

粲介子衰变中标量介子结构的探讨

Shan Cheng (程山)

Hunan University

2024 年 BESIII 粲强子物理研讨会 @ 郑州

2024 年 5 月 12 日

Overview

标量介子结构谜团

在粲介子衰变过程中研究标量介子

Dipion 系统光锥分布振幅

$D_s \rightarrow [f_0 \rightarrow] [\pi^+ \pi^-]_S e^+ \nu_e$ 衰变

总结和展望

标量介子结构

- $f_0(1370), f_0(1500), a_0(1450), K_0^*(1430)$ 组成一个 $SU(3)$ 味道九重态
 $q\bar{q}$ 补充一些可能的胶子成分
i.e., $f_0(1370) \rightarrow 2\rho \rightarrow 4\pi, |n\bar{n}\rangle, f_0(1500) \rightarrow 4\pi, 2\pi$, gluon content
- $f_0(500)/\sigma, f_0(980), a_0(980), K_0^*(700)/\kappa$ 组成另一个九重态
紧致的四夸克态, $K\bar{K}$ 束缚态, ... see Yu-kuo Hsian and Chu-wen Xiao's talks
- 谱学分析 $q\bar{q}$ 结构有一个轨道角动量会增大质量 f_0 和 a_0 的质量简并
- B_s 衰变 energetic $f_0(980)$ 由 $q\bar{q}$ 结构主导 [SC, J-M Shen 1907.08401]
 $q^2\bar{q}^2$ 组分被幂次压低 [J Chai, SC, A-J Ma 2109.00664], FSI 很弱
- D_s 衰变 f_0 的 energetic $q\bar{q}$ 图像是否也有生机?
- "在不同物理过程中表现出不同的结构" Hai-Yang Cheng

标量介子结构

- 重介子衰变/大动量转移过程中强子结构可以用光锥分布振幅来描述
- 共形场论在 QCD 中的具体应用, 赋予物理过程严格的幂次展开(扭度)

$$\text{ie., } |\pi\rangle = \psi_{q\bar{q}}|q\bar{q}\rangle + \psi_{q\bar{q}g}|q\bar{q}g\rangle + \psi_{q\bar{q}q\bar{q}}|q\bar{q}q\bar{q}\rangle + \dots$$

$$\psi_{\pi}^n(x_i, k_{\perp i}, \lambda_i) = \langle n, x_i, k_{\perp i}, \lambda_i | \pi \rangle$$

† 大动量转移时可以将自旋的信息分离 $\phi_{\pi}^n(x_i, Q)$

† $\mathcal{O}(\frac{k_{\perp}^2}{Q^2}, \frac{m^2}{Q^2}, \alpha_s)$ 通过重整化群方程吸收到非微扰参数的标度演化中

$$\phi_{\pi}(x, \mu) = 6x(1-x) \sum_{n=0} a_n^{\pi}(\mu) C_n^{3/2}(x), \quad a_0^{\pi} = f_{\pi}$$

$$\phi_{\pi}^{\rho}(x, \mu) = \frac{m_0^{\pi}(\mu)}{\rho_+} \left[1 + 30\eta_{3\pi} C_2^{1/2}(x) - 3\eta_{3\pi} \omega_{3\pi} C_4^{1/2}(x) \right],$$

$$\phi_{\pi}^{\sigma}(x) = \frac{m_0^{\pi}(\mu)}{\rho_+} 6x(1-x) \left[1 + 5\eta_{3\pi} C_2^{3/2}(x) \right] \quad \text{非微扰方法/格点计算}$$

† 三粒子 Fock 态为解释 $f_0(980)$ 的质量问题提供了可能的 QCD 方案

† (幂次) 扭度之间的“混合”为理解 f_0, a_0 的质量简并提供了新思路

标量介子结构

† 三粒子 Fock 态为解释 $f_0(980)$ 的质量问题提供了可能的 QCD 方案

† (幂次) 扭度之间的“混合”为理解 f_0, a_0 的质量简并提供了新思路
不是这次讨论的重点

- D_s 衰变 f_0 的 energetic $q\bar{q}$ 图像是否也有生机?
- 关注 f_0 的另一个问题 宽度效应
- 不稳定粒子作为中间态的物理过程面临的共同关键问题
- 实验通过稳定粒子系统的不变质量谱来确定中间粒子的性质
- 如何准确的理解不稳定中间粒子的宽度效应?
- 两介子光锥分布振幅原则上可以模型无关的解决该问题

