

# 原子核中的团簇结构及 $\Lambda$ 超子的杂质效应

薛怀通

导师：周先荣

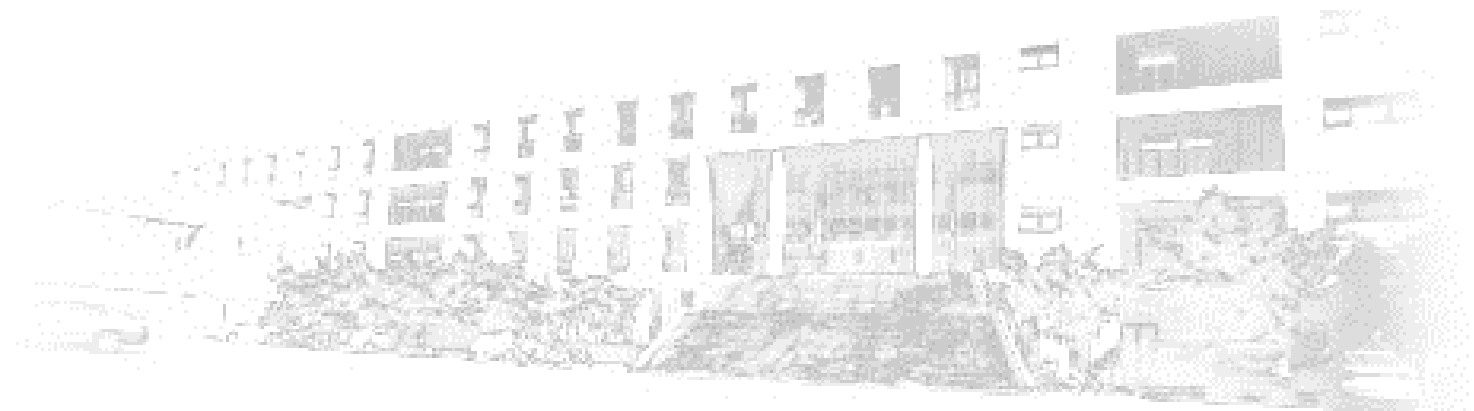
华东师范大学

# 目录

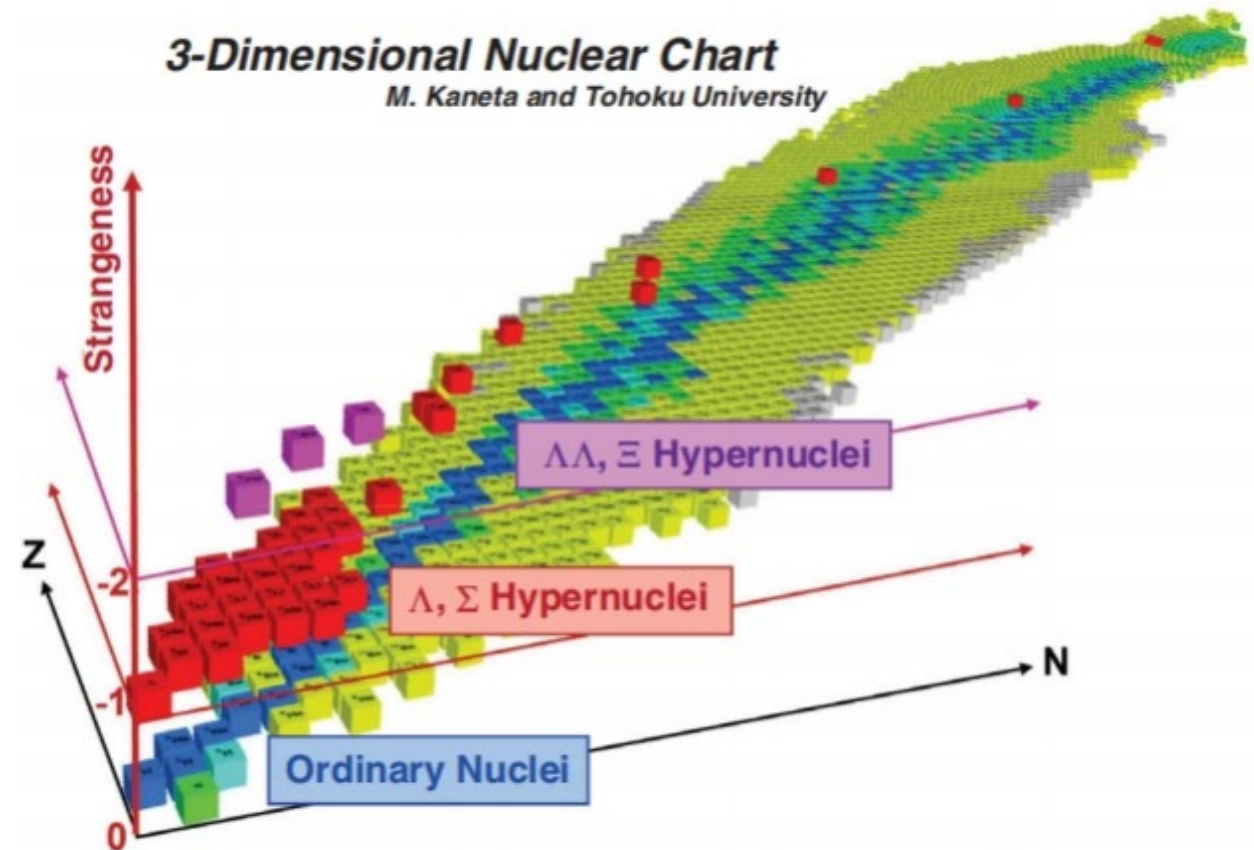
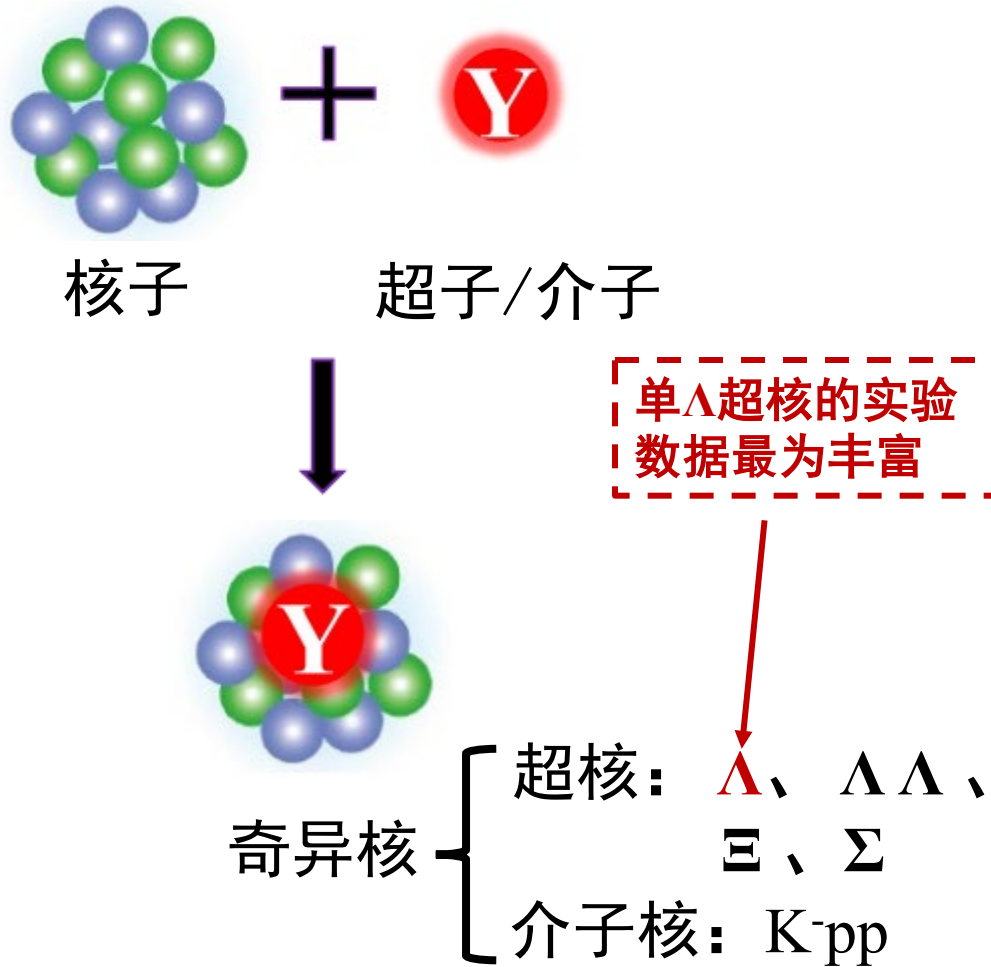


華東師範大學  
EAST CHINA NORMAL UNIVERSITY

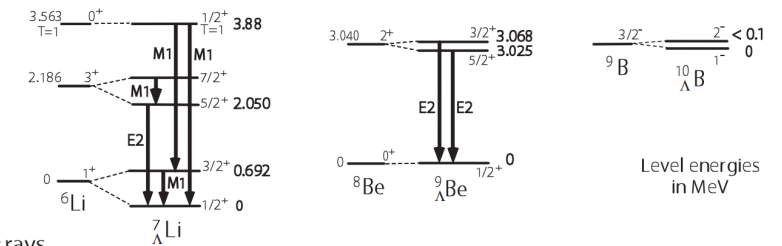
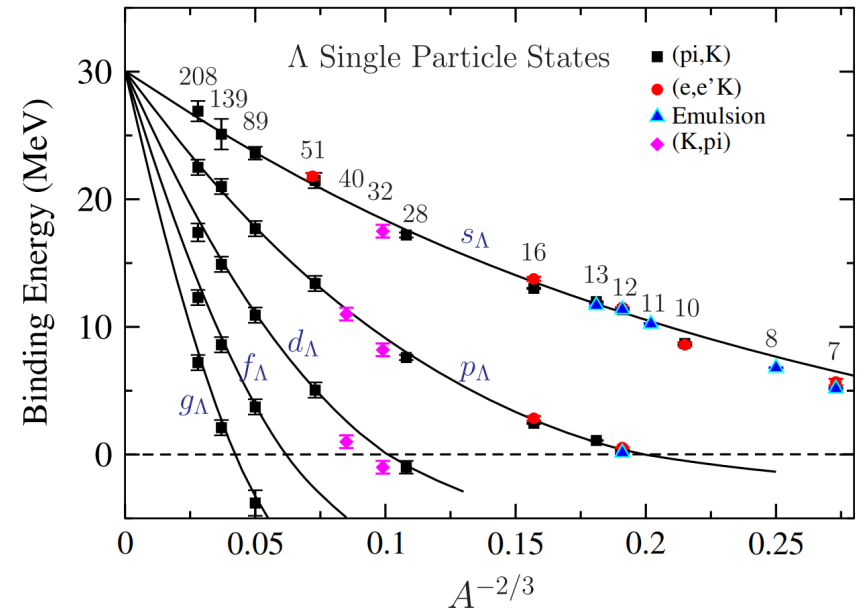
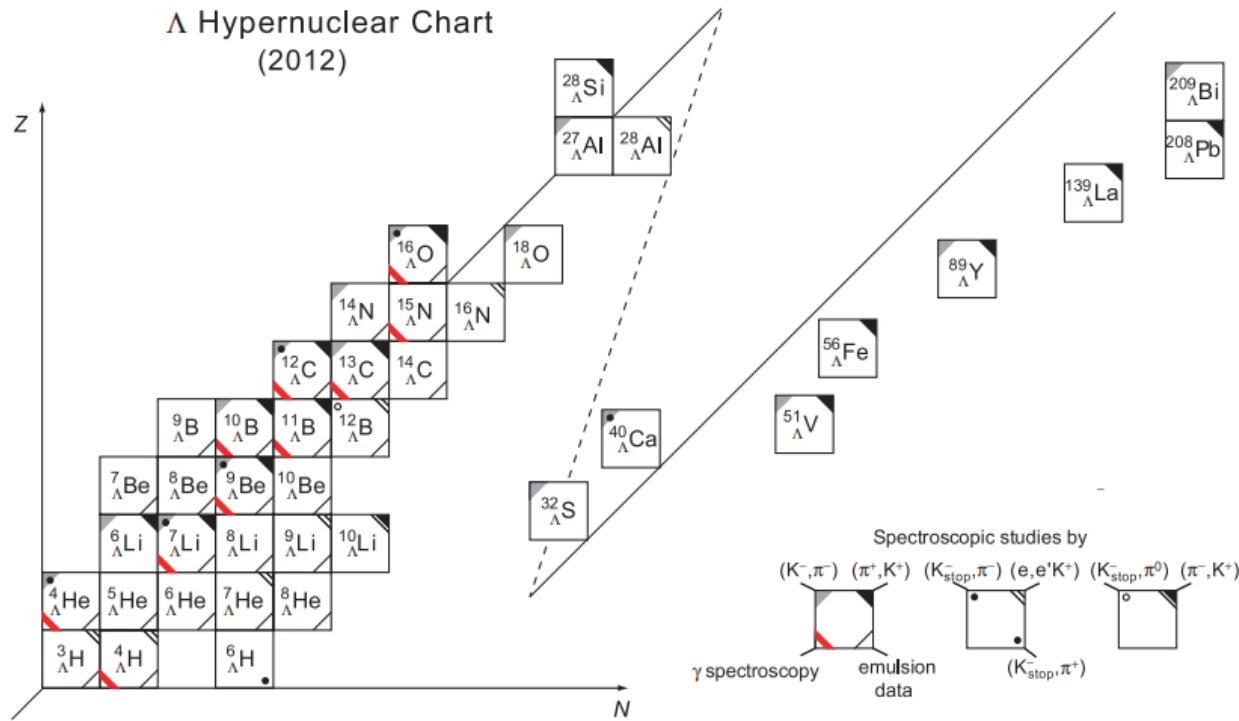
- 引言
- 理论框架
- 结果与讨论
- 总结与展望



