

Preliminary Design and Simulations of a Calorimeter for the Muonium-to-Antimuonium Conversion Experiment

摘要

The Muonium-to-Antimuonium Conversion Experiment (MACE) is proposed to search for this charged lepton flavor violating process and obtain a two orders of magnitude higher sensitivity than the MACS experiment at PSI in 1996, taking advantage of recent technique developments. One clear signature of the conversion is given by positron produced by antimuonium decay. We introduce a parameterized near- 4π -coverage calorimeter for probing e^+e^- annihilation, which energy resolution reaches 8% at 511 keV. Detailed Monte-Carlo simulation with GEANT4 code and MACE offline software is presented for geometry optimization, coincidence system design, benchmark detector validation, and background estimation.

1 Introduction

在粒子物理标准模型中, 轻子味是守恒量, 改变轻子味道的过程将被严格禁戒。但中微子振荡的发现证明中性轻子味道是破坏的, 为超越标准模型新物理提供了线索 (shed light on)。因此期望发现带电轻子味道破坏 (CLFV) 过程来进一步打开新物理的大门。在轻子家族中, 缪子是质量最小的不稳定带电轻子, 并具有相对较长的寿命, 适合在高精度前沿实验中作为寻找 CLFV 的探针。从 1940s 开始, 人们就开始用缪子来实现 CLFV 实验, 几十年来不断报道更低的 CLFV 过程的分支比上限, 其中最受关注的反应道是 $\mu^+ \rightarrow e^+\gamma$ 、 $\mu^+ \rightarrow e^+e^-e^+$ 、 $\mu^- N \rightarrow e^- N$ [1]。在最近几年提出的寻找这三个过程的代表性实验分别包括: MEG 及其全面升级 MEG-II [2]、Mu3e [3]、COMET [4] 和 Mu2e [5]。然而以上三个过程只改变了一个单位的轻子味。缪子素是由 μ^+e^- 束缚态形成的异形原子, 若 $\mu^+e^- \rightarrow \mu^-e^+$ 即正反缪子素转化过程能够自发进行, 则会发生两个单位轻子味的破坏。因此对正反缪子素转化过程的探测能补充以上缪子 CLFV 实验, 为许多模型提供额外的关键限制 [6–10]。正反缪子素转化分支比的最新结果由 PSI 的 MACS 实验给出, 为 8.3×10^{-11} (90% C.L.) [11, 12]。在 2003 年, 有文献提出在 PRISM 上进行正反缪子素转化实验, 并作出了初步概念设计 [13], 此后没有进一步研究发表。因此在 MACS 实验结束后至今的二十多年中, 并没有新的实验进入运行。而缪子源和粒子探测技术在此期间都得到了长足发展, 新的正反缪子素转化实验呼之欲出。此前我们提出了 Muonium-to-Antimuonium Conversion Experiment (MACE) 实验 [14, 15], 期望将分支比上限压低两个数量级以上。目前的实验方案是通过符合技术测量末态产物: μ^+ 束流进入 MACE 探测器, 在产生靶上形成缪子素, 若缪子素逸出到真空后发生转化过程, 将得到不稳定的束缚态 μ^-e^+ (antimuonium), 其中 μ^- 将衰变为一个米歇尔电子, 由漂

移室探测。剩下的低能轨道 e^+ 在电场作用下将通过输运线击中量能器腔中的 MCP，发生 $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$ 湮灭。MACE 对导向磁场的特殊设计能保证反缪子素的衰变顶点信息在 MCP 上被保留下来，最终通过磁谱仪米歇尔电子径迹、MCP 正电子击中、湮灭 γ 射线三者符合为一个转化信号事例。作为高精度前沿稀有过程探测实验，MACE 应该对处于较低能区的湮灭 γ 射线有足够的灵敏度，为了能将 511 keV 信号与本底区分开，并且尽量保留全部事例信息，从需要一台较高能量分辨率和探测效率的电磁量能器。

在现代粒子物理实验中，对粒子能量测量精度的要求不断提高。由于粒子无法被直接观测到，只能通过与物质相互作用沉积能量并产生信号被记录下来，量能器就成为了大多数实验用于探测粒子能量的重要装置，其技术也一直得到发展。量能器的几何构造是影响实验信号效率最为重要的因素之一，尤其是寻找稀有事例的高精度前沿实验，将得益于量能器对相互作用顶点的立体角覆盖程度，即 hermeticity 的提升。1980s 后一些实验基于以上考虑提出了近 4π 立体角覆盖的球形量能器几何设计，世界上第一台 4π 球形量能器是 Crystal Ball 探测器 [16]。Crystal Ball 探测器由曾在 SLAC 的 SPEAR 加速器上运行，由 624 块 NaI(Tl) 晶体组成，能够覆盖 94% 的 4π 立体角。此后 PSI 的 PIBETA 探测器采用了相似的设计 [17]，但为了提高光收集效率，采用了五棱台、六棱台与斜方体组成球体，而不是像 Crystal Ball 探测器一样采用三棱台，探测器由 240 块纯 CsI 晶体组成，覆盖 77% 的 4π 立体角。球形几何量能器除了在高能物理实验，也在一些低能核物理实验中获得了应用。与 Crystal Ball 探测器同时期建成的是在美国橡树岭国家实验室的 Spin Spectrometer，用于测量核反应中 γ 射线的 multiplicity [18]，由 72 块 NaI(Tl) 晶体组成，空间覆盖达到 96.8%，能量分辨率为 7.7% 到 9.2% at 662 keV。1986 年，德国卡尔斯鲁厄核物理研究中心提出了使用 4π BaF₂ 探测器测量 5 到 200 keV 能量区间内的中子俘获截面 [19]，该探测器由 42 块 BaF₂ 晶体组成，能量分辨率为 14% at 662 keV，此后美国洛斯阿拉莫斯实验室的 Detector for Advanced Neutron Capture Experiment (DANCE) [20]，CERN 的 Total Absorption Calorimeter (TAC) [21]，中国散裂中子源的 Gamma-ray Total Absorption Facility (GTAF) [22] 都采用并改进了这种实验方案。球形量能器的优势除空间探测效率高以外，还有：各探测器单元在空间上的分布是各向同性的，有很好的对称性，因此易于重建反应顶点；各单元一定程度上能提供对临近单元的支撑，简化了机械结构设计。这些特性都能较好地满足 MACE 对量能器的需求。

在这篇文章中，通过模拟方法设计 MACE 量能器概念原型，利用 GEANT4 [23] 和 MACE 离线软件生成量能器几何并进行了优化，对量能器的能量分辨率、信号效率、本底水平进行了评估，为 MACE 后续预研提供参考。

2 Conceptual Design of the MACE Calorimeter

2.1 Overview

In order to meet the requirements of experimental sensitivity enhancement (e.g., good energy resolution, high γ -ray efficiency, precise reconstruction), 本研究采用了 4π 几何的量能器设计, 并对 MACE 量能器的探测物质、光探测器的选择提出了初步设计方案, 提出的概念原型将作为后文模拟工作的基础。