$D_s \rightarrow (f_0 \rightarrow) [\pi^+ \pi^-]_S e^+ \nu_e$ 衰变 (D_{14} 过程)

- $D_{(s)} \rightarrow S l \nu$ 是在对撞机实验上研究标量介子的主要过程

$$D_{(s)} \rightarrow a_0 e^+ \nu [\text{BESIII } 18, 21], D^+ \rightarrow f_0 / \sigma e^+ \nu [\text{BESIII } 19], D_s \rightarrow f_0 (\rightarrow \pi^+ \pi^-) e^+ \nu [\text{CLEO } 09]$$

- $D_s \rightarrow f_0 (\rightarrow \pi^0 \pi^0, K_S K_S) e^+ \nu$ [BESIII 22], $D_s \rightarrow f_0 (\rightarrow \pi^+ \pi^-) e^+ \nu$ [BESIII 23]

$$\mathcal{B}(D_s \rightarrow f_0 (\rightarrow \pi^0 \pi^0) e^+ \nu) = (7.9 \pm 1.4 \pm 0.3) \times 10^{-4}$$

$$\mathcal{B}(D_s \rightarrow f_0 (\rightarrow \pi^+ \pi^-) e^+ \nu) = (17.2 \pm 1.3 \pm 1.0) \times 10^{-4}$$

$$f_+^0(0) |V_{cs}| = 0.504 \pm 0.039 \quad N_{\text{tag}}^{\text{tot}} = 771101, 7.33 \text{fb}^{-1}$$

- 微分衰变宽度 **窄宽度极限/单粒子近似**

$$\frac{d\Gamma(D_s^+ \rightarrow f_0 l^+ \nu)}{dq^2} = \frac{G_F^2 |V_{cs}|^2 \lambda^{3/2}(m_{D_s}^2, m_{f_0}^2, q^2)}{192\pi^3 m_{D_s}^3} |f_+(q^2)|^2$$

- **有限宽度效应** ($\pi\pi$ 不变质量谱)

$$\frac{d\Gamma(D_s^+ \rightarrow [\pi\pi]_S l^+ \nu)}{dsdq^2} = \frac{1}{\pi} \frac{G_F^2 |V_{cs}|^2}{192\pi^3 m_{D_s}^3} |f_+(q^2)|^2 \frac{\lambda^{3/2}(m_{D_s}^2, s, q^2) g_1^2 \beta_\pi(s)}{|m_S^2 - s + i(g_1^2 \beta_\pi(s) + g_2^2 \beta_K(s))|^2}$$

$$\frac{d^2\Gamma(D_s^+ \rightarrow [\pi\pi]_S l^+ \nu)}{dk^2 dq^2} = \frac{G_F^2 |V_{cs}|^2}{192\pi^3 m_{D_s}^3} \frac{\beta_{\pi\pi}(k^2) \sqrt{\lambda_{D_s}} q^2}{16\pi} \sum_{\ell=0}^{\infty} 2 |F_0^{(\ell)}(q^2, k^2)|^2$$

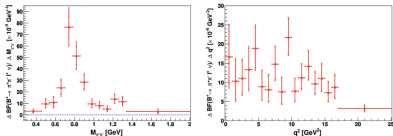
$D_s \rightarrow (f_0 \rightarrow) [\pi^+ \pi^-]_S e^+ \nu_e$ 衰变 (D_{f_4} 过程)

- (四体) 半轻衰变的动力学由 $D_S \rightarrow f_0 (D_S \rightarrow \pi\pi)$ 形状因子来描述
- QCD 研究的重大任务 LCSRs, pQCD, LQCD, ...
- 光锥求和规则方法计算 $D_S \rightarrow S$ 形状因子 see Hai-bing Fu's talk
- 这里关注 D_{f_4} 过程和 $D_S \rightarrow \pi\pi$ 形状因子

