



雲南大學
YUNNAN UNIVERSITY

會澤百家 至公天下

2024年度LHAASO数据用户培训会暨暑期学校

脉冲星风云及相关物理

张 力

云南大学

2024年8月8日，昆明





提纲

一

引言

二

脉冲星风云

三

脉冲星风云的高能辐射

四

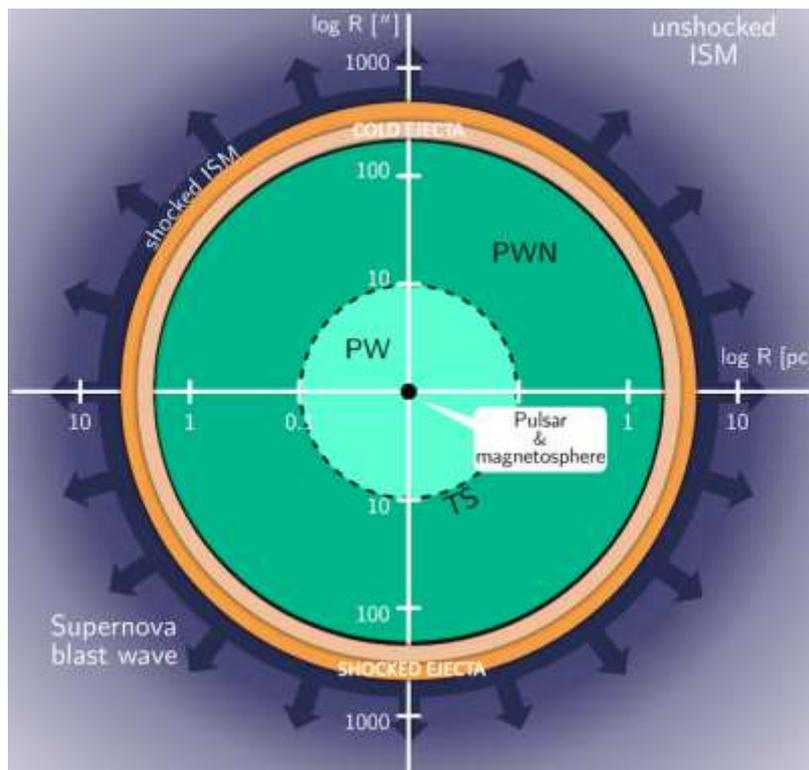
讨论

一、引言

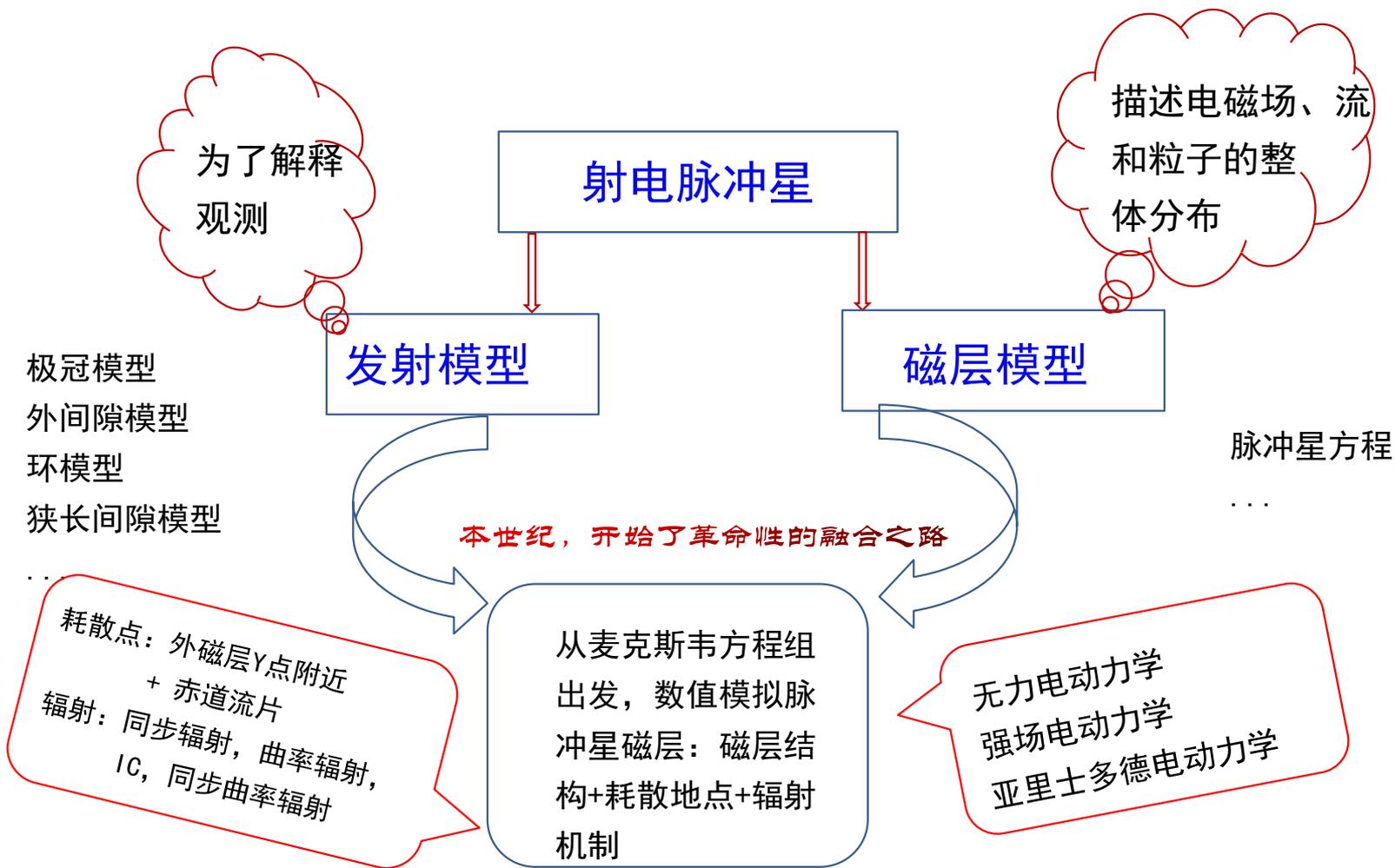
脉冲星风云 (PWNe) : 空间中尺度约为pc-数十pc量级的一个气泡。它由脉冲星吹出的相对论性星风与其环境相互作用时产生的被激波的相对论性粒子组成。由于在激波处被加速的粒子的非热发射之故, PWNe成为可观测的天体源。

要素:

- ◎ 脉冲星和其磁层
- ◎ 脉冲星风
- ◎ SNR+PWN系统



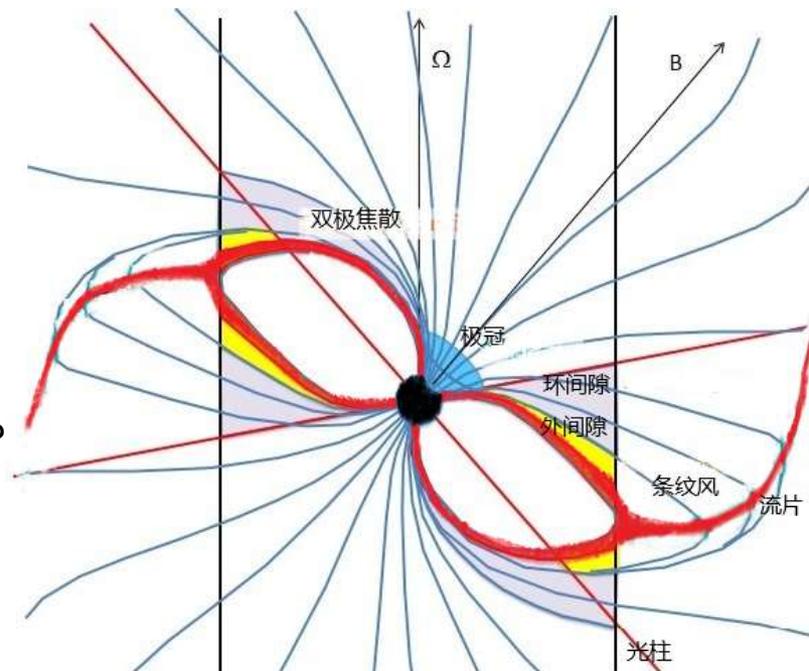
1. 脉冲星研究的革命史



Fermi-LAT已观测到255颗GeV脉冲星，其光曲线呈多样性（单峰、双峰、多峰；与射电峰相比，相位超前、相同、延迟；能量相关）。相位平均谱可用幂律+指数截断拟合，其中部分观测到了相位分辨的能谱。

