

华南师范大学  
SOUTH CHINA NORMAL UNIVERSITY

# 格点有效场论研究 $DD^*K$ 三体系统

张振宇

华南师范大学 量子物质研究院

中国物理学会高能物理分会第十四届全国粒子物理学术会议

山东大学，青岛，2024年8月14日

Zhenyu Zhang, Xin-Yue Hu, Guangzhao He et al., “*The three-body  $DD^*K$  system on the lattice*” (in preparation).

指导老师：吕炳楠、王倩



# 目录



华南师范大学  
SOUTH CHINA NORMAL UNIVERSITY

**01** 格点有效场论简介

**02** 通过格点有效场论研究 $DD^*K$ 三体系统

**03** 总结与展望

01

# 格点有效场论简介

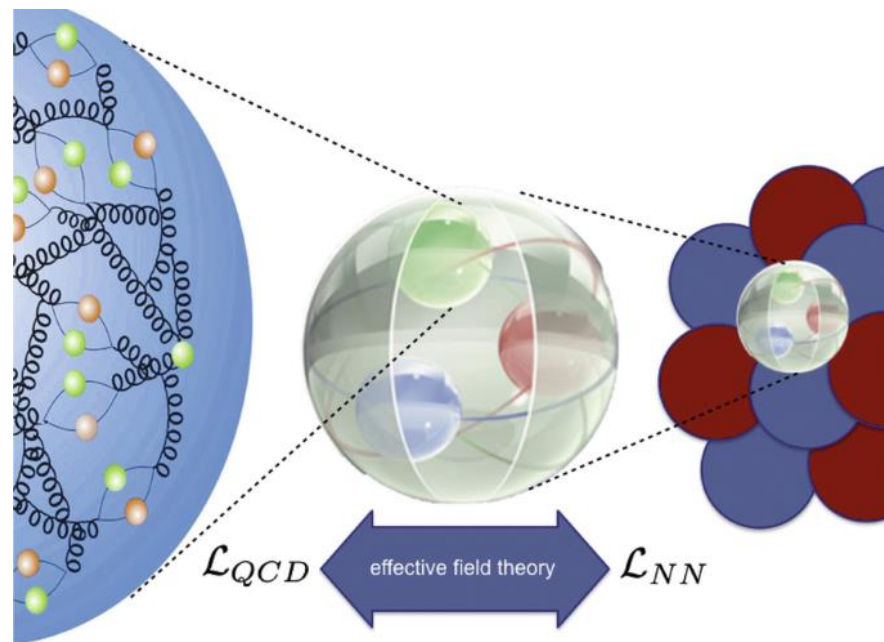


# 格点有效场论简介

格点有效场论=有效场论+格点+蒙特卡洛

- (1) 有效场论描述强子相互作用(接触项+ $\pi$ 交换势)
- (2) 格点上强子作为基本自由度
- (3) 格距 $a \approx 1\text{fm}$  (手征对称性破缺极限)
- (4) 非相对论下非连续极限计算

**解决低能多体问题!**



	LQCD	LEFT
自由度	夸克、胶子	强子
晶格间距	$\sim 0.1\text{fm}$	$\sim 1\text{fm}$
色散关系	相对论	非相对论
连续极限	✓	✗
出发点	拉格朗日量	薛定谔方程
求解方案	路径积分	矩阵计算

[1] Dean Lee, Prog. Part. Nucl. Phys. 63, 117 (2009).

[2] Lähde, Meißner, “Nuclear Lattice Effective Field Theory”, Springer (2019).

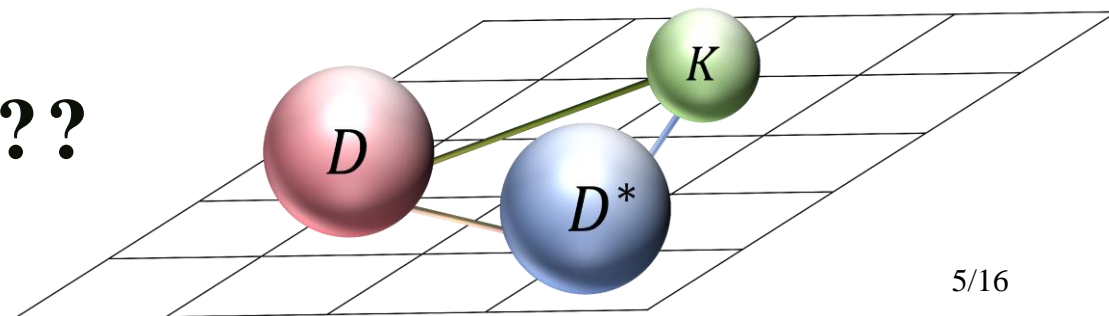
# 格点有效场论的应用

## 在原子核物理中的应用

- (1) 核子散射[Prog. Part. Nucl. Phys., 63(1):117(2009), Phys. Rev. C, 98(4):044002(2018)]
- (2) 原子核结合能、电荷密度半径[Phys. Rev. Lett., 117(13):132501(2016)]
- (3) 原子核散射[Phys. Rev. Lett., 111(3):032502(2013), Nature, 528(7580):111(2015)]
- (4) 核热力学[Phys. Rev. Lett., 125(19):192502(2020)]
- (5) 核物质性质[Phys. Lett. B, 797:134863(2019)]
- (6) 核结构与核子集团化[Phys. Rev. Lett., 109(25):252501(2012), Nat. Commun., 14(1):2777(2023)]

## 在强子物理中的应用

???