由多块探测器单元组成的球形量能器几何在数学上统称为哥德堡多面体。哥德堡多面体首次由 Michael Goldberg 在 1937 年描述 [24], 由多个五边形和六边形组成, 每三个面交于相同的顶点, 是球面的内接多面体, 具有正二十面体旋转对称性, 因此从外观上与球体类似。本研究通过如下算法生成哥德堡多面体网格:

1. 生成正二十面体网格;
2. 通过 Loop 方法 [25] 对网格的每个面进行细分, 并把每个顶点投影到球面上;
3. 取新网格每个面的重心, 将其投影到球面上并相连。

使用 Polygon Mesh Processing Library (PMP) 实现以上算法, PMP 是一个用于处理多面体网格的现代 C++ 开源库 [26], 可在 MACE 离线软件中调用并将生成的几何参数传递到 GEANT4 中进行建模。

经过以上步骤后, 将生成一个内接于单位球面的 Class I GP(4,0) 哥德堡多面体网格, 由 12 个正五边形和 30+120 个非正六边形组成。将网格坐标乘上量能器内径向量 r 即得到内截面坐标, 进一步乘上晶体长度向量 l 得到外截面坐标。将这些坐标按顺序输入 G4TessellatedSolid 生成 solid volume, 这样就在 GEANT4 中生成了参数化的 MACE 量能器几何, 3D 示意图如图 1。MACE 量能器中存在三种不同的单元, 分别由哥德堡多面体上不同类型的面生成, 命名为 Type-PEN、Type-HEX01、Type-HEX02, 如图 2 所示。

量能器中采用无机闪烁晶体可以得到较高的能量分辨率和探测效率, 常用晶体有 NaI(Tl)、纯 CsI、CsI(Tl)、BGO、 PbWO_4 等。NaI(Tl) 在过去得到了广泛应用, 由于价格便宜同时光产额高, 但 NaI(Tl) 易潮解且密度较小, 不适用于如今的大型粒子物理实验。BGO 和 PbWO_4 辐射长度较短, 粒子在晶体中沉积能量的效率更高, 但光产额较低导致能量分辨率差, 无法满足高精度前沿实验的要求。纯 CsI 发光时间快, 能够用于有高事例率的实验中, 但同样能量分辨率较差, 如 PSI 的 MACS 实验中的纯 CsI 量能器对于单 γ 射线和双 γ 射线信号的能量分辨率分别为 69% 和 52% [27]。在 CsI 中掺杂 Tl 能够明显提高晶体的光产额, 有益于得到优秀的能量分辨率, 但会以得到较慢的发光时间为代价。根据提出的 MACE 实验方案, 量能器需要对湮灭 γ 射线有较高的能量分辨率和探测效率。由于量能器仅接收反缪子素衰变的低能轨道正电子, 会有较低的

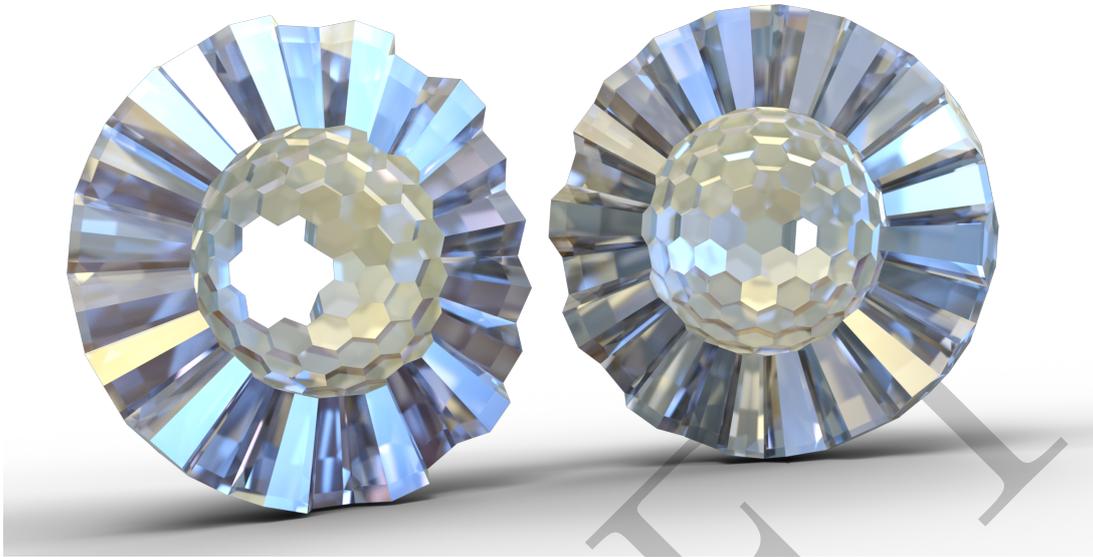


图 1: Schematic diagram of the MECal crystals.



图 2: Schematic diagram of the Type-PEN, Type-HEX01, and Type-HEX02 crystals.

事例率，不会出现 pile-up 情况，因此对晶体发光时间没有严格要求。在概念原型设计中使用 CsI(Tl) 作为 MACE 量能器的晶体材料。

光探测器件是探测器系统中最后一个决定能量分辨率的重要部分，其关键指标如光灵敏面积、量子效率决定了闪烁晶体产生的光学光子有多少可被实际转换为电信号并被我们观测到。目前粒子物理实验中常用的光探测器件包括 Photomultiplier Tube (PMT) 和 Silicon Photomultiplier (SiPM) 或 Multi-Pixel Photon Counter(MPPC)。PMT 的优势在于价格便宜、有较大的灵敏面积，但量子效率较低并且在磁场中需要特殊屏蔽处理。SiPM 的量子效率远高于 PMT、体积紧凑、不受磁场影响，但 SiPM 价格昂贵且灵敏面积小，由于半导体热噪声产生的暗电流高于 PMT，同时其结构决定了像素之间存在串扰问题。在本研究中 MACE 量能器采用 PMT 作为参考光探测器件，通过光学硅脂耦合在闪烁晶体上构成探测单元。但在未来升级阶段可能考虑采用 SiPM 以进一步提高量能器的性能，或使用 MPPC 增加基础的空间分辨率与径迹重建能力。

2.2 Optimization of Geometry Parameters

由于量能器几何是通过单位球上的哥德堡多面体网格扩张生成的，因此晶体长度也和量能器内径共同决定了单元晶体的体积与内外截面的面积。MACE 中，正电子通过螺线管输运至量能器，为保证横向坐标的重建效果，正电子束流半径较大，需要减少量能器束流入口处的单元数量，使束流不被阻挡。显然当量能器内径过小时，将损失很大的立体角。通过对比发现当量能器内径为 15 cm 及以上时，需减少的单元数最少，同时量能器体积最小。此时量能器前方减少七块单元，后方减少一块，总单元数为 154，保留了约 97.5% 的立体角覆盖。