理论上，研究焦点：

- (MHD/PIC模拟) 实际的磁层
- (确定) 加速与辐射地点：光柱内和/或外？
- (分析) 加速机制：电场、磁重联？
- (研究) 辐射机制：同步辐射或曲率辐射 或同步曲率辐射？



2. 磁层的基本特征

1. **脉冲星表面磁场**：脉冲星是一颗大质量恒星的引力塌缩后超新星爆发的遗迹。对于大致刚体转动的一个恒星芯且假定角动量在塌缩期间守恒，则最终的角速度将是

$$\Omega_f \sim \Omega_i \left(\frac{R_i}{R_f} \right)^2,$$

其中 R 和 $\Omega = 2\pi/P$ 是半径和角速度，且“i”和“f”表示初始和最终值。把 $R_i \sim 10^{11}$ cm和 $R_f \sim 10^6$ 的典型值代入上面的方程给出角速度增加因子 $\sim 10^{10}$ 和毫秒的转动周期增加到秒范围。如果恒星内部是完全导电的，则磁通量($\Phi_B \equiv \oint \vec{B} \cdot d\vec{a} \sim B_i R_i^2$)也将在塌缩期间守恒，表明

$$B_f \sim B_i \left(\frac{R_i}{R_f} \right)^2,$$

该关系给出 $B_0 \sim 10^{12}$ G的典型的表面B-场。

表面极B场强度的一个估计可由把自转变慢率与真空中一颗恒星的磁偶极辐射损失率相等获得

$$\dot{E}_{\text{rot}} \equiv \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} I \Omega^2 \right) = I \dot{\Omega} \Omega = -\frac{4\pi^2 I \dot{P}}{P^3} = L_{\text{md}} = -\frac{2}{3c^3} \mu^2 \sin^2 \alpha \Omega^4,$$

把 $I \sim 10^{45}$ g cm², $R \sim 10^6$ cm 和 $\alpha \sim 90^\circ$ 代入方程

$$B_0 \sim 6 \times 10^{19} P^{1/2} \dot{P}^{1/2} \text{ G}.$$

2. 麦克斯韦方程组：描述磁层的基本方程

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \nabla \times \mathbf{B} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{J},$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 4\pi\rho, \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0.$$

引入矢势 \mathbf{A} 和标势 ϕ ： $\mathbf{B} \equiv \nabla \times \mathbf{A}$ ， $\mathbf{E} \equiv -\nabla\phi - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}$ 。在洛伦兹规范下，

$$\nabla \cdot \mathbf{A} + \frac{1}{c} \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0.$$

代入麦克斯韦方程，有

$$\nabla^2 \phi - \frac{1}{c} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = -4\pi\rho, \quad \nabla^2 \mathbf{A} - \frac{1}{c} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{c} \mathbf{J}.$$

洛伦兹力密度和洛伦兹力为

$$\mathbf{f} = \rho\mathbf{E} + \mathbf{J} \times \mathbf{B}, \quad \mathbf{F} = q \left(\mathbf{E} + \frac{\mathbf{v}}{c} \times \mathbf{B} \right).$$

原则上，脉冲星磁层由麦克斯韦方程组描述。存在两种极端情况：

① 真空近似：电荷密度 $\rho = 0$ 。

② 无力近似： $f = 0$ ，或者 $F = 0$ 。

3. 单极电感器

为简单，首先考虑“平行(aligned) 转子” $\vec{\mu} \parallel \Omega$ ，其中磁轴通过恒星的中心（注意因为该轮廓关于转动轴对称，故该“脉冲星”并不脉冲）。假设中子星是一个良导体，在转动系中恒星内部的电场几乎为零， $\mathbf{E}'_{\text{int}} = 0$ 。由于它以角速度 $\Omega = \Omega \mathbf{e}_z$ 绕转轴转动，故方便的是考虑转动系和实验室参考系。在固定实验室系中的内部电场 \mathbf{E}_{int} 可由非相对论电磁场变换式获得：

$$\mathbf{E}'_{\text{int}} = \mathbf{E}_{\text{int}} + \frac{\mathbf{V} \times \mathbf{B}}{c} = 0 \Rightarrow \mathbf{E}_{\text{int}} = -\frac{\Omega \times \mathbf{r}}{c} \times \mathbf{B} .$$

在球坐标系 (r, θ, ϕ) 中，

$$E_r^{\text{int}} = \frac{\Omega r \sin \theta}{c} B_\theta, \quad E_\theta^{\text{int}} = -\frac{\Omega r \sin \theta}{c} B_r, \quad E_\phi^{\text{int}} = 0 .$$

该内部电场，特别是其 θ -分量 E_θ^{int} 确定在恒星表面(假定半径为 r_*)上随 θ 变化的静电势降：

$$\Phi(r_*, \theta) - \Phi(r_*, 0) = - \int_0^\theta E_\theta^{\text{int}} r_* d\theta = \frac{\Omega r_*^2}{c} \int_0^\theta B_r \sin \theta d\theta .$$

上式的积分取决于在恒星表面处 B_r 的具体的表达式。定义 $\Phi_p \equiv \Phi(r_*, 0)$ ，式为

$$\Phi(r_*, \theta) = \Phi_p + \frac{\Omega r_*^2}{c} \int_0^\theta B_r \sin \theta d\theta .$$

这里考虑中子星表面磁场满足偶极近似(注意考虑的是平行转子), 即

$$B_r = 2B_* \cos \theta \left(\frac{r_*}{r} \right)^3, \quad B_\theta = B_* \sin \theta \left(\frac{r_*}{r} \right)^3, \quad B_\phi = 0,$$

在中子星表面 r_* 处, $B_r = 2B_* \cos \theta = 2\mu \cos \theta / r_*^3$, 代入 Φ 的表式, 有

$$\Phi(r_*, \theta) = \Phi_p + \frac{\Omega \mu}{c r_*} \sin^2 \theta. \quad \mu = B_* r_*^3$$

这表明在中子星极冠表面存在一个平行的电场

$$E_{\parallel} = \frac{|\mathbf{E} \cdot \mathbf{B}|}{B} = \frac{4\Omega r_* B_*}{c} \left(\frac{r_*}{r} \right)^4 \sim 10^{12} \frac{R_6 B_{12}}{P[s]} \left(\frac{R_*}{r} \right)^4 \text{ N C}^{-1} \quad a_{\text{el}} \sim \frac{e E_{\parallel}}{m_e} \sim 10^{25} \frac{R_6 B_{12}}{P[s]} \left(\frac{R_*}{r} \right)^4 \text{ cm s}^{-2},$$

$$\frac{a_{\text{el}}}{\Omega^2 r} \sim 3 \times 10^{17} B_{12} P[s] \left(\frac{R_*}{r} \right)^5, \quad \frac{a_{\text{el}}}{g} \sim 10^{11} \frac{M}{M_\odot} \frac{R_6^3 B_{12}}{P[s]} \left(\frac{R_*}{r} \right)^2.$$

显然与电磁力相比, 可不考虑离心力和引力, 除非 $r \gg R_*$ 。注意离心力和电磁力在 $r \sim 10^3 R_*$ 处应变得相等, 但引力项仍可忽略。所以在任何情况中, 如果恒星由真空包围, 则平行于 \mathbf{B} 的一个强电场预期出现于表面; 除非功函数非常的大, 否则该极大的电力应从表面拉出荷电粒子。为了避免这样的情况, 恒星需由传导的等离子体包围。

这是人们考虑无力磁层的动机之一, 脉冲星磁层充满着等离子体。

4. Goldreich-Julian 模型

THE ASTROPHYSICAL JOURNAL, Vol. 157, August 1969
© 1969. The University of Chicago. All rights reserved. Printed in U.S.A.

