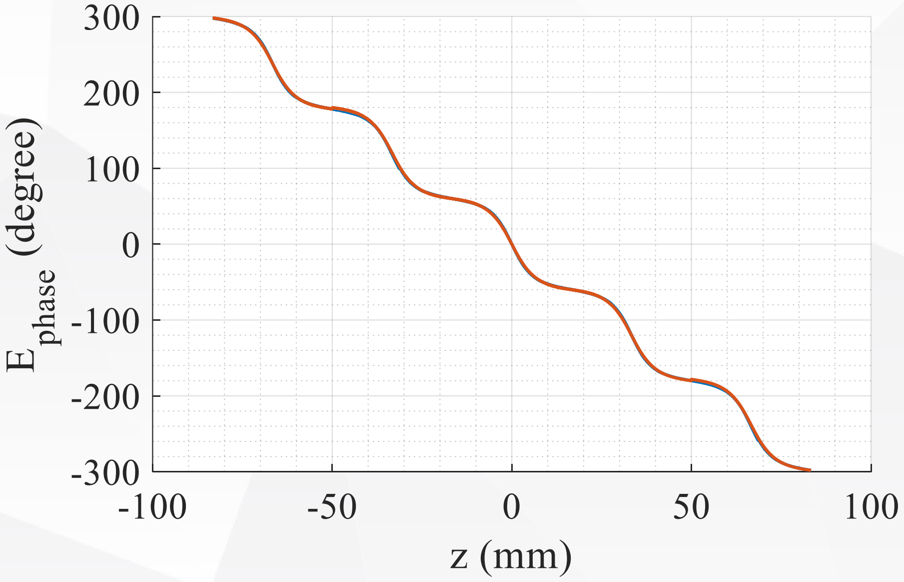
盘荷结构

- TM_{01}**模场分布**
  - 轴线场分布
    - 主要含基波与-1次空间谐波

	E_{-2}	E_{-1}	E_0	E_1	E_2
ratio	-0.015	-0.332	1.000	0.018	0.001

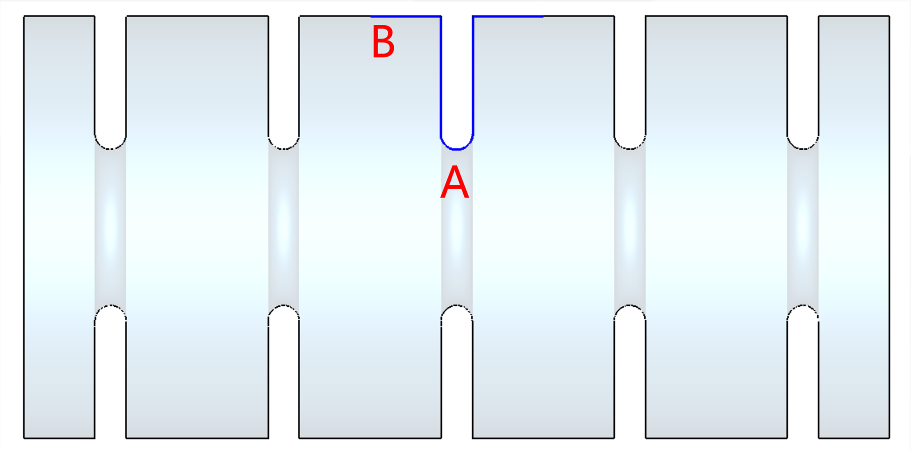
考虑基波与±1次空间谐波

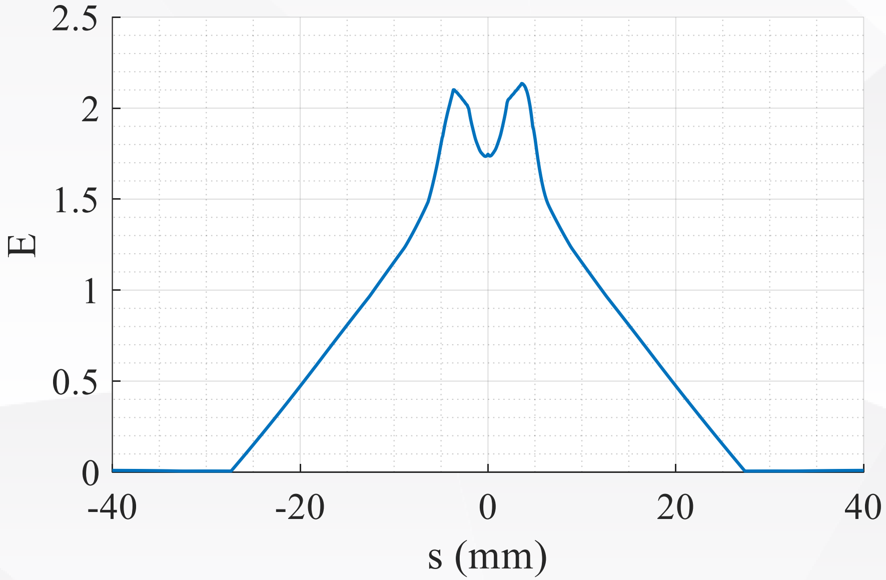


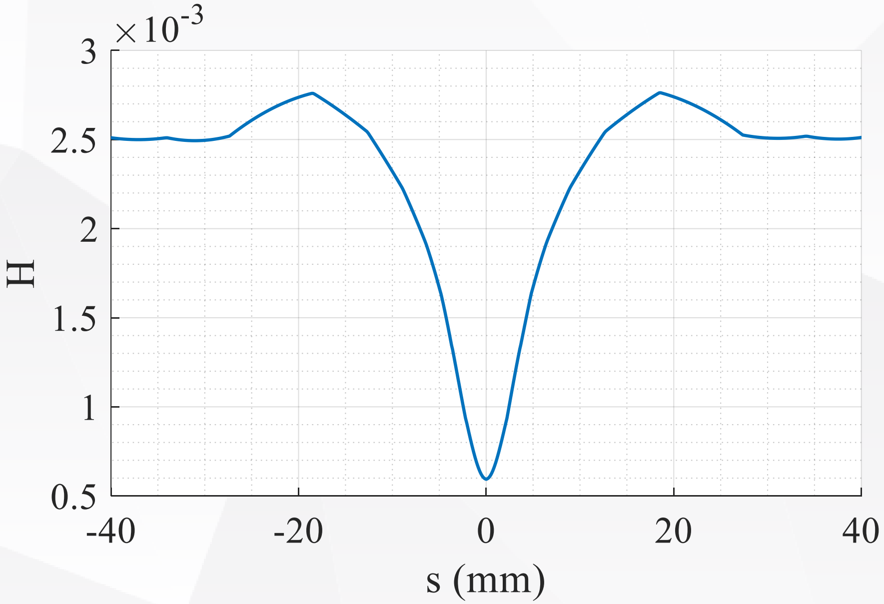


盘荷结构

- TM_{01}**模场分布**
  - 表面电场分布
    - 最高表面电场位于盘片处（A）
    - 最高表面磁场位于最大半径处（B）







盘荷结构

➢ **圆柱型盘荷波导加速结构**
  ❖ 工程实现较为简单，用于几乎所有微波直线加速器