利用矮星系Ursa Major III/UNIONS 1给暗物质湮灭截面限制

参考文献2311.10147, 2311.10134, 2311.14611,

张朋龙

新发现的矮星系Ursa Major III/UNIONS 1

- stellar mass 16*m_sun， Distance 10kpc
- Half-light radius 3pc，Total mass 10^9m_sun ~10^10 m_sun
- J-factor 10^21, (arxiv:2311.10134)

$$J \equiv \iint \mathrm{d}l\mathrm{d}\Omega\, \rho_{\mathrm{NFW}}^2 \approx \frac{25}{8G^2}\frac{\sigma_{\mathrm{los}}^4\theta}{DR_{\mathrm{h}}^2} \sim 10^{21}\,\frac{\mathrm{GeV/c^2}}{\mathrm{cm^5}}$$

- 目标：找出NFW profile 参数rs, rhos

求潮汐半径rt

- 紧邻银河系，受潮汐力很大，通过 Roche 判据来近似地求出rt.

$$\frac{M_{\mathrm{dSph}}\left(r_t\right)}{r_t^3}=\frac{M_{\mathrm{MW}}\left(r_{\mathrm{dSph}}-r_t\right)}{\left(r_{\mathrm{dSph}}-r_t\right)^3},$$

- 潮汐质量M_dSph(rt)取10^9m_sun ~10^10 m_sun
- M_MW (r) 是银河系(Milky Way) 暗晕包含在半径r 内的质量
- r_dSph 是矮星系中心到银河系中心的距离

利用坐标,求矮星系中心到银河系中心的距离 r_dSph

- 我们需要将赤经和赤纬转换为笛卡尔坐标。
- 赤经和赤纬可以转换为球坐标，然后再转换为笛卡尔坐标。
- 对于银心：
  赤经：17小时45分40.04秒 = 266.4167°
  赤纬：-29°00'28.1" = -29.0078°
- 使用这些球坐标，我们可以将其转换为笛卡尔坐标：
  X1 = 8.3 kpc * cos(266.4167°) * cos(-29.0078°)
  Y1 = 8.3 kpc * sin(266.4167°) * cos(-29.0078°)
  Z1 = 8.3 kpc * sin(-29.0078°)
- X1 = 8.3 * cos(266.4167°) * cos(-29.0078°) ≈ -0.454 kpc
  Y1 = 8.3 * sin(266.4167°) * cos(-29.0078°) ≈ -7.245 kpc
  Z1 = 8.3 * sin(-29.0078°) ≈ -4.025 kpc

r_dSph = 14.6339kpc

- 对于Ursa Major iii：
  赤经：11小时38分49.8秒 = 174.7075°
  赤纬：+31°04′42″ = 31.0783°
- 使用这些球坐标，我们可以将其转换为笛卡尔坐标：
  X2 = 10 kpc * cos(174.7075°) * cos(31.0783°)= -8.528
  Y2 = 10 kpc * sin(174.7075°) * cos(31.0783°)= 0.79
  Z2 = 10 kpc * sin(31.0783°) = 5.162
- 使用这些值来计算物理距离D:
  D = sqrt((X2 - X1)^2 + (Y2 - Y1)^2 + (Z2 - Z1)^2)
  D = sqrt((-8.528 + 0.454)^2 + (0.79 + 7.245)^2 + (5.162 + 4.025)^2) = 14.6339

用扫描方法求rt

- 银心与星系Ursa Major iii的距离大约是14.6339 kpc

$$\frac{M_{\mathrm{dSph}}\left(r_t\right)}{r_t^3}=\frac{M_{\mathrm{MW}}\left(r_{\mathrm{dSph}}-r_t\right)}{\left(r_{\mathrm{dSph}}-r_t\right)^3},$$

用扫描方法求m_vir

- r_vir, rs, rhos 都用m_vir表示

$$M_{\rm vir} = \frac{4\pi}{3}\Delta_{\rm vir}\bar{\rho}_0 r_{\rm vir}^3 \tag{4.13}$$

来决定维里半径 $r_{\rm vir}$, 其中 $\bar{\rho}_0$ 是平均背景密度, $\Delta_{\rm vir}$ 是维里超密度 (virial over-density). 对于银河系, 我们取 $\Delta_{\rm vir}\bar{\rho}_0 = 200\rho_{c0} = 200 \times 2.775 \times 10^2\ h^2\ M_\odot\ {\rm kpc}^{-3}$,