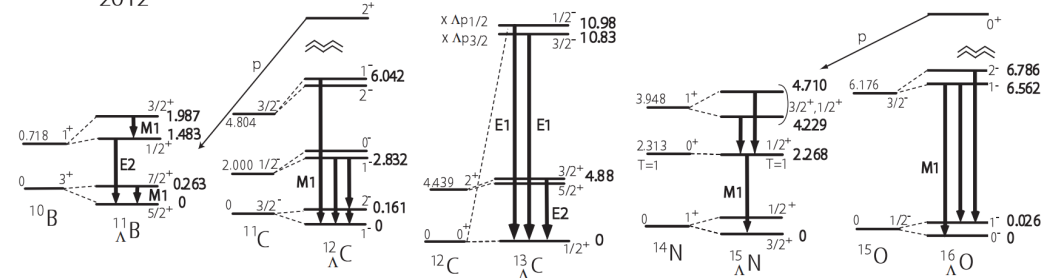
# $\Lambda$ 超核



# 单 $\Lambda$ 超核-实验进展

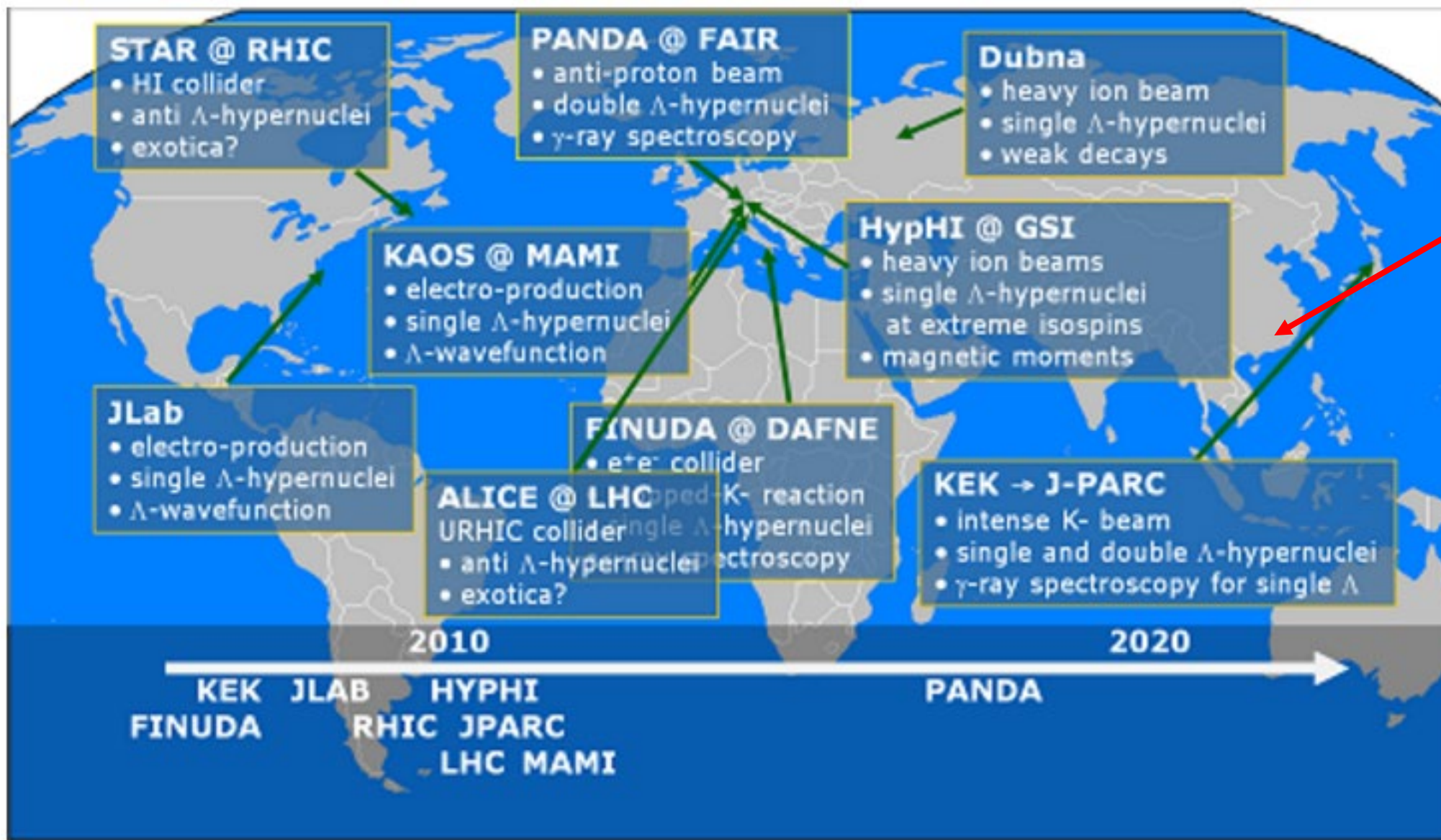


Hypernuclear  $\gamma$  rays 2012



单 $\Lambda$ 超核实验数据不仅包括基态分离能还包括低激发能谱

# 国际奇异核大实验装置



“十二五”国家重大科技基础设施建设项目

HIAF (强流重离子加速器, 2018年启动建设)

- 认识原子核内有效相互作用
- 研究高能量密度物质性质。
- 有望在未来产生极端同位旋、奇特超核

位置: 广东, 惠州

## □ 协变密度泛函(CDFT)

H, Shen, PTP 2006; Y Tanimura, PRC 2012;  
B.N.LU, PRC 2014; T.-T. Sun, PRC 2016;  
M, Yao, PRC 2017; J. N. HU, PRC 2018;  
Y. T. Rong, PLB 2020; S. Y. Ding, PRC 2022.....

## □ Brueckner-Hartree-Fock (BHF)

J. Cugnon, PRC 2000; E. Khan, PRC 2015  
H.-J. Schulze, PRC 2013.....

## □ Beyond-mean-field approach

H. Mei, PRC 2015; J.-W. Cui, PRC 2017;  
X. Y. Wu, PRC 2017.....

## □ Ab initio methods

H. Nemura et al, Phys. Rev. Lett. 89, 142504 (2002).  
E. Hiyama, Prog. Part. Nucl. Phys. 2009  
Roland Wirth et al, Phys. Rev. Lett. 113, 192502 (2014).....

## □ Skyrme-Hartree-Fock (SHF)

X-R.Zhou, PRC 2007; H-J. Schulze, PRC 2014;  
Ji-Wei Cui, PRC 2015; W. Y. Li PRC 2018;  
J. Guo, PRC 2021; Y. Zhang, PRC 2021;  
H. T. Xue, PRC 2022; H. T. Xue, PRC 2024.....

## □ Few-body calculation

Hiyama, PRC 2002; Hiyama , PRL 2010.....

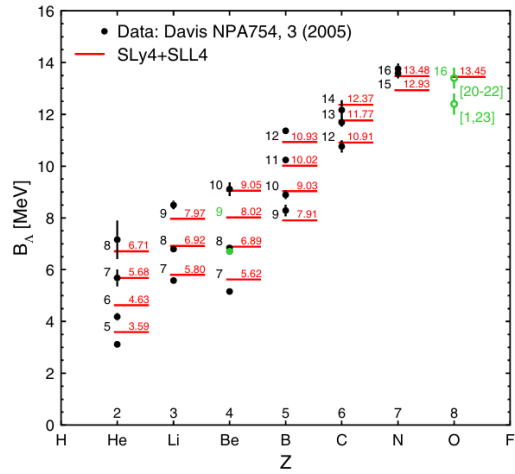
## □ Cluster model

E. Hiyama, PRC 2002;  
E. Hiyama, Prog. Part. Nucl. Phys. 2009;  
Y. Kanada-En'yo, Phys. Rev. Lett.1998;  
T. Suhara, Phys. Rev. Lett. 2014.....

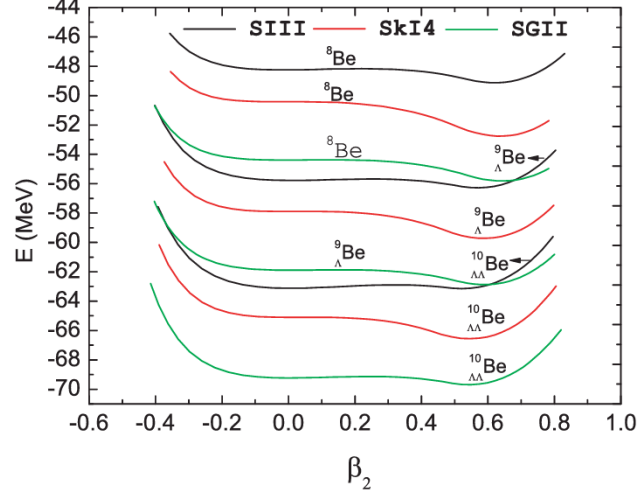
# SHF在超核中的应用



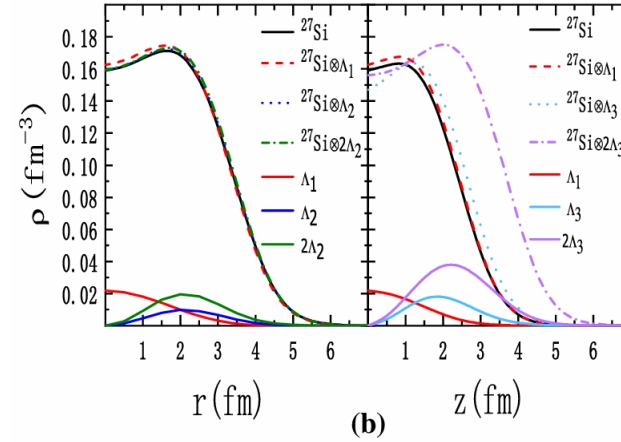
球形、形变的SHF在对 $\Lambda$ 、 $\Xi$ 、 $\Lambda_c$ 超核以及K核的研究中取得了一定成果。



