

马尔科夫链蒙特卡洛方法在中微子实验事例重建方面的应用研究

Bayesian probe for point-like events

徐闯

清华大学工程物理系近代物理研究所

August 15, 2024

液闪中点源重建的物理意义

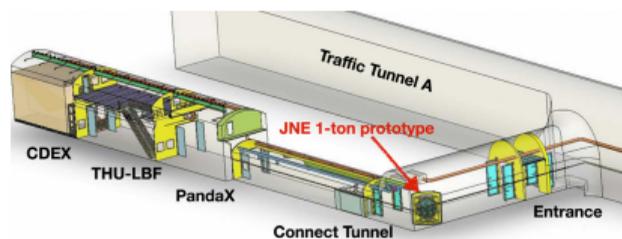


Fig 1: CJPL 一期 A 通道结构示意图¹

- 液体闪烁体探测器是常用的中微子观测工具，需要精确的能量和位置重建
- 直接动机
 - 锦屏中微子实验（JNE）一吨原型机探测验证实验室辐射本底，为 JNE 做液闪本底测量与优化、液闪调配、PMT 性能测试、探测器刻度等技术验证
 - 快中子、 ^{212}Bi - ^{212}Po 等事例的寻找需要更精确的重建算法

¹Yiyang Wu et al. "Performance of the 1-ton prototype neutrino detector at CJPL-I". In: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A* 1054 (2023), p. 168400. ISSN: 0168-9002.

锦屏中微子实验一吨原型机²

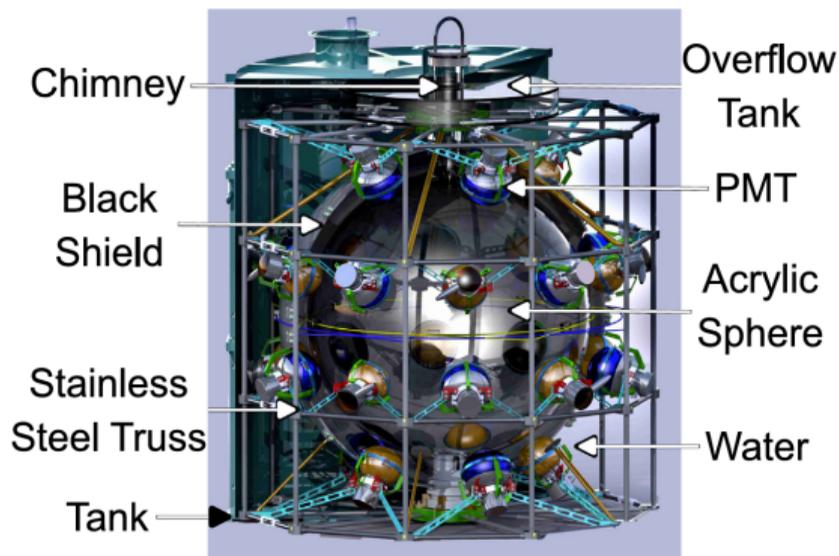


Fig 2: JNE 一吨原型机结构图

- 亚克力球内半径 0.645 m, 30 只 PMT (打拿极 PMT)
- 慢液闪: 溶质为 0.07 g/L 的 PPO 和 13 mg/L 的 bisMSB, 溶剂为 LAB
- 采数时长: 2017 年 7 月 31 日-2023 年 9 月 2 日, 有效时间 1174.7 天

²赵林. “锦屏中微子实验预研的关键问题研究”. zh. PhD thesis. 清华大学, 2021. URL: <http://hep.tsinghua.edu.cn/thesis/zhaolin.pdf>

点源的贝叶斯方法重建

- 重建的根本任务：由 PMT 观测到的波形，推断出事例的 $\{E, \vec{r}, t_0\}$ (记为 ν)