# 重味三体系统研究

TABLE XXXIX. Summary for heavy-flavor three-body states. Energies are in units of MeV.

Components	$I(J^P)$	Results (Method)	Decay modes
$DNN$	$\frac{1}{2}(0^-)$	BS $\sim 3500 - 15i$ (FCA, V) [836]	$\Lambda_c \pi^- p, \Lambda_c p$ [836]
$NDK, ND\bar{K}, ND\bar{D}$	$\frac{1}{2}(\frac{1}{2}^+)$	BS $\sim 3050, 3150, 4400$ (FCA) [837]	$\dagger$
$DD^*N$	$\frac{1}{2}(\frac{1}{2}^+, \frac{3}{2}^+)$	BS $\sim 4773.2, 4790.7$ (GEM) [838]	$T_{cc}p, DDp + \pi(\gamma), \Xi_{cc} + \pi(\gamma)$ , charmed baryon + charmed meson [838]
$DD^*N$	$\frac{3}{2}(-)$	difficult to form bound states (GEM) [838]	$\dagger$
$DK\bar{K}$	$\frac{1}{2}(0^-)$	$D$ -like state $\sim 2845.5$ (FCA) [821], $D$ -like state $\sim 2900$ (QCDSR, $\chi F$ ) [839]	$\pi\pi D$ [821]
$DKK$	$\frac{1}{2}(0^-)$	no bound state (FCA) [821]	$\dagger$
$\bar{D}\bar{K}\Sigma_c$	$1(\frac{1}{2}^+)$	BS $\sim 4738.6$ (GEM) [840]	$D\Xi', D_s\Sigma_c$ [840]
$D^{(*)}$ multi $\rho$	...	several $D_J^{(*)}$ states (FCA) [841, 842]	$\dagger$
$\rho D\bar{D}$	$0(?), 1(?)$	BS $\sim 4241 - 10i, [4320 - 13i, 4256 - 14i]$ (FCA) [843]	$\dagger$
$DDK$	$\frac{1}{2}(0^-)$	BS $\sim 4162$ (GEM) [273], 4140 ( $\chi F$ ) [819], 4160 (FV) [820]	$DD_s^*, D^*D_s$ [826]
$D\bar{D}K$	$\frac{1}{2}(0^-)$	BS $\sim 4181.2$ (GEM) [822], 4191 (FCA) [825]	$D_s\bar{D}^*, J/\psi K$ [822]
$DD^*K$	$\frac{1}{2}(1^-)$	BS $\sim 4317.9$ (BO) [823]	$\dagger$
$D\bar{D}^*K$	$\frac{1}{2}(1^-)$	BS $\sim 4294.1$ (GEM) [822], 4317.9 (BO) [823], 4307 (FCA) [824]	$D_s^{(*)}\bar{D}^{(*)}, J/\psi K^*$ [823, 844]
$D^*D^*\bar{K}^*$	$\frac{1}{2}(0^-, 1^-, 2^-)$	BS $\sim [4850 - 46i, 4754 - 50i]$ , (FCA) [845] [4840 - 43i, 4755 - 50i]	$D^*D^*\bar{K}^*$ , $D^*D^{(*)}\bar{K}^*$ , [845] $[D^*D^*\bar{K}^*, D^*D^{(*)}\bar{K}^*]$
$\bar{D}\bar{D}^*\Sigma_c$	$1(\frac{1}{2}^+, \frac{3}{2}^+)$	BS $\sim 6292.3, 6301.5$ (GEM) [829]	$J/\psi p\bar{D}^{(*)}, \bar{T}_{cc}\Lambda_c\pi$ [829]
$J/\psi K\bar{K}$	$0(1^-)$	$Y(4260) \sim 4150 - 45i$ ( $\chi F$ ) [481]	$\dagger$
$DDD^*$	$\frac{1}{2}(1^-)$	BS $\sim 5742.2$ (GEM) [833]	$DDD\pi(\gamma)$ [833]
$DD^*D^*$	$\frac{1}{2}(0^-, 1^-, 2^-)$	several loosely bound states (GEM) [834]	charmed mesons + ... [834]
$D^*D^*D^*$	$\frac{1}{2}(0^-, 1^-, 2^-, 3^-)$	several loosely bound states (GEM) [834]	charmed mesons + ... [834]
$D^*D^*D^{(*)}$	$\frac{1}{2}(0^-, 1^-, 2^-)$	BS $\sim 5790.9 - 49.8i, 5990.2, 5989.4$ (FCA) [835]	$\dagger$
$D^*D^*\bar{D}$	$\frac{1}{2}(2^-)$	BS $\sim 5879$ (F) [846]	$\dagger$
$D^*D^*\bar{D}^*$	$\frac{1}{2}(3^-)$	BS $\sim 6019$ (F) [846]	$\dagger$
$\Omega_{ccc}\Omega_{ccc}\Omega_{ccc}$	$?( \frac{3}{2}^+)$	no bound state (GEM) [847]	$\dagger$
$\Xi_{cc}\Xi_{cc}\bar{K}$	$\frac{1}{2}(0^-)$	BS $\sim 7641.8$ (GEM) [848]	$\dagger$

(1) 高斯基展开法(GEM)解薛定谔方程

(2) QCD求和规则(QCDSR)