引用2452篇次

假定：磁层与中子星共转

PULSAR ELECTRODYNAMICS
PETER GOLDREICH*
University of Sydney and California Institute of Technology
AND
WILLIAM H. JULIAN†
Mount Wilson and Palomar Observatories, Carnegie Institution of Washington,
California Institute of Technology

Goldreich-Julian密度：

$$\mathbf{E} = -\vec{\beta}_{\text{rot}} \times \mathbf{B} = -\frac{1}{c}(\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}) \times \mathbf{B}.$$

内部电场的三个分量可写为

$$\rho_{\text{JG}}(r, \theta) = -\frac{\boldsymbol{\Omega} \cdot \mathbf{B}}{2\pi c(1 - (\Omega r \sin \theta/c)^2)}.$$

典型的粒子数密度 $n_{\text{GJ}} = \rho_{\text{GJ}}/e$ 是

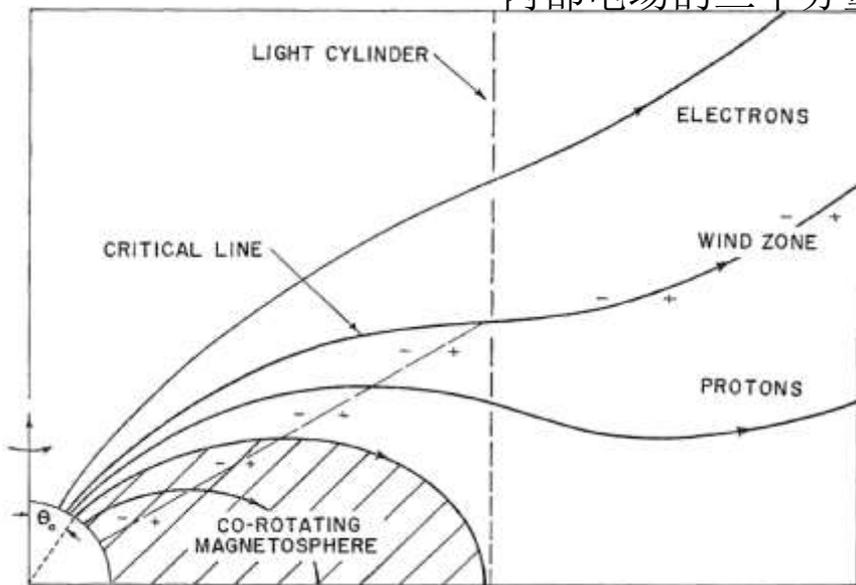
$$n_{\text{GJ}} \sim 6.9 \times 10^{10} \frac{B_{12}}{P[\text{s}]} \text{ cm}^{-3}.$$

共转速度 $|\vec{v}_{\text{rot}}| = |\vec{\Omega} \times \vec{r}| = c$ 的半径是

$$R_{\text{LC}} = \frac{c}{\Omega} \propto P.$$

与光柱相切的最后开场线定义极冠，位于极角处的边缘

$$\Theta_{\text{PC}} = \left[\sin^{-1} \left(\frac{\Omega R}{c} \right) \right]^{1/2} \approx \left(\frac{\Omega R}{c} \right)^{1/2},$$



5. 脉冲星可是极高能宇宙线的源

Blasi et al. (2000) 指出从脉冲星开场

ULTRA-HIGH-ENERGY COSMIC RAYS FROM YOUNG NEUTRON STAR WINDS

线驱吹出的相对论性风是粒子加速的地点。由前面给出的势降（设 $\theta = \pi/2$ 和 $\Phi_p=0$ ），则在光柱半径处，该势降为

$$\Phi_{\text{mag}} = \frac{\Omega^2 \mu}{c^2} = \Psi_{\text{mag}} \frac{\Omega}{c} = 3 \times 10^{22} \frac{\mu}{10^{33} \text{ cgs}} \left(\frac{\Omega}{10^4 \text{ s}^{-1}} \right)^2 \text{ V},$$

其中 $\Psi_{\text{mag}} = R_{\text{LC}}^2 B_{\text{LC}} = (B_s R^3) / R_{\text{LC}} = \mu / R_{\text{LC}}$ 是延伸到光柱的开场线中的通量。于是粒子获得的能量为

$$E(\Omega) = q\eta\Phi_{\text{mag}} = q\eta \frac{\Omega^2 \mu}{c^2} = 3 \times 10^{21} Z\eta_1 \Omega_4^2 \mu_{33} \text{ eV},$$

$$\eta_1 \equiv \frac{\eta}{0.1}.$$

其中假定 η 是每个粒子从恒星到外面的路途上所经历的开场线势降的份额。

6. 磁层的数值模拟

早在上世纪六十年代末，对于一个并行的无力磁层，构建了描述场和流的脉冲星方程，尽管未能给出一个转动磁偶极的解，但获得了近似描述在离中子星大距离处的场的劈裂单极的解。由于脉冲星方程是一个非线性的微分方程且在光柱半径处存在奇点，所以直到上世纪的最后一年，人们才获得了轴对称无力磁层的第一个数值解，该解表明一个流片沿自转赤道和超出光柱拉直为一个单极的极向场线形成 (Contopoulos et al. 1999, ApJ)。

几种磁层：

- ◎ 真空偶极磁层
- ◎ 无力磁层
- ◎ 阻抗磁层
- ◎ 亚里士多德磁层

数值方法：

- ◎ 有限差分时域 (FDTD) 法 (Spitkovsky, 2006, ApJ)
- ◎ 伪谱法 (PSM) (Petri, 2012, MNRAS)
- ◎ PIC法 (Cerutti et al. 2015, MNRAS)

二、脉冲星风云

1. 主要多波段观测结果

射电： 26 PWNe in shells + 13 isolated PWNe (Green, 2014, BASI)

X射线： 100 PWNe (Kargaltsev et al. 2017, Journal of Plasma Physics)

伽马射线： GeV : 11 + 8 PWNe (Abdollahi et al. 2022, ApJS)

TeV: 37 +3 PWNe (<http://tevcat.uchicago.edu>)

PeV: 22 (The First LHAASO Catalog of Gamma-Ray Sources)

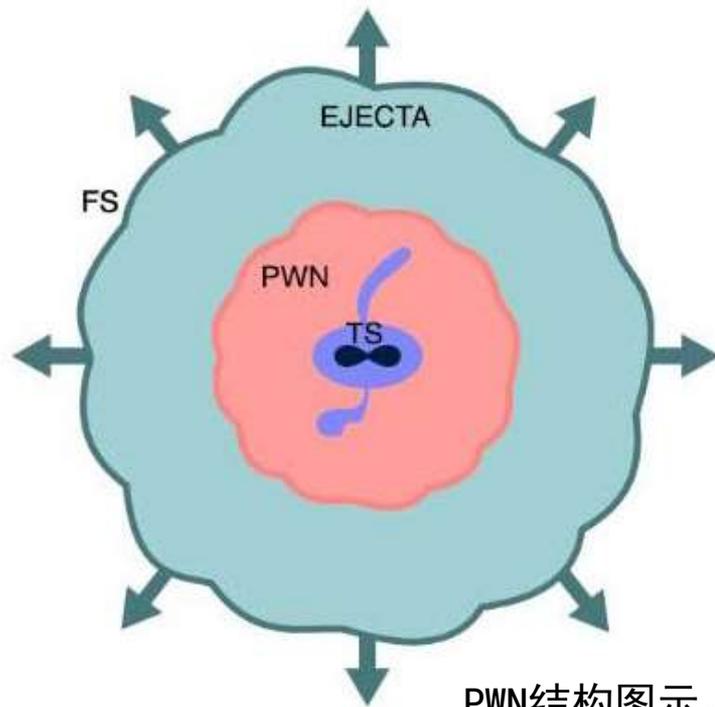
(Cao et al. 2021, Science, Nature, 2024, ApJS)。