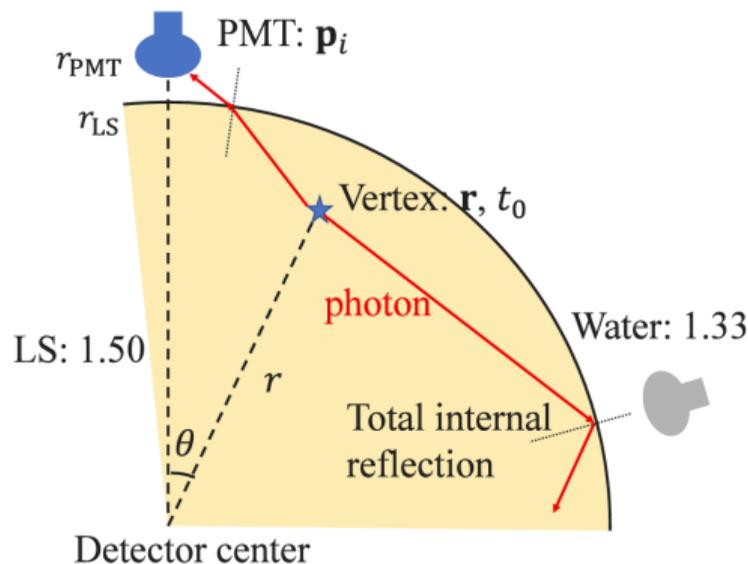


Fig 3: 液闪探测器工作示意图

点源的贝叶斯方法重建

- 重建的根本任务：由 PMT 观测到的波形，推断出事例的 $\{E, \vec{r}, t_0\}$ (记为 ν)
- 引入 PMT 接收的 PE_t 序列 (z)，将重建划分为两部分：
 - 通过波形分析 (FSMP)³，对 z 的后验分布进行马尔科夫链蒙特卡洛 (MCMC) 采样

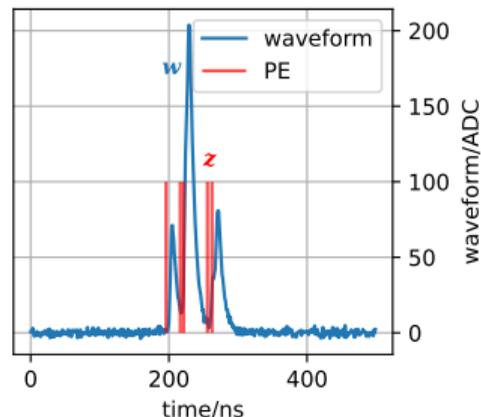


Fig 4: FSMP 采样示意图：一个 z 样本

³Yuyi Wang et al. *The Fast Stochastic Matching Pursuit for Neutrino and Dark Matter Experiments*. 2024. arXiv: 2403.03155 [hep-ex].

点源的贝叶斯方法重建

- 重建的根本任务：由 PMT 观测到的波形，推断出事例的 $\{E, \vec{r}, t_0\}$ (记为 \mathcal{V})
- 引入 PMT 接收的 PEt 序列 (z)，将重建划分为两部分：
 - 通过波形分析 (FSMP)⁴，对 z 的后验分布进行马尔科夫链蒙特卡洛 (MCMC) 采样
 - 由 FSMP 得到的 z 采样结果，根据探测器光学响应模型 (Probe)⁵再对 z, E, \vec{r}, t_0 进行轮换 MCMC 采样 (Gibbs 采样)
- 重建方法的优势：
 - 充分利用 PMT 的观测信息
 - $\{E, \vec{r}, t_0\}$ 的联合重建
 - 把暗噪声引入探测器响应中
 - 可以扩展到多点源事例

⁴Yuyi Wang et al. *The Fast Stochastic Matching Pursuit for Neutrino and Dark Matter Experiments*. 2024. arXiv: 2403.03156 [hep-ex].

⁵Wei Dou et al. "Reconstruction of point events in liquid-scintillator detectors subjected to total internal reflection". In: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A* 1057 (2023), p. 168692. ISSN: 0168-9002.

重建的似然函数⁶

Likelihood

能量线性假设下, PMT j 接收到的发光曲线为

$$R_j(t; \mathcal{V}) = E\lambda_j(\mathbf{r})\phi_j(t - t_0; \mathbf{r}) + b_j$$