† $B \rightarrow (\rho \rightarrow) \pi\pi \bar{l} \nu_l$ $(1.58 \pm 0.11) \times 10^{-4}$ [CLEO 2000, BABAR 2011, Belle 2013]

† $B \rightarrow \pi^+ \pi^0$ 形状因子的 QCD 计算 提出通过 $B \rightarrow \pi^+ \pi^0 \Gamma^- \bar{\nu}$ 衰变来测量 V_{ub} 的方案 [SC, Khodjamirian, Virto 1701.01633]

† $B^+ \rightarrow \pi^+ \pi^- l^+ \bar{\nu}_l$ 分支比的首次直接测量 $(2.3 \pm 0.4) \times 10^{-4}$ [Belle 2005.07766]



† LQCD 首次在 ρ 区域尝试了 $B \rightarrow \pi\pi \bar{l} \nu$ 跃迁 [Leskovec et.al. 2212.08833[hep-lat]]

$D_s \rightarrow (f_0 \rightarrow) [\pi^+ \pi^-]_S e^+ \nu_e$ 衰变 (D_{14} 过程)

$D_s \rightarrow [\pi\pi]^{I=0}$ 形状因子 [SC, Shu-lei Zhang, 2307.02309]

$$\begin{aligned} & \langle [\pi(k_1)\pi(k_2)]^{I=0} | \bar{s} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) c | D_s^+(p) \rangle \\ &= -iF_t(q^2, s, \zeta) k_\mu^t - iF_0(q^2, s, \zeta) k_\mu^0 - iF_{\parallel}(q^2, s, \zeta) k_\mu^{\parallel} \end{aligned}$$

$$\dagger \quad k_\mu^t = \frac{q_\mu}{\sqrt{q^2}}, \quad k_\mu^0 = \frac{2\sqrt{q^2}}{\sqrt{\lambda_{D_s}}} \left(k_\mu - \frac{k \cdot q}{q^2} q_\mu \right), \quad k_\mu^{\parallel} = \frac{1}{\sqrt{k^2}} \left(\bar{k}_\mu - \frac{4(q \cdot k)(q \cdot \bar{k})}{\lambda_{D_s}} k_\mu + \frac{4k^2(q \cdot \bar{k})}{\lambda_{D_s}} q_\mu \right)$$

$$\dagger \quad q \cdot k = (m_B^2 - q^2 - k^2)/2, \quad q \cdot \bar{k} = \sqrt{\lambda} \beta_\pi(k^2) \cos \theta_\pi / 2 = \sqrt{\lambda} (2\zeta - 1)$$

$$\dagger \quad \beta_\pi(k^2) = \sqrt{1 - 4m_\pi^2/k^2}, \quad \theta_\pi \text{ 是 DiPion 静止系中 } \pi^0 \text{ 三动量与母粒子三动量的夹角}$$

LCSRs 计算 $D_s \rightarrow [\pi\pi]^{I=0}$ 形状因子需要有 DiPion 系统 LCDAs 作为输入

LCSRs 计算 $D_s \rightarrow f_0$ 形状因子需要有 f_0 的 LCDAs 作为输入

DiPion 系统光锥分布振幅

- 手征为偶的光锥展开和领头扭度分布振幅定义 [Polyakov 1999, Diehl 1998]

$$\langle \pi^a(k_1) \pi^b(k_2) | \bar{q}_f(zn) \gamma_\mu \tau q_f(0) | 0 \rangle = \kappa_{ab} k_\mu \int dx e^{iuz(k \cdot n)} \Phi_{\parallel}^{ab, ff'}(u, \zeta, k^2)$$

† 三个独立的运动学变量 归一化条件 $\int_0^1 du (2u-1) \Phi_{\parallel}^{f=0}(u, \zeta, k^2) = -2M_2^{(\pi)} \zeta(1-\zeta) F_{\pi}^{\text{EMT}}(k^2)$
 $M_2^{(\pi)}$ 是 π 介子中夸克携带的动量分数 ~ 1

$$\dagger \langle S(p_1) | \bar{q}_{2\beta}(zn) q_{1\alpha}(0) | 0 \rangle = \int_0^1 du e^{iuz(p_1 \cdot n)} \left\{ p_{1\mu} \phi(u) + m_S \left[\phi^S(u) - \frac{\sigma_{\rho\delta} p_1^\rho z^\delta}{6} \phi^\sigma(u) \right] \right\}_{\beta\alpha}$$

$$\dagger \langle S(p_1) | \bar{q}_2(zn) \gamma_\mu q_1(0) | 0 \rangle = \int_0^1 du e^{iuz(p_1 \cdot n)} p_{1\mu} \phi(u)$$