(3) 玻恩-奥本海默近似法(BO)解薛定谔方程

(4) 固定中心近似法(FCA)解Faddeev方程

(5) Faddeev方程(F)等

三体问题  $\implies$  准两体系统求解

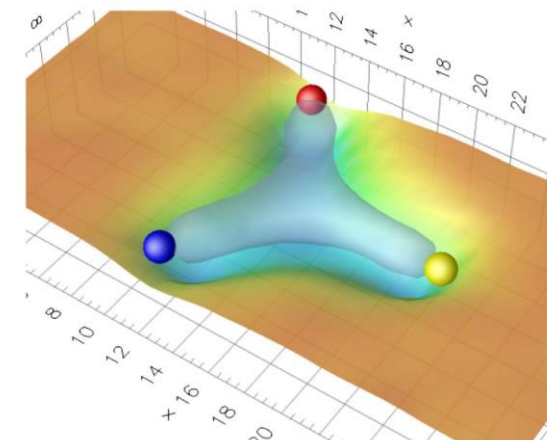
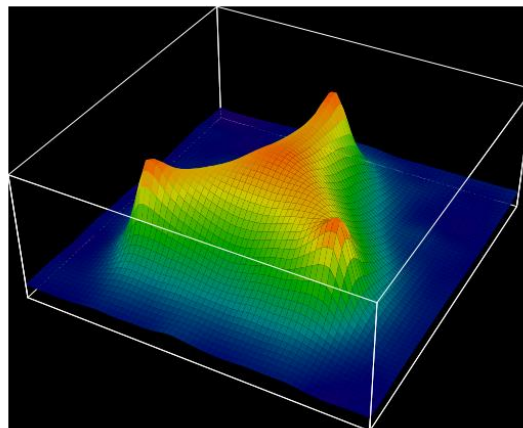
# 格点有效场论的优势

## (1) 三体相互作用

格点有效场论可以自然引入三体相互作用。

## (2) 多体系统研究

在铅铅、金铅对撞下形成多核环境中奇特强子态的性质。



格点QCD计算三夸克系统下色通量管(Flux tubes)结构<sup>[1,2]</sup>。

$\Lambda$ (MeV)	250	275	300	325	350	375	400	Exp.
$c_E$	5.170	2.763	1.538	0.890	0.561	0.412	0.380	
$E_{2NF}({}^3\text{H})$	-6.17(4)	-6.63(4)	-7.05(2)	-7.39(2)	-7.64(1)	-7.77(1)	-7.78(1)	-8.482
$E_{2NF+3NF}({}^3\text{H})$	-8.482	-8.482	-8.489	-8.485	-8.483	-8.483	-8.483	-8.482
$E_{2NF}({}^4\text{He})$	-30.6(7)	-30.3(6)	-30.7(4)	-30.0(4)	-29.8(4)	-29.4(4)	-29.2(4)	-28.34
$E_{2NF+3NF}({}^4\text{He})$	-29.8(7)	-29.5(6)	-29.9(4)	-29.2(4)	-29.0(4)	-28.6(4)	-28.4(4)	-28.34
$E_{2NF}({}^{16}\text{O})$	-144.0(21)	-135.1(14)	-136.3(11)	-139.1(9)	-140.6(8)	-141.7(8)	-141.8(9)	-127.6
$E_{2NF+3NF}({}^{16}\text{O})$	-135.8(20)	-124.8(14)	-124.5(11)	-126.3(9)	-127.3(8)	-128.1(8)	-128.1(8)	-127.6

格点有效场论计算多核子系统下基态能量<sup>[3]</sup>。

[1]H. Ichie et al., Nucl. Phys.A 721,C899-C902(2003). [2]F. Bissey et al., Phys.Rev.D 76,114512(2007).

[3]Bao-Ge Deng et al., Sci Sin-Phys Mech Astron, 50,013002(2020).