2. 基本图像 - 实心SNRs

(1) PWN-SNR系统

PWN（浅红色）镶嵌于SNR抛出物（ejecta），其中通过超新星前向激波（FS）与外部星际介质（ISM）分开。

在PWN中心处黑色区域为脉冲星风终端激波（TS），其内不产生辐射。可能有X射线喷流-圆环形态。



(2) 脉冲星风与终端激波

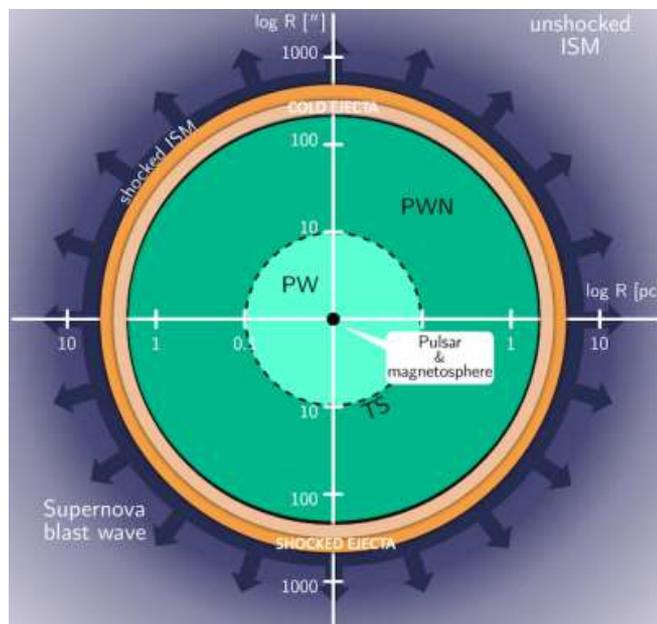
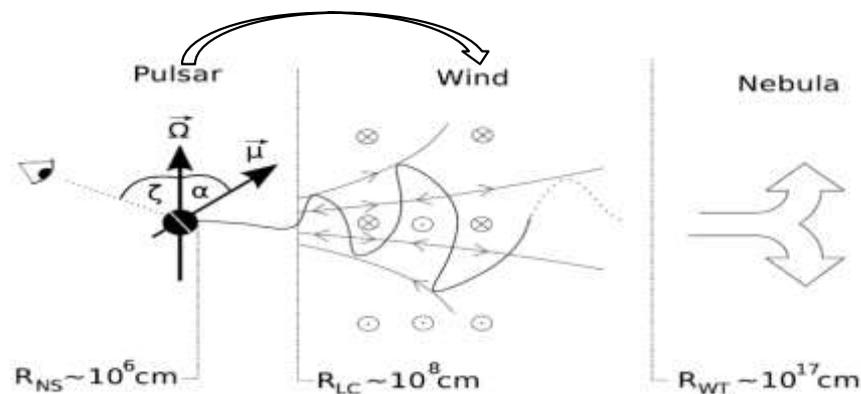
脉冲星磁层中产生的高能正负电子对从开场线区流出光柱之外，形成冷的（从而是非辐射的）的脉冲星风（pulsar wind）。

为了匹配周围超新星抛出物的非相对论性膨胀，脉冲星风必须减慢，并在某个距离处形成所谓的终端激波。

粒子在该激波处被加速后，产生辐射，形成所谓的脉冲星风云（Nebula）。

SNR产生的反向激波的传播导致一个接触不连续性的面，激波与该接触不连续面之间的范围就是脉冲星风云的区域。

在该区域建立的模型称为单区模型。



(3) PWN的粒子加速

目前，存在三种可能的加速机制：

◎ **相对论性激波处的费米加速**：已经证明该机制（扩散激波加速机制）在非相对论性激波中有效，但是在相对论性磁化激波处的其行为仍知之甚少（Sironi et al. 2015）。

◎ **驱动的磁重联机制**：参见Sironi & Spitkovsky (2011)。

◎ **离子回旋波的共振吸收**：参见Amato & Arons (2006)。

这些机制都仍在研究之中。

(4) PWN-SNR系统的演化

目前，存在三种可能的加速机制：

◎ **相对论性激波处的费米加速**：已经证明该机制（扩散激波加速机制）在非相对论性激波中有效，但是在相对论性磁化激波处的其行为仍知之甚少（Sironi et al. 2015）。

◎ **驱动的磁重联机制**：参见Sironi & Spitkovsky (2011)。

◎ **离子回旋波的共振吸收**：参见Amato & Arons (2006)。

这些机制都仍在研究之中。

(4) PWN-SNR系统的演化

◎ **PSR演化:** 自转变慢, $\dot{E} = L = 4\pi^2 I \frac{\dot{P}}{P^3}$, 年轻的供能高, 输出光度的演化为

$$L(t) = L_0 \left(1 + \frac{t}{\tau_0}\right)^{-(n+1)/(n-1)},$$

L_0 为初始光度, n 为制动指数 (对偶极场 $n=3$), $\tau_0 = P_0 / [(n-1) \dot{P}]_0$ 为初始自转变慢时间。

◎ **SNR演化:** 广泛使用的模型之一是Truelove & McKee (1999, ApJ)模型。该模型中, SNR演化的典型长度和时标为

$$\begin{aligned} R_{\text{ch}} &= M_{\text{ej}}^{1/3} \rho_0^{-1/3} \\ &\simeq 7.4 \text{ pc} \left(\frac{M_{\text{ej}}}{10 M_{\odot}}\right)^{1/3} \left(\frac{m_p n_0}{\text{g cm}^{-3}}\right)^{-1/3}, \\ t_{\text{ch}} &= E_{\text{sn}}^{-1/2} M_{\text{ej}}^{5/6} \rho_0^{-1/3} \\ &\simeq 3241 \text{ yr} \left(\frac{E_{\text{sn}}}{10^{51} \text{ erg}}\right)^{-1/2} \left(\frac{M_{\text{ej}}}{10 M_{\odot}}\right)^{5/6} \left(\frac{m_p n_0}{\text{g cm}^{-3}}\right)^{-1/3}, \end{aligned}$$

E_{sn} 是SN爆炸能量 (典型量级 10^{51} erg), M_{ej} 是抛出物的质量 (对实心型SNR, 范围在约 6-20 M_{\odot}), ρ_0 是星际介质(ISM)的密度, n_0 相关数密度, m_p 质子质量。

也可给出典型速度：

$$V_{\text{ch}} = \frac{E_{\text{sn}}^{1/2}}{M_{\text{ej}}^{1/2}} \approx 2240 \text{ km s}^{-1} \left(\frac{E_{\text{sn}}}{10^{51} \text{ erg}} \right)^{1/2} \left(\frac{M_{\text{ej}}}{10 M_{\odot}} \right)^{-1/2}.$$

已经说明每个PWN-SNR系统的整个演化由两个量完全确定： $[\tau_0/t_{\text{ch}}, L_0 t_{\text{ch}}/E_{\text{sn}}]$ (Bandiera et al. 2023, MNRAS)。这实际上相对于SNR权重了脉冲星的时间和能量化。