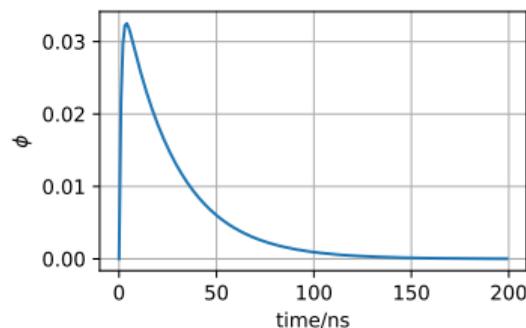


Fig 5: 固定某个 \mathbf{r} 的归一化光变曲线 ϕ

- R_j 使用 100000 个 $2 \text{ MeV}e^-$ 模拟数据拟合, 来自 Jinping Simulation and Analysis Package (JSAP, 基于 GEANT4)
- $\int \phi_j(t; \mathbf{r})dt = 1$, ϕ 为归一化光变曲线
- $\lambda_j(\mathbf{r}) = \int R_j(t; \mathcal{V})dt|_{E=1\text{MeV}}$
- b_j 为暗噪声率, 无需判断光子的归属 (暗噪声或闪烁光等)

⁶ 窦威. “基于精确点源响应的液体闪烁体探测器事例重建研究”. zh. PhD thesis. 清华大学, Dec. 2022. URL: http://hep.tsinghua.edu.cn/thesis/douwei_thesis.pdf.

重建的似然函数⁷

Likelihood

能量线性假设下, PMT j 接收到的发光曲线为

$$R_j(t; \mathcal{V}) = E\lambda_j(\mathbf{r})\phi_j(t - t_0; \mathbf{r}) + b_j$$

给定 PE 序列真值 $\{z_j\}$ 的似然函数为

$$\mathcal{L}(\mathcal{V}|\{z_j\}) = p(z_j|\mathcal{V}) = \prod_{k=1}^{n_j} [R_j(t_{jk}; \mathcal{V}) + b_j] \cdot \exp \left\{ - \int_{t_1-t_0}^{t_2-t_0} [R_j(t; \mathcal{V}) + b_j] dt \right\}$$

- t_{jk} 是 $z_j = (t_{j1}, t_{j2}, \dots)$ 的分量, $n_j = \|z_j\|_0$ 是 z_j 的长度
- t_1, t_2 分别为电子学采数时间窗口的起始和结束时刻

⁷ 窦威. “基于精确点源响应的液体闪烁体探测器事例重建研究”. zh. PhD thesis. 清华大学, Dec. 2022. URL: http://hep.tsinghua.edu.cn/thesis/douwei_thesis.pdf.

对 z_j 的 MCMC 采样

- z 主要受波形制约，把所有 $\{z\}$ 看成一个组统一行动 (Gibbs grouping)⁸，在 $\{z\}$ 组内，只随机对一个通道 j 的 z_j 进行晃动 (Random-scan Gibbs)⁷

z_j 采样的接收概率

对于随机选择的通道 j 上 z_j 变换到 z'_j ，接收概率为

$$\min \left\{ 1, \frac{p(z'_j|\mathcal{V})q_j(z_j)}{p(z_j|\mathcal{V})q_j(z'_j)} \right\}$$

- $q_j(z_j)$ 是在 FSMP 对 z 采样时的预设先验分布
- $z_j \rightarrow z'_j$ 采用 z'_j 频次加权的随机抽取 (Metropolized independence sampler)⁷

⁸Jun S. Liu. *Monte Carlo Strategies in Scientific Computing*. New York, NY: Springer, Feb. 2009. ISBN: 978-0-387-76369-9. 

对 E, \vec{r}, t_0 的 MCMC 采样

- 对 E, \vec{r}, t_0 采用相似的变换方式，增加一个服从高斯分布的随机数

E, \vec{r}, t_0 采样的接收概率

取 \vec{r} 的三个分量为 $\{x, y, z\}$ ，对三者的具体变换形式如下

$$\begin{cases} \Delta E = u_E \times E_\sigma \\ \Delta \vec{r} = (u_x, u_y, u_z) \times r_\sigma \\ \Delta t_0 = u_t \times T_\sigma \end{cases}$$

- $u_E, u_x, u_y, u_z, u_t \in N(0, 1)$
- $E_\sigma, r_\sigma, T_\sigma$ 为三者采样步长

对 E, \vec{r}, t_0 的 MCMC 采样

- 对 E, \vec{r}, t_0 采用相似的变换方式，增加一个服从高斯分布的随机数

E, \vec{r}, t_0 采样的接收概率

取 \vec{r} 的三个分量为 $\{x, y, z\}$ ，对三者的具体变换形式如下

$$\begin{cases} \Delta E = u_E \times E_\sigma \\ \Delta \vec{r} = (u_x, u_y, u_z) \times r_\sigma \\ \Delta t_0 = u_t \times T_\sigma \end{cases}$$