闪烁体探测器系统中，光输出产额与光收集效率是决定探测器的能量分辨率的主要因素，而闪烁晶体的形状与 dimensions 是影响光收集效率的关键点。它们都会影响 γ 射线能否能在闪烁晶体中完全沉积能量，以及影响光学光子在闪烁晶体中的传播并决定 PMT 的光收集效率，进而影响能量分辨率。本节主要在量能器内径确定的情况下，改变晶体长度，优化量能器单元的能量分辨率，实现提升量能器灵敏度的目标。

在 GEANT4 中进行了模拟，光学过程与材料光学属性设置与节 3 中完全一致，将量能器中 Type-HEX01 单元作为优化对象，使 511 keV 单能 γ 射线入射闪烁晶体，晶体长度从 5 cm 变化至 20 cm，并且调整 PMT 光阴极大小，保证晶体外截面变化后也能对其完全覆盖，并保持 PMT 各属性设置不变，以排除几何以外因素对光收集效率的影响。分别记录了 PMT 光阴极接收到的光子数，图 3 展示了部分结果。从模拟结果可以看出，当晶体长度过小时，无法形成完整的全能峰，或者全能峰旁有拖尾，这是因为 γ 射线在发生康普顿散射后就逃逸出晶体，留下的反冲电子形成了康普顿坪。这极大降低了探测器的探测效率和整个实验的灵敏度。当晶体长度增加时，全能峰逐渐变得明显，康普顿坪也被极大压制，在晶体长度增加至 9 cm 时，已经可以使用高斯 + 二次多项式函数对全能峰附近进行有效拟合。在 ROOT 中拟合了晶体长度大于 9 cm 的各全能峰，根据式 3 计算各长度下的单元能量分辨率，结果如图 4。

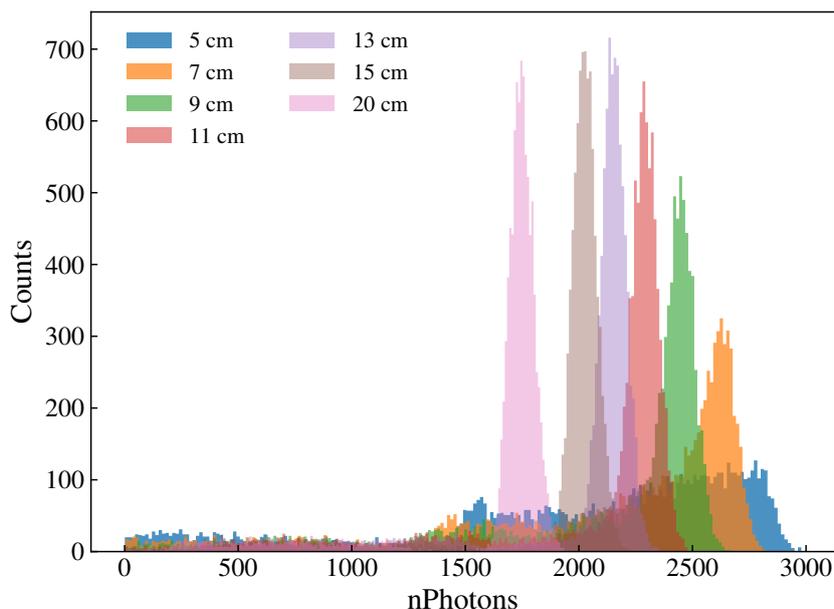


图 3: 不同晶体长度下全能峰形状.

结果显示随着晶体长度增加，所关注的量能器单元的光收集数量变少，能量分辨率逐渐变差，这与文献 [28, 29] 的研究结果相吻合。闪烁晶体变长后，虽然探测效率增加，但能量分辨率随之降低。这可能是因为光学光子在晶体中传播距离增加，有一部分光子在材料中直接被吸收，或者在多次反射后被吸收，导致 PMT 收集到的光子减少，进而使能量分辨率降低。但是当晶体长度越短时，外截面所能容纳的 PMT 越小，而 PMT 的光阴极与晶体间的相对面积也决定了单元的光收集效率。为了同时保证单元的探测效率和能量分辨率，并考虑到商品 PMT 的普遍尺寸，设置晶体长度为 15 cm，此时量能器所有单元的能量分辨率小于 $6.1\% \pm 0.4\%$ 。

在确定量能器几何参数为外径 15 cm、晶体长度为 15 cm 后，分别将 Type-PEN 和 Type-HEX 单元更换为常见 2 英寸和 3 英寸直径商品 PMT，此时 PMT 相对于晶体外截面面积较小，因此光收集效率受到影响，能量分辨率将稍微下降。对于 Type-HEX01 单元能量分辨率为 8.4% at 511 keV, 6% at 1.022 MeV，其他类型单元均小于该值。若可使用更符合晶体外截面大小的 PMT，或在晶体与 PMT 之间设置光导以进行更好的耦合，各单元的能量分辨率将得到进一步提升。使用与 3.2 节中相同的模拟方法对量能器单元进行了能量标定，结果如图 5。对比基准探测器的模拟结果，量能器单元的各全能峰 FWHM 稍微增加，这是两种探测器晶体的体积差异导致的，然而在体积相差近一倍的情况下仍得到了相近的能量分辨率结果，证明了上述几何优化的有效性。得到 FWHM 曲线后在 MACE 离线软件中对后续信号与本底的模拟增加了能量分辨率 smear 功能，使得能谱接近探测器的实际响应，使信号效率与本底水平的评估更加准确。

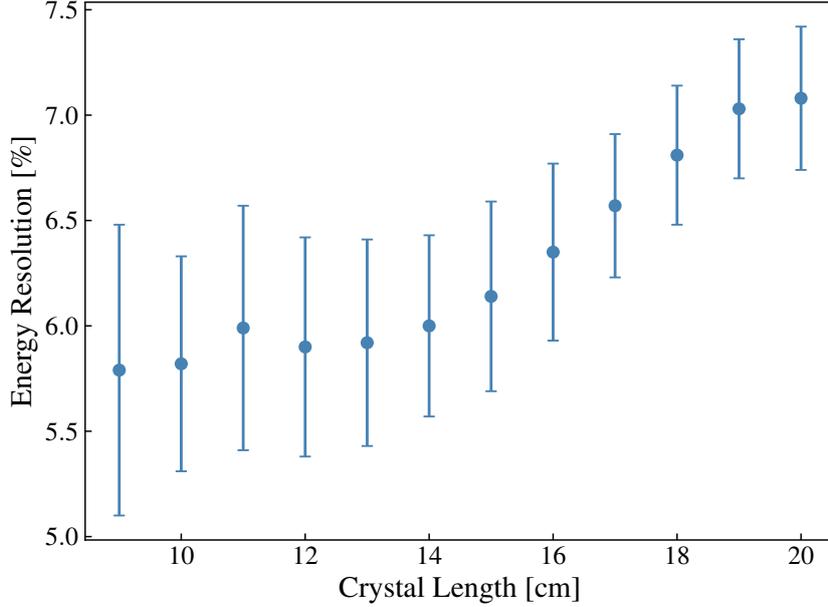


图 4: 六棱台单元能量分辨率随晶体长度变化关系.