◎ PWN的演化

PWN的演化可由几个阶段描述，一般把它分为三个阶段：① **自由膨胀阶段**：星风注入，PWN向外扩张，直到遇到RS。② **与RS相互作用阶段**：SNR演化到某阶段产生RS，RS与PWN相遇，压缩PWN。③ **遗迹阶段**：脉冲星可能离开星风云，甚至整个SNR，停止供能。

近期, 分为四个阶段：**自由膨胀阶段，反响映射阶段，后反响映射阶段，弓激波阶段**（如见Olmi & Bucciantini, PASA, 2023）。

近年来，经常使用的PWN演化模型（直到与RS相互作用阶段）是

★ 简单的解析PWN模型 (Bucciantini et al. 2011, MNRAS)

★ PWN演化的流体动力学模型 (Gelfand et al. 2009, ApJ)

◎ **自由膨胀阶段：** PWN在SNR芯的冷自由膨胀的抛出物中膨胀，由于二者没有相互作用，故PWN的演化与SNR壳的演化无关。

薄壳近似： PWN为一个均匀的球形泡，其边界由一个累积的大质量的壳半径R描述，其中厚度 $\Delta R \ll R$ （薄壳）和内能可忽略（Jun, 1998, ApJ）。在薄壳近似下，PWN在其初始膨胀期间 ($t \ll \tau_0$) 在其边界处一个薄壳处收集物质，于是它可由如下公式描述：

$$\frac{d}{dt}(4\pi P(t)R^4(t)) = L(t)R(t) ;$$

$$\frac{d}{dt} \left(M(t) \frac{dR(t)}{dt} \right) = 4\pi P(t)R^2(t) + \frac{dM(t)}{dt} \frac{R(t)}{t} ,$$

这里P(t)是PWN压强，M(t)是薄壳的质量和R(t)是壳半径，可取为PWN的半径。

上述方程的求解与SNR抛出物的密度轮廓（平直芯 $\propto r^{-\delta}$ + 陡包层 $\propto r^{-\omega}$ ）和PSR的光度演化有关。

$$\rho_{ej}(r, t) = \begin{cases} A (v_t/r)^\delta / t^{3-\delta}, & \text{if } r < v_t t, \\ A (v_t/r)^\omega t^{\omega-3}, & \text{if } v_t t \leq r < R_{RS}, \end{cases}$$

$$v_t = \sqrt{\frac{2(5-\delta)(\omega-5) E_{sn}}{(3-\delta)(\omega-3) M_{ej}}},$$

$$A = \frac{(5-\delta)(\omega-5) E_{sn}}{2\pi(\omega-\delta) v_t^5}.$$

当 $t \ll \tau_0$ 时, $L(t) \approx L_0$, 则上面的方程给出解析解 (如 [Bandiera et al. 2023, MNRAS](#)) :

$$R_{\text{PWN}}(t)|_{t \ll \tau_0} = \left[\frac{(3-\delta)(5-\delta)^3 L_0 t^{6-\delta}}{(9-2\delta)(11-2\delta) 4\pi A v_t^\delta} \right]^{1/(5-\delta)}$$

$\delta=0$ 为平直芯, 可有 $R_{\text{PWN}} \propto t^{6/5}$ (如见 [Reynolds & Chevalier, 1984, ApJ](#)) 。

一般情况下, 需数值求解, 以平直芯 ($\delta=0$) 为例, 通过数值模拟的拟合, PWN的半径为

$$R_{\text{PWN}}(t)|_{\delta=0} \approx V_0 \tau_0 \frac{[1 + (c_l t / \tau_0)^b]^{1/b}}{[1 + (0.82 t / \tau_0)^{-a}]^{6/(5a)}},$$

$$V_0 \tau_0 \approx 1.91 \left(\frac{L_0 \tau_0}{E_{\text{sn}}} \right)^{1/5} \left(\frac{\tau_0}{t_{\text{ch}}} \right) R_{\text{ch}},$$

$$R_{\text{ch}} = M_{\text{ej}}^{1/3} \rho_{\text{ism}}^{-1/3},$$

其中参数 c_l , a 和 b 取决于制动指数 n 的值 (影响很小)。以 $n=3$ 为例, $c_l = 1.0329$, $a = 0.66355$ 和 $b = 0.65937$, 最大的时间 $5^{-10} \tau_0$ ([Bandiera et al. 2023, MNRAS](#)) 。

自由膨胀阶段的时间可达约 $2.4 t_{\text{ch}}$, 对给定的 $E_{\text{sn}} = 10^{51}$ erg, $n_0 = 1 \text{ cm}^{-3}$, 取决于 M_{ej} , 如 $M_{\text{ej}} = 6 M_\odot$, 约6000年, $M_{\text{ej}} = 6 M_\odot$, 约9000年。

◎ **反响映射阶段**：当PWN外边界碰撞SNR反向激波时，反响映射阶段开始。通常，需要PWN+SNR系统的数值求解。可用反向激波 (RS) 半径和PWN半径之间相交的时间来描述，在极限 $\tau_0 \ll t_{\text{ch}}$ 下，该时间为 (Bandiera et al. 2023, MNRAS)

$$t_{\text{begrev}}(\lambda_E) \approx 2.4102 \frac{1 - \exp(-0.1494 + 1.1606\lambda_E)}{1 + \exp(1.6831 + 0.6805\lambda_E)} t_{\text{ch}} \quad \lambda_E = \log_{10}[(L_0\tau_0)/E_{\text{sn}}]$$

当反响映射开始时，PWN开始直接与SNR中被激波的抛出物相互作用。该抛出物施加的压强导致在PWN边界处累积的壳的减速，这在许多情况中变为星云的一个**压缩**。在该压缩期间，PWN的内能和其磁场增加。最终，取决于辐射损失的效率和磁能耗散，总的内部压强上升到可与外部压强相比，且该压缩突然地反转为一个新的**膨胀**。

两个极端情况：(i) PWN是足够能量化的，于是压缩是相对小的或甚至是不重要的，且PWN几乎未受扰动的持续其膨胀；(ii) PWN是弱的且由SNR压强主导，收缩到很小的半径（**体积**）。对于后者，压缩增加磁场和能量化粒子，导致在辐射损失中的增加，从而对多波段谱性状有重要的修正。