- 2π 分布振幅的双重展开 $C_n^{3/2}(2z-1)$ 和 $C_\ell^{1/2}(2\zeta-1)$

$$\Phi_{\parallel}^{f=0}(u, \zeta, k^2, \mu) = 6u(1-u) \sum_{n=1, \text{odd}}^{\infty} \sum_{l=0, \text{even}}^{n+1} B_{\parallel, n\ell}^{f=0}(k^2, \mu) C_n^{3/2}(2u-1) C_\ell^{1/2}(2\zeta-1)$$

$$\dagger \phi(u) = \bar{f}_S 6u(1-u) \sum_{n=0}^{\infty} a_n(\mu) C_n^{3/2}(2u-1), \quad \bar{f}_S = \frac{m_S}{m_{q1} - m_{q2}} f_S$$

- 如何确定 $B_{n\ell}(k^2, \mu)$ 的零点值并准确描述其随不变质量的演化行为?

DiPion 系统光锥分布振幅

$B_{n\ell}(k^2, \mu)$ 的零点值和其随不变质量的演化行为

- Soft pion theorem 可以建立 $B_{n\ell}^{\prime=0}(0)$ 与 a_n^π 的联系
- 交换对称性可建立 $B_{n\ell}(0)$ 与 SPDs 中矩 M_N^π 的联系
- 在共振态区域 DiPion 振幅约化为 f_0 单粒子的振幅
- 如何描述从零点到大的不变质量的演化 $k^2 \sim \mathcal{O}(m_c^2)$?

‡ π - π 散射的 Watson 定理提供了 DiPion 分布振幅虚部的直接表示办法

‡ N 阶减除的色散关系的 Omnés 解

$$B_{n\ell}^{\prime}(k^2) = B_{n\ell}^{\prime}(0) \text{Exp} \left[\sum_{m=1}^{N-1} \frac{k^{2m}}{m!} \frac{d^m}{dk^{2m}} \ln B_{n\ell}^{\prime}(0) + \frac{k^{2N}}{\pi} \int_{4m_\pi^2}^{\infty} ds \frac{\delta_\ell^{\prime}(s)}{s^N(s - k^2 - i0)} \right]$$

- DiPion 分布振幅可以通过散射相移 δ_ℓ^{\prime} 和几个 (减除) 常数来描述

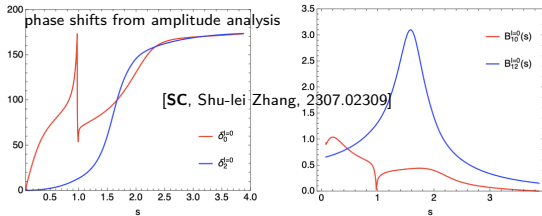
DiPion 系统光锥分布振幅

- $B_{n\ell}$ 的零点值和减除常数

(n\ell)	$B_{n\ell}^{\parallel}(0)$	$c_1^{\parallel,(n\ell)}$	$\frac{d}{dk^2} \ln B_{n\ell}^{\parallel}(0)$	$B_{n\ell}^{\perp}(0)$	$c_1^{\perp,(n\ell)}$	$\frac{d}{dk^2} \ln B_{n\ell}^{\perp}(0)$
(01)	1	0	1.46 \rightarrow 1.80	1	0	0.68 \rightarrow 0.60
(21)	-0.113 \rightarrow 0.218	-0.340	0.481	0.113 \rightarrow 0.185	-0.538	-0.153
(23)	0.147 \rightarrow -0.038	0	0.368	0.113 \rightarrow 0.185	0	0.153
(10)	-0.556	-	0.413	-	-	-
(12)	0.556	-	0.413	-	-	-

△ 最早是通过基于瞬子真空假设的低能有效理论计算获得 [Polyakov 1999]