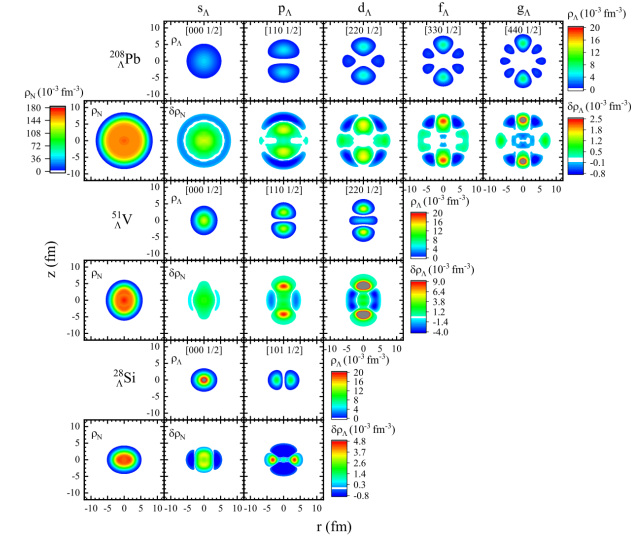
H.-J. Schulze, PRC 2014



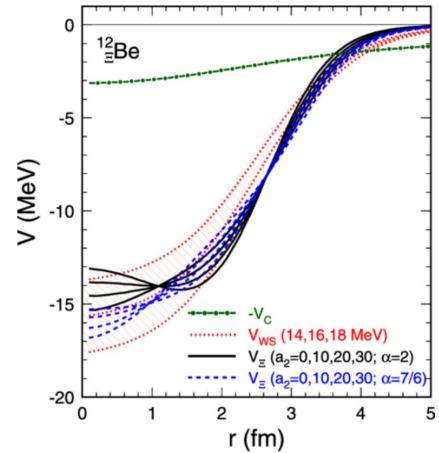
X-R.Zhou, PRC 2007



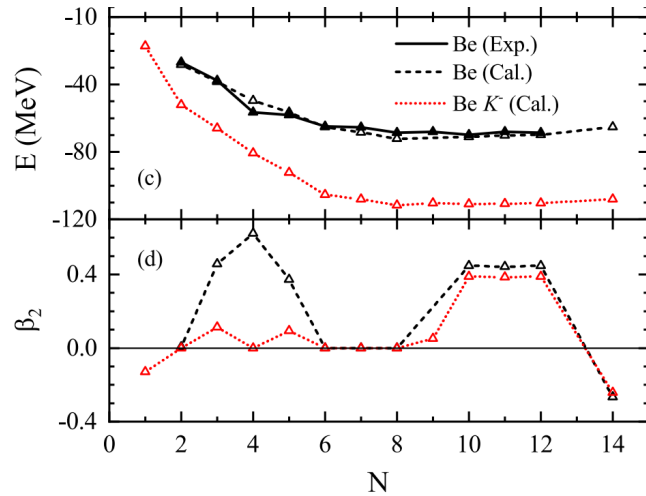
Bi-Cheng Fang, EPJA 2020



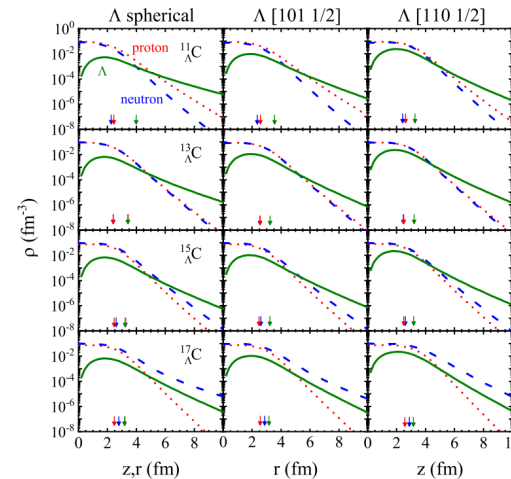
H. T. Xue, PRC 2023



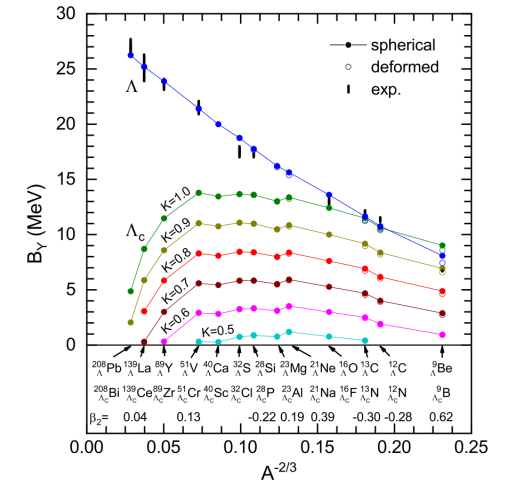
J. Guo, PRC 2021



J. Guo, CPC 2022

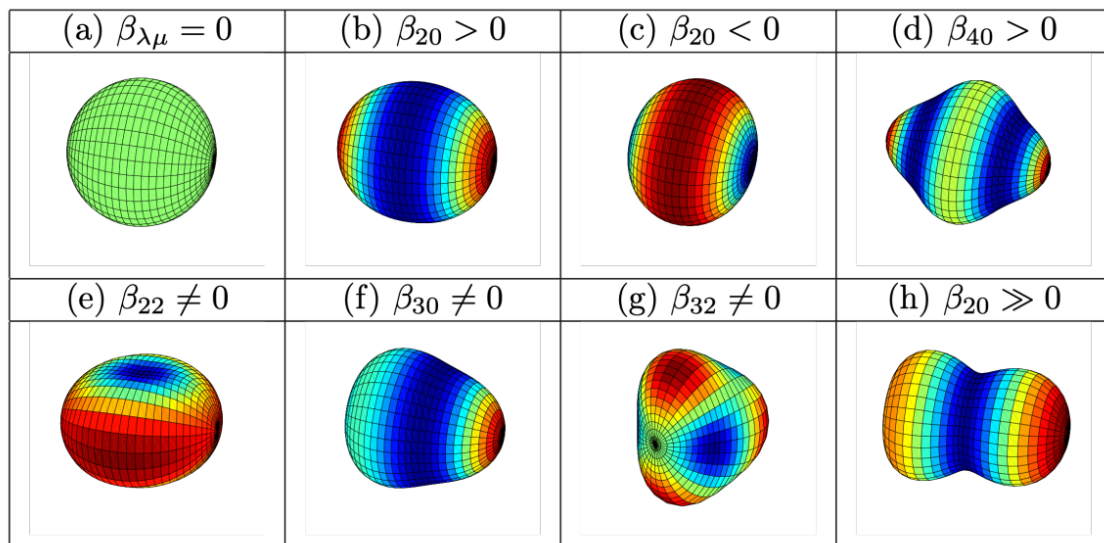


H. T. Xue, PRC 2022

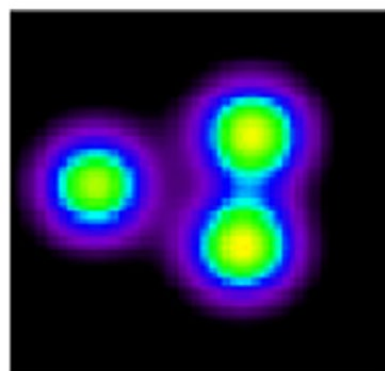
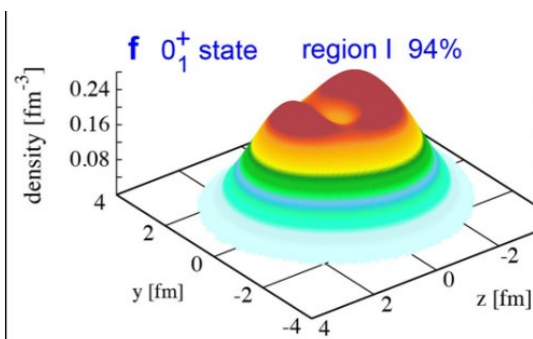


Y. X. Liu, PRC 2023

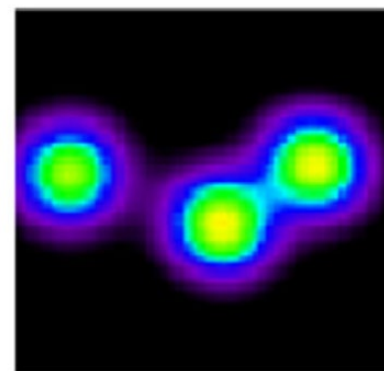
# 引言-原子核中的团簇结构



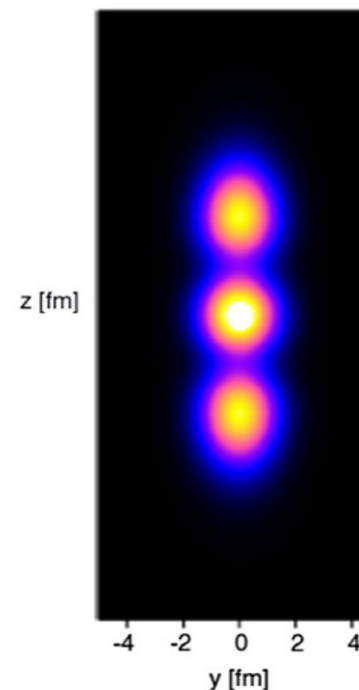
众所周知， $^{12}\text{C}$ 是一种典型的存在多种内在结构并相互竞争的原子核，包括壳结构、三角形 $3\alpha$ 团簇构和线性 $3\alpha$ 结构。因此，长期以来一直受到实验和理论研究的重视。



$0_2^+$



$0_3^+$



T. Suhara, Phys. Rev. Lett. 112 (2014) 062501.

T. Otsuka, Nature Commu. 13, 2234 (2022).

基态多呈现为壳结构

Y. Kanada-En'yo, Phys. Rev. Lett. 81 (1998) 5291; Progr. Theoret. Phys. 117 (2007) 655.

Hoyle 态呈现出三角形的结构。

$0_3^+$  则具有与Hoyle 态类似，但更高的节点结构

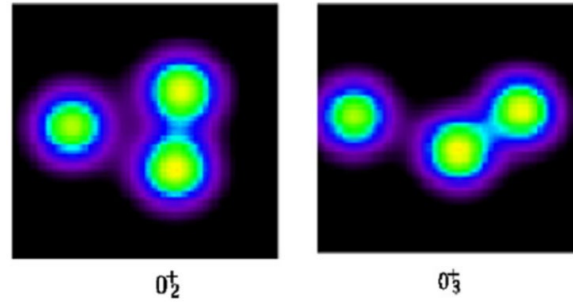
而 $0_4^+$  则具有线性的 $3\alpha$ 结构。



# 引言-原子核中的团簇结构

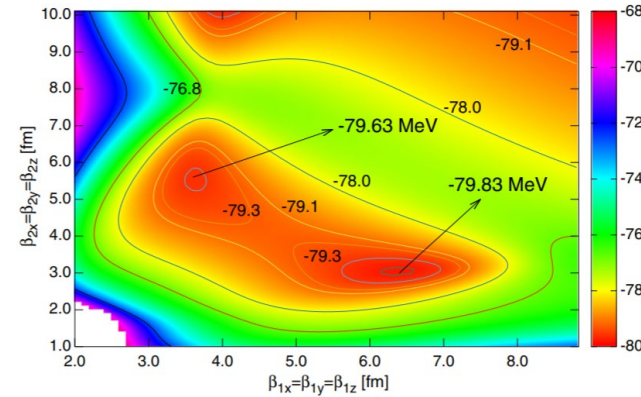


## AMD



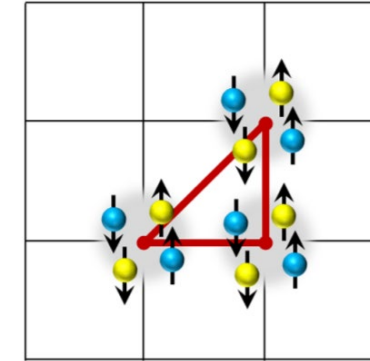
Y. Kanada-En'yo, Phys. Rev. Lett. 81 (1998) 5291; Progr. Theoret. Phys. 117 (2007) 655.