02

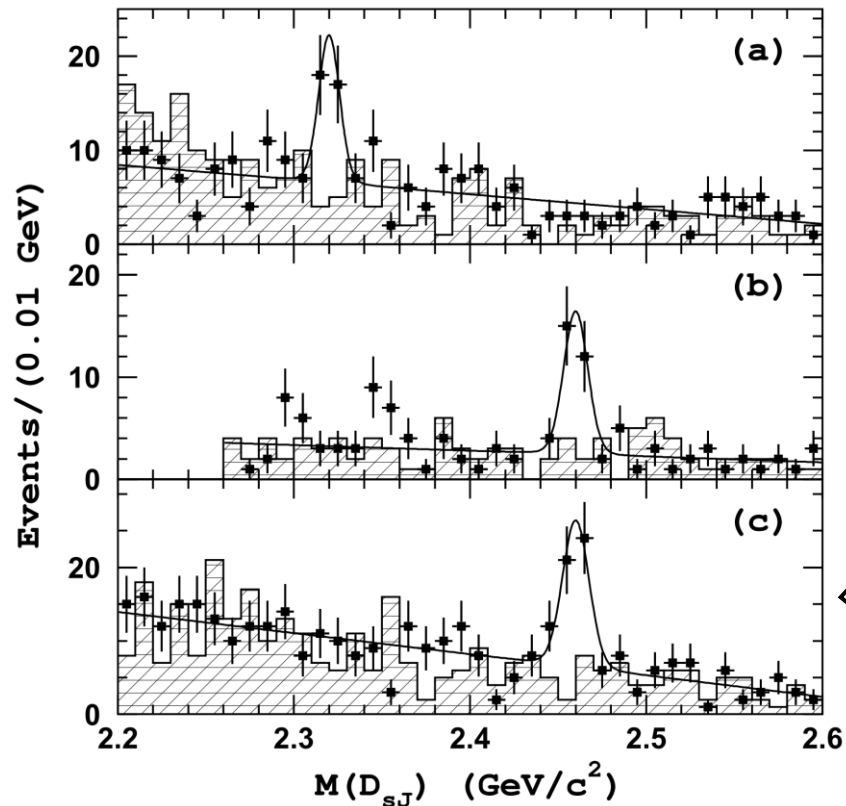
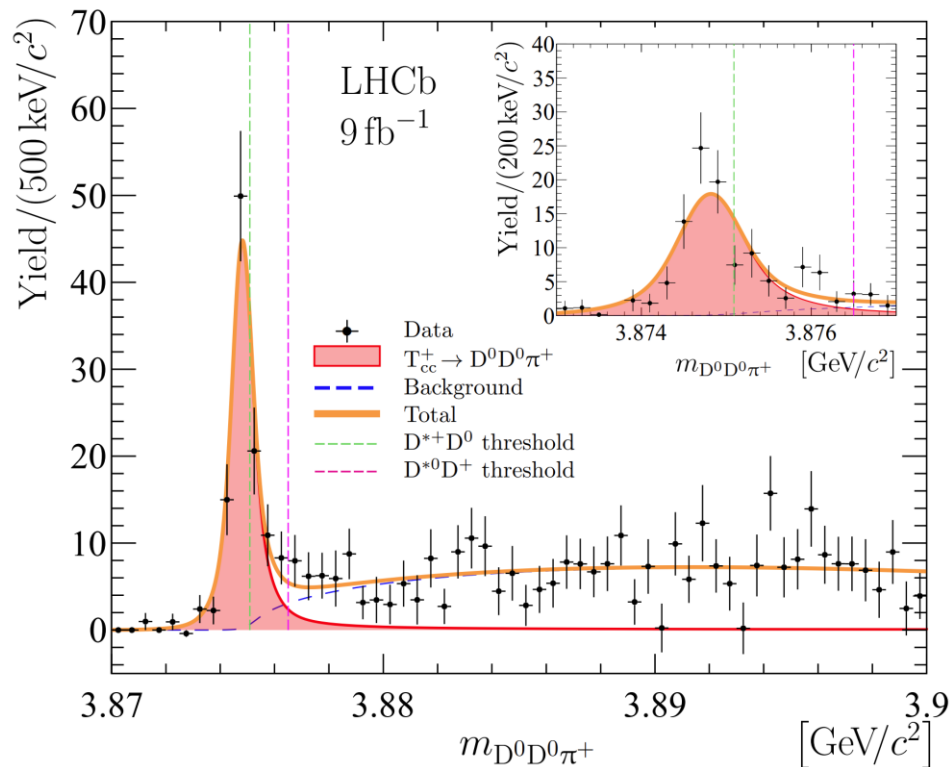
格点有效场论研究  
 $DD^*K$ 三体系统





# $T_{cc}^+, D_{s0}^*(2317), D_{s1}(2460)$ 的实验发现

为什么选择  $DD^*K$  系统研究?



$DD^*K$  系统两两之间形成束缚态(共振态)的实验证明。

2022年, LHCb上发现 $T_{cc}^+$ <sup>[1]</sup>, 其阈值十分接近 $DD^*$ , 作为 $DD^*$ 强子分子态理论分析已经取得一系列成果。

2003年, Belle上发现 $D_{s0}^*(2317), D_{s1}(2460)$ 。<sup>[2]</sup> 其质量差十分接近 $D, D^*$ 质量差, 基于 $DK, D^*K$ 强子分子态分析得到LQCD计算结果<sup>[3]</sup>的支持。

[1]R. Aaij et al.(LHCb), Nature Phys. 18, 751(2022). [2]P. Krokovny et al.(Belle), Phys. Rev. Lett. 91, 262002 (2003).

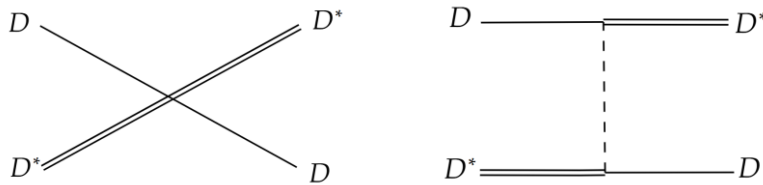
[3]L. Liu et al., Phys. Rev. D 87, 014508 (2013).

# $DD^*K$ 系统两体相互作用

手征有效场论描述

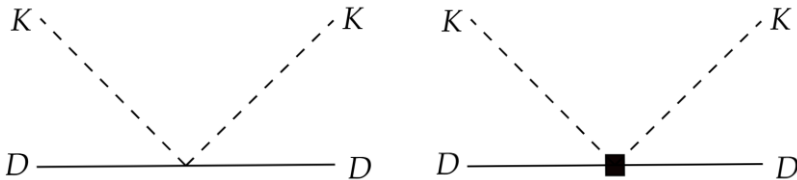
## $DD^*$ 相互作用

领头阶接触项和  
单 $\pi$ 介子交换贡献



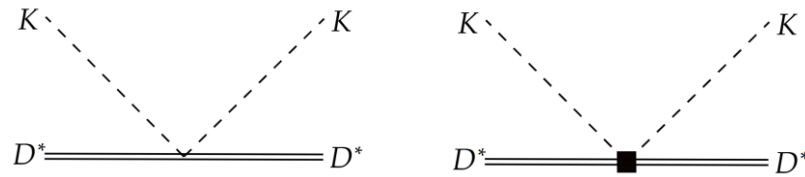
## $DK$ 相互作用

领头阶和次领头  
阶接触项贡献



## $D^*K$ 相互作用

领头阶和次领头  
阶接触项贡献



[Deng et al., Phys. Rev. D 105, 054015(2022)]

[Ke et al., Phys. Rev. D 105, 114019(2022)]

**[Du et al., Phys. Rev. D 105, 014024(2022)]**

[Shi et al., Phys. Rev. D 106, 096012(2022)]

[Chen et al., Phys. Lett. B 833, 137391(2022)]

[Liu et al., Phys. Rev. D 107, 054041(2023)]

[Wang et al., Phys. Rev. D 107, 094002(2023)] ... ..