△ 通过利用不同运动学区域的限制和最新的格点计算做了更新 [SC 2019, 2023]



- 以上只停留在领头扭度水平 三扭度 DiPion 分布振幅的研究还是空白

DiPion 系统光锥分布振幅

B 介子多体衰变研究 (pQCD, QCDF) 中采用的 DiMeson

LCDAs 其实是渐进形式 [J Chai, **SC**, A-J Ma 2109.00664]

normalized to unit as $\Gamma_{M_1 M_2}^{J=1}(0) = 1$. When the invariant mass of meson system is small, the higher $\mathcal{O}(s)$ terms in the expansion of coefficient $B_{n_l}(s, \mu)$ around the resonance pole can be safely neglected due to the large suppression $\mathcal{O}(s/m_b^2)$ in contrast to the energetic meson system in B decay, so the relation $B_{n_l}(s, \mu) \rightarrow a_n(\mu)\Gamma_{M_1 M_2}^{J=1}(s)$ can be obtained in the lowest partial wave approximation. This argument induces the basic assumption in PQCD that the energetic meson DAs can be deduced from the DAs of resonant meson by replacing the decay constant by the timelike form factor.

$D_S \rightarrow [\pi^+ \pi^-]_S$ 形状因子

- $D_S \rightarrow f_0$ 形状因子的计算始于关联函数 see Hai-bing's talk

$$\Pi_\mu^{S_i}(p_1, q) = i \int d^4x e^{iq \cdot x} \langle f_0(p_1) | T \{ J_{1,\mu}^{S_i}(x), J_2^{S_i}(0) \} | 0 \rangle$$

- $D_S \rightarrow [\pi^+ \pi^-]_S$ 形状因子始于

$$\Pi_\mu^{ab}(q, k_1, k_2) = i \int d^4x e^{iq \cdot x} \langle \pi^a(k_1) \pi^b(k_2) | T \{ J_{1,\mu}^{S_1}(x), J_2^{S_1}(0) \} | 0 \rangle$$

- 以 $F_0(q^2, k^2, \zeta)$ 为例

$$F_0 = \frac{m_c(m_c + m_s) \sin \theta}{m_{D_s}^2 f_{D_s} \sqrt{\lambda_{D_s}} \sqrt{q^2}} \int_{u_0}^1 \frac{du}{u} \Phi_{\parallel, \pi\pi}^{I=0}(u, \zeta, k^2) \left[\lambda_{D_s} + 2uk^2 (m_{D_s}^2 + q^2 - k^2) \right] e^{-\frac{s_2'(u) - m_{D_s}^2}{M^2}},$$

† 分波展开 $F_0(k^2, q^2, \zeta) = \sum_\ell \sqrt{2\ell + 1} F_{\perp, \parallel}^{(\ell)}(k^2, q^2) P_\ell^{(1)}(\cos \theta_\pi)$

$$F_0^{(\ell')} (q^2, k^2) = \frac{m_c(m_c + m_s) \sin \theta}{m_{D_s}^2 f_{D_s} \sqrt{\lambda_{D_s}} \sqrt{q^2}} \sum_{n=1, \text{odd}}^{\infty} \frac{\beta_{\pi\pi}(k^2)}{\sqrt{2\ell' + 1}} J_n^0(q^2, k^2, M^2, s_0) B_{\parallel, n\ell'}^{I=0}(k^2)$$

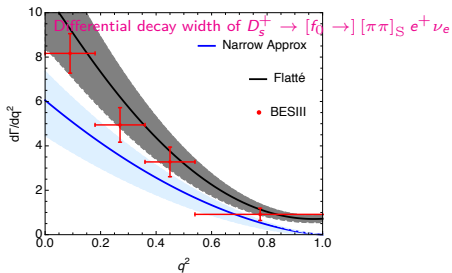
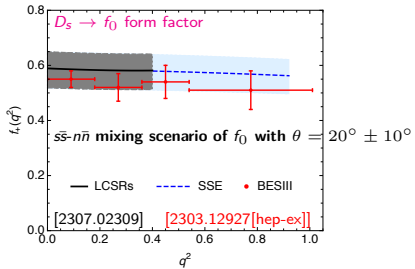
$$J_n^0(q^2, k^2, M^2, s_0) = 6 \int_{u_0}^1 du \bar{u} C_n^{3/2}(2u - 1) \left[\lambda_{D_s} + 2uk^2 (m_{D_s}^2 + q^2 - k^2) \right] e^{-\frac{s_2'(u) - m_{D_s}^2}{M^2}}$$