## GCM-THSR



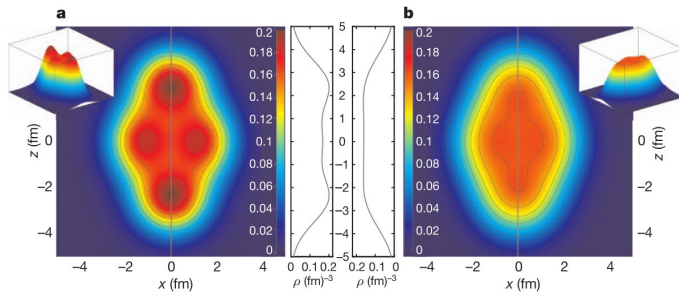
B. Zhou, A. Tohsaki, H. Horiuchi, and Z. Ren, Phys. Rev. C 94, 044319 (2016).

## ab initio lattice calculations



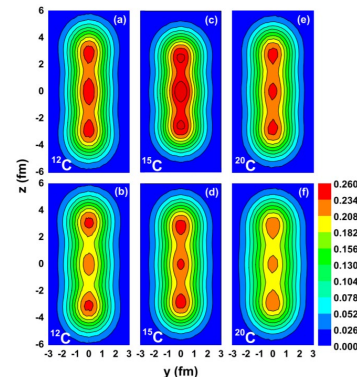
E. Epelbaum, H. Krebs, T. A. Lähde, D. Lee, and U.-G. Meißner, Phys. Rev. Lett. 109, 252501 (2012).

## covariant DFT

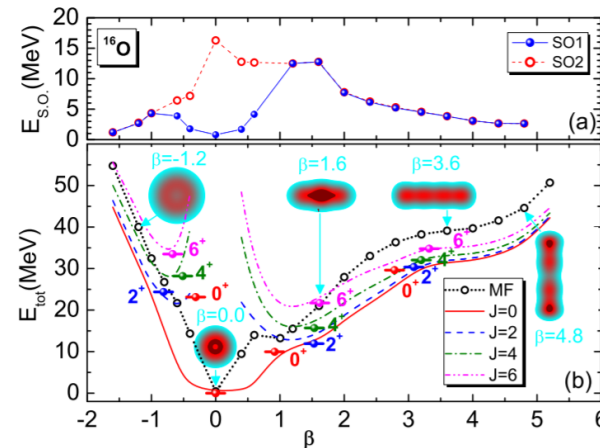


J.-P. Ebran, E. Khan, T. Nikšić, D. Vretenar, nature, 487, 341(2012)

## covariant DFT+AMP+GCM

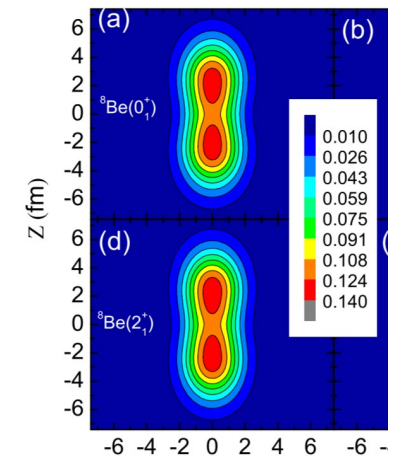


P. W. Zhao, N. Itagaki, and J. Meng, Phys. Rev. Lett. 115, 022501 (2015).



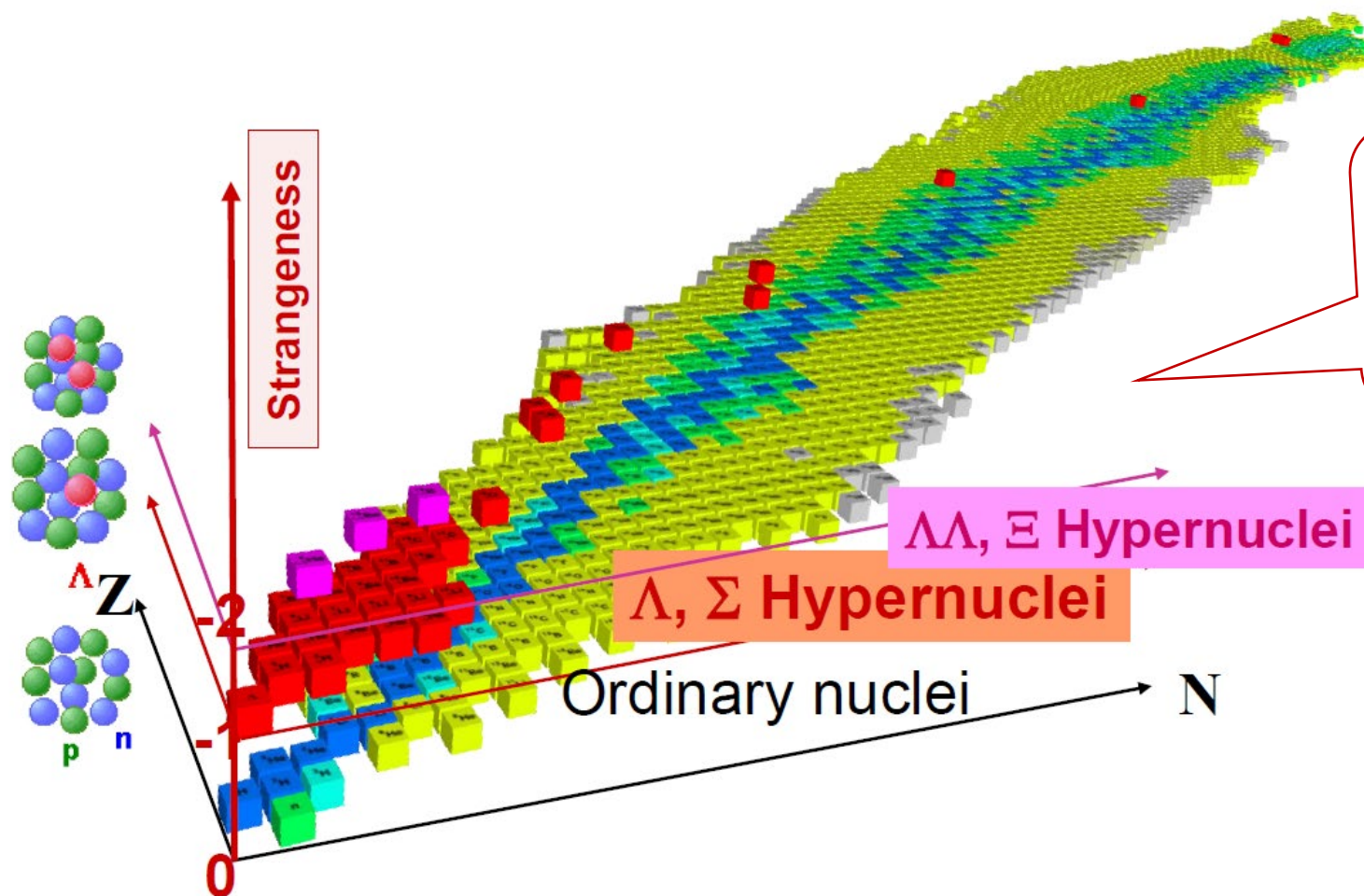
J. M. Yao, N. Itagaki, and J. Meng, Phys. Rev. C 90, 054307 (2014).

## SHF+AMP+GCM



J.-W. Cui, X.-R. Zhou, and H.-J. Schulze, Phys. Rev. C 91, 054306 (2015).

# 引言-超核



超子会如何影响团簇结构?  
超核激发态与原子核激发态的关系是怎样的?

$\Lambda\Lambda, \Xi$  Hypernuclei

$\Lambda, \Sigma$  Hypernuclei

Ordinary nuclei

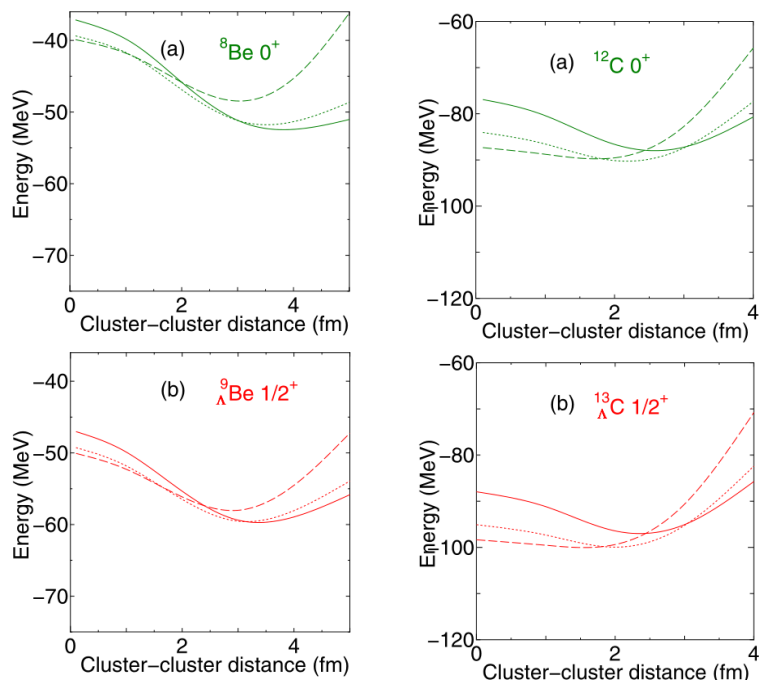
N

图片取自

<http://lambda.phys.tohoku.ac.jp/strangeness/index-j.html>

## □ AQCM

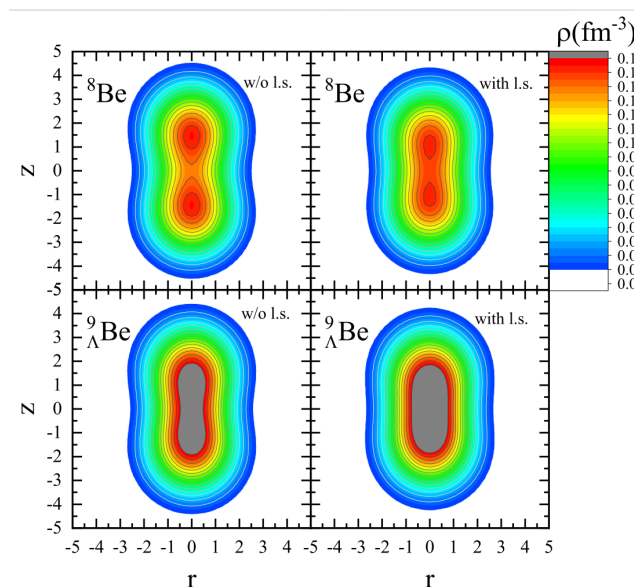
团簇中核子自旋轨道耦合会驱使团簇破坏； $1s$ 态超子会加剧这一现象。



N. Itagaki and E. Hiyama, Phys. Rev. C 107, 024309 (2023).

## □ SHF

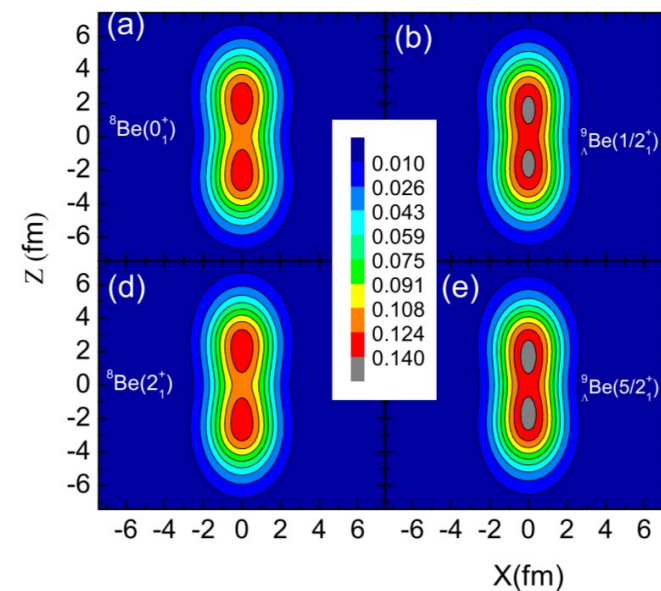
平均场给出的结果与AQCM一致



Plot by H.T. Xue

## □ SHF+AMP+GCM

但对于  ${}^8\text{Be}$ 、 ${}^9_{\Lambda}\text{Be}$ ，团簇结构未消失，与AQCM结果一致



Wen-Ying Li, Ji-Wei Cui, and Xian-Rong Zhou, Phys. Rev. C 97, 034302 (2018)