[Liu et al., Phys. Rev. D 79, 094026(2009)]

[Huang et al., Eur. Phys. J. C 83, 76(2023)]

[Geng et al., Phys. Rev. D 82, 054022(2010)]

**[Guo et al., Eur. Phys. J. A 40, 171-179(2009)]**

[Yao et al., J. High Energy Phys. 11, 058(2015)]

[Zhong et al., Phys. Rev. D 78, 014029(2008)]

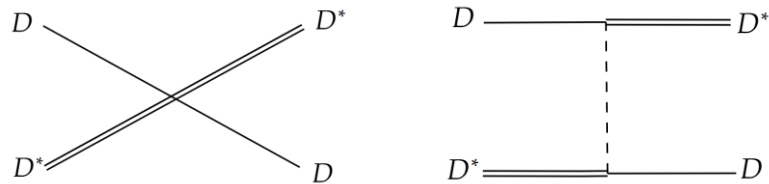
[Wang, Phys. Rev. D 75, 034013(2007)] ... ..

# DD\*K系统两体相互作用

手征有效场论描述

## DD\*相互作用[1]

领头阶接触项和单π介子交换贡献

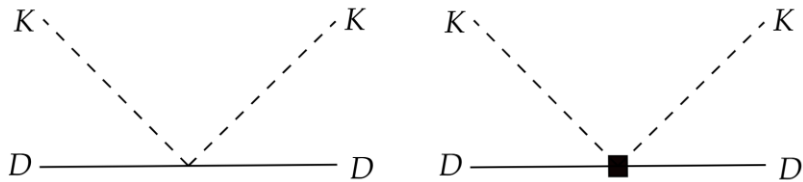


$$V_{DD^*}^{\text{Con}} = v_0 \epsilon \cdot \epsilon^*$$

$$V_{DD^*}^{\text{OPE}}(\mathbf{q}) = -\frac{3g^2}{4f_\pi^2} \frac{\epsilon \cdot \mathbf{q} \epsilon^* \cdot \mathbf{q}}{q^2 + \mu^2}$$

## DK相互作用[2]

领头阶和次领头阶接触项贡献

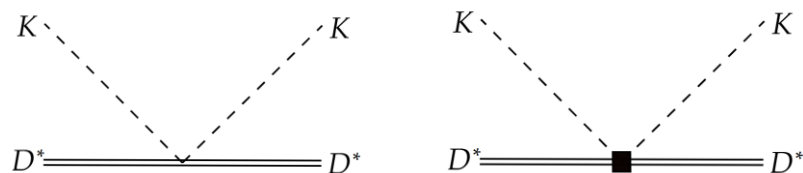


$$V_{\text{LO}}^{DK}(p_i) = \frac{-1}{2f_\pi^2} (p_1 \cdot p_2 + p'_1 \cdot p'_2 + p_1 \cdot p'_2 + p_2 \cdot p'_1)$$

$$V_{\text{NLO}}^{DK}(p_i) = -\frac{8M_K^2}{3f_\pi^2} h_1 + \frac{4}{f_\pi^2} (h_3 p_2 \cdot p'_2 + h_5 (p_1 \cdot p_2 p'_1 \cdot p'_2 + p_1 \cdot p'_2 p_2 \cdot p'_1))$$

## D\*K相互作用[2]

领头阶和次领头阶接触项贡献



$$V_{\text{NLO}}^{D^*K}(p_i) = \left( -\frac{8M_K^2}{3f_\pi^2} h_1^* + \frac{4}{f_\pi^2} (h_3^* p_2 \cdot p'_2 + h_5^* (p_1 \cdot p_2 p'_1 \cdot p'_2 + p_1 \cdot p'_2 p_2 \cdot p'_1)) \right) \epsilon \cdot \epsilon^*$$

哈密顿量:

$$H_{T_{cc}^+} = M_D + M_{D^*} + K_{DD^*} + f_{2B}(\mathbf{p}_i, \mathbf{p}'_i) V_{DD^*}^{\text{Con}} + V_{DD^*}^{\text{OPE}},$$

$$H_{D_{s0}^*} = M_D + M_K + K_{DK} + f_{2B}(\mathbf{p}_i, \mathbf{p}'_i) V_{DK},$$

$$H_{D_{s1}} = M_{D^*} + M_K + K_{D^*K} + f_{2B}(\mathbf{p}_i, \mathbf{p}'_i) V_{D^*K},$$

有效场论适用于特征动量 $Q$ 远小于截断 $\Lambda$ 的物理过程

单粒子正规化方案[1](等效于直接用格点进行截断)