2.3 Signal and Background

2.3.1 Muonium-to-Antimuonium Conversion Signal

正反缪子素转化过程中，反缪子素衰变将产生一个低能轨道正电子，正电子在电场作用下通过输运线进入量能器腔并击中 MCP，由于正电子能量较低，会在 MCP 上湮灭并产生一对方向相反的 511 keV 光子。击中 MCP 的正电子与量能器接收到的湮灭光子是 MACE 期望的信号，因此，量能器端的信号可通过 MCP 和量能器单元响应之间的符合来构成，本研究基于 MACE 离线软件对量能器的符合系统进行了初步设计，并计算了量能器的信号效率，为实验灵敏度估算提供信息。

当正电子击中 MCP 灵敏体积时，记录此时的 HitID、EventID 和击中时间 t_{MCP} ，按照 MACS 实验提到的 60% MCP 探测效率 [27] 进行抽样并保留 HitID 等于 0 时的正电子击中事例，保证这些正电子是第一次击中 MCP 而不是经过多次散射。正电子在 MCP 上发生湮灭，产生的 γ 射线将进入量能器灵敏体积或从输运螺线管入口处离开量能器腔，当量能器单元产生响应时记录 EventID、UnitID 和击中时间 t_{ECal} 。首先判定量能器上的 EventID 与 MCP 上的相同，保证二者来自同一个正反缪子素转化事例。MCP 产生响应后，将开启一个大小为 Δt 的时间窗口，当 t_{ECal} 落在 $t_{MCP} + \Delta t$ 区间内，且量能器有多个单元同时产生响应时，则认为符合判选成功。随后根据图 5 结果对量能器能谱进行 smear，取 3σ 区间内的数据为信号。

模拟了 10^7 个动量为 28 MeV/c 的 μ^+ 进入 MACE 探测器，在缪子素产生靶上一部分 μ^+ 形成缪子素，这些缪子素完全转化为反缪子素并发生衰变。根据模拟结果图 6，511 keV 全能峰计数仅占能谱总数约 50%，这是因为 γ 射线在闪烁晶体中沉积部分能量后发生散射，在单元中形成康普顿坪，并且在其他相邻单元中沉积能量。这种 γ 射线在

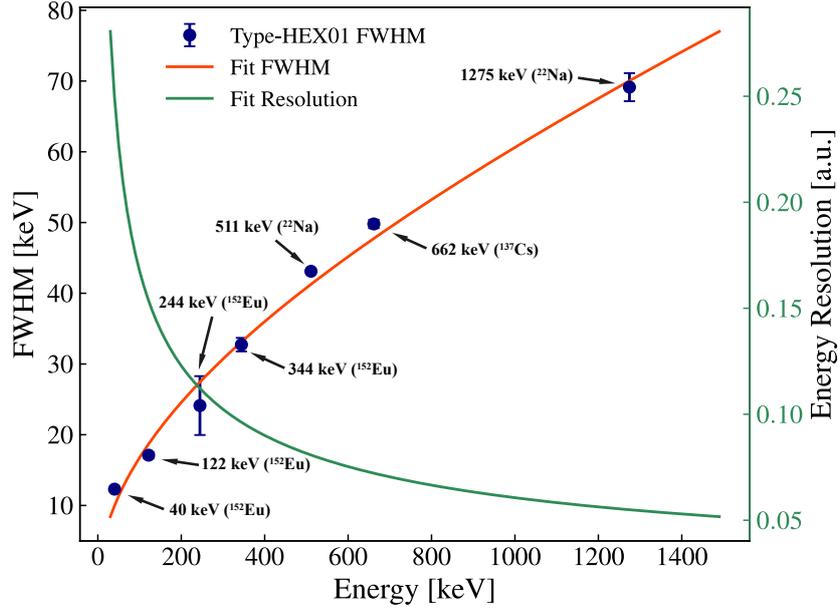


图 5: 量能器单元全能峰拟合结果.

单元中的能量沉积小于 511 keV，严重影响了信号效率。因此可将通过符合的两个或以上信号的能量沉积相加，这样能够重建出在单元间散射的 γ 射线总能量，则期望的信号从两个 511 keV 事例合成为 1.022 MeV。根据图 6，双 γ 射线能谱中的康普顿坪被有效压制。但还有一些湮灭 γ 射线没有被量能器完全接收，在 511 keV 处留下一个峰。此外，在单 γ 射线能谱中 80 keV 附近出现一个峰，这是 MCP 中铅所发出的特征 X 射线，并且其中一部分 X 射线偶然与湮灭 γ 射线符合，在 590 keV 处形成峰。这些事例无法被有效重建，因此不予考虑。

根据上述符合判选方法统计，轨道正电子在 MCP 上产生了 227382 次响应，有 156855 个事例最终落入 1.022 MeV 的 3σ 区间，因此 MACE 量能器端的信号效率约为 69%。以上结果证明 MACE 量能器的能量分辨率与信号效率都优于 PSI 实验设计，期望能够使 MACE 灵敏度得到较大提升。

2.3.2 Beam Background

在 π^+ 打靶产生缪子束流的过程中，往往掺杂了与缪子动量相同的正电子，这些正电子进入 MACE 探测器后，可能以同样的方式在电场作用下通过输运线进入量能器腔中，击中 MCP 并湮灭产生一对 511 keV 的 γ 射线，这与 MACE 所期望的信号完全一致，因此有必要对可能的束流本底进行评估。

在 MACE 离线软件中模拟了 10^{10} 个动量为 28 MeV/c 的纯正电子束流进入谱仪，最终 MCP 上有 77361 次响应，经过符合判选后，留下 184 个事例。根据 CSNS 上的缪子源设计方案 EMuS [30] 曾提出的束流技术指标，正电子与缪子比例能够达到 0.1% 量级，基于该数据对 MACE 束流正电子本底水平进行了评估，设缪子束流通量为 10^8 ，加入与漂移室间符合后预计可减少 10^{-4} 量级本底水平，得到一年内本底数量约为 5.8 个。

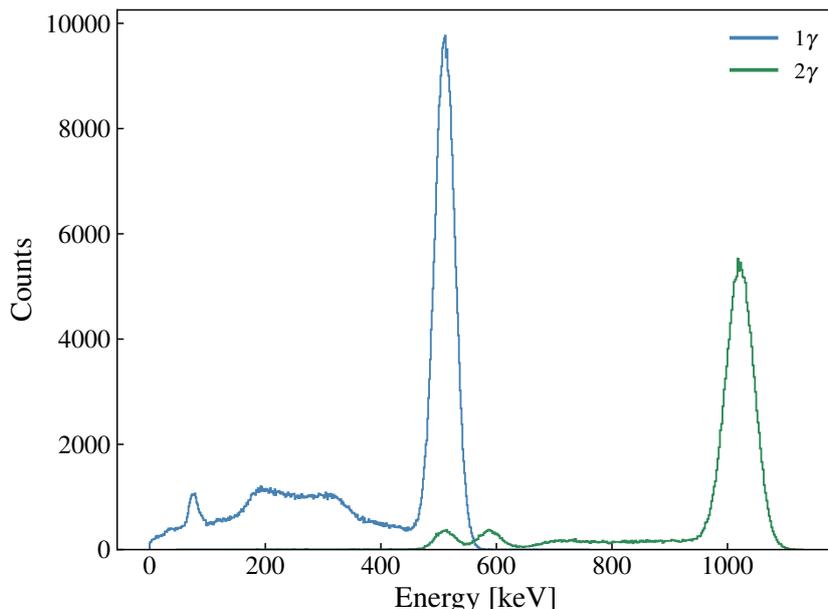


图 6: 1γ 与 2γ 信号能谱对比.