对于 E 变换到 E' ，接收概率为

$$\min \left\{ 1, \frac{p(E' | \vec{r}, t_0, \mathbf{z})}{p(E | \vec{r}, t_0, \mathbf{z})} \right\}$$

\vec{r}, t_0 采样的接收概率形式相同

对模拟数据的能量重建效果

- 使用 JSAP 分别在 x 轴和 z 轴上定点模拟 3MeV e^- 事例 9000 个
- 由于探测器在 z 轴顶/底端缺少 PMT，导致 z 轴顶/底端出现简并状况，重建效果较差

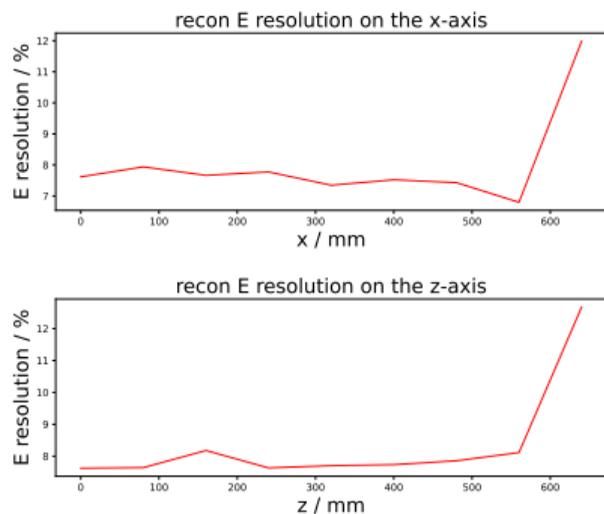


Fig 6: 能量分辨率随位置变化图

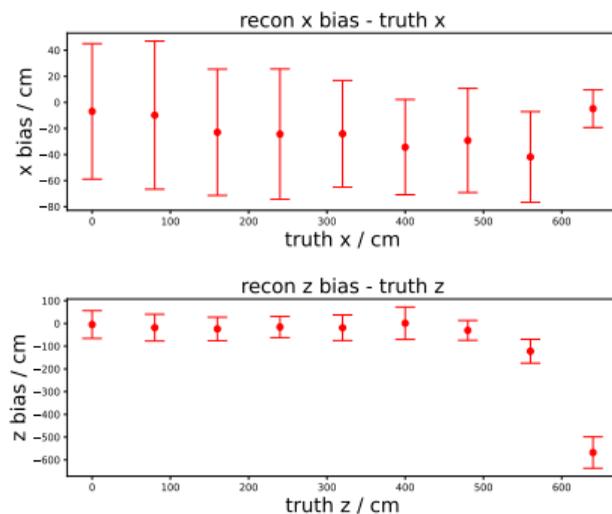
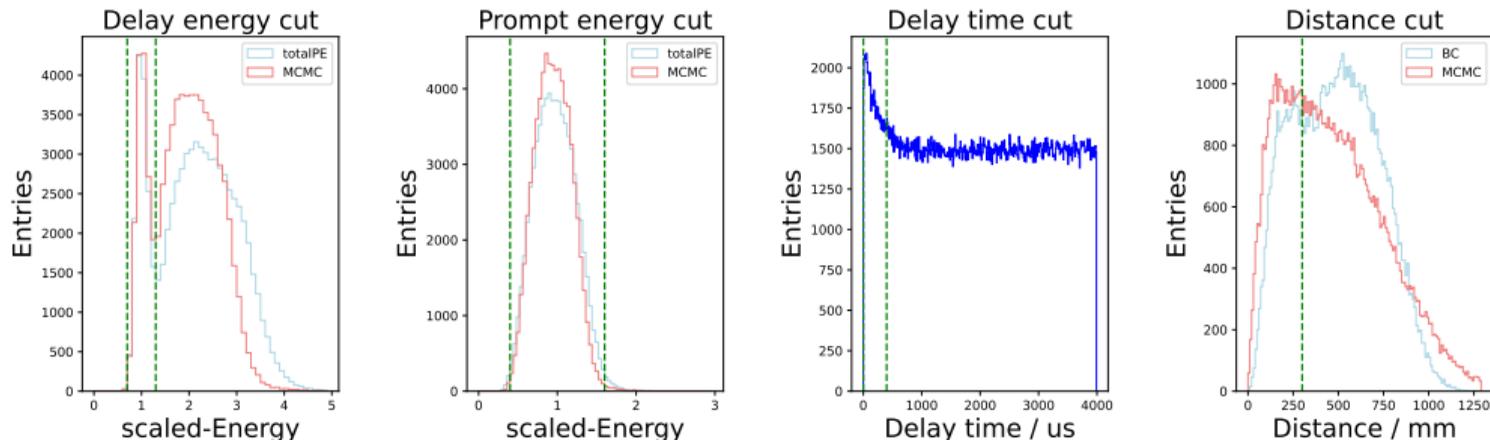