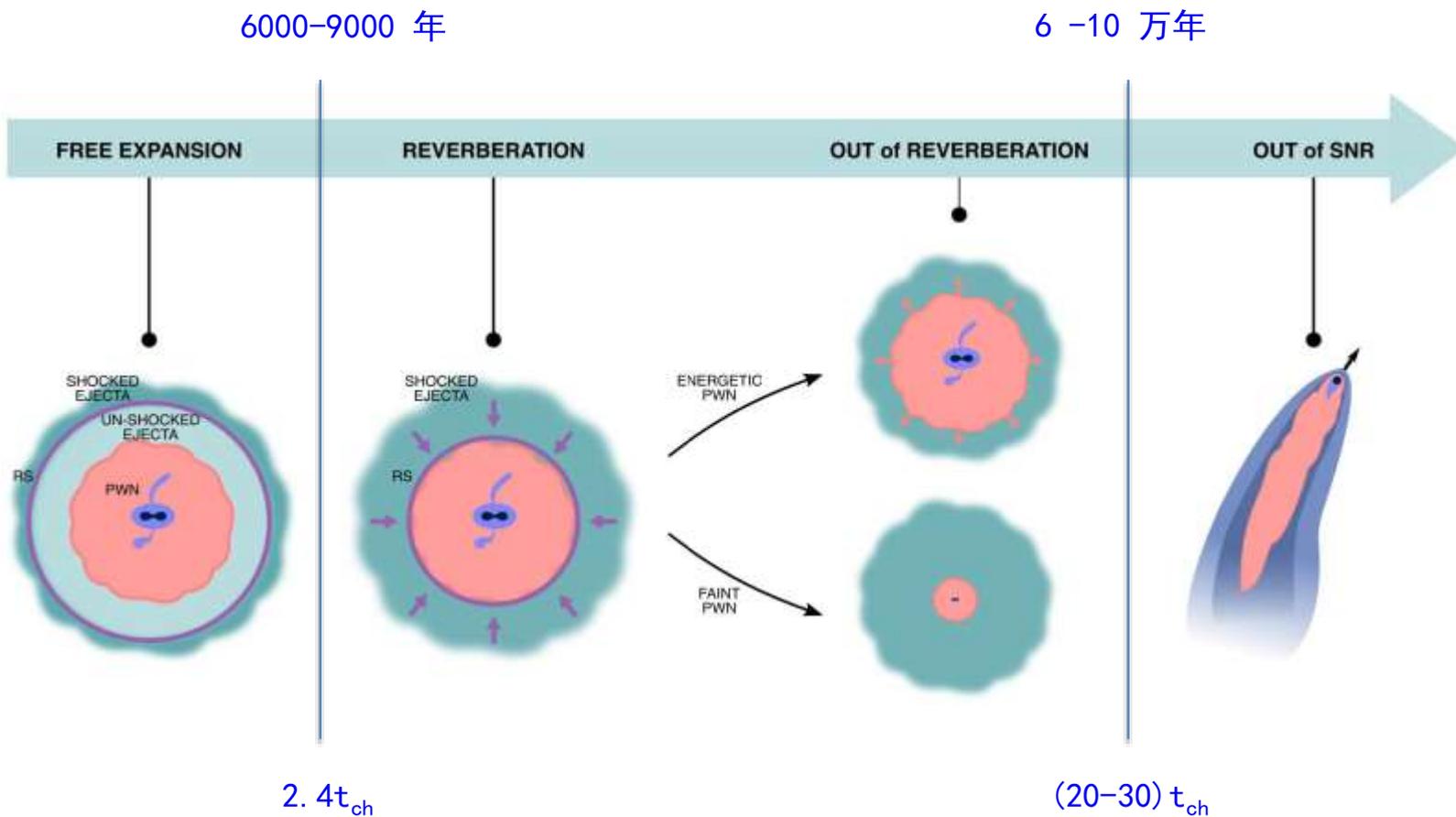
◎ **后反响映射阶段**：在该阶段中的PWN可能完全不是球对称的，而是具有一个复杂的扭曲的形状。需要多维（2D和/或3D）模型的模拟，而且演化的PWN的形状和性质与其以前的历史强相关，必须跟踪其整个演化，这意味着以时间和空间尺度的形式中大的动力学范围。

数值计算发现该阶段的时间 $20t_{\text{ch}}-30t_{\text{ch}}$ 。

◎ **弓激波阶段**：最终PWNe可能作为弓激波星云(BSPWN)结束其生命，这是由于大部分脉冲星以高踢出速度(100-500 km/s)诞生。脉冲星的运动在SNR内为超声速的 (Gaensler & Slane, 2006, ARAA)，导致在脉冲星和其星云周围的弓激波的形成。它不再表现为一个泡，可能为一个延伸的泪彗星的形状。

如参考文献 [Olmi & Bucciantini, 2019a, 2019b, 2019c, MNRAS](#)

总结：PWN演化阶段图示 (Olmi & Bucciantini, 2023, PASP)



3. 关于Sigma 问题

已知一个倾斜转子的脉冲星风有条纹风结构，其中磁场B由劈裂单极场描述 (Bogovalov, 1999, A&A)。一个很重要的参数是风磁化 σ ，它表示风中坡印廷流量和粒子动能流量之比：

$$\sigma = \frac{B^2}{4\pi\rho c^2\Gamma_w^2},$$

其中 ρ 是等离子体的共动密度和 Γ 是风的洛伦兹因子。

1D模型：

为了解释TS的存在，平均磁化 σ 很小： $\sigma \approx \text{few} \times 10^{-3}$ (Kennel & Coroniti, 1984, ApJ)。

脉冲星光柱处： $\sigma \sim 10^4$ (如Arons, 2012, Space Sci. Rev.)。

如何说明沿光柱和脉冲星风终端激波 (TS) 的路径上巨大的磁耗散，使得坡印廷主导的外流的脉冲星风转化为粒子主导的外流，这就是所谓的Sigma问题 (或悖论)。

2D模型：相对论性2D MHD数值模拟证实

$\sigma \approx 10^{-2}$ (如Dei Zanna et al., 2006, A&A)。

维度的增加表现为缓解 sigma问题的第一个可能的方式。

3D模型：3D MHD模拟表明

$\sigma \geq 1$ (如Porth et al., 2013, MNRAS)。

极大地减小了Sigma问题的影响。

4. 单区模型的适用性

- ◎ PWN的一个完整的描述，要求两个不同方面的处理：(1) 系统的动力学演化；(2) 对发射有责任的粒子的谱演化。
- ◎ 单区模型都基于薄壳近似：该壳按照质量和动量守恒演化且其半径等于PWN的半径。
- ◎ 单区模型仍是描述PWN+SNR系统的演化的最好的工具。已经证明它们在描述PWN+SNR相互作用的最初阶段（当PWN在SNR内以适中的加速膨胀时）是可靠的(如 Gelfand et al. 2009, ApJ; Martín et al. 2012, MNRAS; Bandiera et al. 2023, MNRAS)。
- ◎ 单区模型的推广一般限于PWN的最初的系列压缩和重新膨胀，它们已被推广到较长的时间 (Torres et al., 2019, MNRAS; Fiori et al., 2022, MNRAS)。

三、脉冲星风云的高能辐射

空间均匀和非均匀的单区模型。

均匀单区模型：

THE ASTROPHYSICAL JOURNAL, 676:1210–1217, 2008 April 1
© 2008, The American Astronomical Society. All rights reserved. Printed in U.S.A.

NONTHERMAL RADIATION FROM PULSAR WIND NEBULAE

L. ZHANG,^{1,2} S. B. CHEN,¹ AND J. FANG¹

Received 2007 September 20; accepted 2007 December 3

非均匀单区模型：

THE ASTROPHYSICAL JOURNAL, 834:43 (9pp), 2017 January 1
© 2016, The American Astronomical Society. All rights reserved.

doi:10.3847/1538-4357/834/1/43



CrossMark

A SELF-CONSISTENT AND SPATIALLY DEPENDENT MODEL OF THE MULTIBAND EMISSION OF PULSAR WIND NEBULAE

FANG-WU LU^{1,2}, QUAN-GUI GAO^{1,2}, AND LI ZHANG¹

¹Department of Astronomy, Key Laboratory of Astroparticle Physics of Yunnan Province, Yunnan University, Kunming 650091, China; lizhang@ynu.edu.cn

²Department of Physics, Yuxi Normal University, Yuxi 653100, China

1. 年轻脉冲星风云中的粒子输运（均匀单区）

THE ASTROPHYSICAL JOURNAL, 943:89 (10pp), 2023 February 1

<https://doi.org/10.3847/1538-4357/acaaa0>

© 2023. The Author(s). Published by the American Astronomical Society.