以上估算结果是在束流不间断的情况下计算的, 实际上缪子源一般为脉冲束流, 可在两个束团到达探测器的间隔中进行采数, 将极大压低束流中携带的正电子与缪子衰变产生的正电子本底。图 7 显示了正反缪子素转化信号与束流正电子本底在 MCP 上的响应时间谱, 可以看出束流中的正电子与反缪子素衰变形成的正电子在产生与运输的时间上有明显的先后顺序, 因此可以通过设置探测器采数时间窗口排除偶然符合本底。接下来确定了时间窗口的最佳位置, 设窗口内的信号计数为 s , 本底计数为 n , 定义信号的 FOM 系数为:

$$FOM = \frac{s}{1.5 + n} \quad (1)$$

计算得出 FOM 随时间窗口位置变化如图 8, FOM 在 1950 ns 左右处达到最大值, 因此设置探测器在时间大于 1950 ns 后再进行采数。在该时间窗口内, 模拟数据中本底数量为零, 此时量能器的信号效率为 51%。假设本底遵循泊松分布, 同时与漂移室间的符合预计可以降低 10^{-4} 数量级, 则在 90% 置信区间内本底水平的上限为 0.07 个每年。此外, 国内正在进行预研的新型缪子源如惠州 HIAF/CiADS [31] 有望将正电子与缪子比例再降低一个数量级, 有益于 MACE 进一步控制本底水平。

2.3.3 Cosmic-Ray Background

宇宙中充满了高能射线, 这些高能射线与大气层相互作用后产生宇宙线缪子, 缪子会到达地面并在探测器系统中形成本底。对于 MACE 这种稀有事件精确测量实验, 需要评估宇宙线本底在实验关注区域的计数率, 并通过反符合技术去除本底的影响。为了利用蒙卡模拟方法研究量能器对宇宙线本底的响应, 本研究使用了 EcoMug [23] 宇宙线缪子事例产生子软件。EcoMug 是基于 C++11 的 header-only library, 能够高效地在不

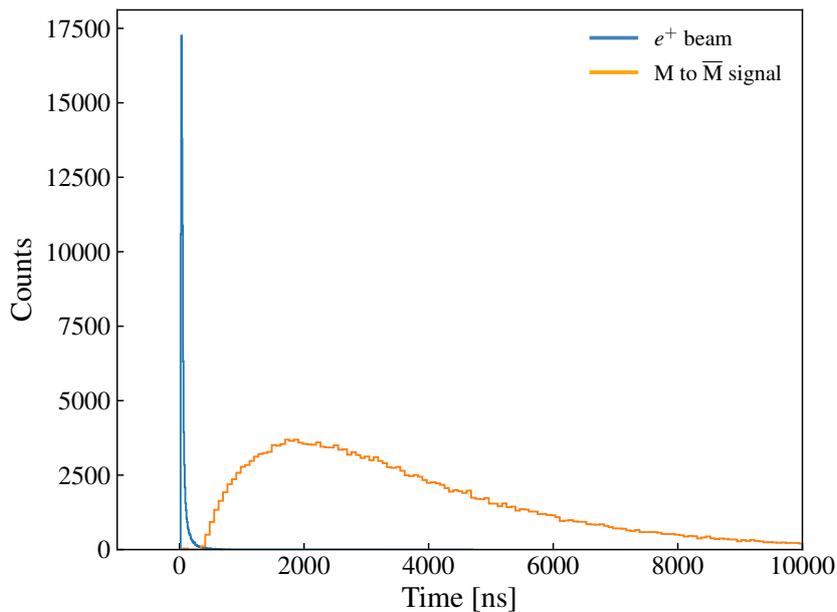


图 7: 束流正电子本底与信号时间谱.

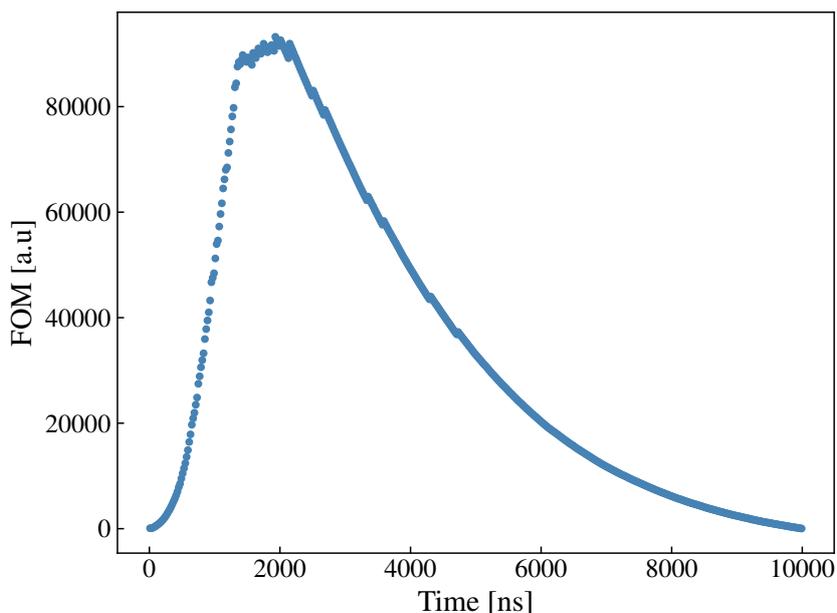


图 8: 时间窗口的优值 (figure of merit).