Fig 7: 顶点位置重建偏差变化图

^{214}Bi - ^{214}Po 数据集检验

- 原型机更换液闪时有外界氦气混入，且有氦气泄露情况，早期 ^{214}Bi - ^{214}Po 信号显著
- 筛选规则⁹: $T_{\text{pd}} \in [1, 400]\mu\text{s}$, $\text{scaled} - E_{\text{p}} \in [0.7, 1.3]$, $\text{scaled} - E_{\text{d}} \in [0.4, 1.6]$, $D_{\text{pd}} \in [0, 300]\text{mm}$



⁹Yiyang Wu et al. "Performance of the 1-ton prototype neutrino detector at CJPL-I". In: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A* 1054 (2023), p. 168400. ISSN: 0168-9002.

- run 257 数据 α 能量分辨率相对于 totalPE, $12.2\% \rightarrow 11.7\%$

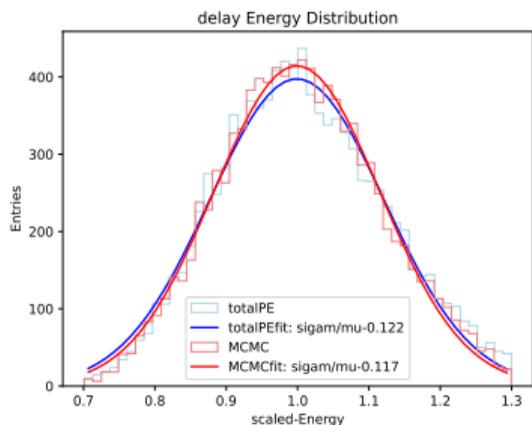


Fig 8: 归一化慢信号 (α) 能量

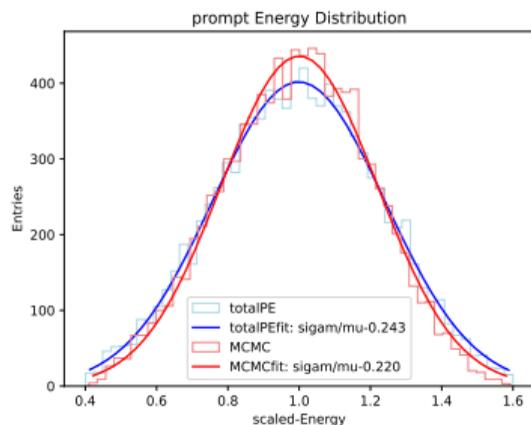


Fig 9: 归一化快信号 (β) 能量

- 基于 MCMC 方法对 $\{E, \vec{r}, t_0\}$ 进行联合重建
 - 3MeV 模拟数据: 在探测器非边缘范围能量分辨率约 8%, 位置分辨约 5 cm
 - ^{214}Bi - ^{214}Po 数据: α 的能量分辨率相比于 totalPE, 12.2% \rightarrow 11.7%, 相对提升 4%
- 后续计划
 - 可采用 Reversible Jump (RJMCMC)¹⁰ 的方法来增减、移动顶点, 从而自然扩展到多点源事例的重建
 - 应用于快中子和 ^{212}Bi - ^{212}Po 的事例寻找
 - 通过区分不同粒子的发光曲线等探测器响应差别及多点源事例重建, 可进行粒子鉴别

¹⁰Christian Robert and George Casella. *Monte Carlo Statistical Method*. Vol. 42. Nov. 2000. DOI: 10.2307/1270959. 

感谢倾听！