AQCM的研究结果表明核子的自旋轨道耦合会破坏团簇结构， $1s$ 态超子更会加剧这一现象。

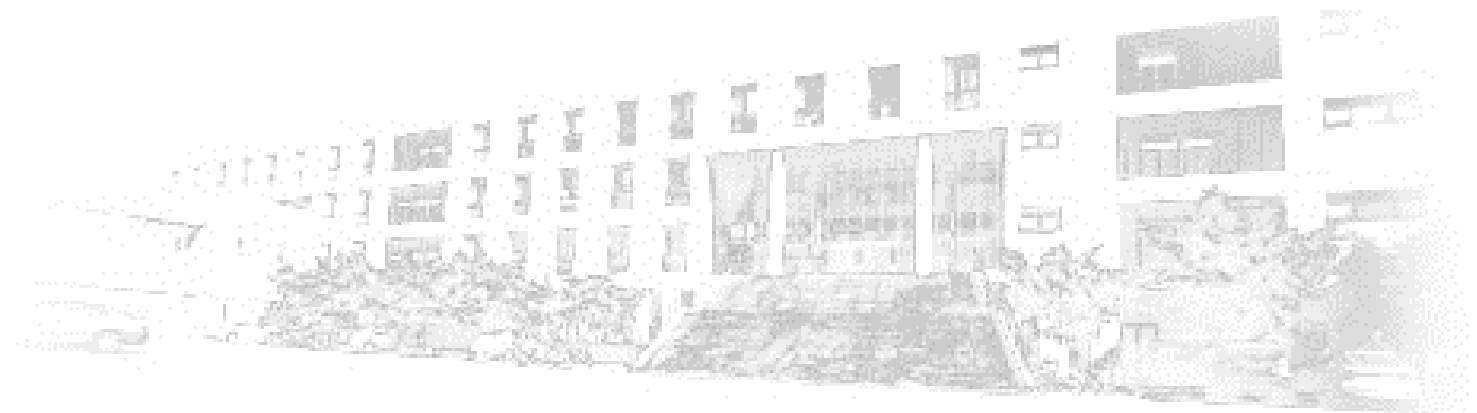
但是对于 ${}^8\text{Be}$ 和 ${}^9_{\Lambda}\text{Be}$ ，该效应不明显。那么在 ${}^{12}\text{C}$ 和 ${}^{13}_{\Lambda}\text{C}$ 中会怎样？

# 目录



華東師範大學  
EAST CHINA NORMAL UNIVERSITY

- 引言
- 理论框架
- 结果与讨论
- 总结与展望





□ SHF超核平均场: SHF 模型 +  $\Lambda$  N 相互作用(Skyrme型)

□ 超核的总能量:

$$E = \int d^3r \varepsilon(\mathbf{r}),$$

□ 总能量密度包括核子部分、超子部分:

$$\varepsilon = \varepsilon_N [\rho_n, \rho_p, \tau_n, \tau_p, \mathbf{J}_n, \mathbf{J}_p] + \varepsilon_\Lambda [\rho_n, \rho_p, \rho_\Lambda, \tau_\Lambda]$$

□ 密度、动能密度、流密度通过单粒子波函数计算:

$$[\rho_q, \tau_q, \mathbf{J}_q] = \sum_{i=1}^{N_q} n_q^i [|\phi_q^i|^2, |\nabla\phi_q^i|^2, \phi_q^{i*} (\nabla\phi_q^i \times \boldsymbol{\sigma})/i]$$

## Skyrme型 $\Lambda$ N相互作用 (通过唯像地拟合实验数据确定参数)

□  $\Lambda$ 超子的能量密度泛函:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\Lambda} = & \frac{\tau_{\Lambda}}{2m_{\Lambda}} + a_0\rho_{\Lambda}\rho_N + a_3\rho_{\Lambda}\rho_N^{1+\alpha} + a'_3\rho_{\Lambda}(\rho_N^2 + 2\rho_n\rho_p) \\ & + a_1(\rho_{\Lambda}\tau_N + \rho_N\tau_{\Lambda}) - a_2(\rho_{\Lambda}\Delta\rho_N + \rho_N\Delta\rho_{\Lambda})/2 \\ & - a_4(\rho_{\Lambda}\nabla\cdot\mathbf{J}_N + \rho_N\nabla\cdot\mathbf{J}_{\Lambda}), \end{aligned}$$

非线性项,  $a_3$ 项通过G矩阵导出,  $a_3p$ 从 $\Lambda$  NN三体接触导出

□  $\Lambda$ 超子所处平均场:  $V_{N\rightarrow\Lambda} = a_0\rho_N + a_1\tau_N - a_2\Delta\rho_N + a_3\rho_N^{\alpha} - a_4\nabla\cdot\mathbf{J}_N$

□ 核子平均场:  $V_{\Lambda\rightarrow N} = a_0\rho_{\Lambda} + a_1\tau_{\Lambda} - a_2\Delta\rho_{\Lambda} + a_3\alpha\rho_{\Lambda}\rho_N^{\alpha-1} - a_4\nabla\cdot\mathbf{J}_{\Lambda}$ .

□ 核子对力:  $V_q(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = -V_0^{(q)} \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)$

$$V_q(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = -V'_q \left[ 1 - \frac{\rho_N((\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)/2)}{0.16 \text{ fm}^{-3}} \right] \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)$$

□ BCS能隙方程:  $2(\varepsilon_\mu - \lambda) v_\mu - G \left( \sum_v u_\nu v_\mu \right) (u_\mu^2 - v_\mu^2) / u_\mu = 0$

$$\downarrow \quad v_\mu^2 + \mu_\mu^2 = 1 \quad \varepsilon_\mu = -G v_\mu^2$$

$$\mu_\mu^2 = \frac{1}{2} \left[ 1 + \frac{\varepsilon'_\mu - \lambda}{(\varepsilon'_\mu - \lambda)^2 + \Delta} \right], \quad v_\mu^2 = \frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{\varepsilon'_\mu - \lambda}{(\varepsilon'_\mu - \lambda)^2 + \Delta} \right].$$

# 角动量投影+生成坐标法

□ 投影后的超子波函数:

$$|JMK\beta\rangle = \hat{P}_{MK}^J |\Phi^{(N\Lambda)}(\beta)\rangle.$$

$\beta$  为集体坐标，这里是形变参数

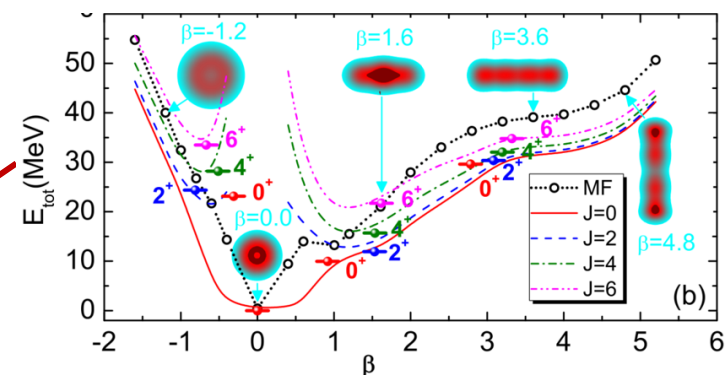
□ 构造波函数空间:

$$|JMK_1\beta_1\rangle, |JMK_2\beta_1\rangle, |JMK_3\beta_1\rangle \dots$$

$$|JMK_1\beta_2\rangle, |JMK_2\beta_2\rangle, |JMK_3\beta_2\rangle \dots$$

$$|JMK_1\beta_3\rangle, |JMK_2\beta_3\rangle, |JMK_3\beta_3\rangle \dots$$

对  $\beta$  求和，考虑形状涨落



□ 在该空间展开波函数:

$$|i, JM\rangle = \sum_{\beta K} f_{\beta K}^{i, JM} |JMK\beta\rangle,$$

J. M. Yao et al., Phys. Rev. C 90, 054307 (2014)

对K求和，意味着将不同K的成分混合起来，轴对称偶偶核一般可取为0。



□ 求解Hill-Wheeler得到本征值：

$$\sum_{\beta K} (H_{\beta K, \beta' K'}^{JM} - E_n^{JM} N_{\beta K, \beta' K'}^{JM}) f_{\beta' K'}^{i, JM} = 0$$

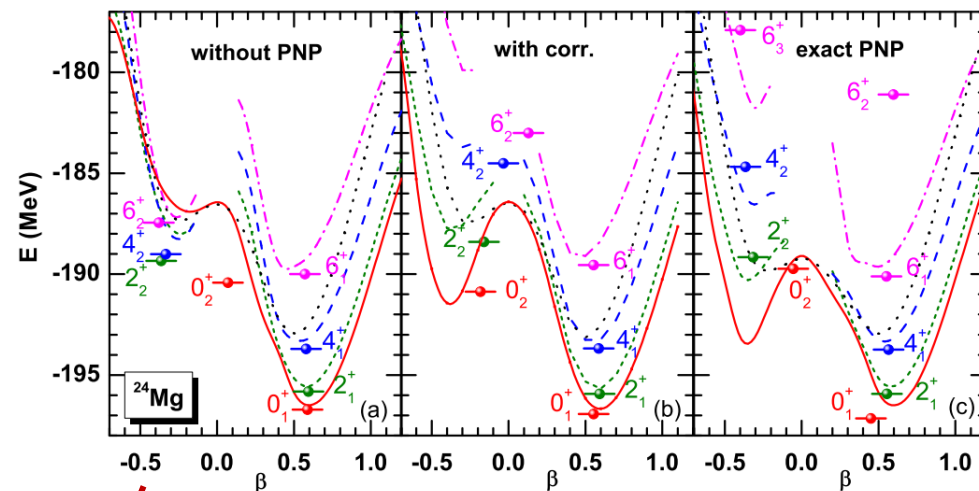
□ 矩阵元：

$$H_{\beta K, \beta' K'}^{JM} = \langle JMK\beta | \hat{H}' | JMK'\beta' \rangle,$$

$$N_{\beta K, \beta' K'}^{JM} = \langle JMK\beta | \hat{N} | JMK'\beta' \rangle.$$