同类型的表面 (plane, cylinder and half-sphere) 上产生正确的角分布与动量分布宇宙线缪子事例。

为模拟 MACE 探测器在未来可能所处的环境, 在 GEANT4 中对设想的束流隧道进行了建模。建立了一个 $50 \times 50 \times 18 \text{ m}^3$ 的 G4Box, 材料设置为混凝土, 在底部扣除一个半径为 1 m、长度为 10 m 的 G4Tubs 形成隧道, 将量能器整体放在隧道的正中心, 并在量能器外部放置了材质为铜的螺线管和材质为铅的屏蔽壳。使 EcoMug 的产生平面面积同样为 $50 \times 50 \text{ m}^2$, 在地表高度发射宇宙线缪子。EcoMug 中的宇宙线缪子事例率为

129 Hz，模拟了 20 分钟内产生的宇宙线缪子数量，记录了量能器的响应。

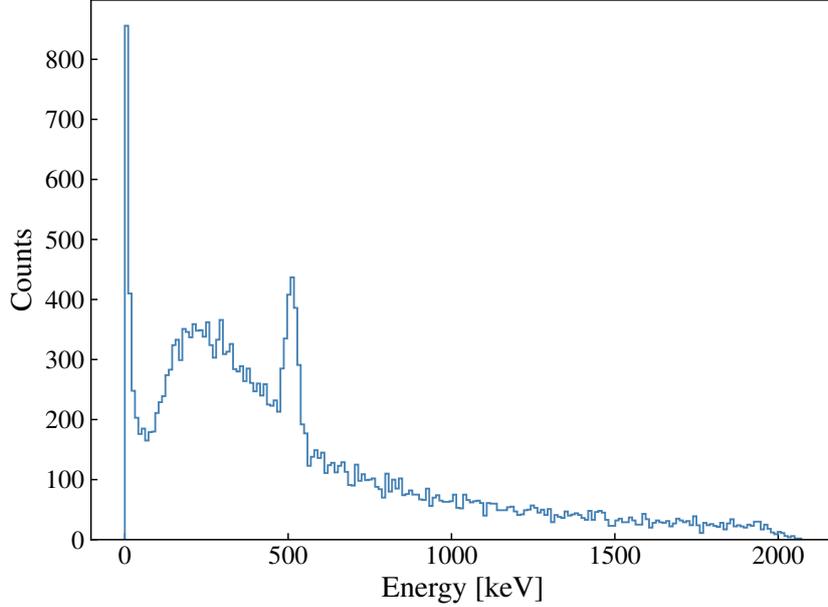


图 9: 宇宙线缪子本底能谱.

根据模拟结果，宇宙线缪子在穿过混凝土和屏蔽壳后，依然在量能器中形成了本底，尤其存在一些 e^+e^- 湮灭事例产生了 511 keV 的 γ 射线，smear 后的能谱如图 9。最终有 3 个事例通过 MCP 和量能器间的符合判选，与漂移室间的符合预计能将本底水平压低 10^{-4} 量级，使得宇宙线缪子本底水平约为一年内 7.9 个。此时宇宙线本底水平依然较高，因此未来将在量能器外部加入 veto 反符合系统，预计将极大程度上排除宇宙线本底 [4]，对整个实验的信号效率影响待进一步评估。

3 Validation with a Benchmark Detector

3.1 Experimental Setup and Measurements

为了测试 CsI(Tl) 闪烁晶体的性能是否满足 MACE 要求，a benchmark detector is built and calibrated with various radioactive source. It is composed of an $3 \times 3 \times 8 \text{ cm}^3$ CsI(Tl) scintillation crystal optically coupled to a 38 mm-diameter PMT (Hamamatsu CR284 and E2183-500 socket assembly). 探测器五个表面粘贴了 ESR 反射膜以增加光学光子收集效率，闪烁晶体与 PMT 间涂抹了光学硅脂，外表面包裹 3M 黑色胶带进行避光处理。照片如图 10 所示。根据厂商数据，CR284 的典型增益为 1×10^6 。PMT 所需高压由 NIM HV supply module (CAEN Mod. N1470) 提供。读出系统采用 Lecroy HDO4054A 示波器 (12-bit ADC, 采样率为 10 GS/s)，用于触发、积分、数字化 PMT 信号。

将 PMT 连接至高压电源和示波器上，高压电源电压设置为 1000 V，当 PMT 脉冲

信号超过预设阈值时，示波器将产生触发，对脉冲信号进行积分，并记录积分后得到的电荷值。使 PMT 充分预热后，使用基准探测器测量了 ^{137}Cs 和 ^{152}Eu 放射源的能谱数据，将放射源紧贴探测器摆放，测量时间为 1800 s。通过 ^{137}Cs 源的 662 keV 全能峰和 ^{152}Eu 源的 40 keV, 122 keV, 244 keV, 344 keV, 1408 keV 全能峰对基准探测器进行标定，拟合得出所记录脉冲信号电荷值与能量的函数关系，标定后的能谱如图 11 所示， ^{137}Cs 和 ^{152}Eu 同位素的各全能峰清晰可见。



图 10: Picture of the benchmark detector.

3.2 Monte-Carlo Simulation

为了和实验数据形成对比，并且验证前述量能器模拟的可靠性，使用 GEANT4-11.1.2 对基准探测器的发光与收集过程进行了详细模拟。在 GEANT4 中建立了 CsI(Tl) 闪烁晶体和 PMT 的详细模型，同时在 Physicslists 中注册 G4OpticalPhysics 物理过程，光学模型采用 Unified。将 CsI(Tl) 晶体设置为横截面为 $3\text{ cm} \times 3\text{ cm}$ 、厚度为 8 cm 的 G4Box volume (折射率 $n = 1.79$)，晶体的一端放置依次了光学硅脂 (直径 38 mm，厚 0.1 mm，折射率 $n = 1.465$)、PMT 光学窗 (直径 38 mm，厚 1 mm，折射率 $n = 1.49$)、PMT 光阴极 (直径 34 mm，厚 20 nm)，CsI(Tl) 晶体的其他表面外侧均建立了 ESR 反射膜 volume，设置为镜面反射 (反射率 $R = 98.5\%$)。将 PMT 光阴极注册为灵敏探测器。此外，根据厂商数据，将闪烁晶体的各光学属性 (如光产额、发射光谱、衰减时间) 和 PMT 光阴极的量子效率曲线加入光学过程中。

注册 G4RadioactiveDecayPhysics 物理过程用于模拟放射源标定，将 ^{22}Na 、 ^{137}Cs 和 ^{152}Eu 同位素 (活度相同) 的各向同性点源一起放置在探测器入口处，并包裹在 1 mm 厚的塑料球中。这些同位素衰变产生的粒子进入闪烁晶体时，将在 volume 中沉积一部分或全部能量，程序根据粒子的能量沉积大小，与用户定义的光产额和发射光谱抽样生成光学光子，这些光学光子经过反射膜的反射最终到达 PMT 光阴极或被吸收，光子到达 PMT 光阴极表面后状态即被设定为 kStopandKill，确保只被记录一次，并且根据设置的量子效率抽样决定该光学光子是否能被 SD 记录下来，每个 event 所产生的光学光子数量被记录在 root 文件中，并使用 ROOT 数据处理框架进行分析，最终拟合得出了光子数与入射 event 能量的函数关系，得到标定后的能谱如图 12 所示：

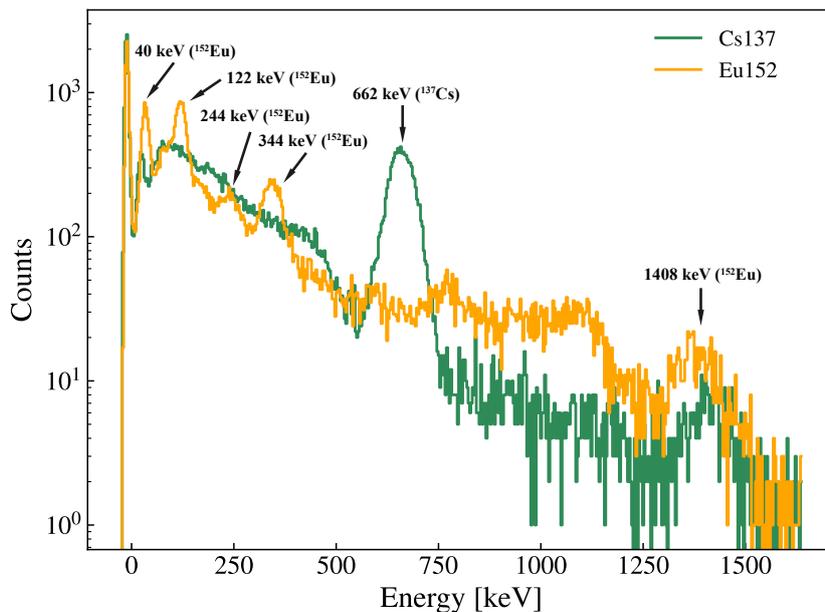


图 11: 测量得到的 ^{137}Cs 和 ^{152}Eu 放射源标定能谱.