由此得出 $r_{\rm vir} = 200.6$ kpc. 在 NFW 模型中, 用以衡量密度分布聚合程度的聚集参数 (concentration parameter) $c_{\rm vir} = r_{\rm vir}/r_s$, 于是有

$$\begin{aligned} M_{\rm MW}(r_{\rm vir}) &= \int_0^{r_{\rm vir}} \rho(r)\cdot 4\pi r^2 dr = 4\pi\rho_s r_s^3 \int_0^{c_{\rm vir}} \frac{x}{(1+x)^2}dx \\ &= 4\pi\rho_s r_s^3\left[\ln(1+c_{\rm vir}) - \frac{c_{\rm vir}}{1+c_{\rm vir}}\right]. \end{aligned} \tag{4.14}$$

扫描求m_vir

- 将r_vir, rs, rhos 代入到公式

$$\frac{M_{\mathrm{dSph}}\left(r_t\right)}{r_t^3}=\frac{M_{\mathrm{MW}}\left(r_{\mathrm{dSph}}-r_t\right)}{\left(r_{\mathrm{dSph}}-r_t\right)^3},$$

- 其中M_dSph用对密度的积分表示。

计算J-factor

- 扫描出m_vir就可以算出rs, rhos
- 可以算j-factor

J 因子在探测器有限立体角内的平均值

$$\bar{J}_{\Delta\Omega} \equiv \frac{1}{\Delta\Omega}\int_{\Delta\Omega} J(\psi)\, d\Omega = \frac{2\pi}{\Delta\Omega}\int_0^{\theta_{\max}} \sin\theta d\theta \int_{l_{\min}}^{l_{\max}} \rho^2\left(\sqrt{l^2+d^2-2dl\cos\theta}\right) dl, \tag{4.9}$$

而与实际探测直接对应的是 $J^{\mathrm{NFW}} \equiv \bar{J}_{\Delta\Omega}\Delta\Omega = \int_{\Delta\Omega} J(\psi)\, d\Omega$. 于是

先求出m_vir ,再求 rs, rhos. m_sun = 1.115e57GeV

m	10^9 *m_sun	10^10 *m_sun
M_vir	8.1e66	8.34e67
r_dsph(星、银心距离)	14.6339kpc	14.6339
c_vir	14.377	12.506
r_t	2.97	5.63
R_vir	39.94	86.91
R_s	2.779	6.95
Rho_s (Gev/cm^3)	1.67e64	1.18e64
J-factor	1.14e20	3.84e20

1601.02624， redshift z=0, 求c_vir

Our model for the $c(\mathrm{M}, z)$ relation, when expressed in terms of dimensionless peak height, $\nu(z) = \delta_{\mathrm{sc}}/\sigma(\mathrm{M}, z)$, can be accurately described by a broken power-law:

$$c(\nu) = c_0 \left(\frac{\nu}{\nu_0}\right)^{-\gamma_1} \left[1 + \left(\frac{\nu}{\nu_0}\right)^{1/\beta}\right]^{-\beta(\gamma_2 - \gamma_1)}. \tag{C1}$$

$$\sigma(\mathrm{M}, z) = D(z) \frac{22.26\, \xi^{0.292}}{1 + 1.53\, \xi^{0.275} + 3.36\, \xi^{0.198}}, \tag{C8}$$

where

$$\xi \equiv \left(\frac{\mathrm{M}}{10^{10}\, h^{-1}\, M_\odot}\right)^{-1}. \tag{C9}$$

第二个方法，二维扫描.难求解

- 已知m_vir, j-factor后，用两个公式做限制，来求rs, rhos

$$
\begin{aligned}
M_{\mathrm{MW}}\left(r_{\mathrm{vir}}\right) &= \int_0^{r_{\mathrm{vir}}} \rho(r) \cdot 4\pi r^2 dr = 4\pi \rho_s r_s^3 \int_0^{c_{\mathrm{vir}}} \frac{x}{(1+x)^2} dx \\
&= 4\pi \rho_s r_s^3 \left[\ln\left(1+c_{\mathrm{vir}}\right) - \frac{c_{\mathrm{vir}}}{1+c_{\mathrm{vir}}}\right].
\end{aligned}
$$

J 因子在探测器有限立体角内的平均值

$$
\bar{J}_{\Delta\Omega} \equiv \frac{1}{\Delta\Omega} \int_{\Delta\Omega} J(\psi)\, d\Omega = \frac{2\pi}{\Delta\Omega} \int_0^{\theta_{\max}} \sin\theta d\theta \int_{l_{\min}}^{l_{\max}} \rho^2 \left(\sqrt{l^2+d^2-2dl\cos\theta}\right) dl, \tag{4.9}
$$

而与实际探测直接对应的是 $J^{\mathrm{NFW}} \equiv \bar{J}_{\Delta\Omega}\Delta\Omega = \int_{\Delta\Omega} J(\psi)\, d\Omega$. 于是