□ 粒子数修正：

$$\hat{H}' = \hat{H} - \lambda_p(\hat{N}_p - Z) - \lambda_n(\hat{N}_n - N)$$



J. M. Yao, arXiv:2204.12126v1

粒子数修正可以达到与粒子数投影接近的效果，且计算速度更快。

□ 投影位能面：
$$E_{JK}(\beta) = \frac{H'_{KK}(\beta, \beta)}{N'_{KK}(\beta, \beta)}.$$

□ 集体态波函数：
$$g_{\alpha}^J(\beta) = \sum_{\beta'} [\mathcal{R}^{\frac{1}{2}}]^l(\beta, \beta') F_{\alpha}^J(\beta'), \quad [\mathcal{R}^{\frac{1}{2}}]^l(\beta, \beta') = \sum_k \sqrt{n_k} w_k(\beta) w_k^*(\beta')$$

□ 平均形变：
$$\bar{\beta}_{\alpha}^J = \sum_{\beta} |g_{\alpha}^J(\beta)|^2 \beta$$

□ 均方根半径：
$$R_{\text{rms}}^{J\alpha} = \sqrt{\sum_{\beta\beta'} F_{\alpha}^J(\beta')^* F_{\alpha}^J(\beta) \langle \Phi^{(N\Lambda)}(\beta') | r^2 \hat{P}_{KK}^J | \Phi^{(N\Lambda)}(\beta) \rangle}$$

□ 电四极跃迁几率：
$$B(E2, J_{\alpha}^{+} \rightarrow J_{\alpha'}^{+}) = \frac{1}{2J_{\alpha} + 1} |\langle J_{\alpha'}^{+} || \hat{Q}_2 || J_{\alpha}^{+} \rangle|^2$$

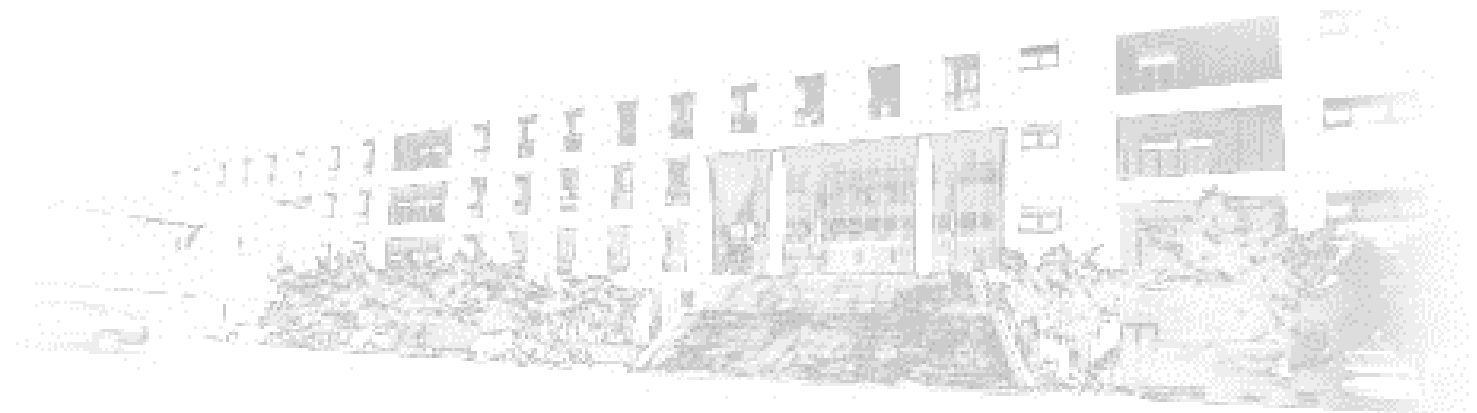
□ 电单极跃迁强度：
$$\rho^2(E0, J_{\alpha'}^{+} \rightarrow J_{\alpha}^{+}) = \left| \frac{\langle J_{\alpha'}^{+} | \hat{T}(E0) | J_{\alpha}^{+} \rangle}{eR_c^2} \right|^2$$

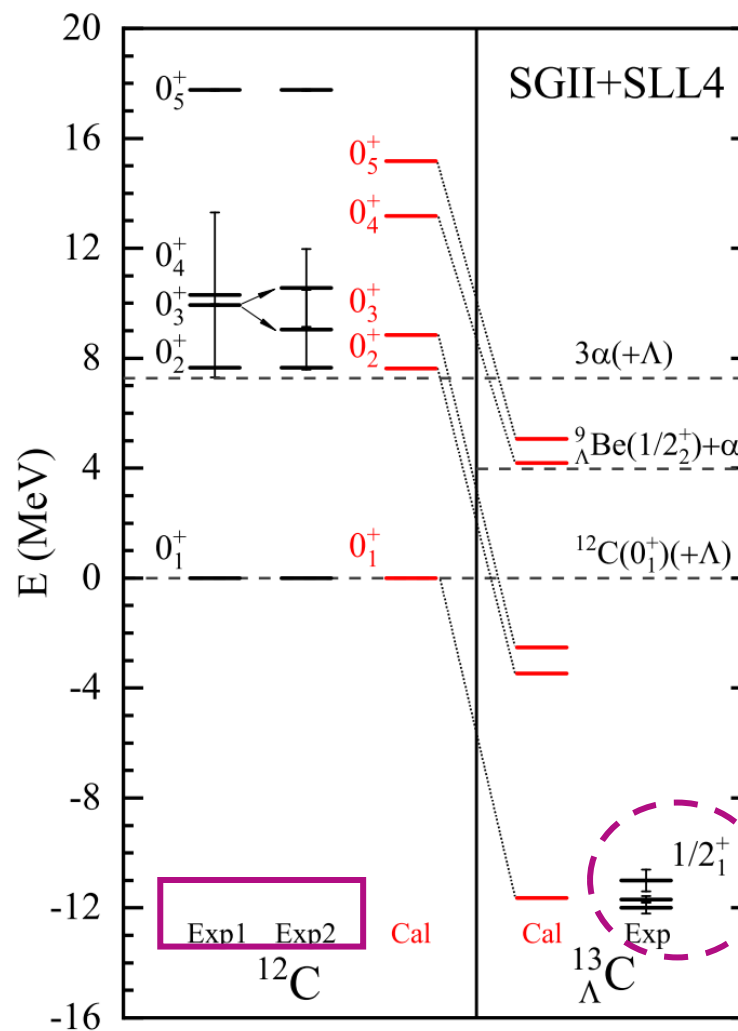
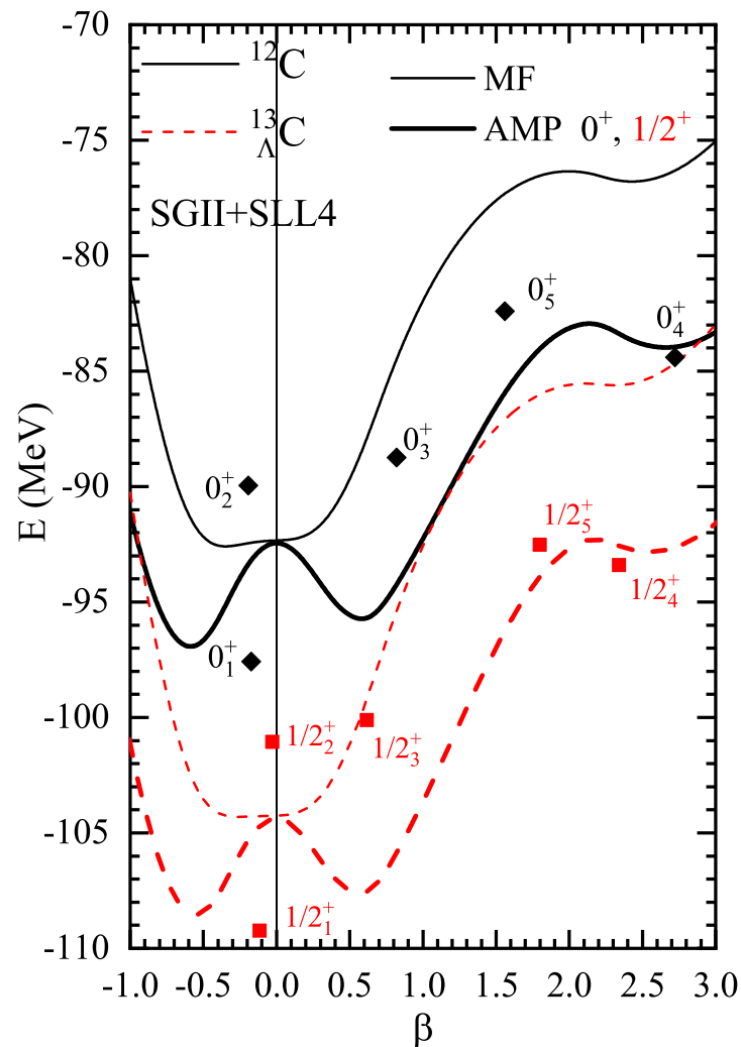
# 目录



華東師範大學  
EAST CHINA NORMAL UNIVERSITY

- 引言
- 理论框架
- 结果与讨论
- 总结与展望





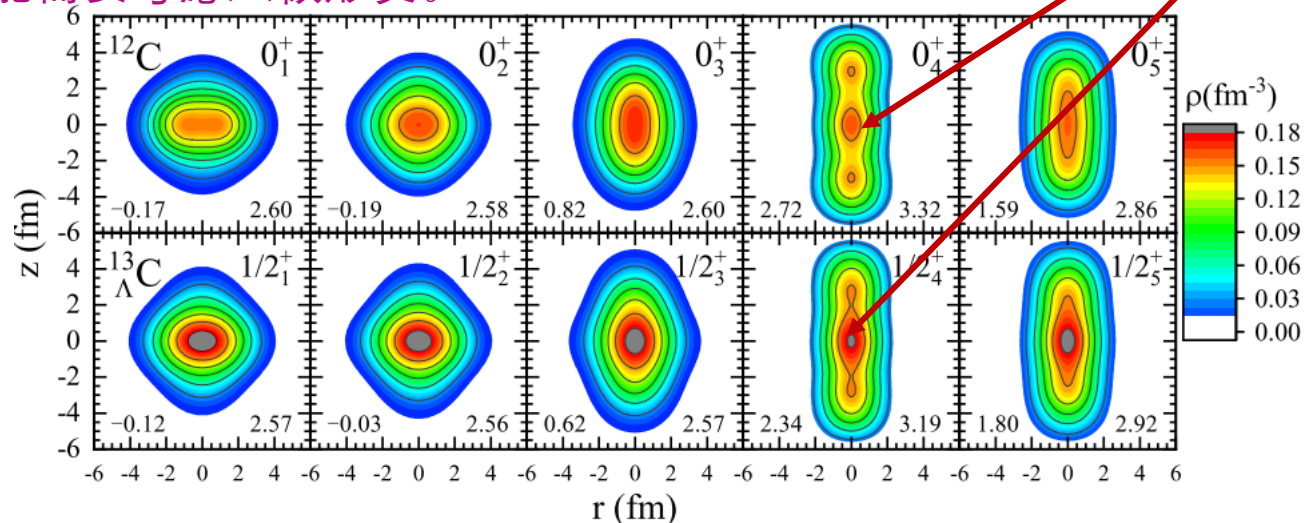
- 转动对称性的恢复对原子核、超核的结合能有增益。
- 1s态超子使超核形变略微减小。
- 原子核理论激发能、超核基态能量与实验值符合地不错。
- 对于  $^{13}_{\Lambda}\text{C}$ ，基态能量与实验值符合的很好