OPEN ACCESS



A Study of Particle Transport in Young Pulsar Wind Nebulae

Bo-Tao Zhu^{1,2}, Fang-Wu Lu^{2,3}, and Li Zhang² 

◎ 目的：研究多波段中粒子的对流和扩散效应对光子能谱的影响。

(1) 模型描述

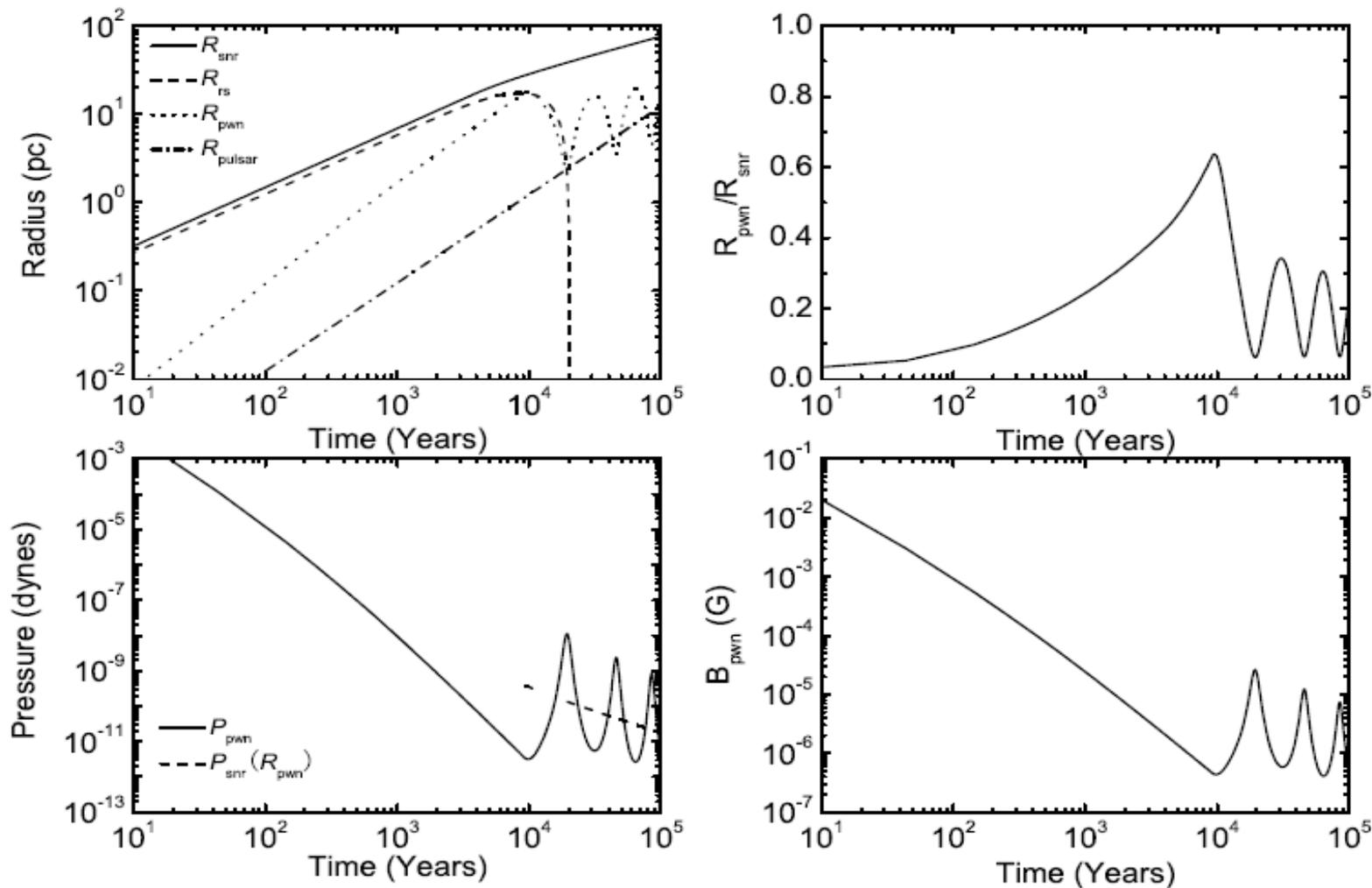
★ 系统的动力学演化：脉冲星的光度演化服从前述的公式。SNR的演化由一维流体动力学模型（Gelfand et al. 2009, ApJ）描述。

$$\frac{dR_{\text{pwn}}}{dt} = v_{\text{pwn}},$$

$$M_{\text{sw,pwn}} \frac{dv_{\text{pwn}}}{dt} = 4\pi R_{\text{pwn}}^2 [P_{\text{pwn}} - \rho_{\text{ej}}(R_{\text{pwn}}) \times (v_{\text{pwn}} - v_{\text{ej}}(R_{\text{pwn}}))^2]$$

$$\frac{d}{dt}(M_{\text{sw,pwn}} v_{\text{pwn}}) = F_{\Delta P} = 4\pi R_{\text{pwn}}^2 [P_{\text{pwn}} - P_{\text{snr}}(R_{\text{pwn}})]$$

PWN演化：以Crab星云的参数为例，数值求解的结果



★ 粒子谱的演化：在脉冲星磁层的开场线区，相对论性的粒子可沿磁力线逃逸出光柱半径。假设自转能损全由星风带走，且分布在电子/正电子和磁场中，则有：

$$L(t) = \dot{E}_{\text{inj,e}} + \dot{E}_{\text{inj,B}},$$

$$\eta_e = \frac{\dot{E}_{\text{inj,e}}}{L(t)}, \quad \eta_B = \frac{\dot{E}_{\text{inj,B}}}{L(t)},$$

TS 处被加速的粒子注入谱为

$$Q(E, t) = Q_0(t) \begin{cases} \left(\frac{E}{E_b}\right)^{-\alpha_1} & \text{for } E \leq E_b, \\ \left(\frac{E}{E_b}\right)^{-\alpha_2} & \text{for } E_b \leq E < E_{\text{max}}, \end{cases} \quad (1 - \eta_B)L(t) = \int_0^{E_{\text{max}}} Q(E, t) E dE, \quad E_{\text{max}} \approx k e e \sqrt{\frac{\eta_B L(t)}{c}}$$

粒子输运方程：

$$\frac{\partial N(E, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial E} [\dot{E} N(E, t)] + \frac{N(E, t)}{\tau_{\text{con}}(E, t)} + \frac{N(E, t)}{\tau_{\text{diff}}(E, t)} + Q(E, t),$$

$$\dot{E} = \dot{E}_{\text{ad}} + \dot{E}_{\text{syn}} + \dot{E}_{\text{IC}}, \quad \tau_{\text{con}} = \int_{R_{\text{ts}}}^{R_{\text{pwn}}} \frac{1}{V(r)} dr \quad V(r) = V_{\text{pwn}}(t) \left[\frac{R_{\text{pwn}}(t)}{r} \right]$$

$$\tau_{\text{diff}} = \frac{R_{\text{pwn}}^2(t)}{6K(t)}, \quad K(t) = \frac{K(t_{\text{ini}}) B_{\text{pwn}}(t_{\text{ini}})}{B_{\text{pwn}}(t)} \left[\frac{E_e}{1 \text{TeV}} \right]^\delta$$

★ 非热光子谱：同步辐射+逆康普顿散射

$$Q_{\text{syn}}(E_\gamma, t) = \int_0^\infty N(E, t) P_{\text{syn}}(E_\gamma, E, B_{\text{pwn}}(t)) dE,$$