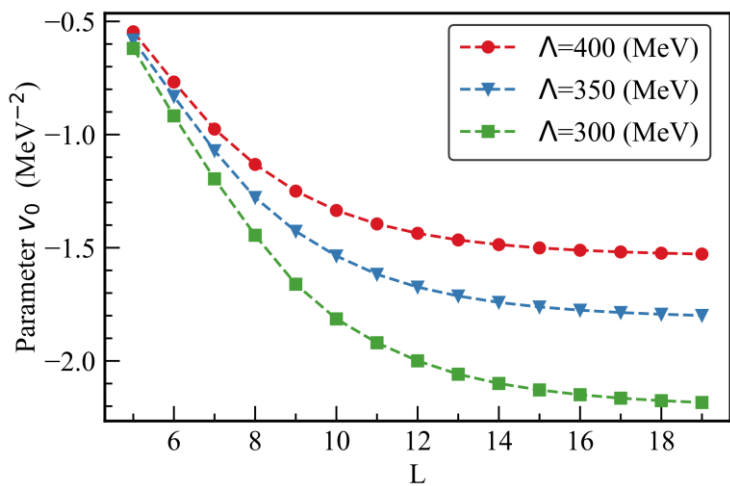
$$f_{2B}(\mathbf{p}_i, \mathbf{p}'_i) = \prod_{i=1}^2 g_\Lambda(\mathbf{p}_i) g_\Lambda(\mathbf{p}'_i)$$

$$g_\Lambda(\mathbf{p}) = \exp(-\mathbf{p}^6 / 2\Lambda^6)$$

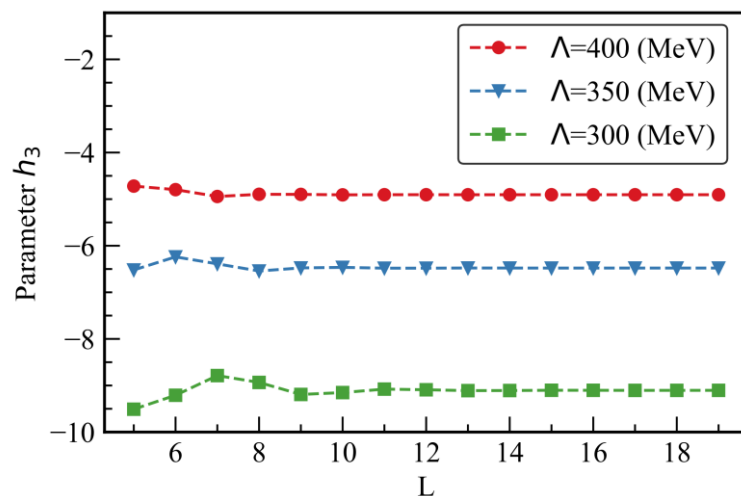
具有更好的重整化群不变性

# 提取两体相互作用参数

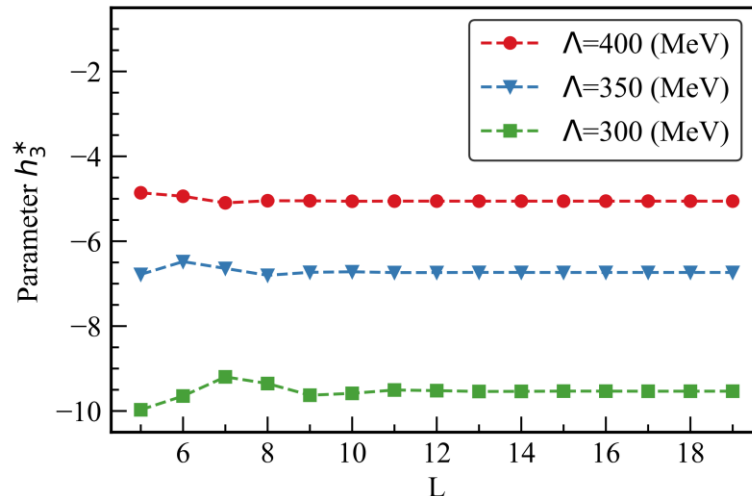
$T_{cc}^+$   $\Rightarrow$   $DD^*$ 相互作用强度



$D_{s0}^*(2317)$   $\Rightarrow$   $DK$ 相互作用强度



$D_{s1}(2460)$   $\Rightarrow$   $D^*K$ 相互作用强度

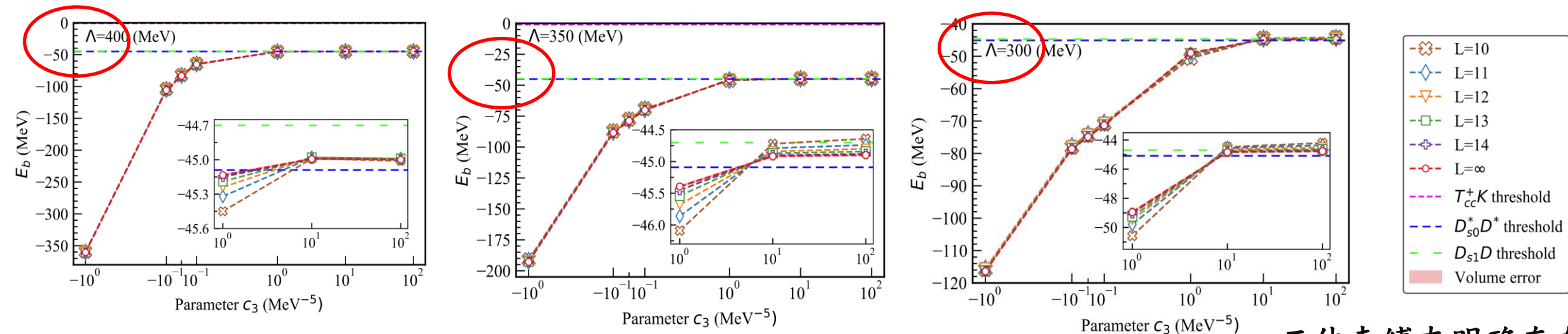


格点间距  $a=1/200 \text{ MeV}^{-1} \approx 0.99 \text{ fm}$  时, 动量截断  $\Lambda=300, 350, 400 \text{ MeV}$  下, 在  $L=5^3 \sim 19^3$  个格点的立方晶格上模拟  $T_{cc}^+, D_{s0}^*(2317), D_{s1}(2460)$  质量。