A. Gal, E. V. Hungerford, and D. J. Millener, Rev. Mod. Phys. 88, 035004 (2016).

# 团簇结构及1s态 $\Lambda$ 超子的杂质效应

1s态 $\Lambda$ 的加入使得中心密度增大而且两个团簇结构消失。

本工作未发现Hoyle态中的 $3\alpha$ 结构，可能需要考虑八极形变。



$^{12}\text{C}$		$^{13}_{\Lambda}\text{C}$		
$J_i \rightarrow J_f$	$B(E2)$	$J_i \rightarrow J_f$	$B(E2)$	$\Gamma_B$
$2_1^+ \rightarrow 0_1^+$	11.5 (7.6)	$3/2_1^+ \rightarrow 1/2_1^+$	10.7	0.93
		$5/2_1^+ \rightarrow 1/2_1^+$	10.7	0.93
$4_1^+ \rightarrow 2_1^+$	17.8	$7/2_1^+ \rightarrow 3/2_1^+$	15.1	0.85
		$9/2_1^+ \rightarrow 5/2_1^+$	16.8	0.94

$^{12}\text{C}$				$^{13}_{\Lambda}\text{C}$			
$E$ [MeV]	$R_c$ [fm]	$\bar{\beta}$		$E$ [MeV]	$R_c$ [fm]	$\bar{\beta}$	
$0_1^+$	0	2.60	-0.17	$1/2_1^+$	-11.64	2.57	-0.12
$0_2^+$	7.62	2.58	-0.19	$1/2_2^+$	-3.47	2.56	-0.03
$0_3^+$	8.84	2.60	0.82	$1/2_3^+$	-2.53	2.57	0.62
$0_4^+$	13.17	3.32	2.72	$1/2_4^+$	4.19	3.19	2.34
$0_5^+$	15.17	2.86	1.59	$1/2_5^+$	5.07	2.92	1.80
$2_1^+$	3.57	2.62	-0.52	$(3,5)/2_1^+$	-7.76	2.58	-0.48
$4_1^+$	12.60	2.63	-0.59	$(7,9)/2_1^+$	1.67	2.60	-0.57

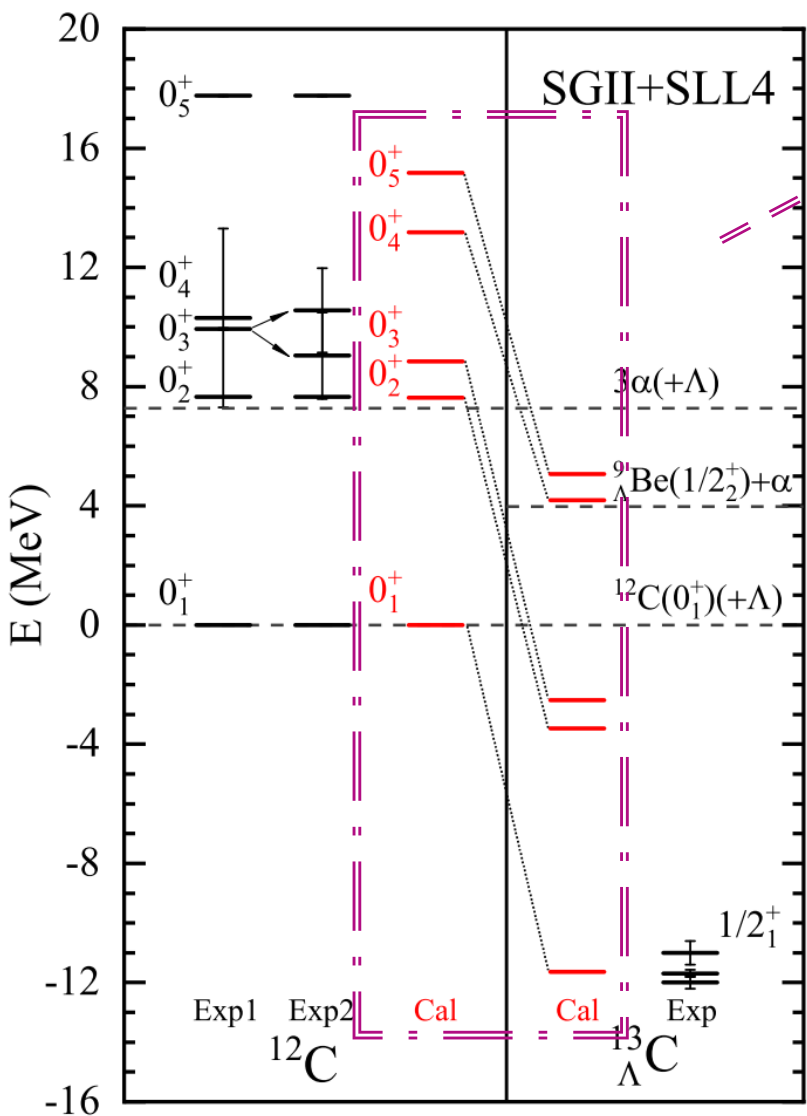
THSR: 3.7/4.2

OCM: 4.7/5.6

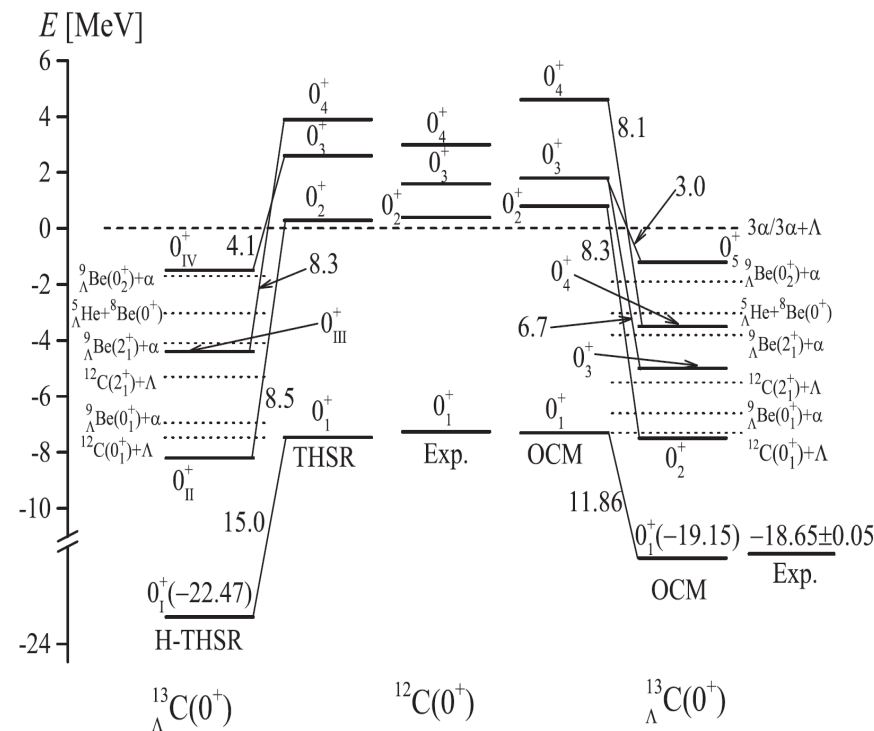
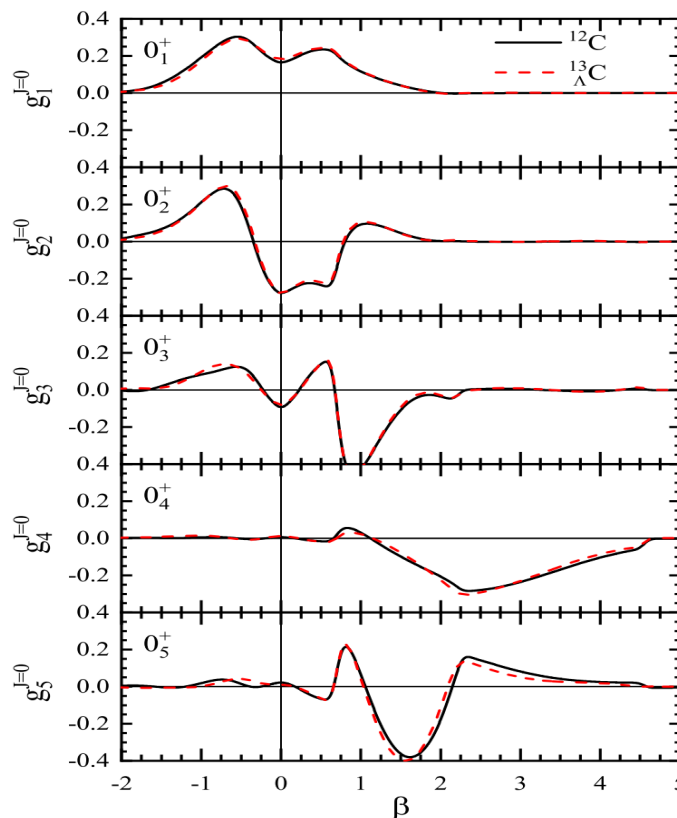
定性解释：  
核子自旋轨道耦合使半径减小  
AQCM考虑核子自旋轨道耦合，  
团簇间距较OCM要小0.5~1fm。

- Hoyle态及 $0_3^+$ 的 $3\alpha$ 团簇结构未发现，发现了 $0_4^+$ 的链状3团簇结构。
- 半径、电四极跃迁都体现1s态 $\Lambda$ 超子对这些激发态的收缩效应。

# $^{12}\text{C} \otimes \Lambda\text{s}$ 组态的超核态



超越SHF方法给出的超核激发态基本是基于单一的原子核态建立起来的，这与OCM给出的结果不同。

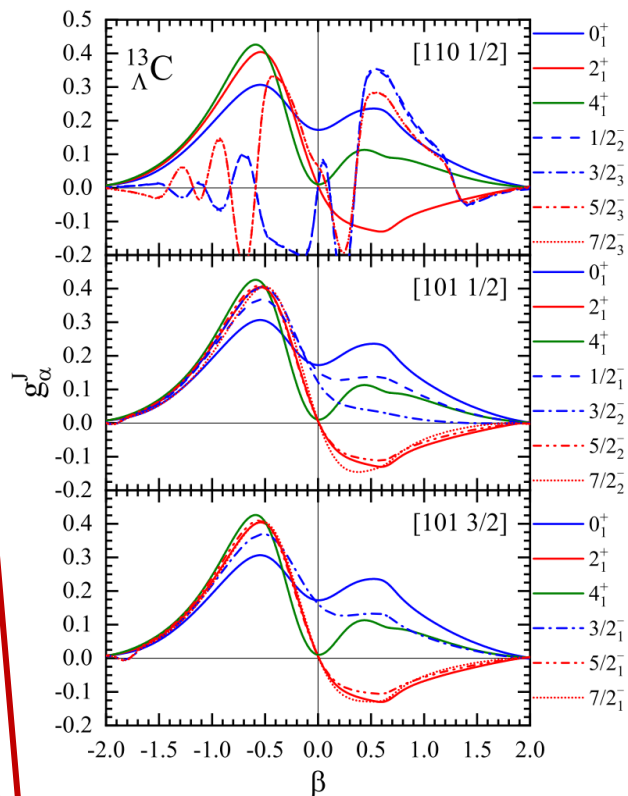
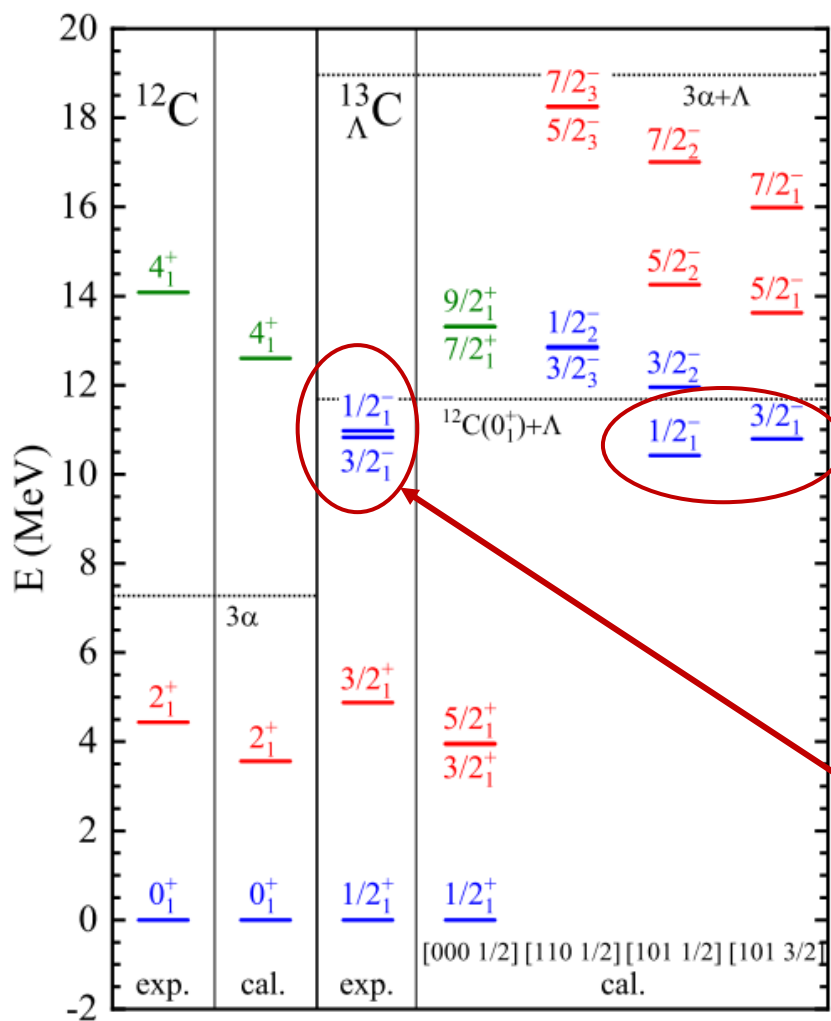