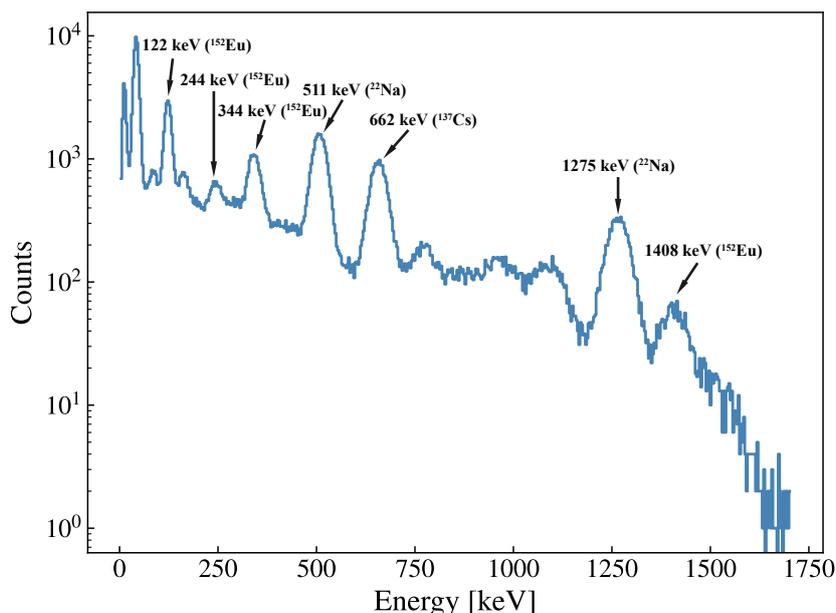


图 12: 模拟得到的 ^{22}Na 、 ^{137}Cs 和 ^{152}Eu 放射源标定能谱.

3.3 Comparison and Discussion

本研究主要依赖 GEANT4 模拟进行了量能器概念设计, 这就需要验证模拟中建模与各物理过程的可靠性, 并对比实验与模拟的差异。MACE 量能器关注的性能指标为 511 keV 附近区域的能量分辨率。通过实验测量和 GEANT4 模拟得到放射性同位素标定能谱后, 为了计算基准探测器在不同能量下的分辨率表现, 各全能峰进行了拟合, 得到每个峰的 Full Width at Half Maximum (FWHM) 值。对于同一个闪烁体探测器系统,

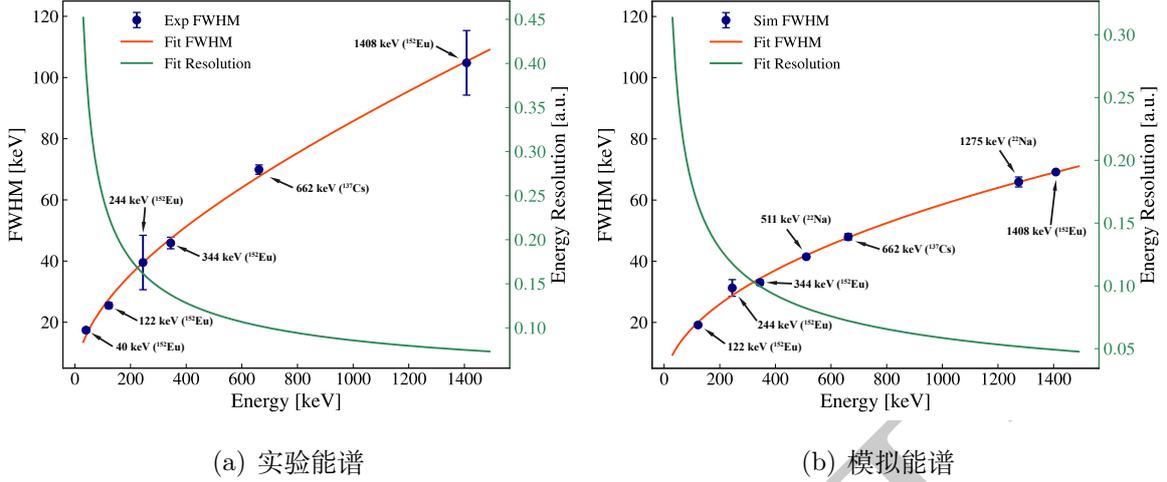


图 13: 全能峰拟合结果.

根据式 2, 全能峰中心值 E_0 与全能峰的 FWHM 有如下关系:

$$FWHM = a + b\sqrt{E_0 + cE_0^2} \quad (2)$$

其中 a, b, c 为常数。使用 Python 拟合 FWHM 随 E_0 变化的曲线, 并通过式 3 得到探测器的能量分辨率曲线。

$$\eta = \frac{FWHM}{E_0} = \frac{2.355\sigma}{E_0} \quad (3)$$

结果如图 13 所示。根据拟合结果, 实验与模拟能谱各全能峰的 FWHM 都与式 2 曲线吻合较好。根据曲线推算得出, MACE 关心的 511 keV 能量下, 对于实验情况能量分辨率为 11.5%, 模拟情况能量分辨率为 8.2%。

由图 13 和 511 keV 能量分辨率推算结果可知, 实验与模拟结果基本吻合, 能够证明模拟的可靠性, 但存在微小差异可能的原因有以下几点。GEANT4 中的光学模型较为简化, 官方开发者承认许多参数并无法被加入模型中, 模拟结果的可靠性依赖于对照实验数据进行微调; 自定义光学过程设置较为理想, 假定反射膜可实现完全的镜面反射, 实际上反射膜与闪烁晶体之间可能存在空气层, 使得反射效果变差, 同时光学硅脂与光学窗间的耦合也将影响光学光子的收集效率。以上结果提供了可评估的实验与模拟差异, 能够证明量能器概念设计模拟的可靠性。