# DD\*K三体系统对应束缚态

领头阶接触项贡献

DD\*K三体相互作用 
$$V_{DD^*K}(p_i) = \frac{c_3}{4f_\pi^2} (p_1 \cdot p_3 + p_1 \cdot p'_3 + p_2 \cdot p_3 + p_2 \cdot p'_3 + p'_1 \cdot p_3 + p'_1 \cdot p'_3 + p'_2 \cdot p_3 + p'_2 \cdot p'_3) \epsilon \cdot \epsilon^*$$



三体束缚态明确存在!

$I(J^P)$	本项工作 (不考虑三体力)	高斯基展开法解薛定谔方程 <sup>[1]</sup>	玻恩奥本海默近似解薛定谔方程 <sup>[2]</sup>	固定中心近似法解Faddeev方程 <sup>[3]</sup>
$\frac{1}{2}(1^-) DD^*K$ (MeV)	$4292.39^{+4.36}_{-4.16} (79.01^{+4.36}_{-4.16})$		$4317.92^{+3.66}_{-4.32} (53.52^{+3.66}_{-4.32})$	
$\frac{1}{2}(1^-) DD\bar{D}^*K$ (MeV)		$4294.1^{+6.6}_{-3.1} (77.3^{+6.6}_{-3.1})$	$4317.92^{+6.13}_{-6.55} (53.52^{+6.13}_{-6.55})$	$4307 \pm 2 (64 \pm 2)$

[1]Wu et al., Phys. Rev. D 103, L031501(2021).[2]Ma et al., Chin. Phys. C 43, 014102(2019).[3]Ren et al., Phys. Lett. B 785,112–117(2018).

# DD\*K系统第一激发态

$\Lambda$ (MeV)	Parameter	$L$						State
		9	10	11	12	13	14	
400	$c_3$ (MeV <sup>-5</sup> )	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100	Input
350		0.170	0.162	0.164	0.164	0.163	0.163	Fitted
300		0.328	0.305	0.281	0.278	0.281	0.280	Fitted

验证重整化群不变性  
 相同的基态能量  
 ↓  
 不同的动量截断  
 不同的低能有效耦合常数  
 ↓  
 能否得到相同的激发态?

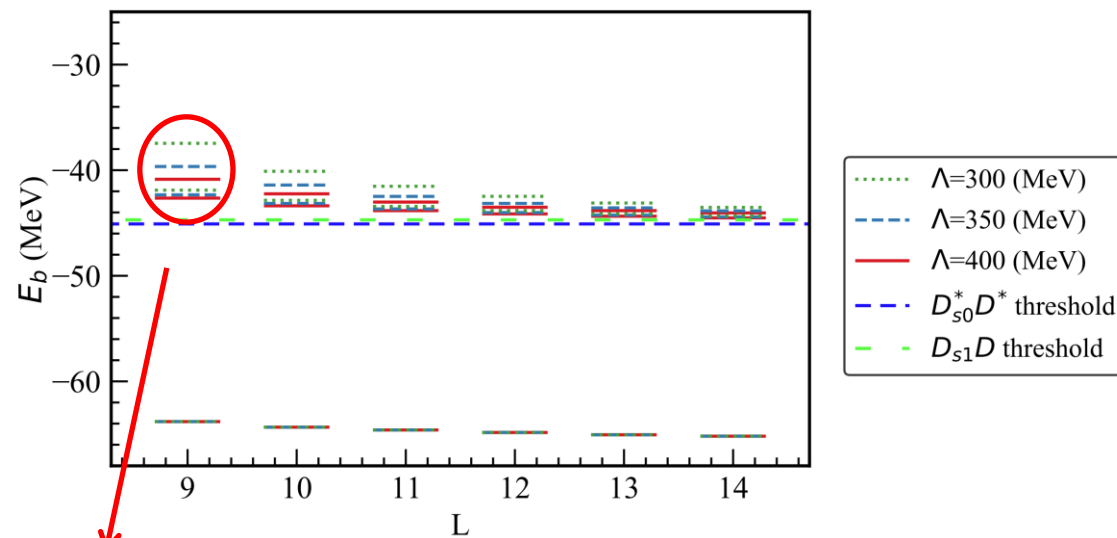
本征态属于立方旋转群五个不可约表示( $A_1, A_2, E, T_1, T_2$ )中的一个, 进行角动量和宇称投影[1]

$$|\Psi_A\rangle = \frac{d_n}{24} \sum_{i=1}^{24} \chi_n(\Omega_i) R(\Omega_i) |\Psi_0\rangle$$

Cubic symmetry group

SO(3)	O	Visualizations
J=0	$A_1(1)$	
J=1	$T_1(3)$	
J=2	$E(2) \oplus T_2(3)$	
J=3	$T_1(3) \oplus T_2(3) \oplus A_2(1)$	
J=4	$A_1(1) \oplus T_1(3) \oplus E(2) \oplus T_2(3)$	

DD\*K激发态(S波贡献)



两个接近的激发态能级解释为不同分子态径向激发造成劈裂。

[1]B.-N. Lu et al., Phys. Rev. D 90, 034507 (2014).