$D_s \rightarrow [f_0 \rightarrow] [\pi^+ \pi^-]_S e^+ \nu_e$ 衰变 (D_{l4} 过程)

$$\frac{d\Gamma(D_s^+ \rightarrow f_0 l^+ \nu)}{dq^2} = \frac{G_F^2 |V_{cs}|^2 \lambda^{3/2}(m_{D_s}^2, m_{f_0}^2, q^2)}{192\pi^3 m_{D_s}^3} |f_+(q^2)|^2$$

$$\frac{d\Gamma(D_s^+ \rightarrow [\pi\pi]_S l^+ \nu)}{dsdq^2} = \frac{1}{\pi} \frac{G_F^2 |V_{cs}|^2}{192\pi^3 m_{D_s}^3} |f_+(q^2)|^2 \frac{\lambda^{3/2}(m_{D_s}^2, s, q^2) g_1^2 \beta_\pi(s)}{|m_S^2 - s + i(g_1^2 \beta_\pi(s) + g_2^2 \beta_K(s))|^2}$$

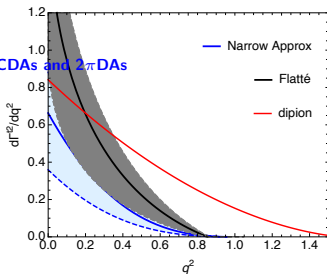
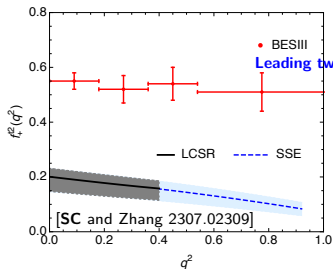
$D_s \rightarrow f_0$ 形状因子 $\langle f_0(p_1) | \bar{s} \gamma_\mu \gamma_5 c | D_s^+(p) \rangle = -i [f_+(q^2) (p + p_1)_\mu + f_-(q^2) q_\mu]$



$D_s \rightarrow [f_0 \rightarrow] [\pi^+ \pi^-]_S e^+ \nu_e$ 衰变 (D_{14} 过程)

$$\frac{d^2\Gamma(D_s^+ \rightarrow [\pi\pi]_S l^+ \nu)}{dk^2 dq^2} = \frac{G_F^2 |V_{cs}|^2}{192\pi^3 m_{D_s}^3} \frac{\beta_{\pi\pi}(k^2) \sqrt{\lambda_{D_s} q^2}}{16\pi} \sum_{\ell=0}^{\infty} 2|F_0^{(\ell)}(q^2, k^2)|^2$$

$D_s \rightarrow [\pi\pi]_S$ 形状因子 $\langle [\pi(k_1)\pi(k_2)]_S | \bar{s}\gamma_\mu \gamma_5 c | D_s^+(p) \rangle = -iF_0(q^2, s, \zeta) k_\mu^0 + \dots$



- $D_s \rightarrow f_0, [\pi\pi]_S$ 形状因子的主要贡献来自于三扭度光锥分布振幅

† 这并不意味着 (幂次) 扭度展开的破坏 领头扭度 LCDAs 的贡献只有高阶修正项

† 标量介子的电荷共轭不变性似的领头扭度分布振幅中的渐进项贡献为零 ($a_0 = 0$)

- 更丰富的 (四体) 半轻衰变测量将进一步帮助理解 DiPion 系统和 f_0

总结和展望

- 两介子系统光锥分布振幅是研究 (重介子半轻衰变过程中) 不稳定粒子 (如 f_0) 的宽度效应和结构的重要途径
- 目前对它的理解还停留在领头扭度
- 粲介子半轻衰变是研究三扭度分布振幅的理想场所
- DiPion 分布振幅的描述中相移来自 $\pi\pi$ 散射测量, 直接在重介子衰变过程中测量?

Thank you for your patience.