4 Conclusions and Perspectives

经过二十多年的发展, 在缪子源强度、缪子素产额和探测器技术都得到提升的背景下, MACE 能够挑战 1990s 的实验结果并将灵敏度提高两个数量级以上。本研究首先基于 MACE 离线软件对球形量能器几何进行了设计, 通过蒙特卡罗模拟方法优化几何参数, 并评估了能量分辨率、信号效率、本底水平等指标。模拟结果显示, 量能器的能量分辨率约为 8.4% at 511 keV, 6% at 1.022 MeV, 对于双 γ 射线信号效率约为 51%, 远

优于 MACS 的量能器设计。本研究为 MACE 量能器的后续技术研发设计奠定了基础，并为整个实验的概念设计提供能量分辨率、信号效率等指标信息。然而目前在束流和宇宙线偶然符合本底研究中考虑的因素都较为理想，同时也没有评估天然放射性本底的影响。未来将根据设计建造全尺寸样机，验证目前的模拟工作，并在光收集、电子学、重建算法等方面进行进一步研究。

DRAFT

参考文献

- [1] A.-K. Perrevoort, “A Review of $\mu \rightarrow eee$, $\mu \rightarrow e\gamma$ and $\mu N \rightarrow eN$ Conversion,” *PoS*, vol. FPCP2023, p. 015, 2023.
- [2] A. M. Baldini *et al.*, “The design of the MEG II experiment,” *Eur. Phys. J. C*, vol. 78, no. 5, p. 380, 2018.
- [3] K. Arndt *et al.*, “Technical design of the phase I Mu3e experiment,” *Nucl. Instrum. Meth. A*, vol. 1014, p. 165679, 2021.
- [4] R. Abramishvili *et al.*, “COMET Phase-I Technical Design Report,” *PTEP*, vol. 2020, no. 3, p. 033C01, 2020.
- [5] L. Bartoszek *et al.*, “Mu2e Technical Design Report,” 2014.
- [6] C. Han, D. Huang, J. Tang, and Y. Zhang, “Probing the doubly charged Higgs boson with a muonium to antimuonium conversion experiment,” *Phys. Rev. D*, vol. 103, no. 5, p. 055023, 2021.
- [7] R. H. Bernstein and P. S. Cooper, “Charged Lepton Flavor Violation: An Experimenter’s Guide,” *Phys. Rep.*, vol. 532, no. 2, pp. 27–64, 2013.
- [8] T. Fukuyama, Y. Mimura, and Y. Uesaka, “Models of the muonium to antimuonium transition,” *Phys. Rev. D*, vol. 105, no. 1, p. 015026, 2022.
- [9] Y. Afik, P. S. Bhupal Dev, and A. Thapa, “Hints of a new leptophilic Higgs sector?,” *Phys. Rev. D*, vol. 109, no. 1, p. 015003, 2024.
- [10] J. Heeck and M. Sokhashvili, “Lepton flavor violation by two units,” 2024.
- [11] L. Willmann *et al.*, “New bounds from searching for muonium to anti-muonium conversion,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 82, pp. 49–52, 1999.
- [12] L. Willmann and K. Jungmann, “Muonium-Antimuonium Conversion,” *SciPost Physics Proceedings*, no. 5, p. 009, 2021.
- [13] M. Aoki, “Prospects of muonium to antimuonium conversion and μ - μ^+ conversion at PRISM,” *Nucl. Instrum. Meth. A*, vol. 503, pp. 258–261, 2003.
- [14] A.-Y. Bai *et al.*, “Snowmass2021 Whitepaper: Muonium to antimuonium conversion,” in *Snowmass 2021*, 2022.
- [15] S. Zhao and J. Tang, “Optimization of muonium yield in perforated silica aerogel,” 2023.

- [16] M. Oreglia, E. Bloom, F. Bulos, *et al.*, “Study of the reaction $\psi' \rightarrow \gamma\gamma\frac{J}{\psi}$,” *Phys. Rev. D*, vol. 25, pp. 2259–2277, 1982.
- [17] E. Frlež, D. Počanić, K. A. Assamagan, *et al.*, “Design, Commissioning and Performance of the PIBETA Detector at PSI,” *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A*, vol. 526, no. 3, pp. 300–347, 2004.
- [18] M. Jääskeläinen, D. G. Sarantites, R. Woodward, *et al.*, “The Spin Spectrometer: Design, Instrumentation and Response Characteristics of $4\pi\gamma$ -Ray Multidetector System,” *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res.*, vol. 204, no. 2, pp. 385–405, 1983.
- [19] K. Wisshak, K. Guber, F. Käppeler, *et al.*, “The Karlsruhe 4π Barium Fluoride Detector,” *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A*, vol. 292, no. 3, pp. 595–618, 1990.
- [20] M. Heil, R. Reifarth, M. M. Fowler, *et al.*, “A 4π BaF₂ Detector for (n,γ) Cross-Section Measurements at a Spallation Neutron Source,” *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A*, vol. 459, no. 1, pp. 229–246, 2001.
- [21] C. Guerrero, U. Abbondanno, G. Aerts, *et al.*, “The n_TOF Total Absorption Calorimeter for Neutron Capture Measurements at CERN,” *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A*, vol. 608, no. 3, pp. 424–433, 2009.
- [22] D.-L. Zhang, P. Cao, Q. Wang, *et al.*, “System Design for Precise Digitization and Readout of the CSNS-WNS BaF₂ Spectrometer*,” *Chinese Phys. C*, vol. 41, no. 2, p. 026102, 2017.
- [23] D. Pagano, G. Bonomi, A. Donzella, *et al.*, “EcoMug: An Efficient COsmic MUon Generator for cosmic-ray muon applications,” *Nucl. Instrum. Meth. A*, vol. 1014, p. 165732, 2021.
- [24] M. Goldberg, “A class of multi-symmetric polyhedra,” *Tohoku Math. J.*, vol. 43, pp. 104–108, 1937.
- [25] C. Loop, “Smooth Subdivision Surfaces Based on Triangles,” Master’s thesis, University of Utah, 1987.
- [26] D. Sieger and M. Botsch, “The Polygon Mesh Processing Library,” 2019.
- [27] L. Willmann, *Test Der Leptonenzahlerhaltung Bei Der Suche Nach Myonium-Antimyonium-Konversion*. PhD thesis, Heidelberg University, 1995.

- [28] J. Huber, W. Moses, M. Andreaco, *et al.*, “Geometry and surface treatment dependence of the light collection from lso crystals,” *Nucl. Instrum. Meth. A*, vol. 437, no. 2–3, pp. 374–380, 1999.
- [29] P. Lecoq, A. Gektin, and M. Korzhik, *Inorganic Scintillators for Detector Systems: Physical Principles and Crystal Engineering*, pp. 175–196. Cham: Springer International Publishing, 2017.
- [30] L.-P. Zhou, Y. Hong, J.-Y. Tang, *et al.*, “Design Study for Large Acceptance Muon Beamlines by Using Beam Splitting Methods,” *J. Instrum.*, vol. 17, no. 05, p. T05018, 2022.
- [31] H.-J. Cai, Y. He, S. Liu, *et al.*, “Towards a High-Intensity Muon Source,” *Phys. Rev. Accel. Beams*, vol. 27, no. 2, p. 023403, 2024.