03

# 总结与展望

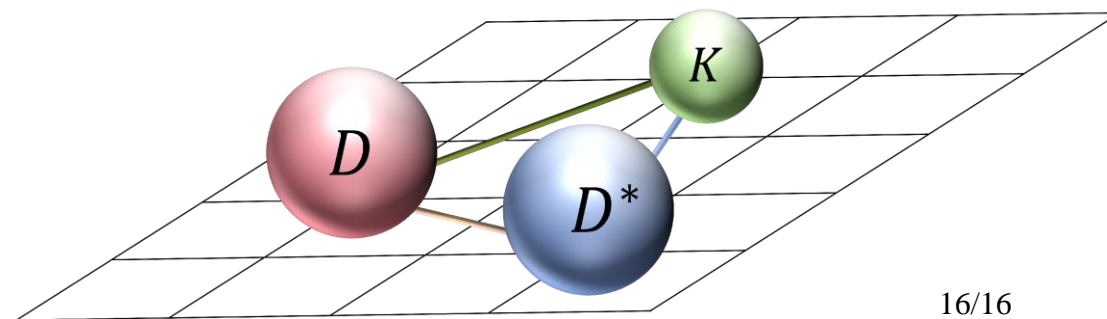


# 总结与展望

(1) 我们首次将格点有效场论方法应用于奇特强子态研究，当三体相互作用为排斥势时， $DD^*K$ 结合能不会低于 $D_{s1}(2460)D$ 的阈值，从而证明 $DD^*K$ 三体束缚态 $J^P = 1^-$ 的明确存在，且结合能预估为 $[-83, -44]$  MeV。

(2) 在不同动量截断的情况下， $DD^*K$ 系统的第一激发态的一致，证明我们方案的重整化群不变性。对于第一激发态的劈裂现象，我们解释为不同强子分子间的径向激发的差异，类比于夸克模型计算重子激发时的 $\rho, \lambda$ 激发模式。

(3) 格点有效场论方法作为第一性原理计算多体问题的方案，有望在重离子碰撞中研究奇特强子态性质发挥更大的优势。



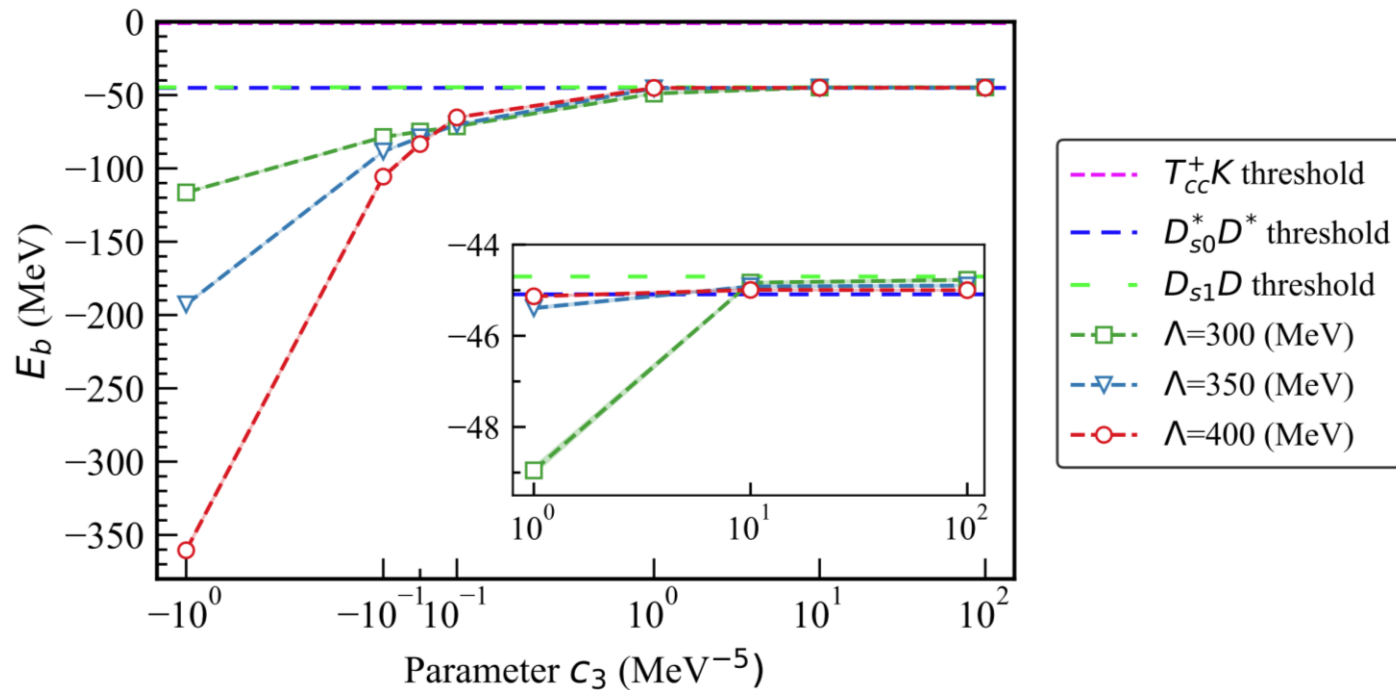


華南師範大學  
SOUTH CHINA NORMAL UNIVERSITY

**THANKS FOR WATCHING!**



# 格点体积效应



三玻色子系统S波基态能量体积外推<sup>[1]</sup>

$$\frac{\Delta E}{E_T} = -(\kappa L)^{-3/2} \sum_{i=1}^3 C_i \exp(-\mu_i \kappa L)$$

[1]Y. Meng, et al., Phys. Rev. D 98, 014508(2018).