Qian Wu, Yasuro Funaki, and Xurong Chen,  
Phys. Rev. C **107**, 014317 (2023)

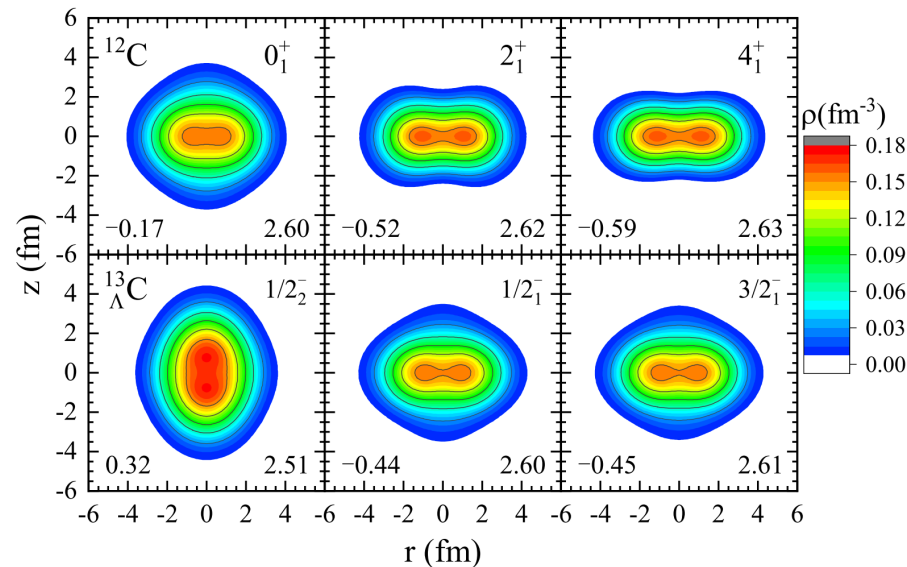
$^{12}\text{C}$  和  $^{13}\Lambda\text{C}$  的激发能

集体波函数

# $^{12}\text{C} \otimes \Lambda\text{p}$ 组态的超核态

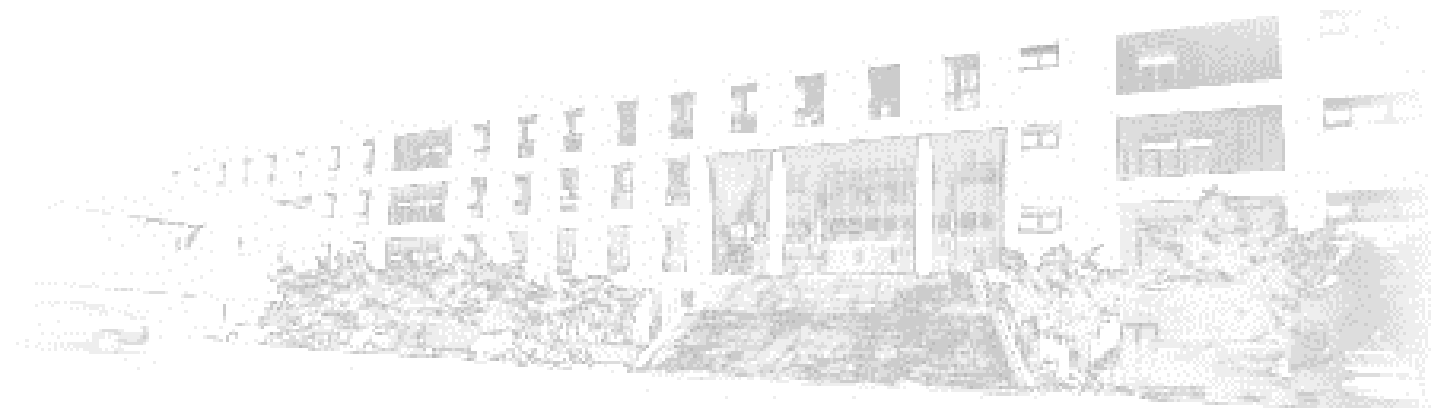


[101 1/2]、[101 3/2]两中耦合道行成的激发带带头与两个负宇称能级 $1/2^-$ 、 $3/2^-$ 实验值符合地不错，但是顺序相反。



- 未发现1p态超子形成的团簇结构。
- 各负宇称带基于不同的激发核心形成。

- ▣  $^{12}\text{C}$ 的 $0_{1,2,3}^+$ 态的激发能与实验值符合的很好,  $0_{4,5}^+$ 的激发能与实验值相差不大; 没有找到 $0_{2,3}^+$ 态中的团簇结构, 发现了 $0_4^+$ 链状 $3\alpha$ 结构; 对于  $^{13}\text{C}$ , 基态能量与实验值符合的很好,  $1s$ 态 $\Lambda$ 的收缩效应导致均方根半径、电四极跃迁几率减小, 并破坏 $1/2_4^+$ 的团簇结构; 负宇称能级 $1/2^-$ 、 $3/2^-$ 与实验激发能符合很好, 但顺序相反。
- 需要考虑三个 $1p$ 轨道混合, 期望可以改善 $1/2^-$ 、 $3/2^-$ 顺序相反的问题。





- 由于Hoyle态中的 $3\alpha$ 团簇以三角形分布，因此目前只考虑轴对称形变是不够的，需要将八极形变的参考态引入以进一步研究它的团簇结构；八极形变引入会带来负宇称态，需要进一步考虑宇称投影；

- $\Lambda$ 在其他奇特现象中的杂质效应，例如形状共存。

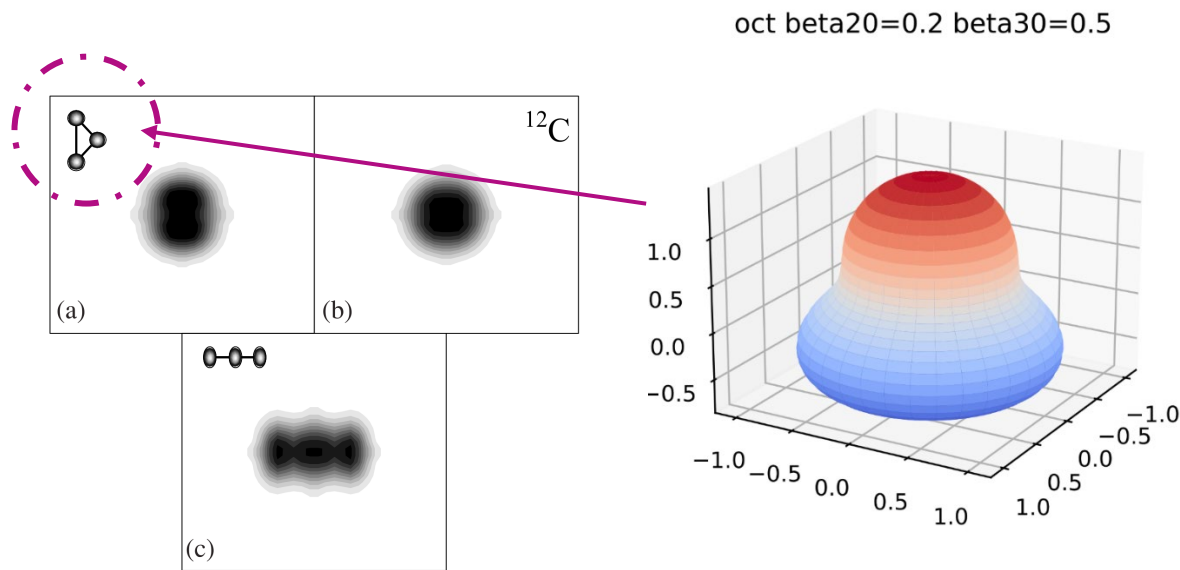
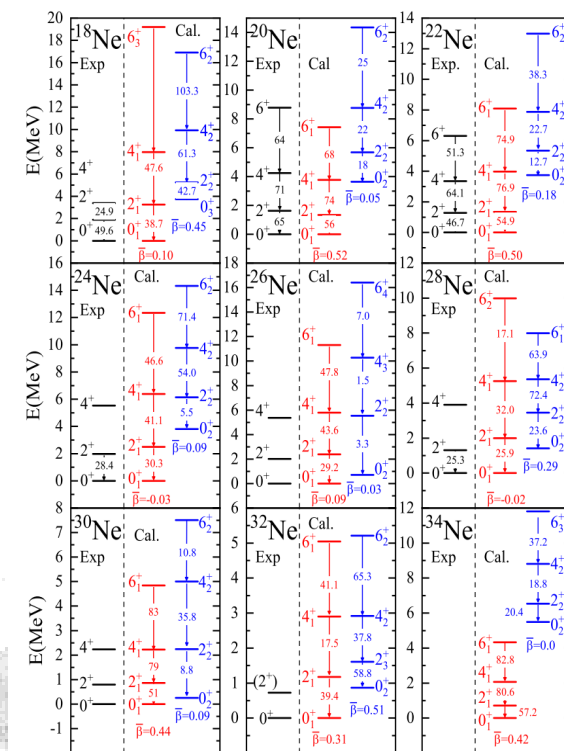
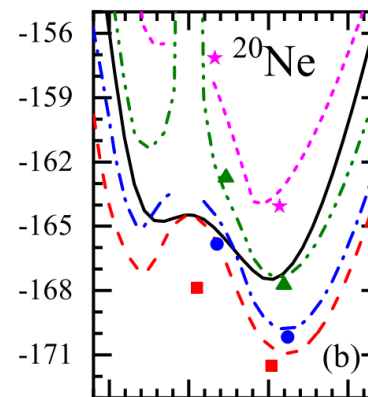


FIG. 5. Matter density distribution in  $^{12}\text{C}$ .

P. Arumugam, Phys. Rev. C 71, 064308 (2005)



H.T. Xue, Q. B. Chen, Ji-Wei Cui, and Xian-Rong Zhou, in preparation.



谢谢！ 敬请批评指正