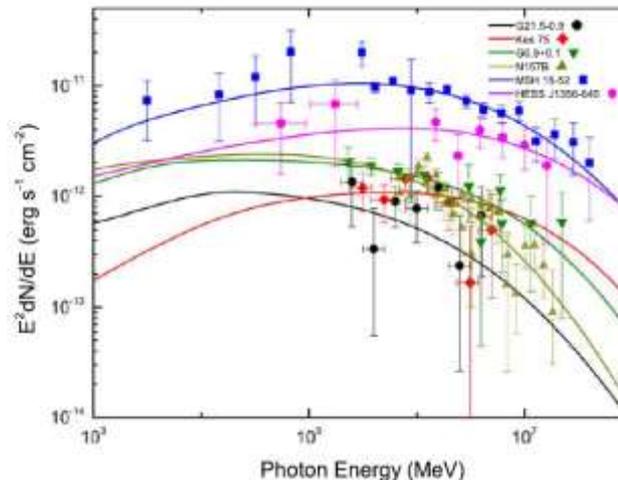
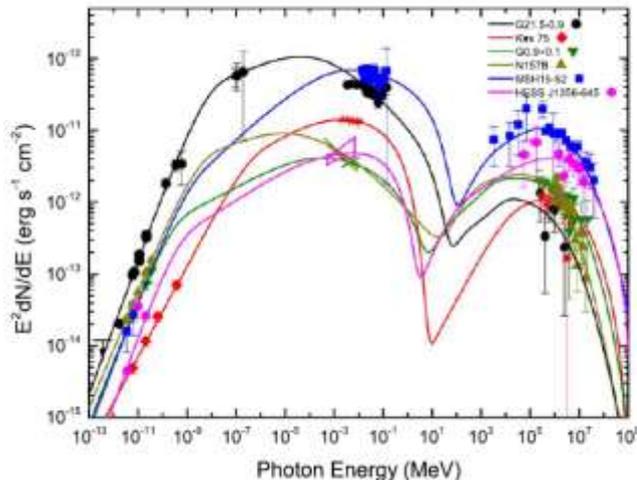
$$P_{\text{syn}}(E_\gamma, E, B_{\text{pwn}}(t)) = \frac{\sqrt{3} e^3 B_{\text{pwn}}(t)}{m_e c^2} F\left(\frac{E_\gamma}{E_c}\right), \quad B_{\text{pwn}}(t) = \left(\frac{1}{R_{\text{pwn}}(t)}\right)^2 \sqrt{6\eta_B \int_0^t L(t') R_{\text{pwn}}(t') dt'}$$

$$Q_{\text{ics}}(E_\gamma, t) = \int_0^\infty N(E, t) P_{\text{ics}}(E, E_\gamma, t) dE,$$

$$P_{\text{ics}}(E, E_\gamma, t) = \frac{3}{4} \frac{\sigma_T c}{(E/m_e c^2)^2} \int_0^\infty \frac{n(\epsilon_i)}{\epsilon_i} f(q, \Gamma_\epsilon) d\epsilon_i, \quad f(q, \Gamma_\epsilon) = 2q \ln q + (1 - q) \left((1 + 2q) + \frac{1}{2} \frac{(\Gamma_\epsilon q)^2}{1 + \Gamma_\epsilon q} \right),$$

(2) 结果：应用到6个年轻的PWNe。

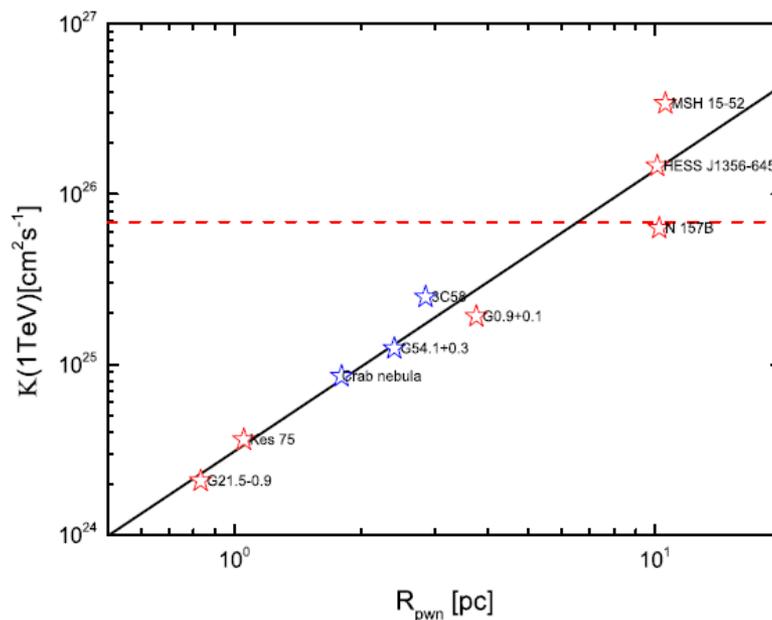
PWN	G21.5-0.9	KES 75	G0.9+0.1	N157B	MSH 15-52	HESS J1356-645
Reduced χ^2	1.12	2.12	0.46	2.87	0.65	1.11



结论:

- ① 粒子冷却过程在低能段由绝热损失主导，但在高能段由同步辐射损失主导。
- ② 对流在低能段主导粒子输运过程，而在高能段对流和扩散共同主导。
- ③ 在1 TeV电子能量处扩散系数是 $(2-360) \times 10^{24} \text{ cm}^2/\text{s}$ 且随RPWN几乎线性增加，比银河系中的平均值小约3个量级。

慢扩散可解释6个年轻PWNe的多波段观测。



2. 年轻脉冲星风云内粒子的湍动扩散（均匀单区）

THE ASTROPHYSICAL JOURNAL, 953:116 (13pp), 2023 August 10

<https://doi.org/10.3847/1538-4357/ace0c2>

© 2023. The Author(s). Published by the American Astronomical Society.

OPEN ACCESS



Turbulent Diffusion of the Particles within Pulsar Wind Nebulae

Fang-Wu Lu^{1,2}, Bo-Tao Zhu^{2,3}, Wen Hu^{2,4}, and Li Zhang² 

◎ 目的：引入时间相关的湍动波方程，解释PWNe内粒子的空间扩散，避免人为假定的Bohm扩散。

◎ 基本假定：

① 脉冲星注入到风云的能量（或光度）在湍动波和电子/正电子间分配。

$$L(t) = \dot{E}_w + \dot{E}_e = \eta_w L(t) + (1 - \eta_w) L(t),$$

其中 η_w 和 $(1-\eta_w)$ 分别表示自转变慢光度转换为湍动和粒子的份额。

② 球对称星云，在星云内湍动波和粒子的分布是各向同性的。

③ PWN的动力学演化由Bucciantini et al. (2011, MNRAS) 模型描述：自由膨胀阶段，

时间 t 时星云的半径 $R(t)$ 为

$$R(t) = 1.44 \left(\frac{E_{\text{sn}}^3 L^2(t)}{M_{\text{ej}}^5} \right)^{1/10} \left(\frac{t}{1 + t/\tau_0} \right)^{6/5} \\ \times \frac{1}{1 - s} \sum_{i=0}^{\infty} c_i s^i, \quad s = (t/\tau_0)/(1 + t/\tau_0),$$

系数 c_i 见Bucciantini et al. (2004, A&A)。

◎ 模型描述:

波数空间湍动谱的演化由Fokker-Planck方程确定 (如Eichler,1979, ApJ)

$$\frac{\partial W(k, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial k} \left[k^2 D_{kk} \frac{\partial}{\partial k} \left(\frac{W(k, t)}{k^2} \right) \right] - \Gamma_k W(k, t) - \frac{\partial}{\partial k} \left[\dot{k}_{ad} W(k, t) \right] + Q_{k, inj}(k, t), \quad ($$

能量空间中粒子分布 $N(\gamma, t)$ 的演化满足方程

$$\frac{\partial N(\gamma, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \gamma} \left[\gamma^2 D_{EE} \frac{\partial}{\partial \gamma} \left(\frac{N(\gamma, t)}{\gamma^2} \right) \right] - \frac{N(\gamma, t)}{\tau_{diff}} - \frac{\partial}{\partial \gamma} [\dot{\gamma} N(\gamma, t)] + Q_{e, inj}(\gamma, t).$$

在谱演化方程中, k -空间的扩散系数为 (波数 k)

$$D_{kk} = D_{kk}(k) = \frac{k^2}{\tau_{cas}},$$

τ_{cas} 为湍动级联时标。存在两种经典的湍动: Komogorov和Kraichnan,对应的有

$$\tau_{cas} = \begin{cases} \frac{1}{k\beta_w c} \left[\frac{2u_B}{kw(k)} \right]^{1/2} & \text{(Kolmogorov)} \\ \frac{1}{k\beta_w c} \left[\frac{2u_B}{kw(k)} \right] & \text{(Kraichnan)} \end{cases}, \quad \beta_w = v_A/c \quad v_A = B/\sqrt{4\pi m_p n_p}$$

$$w(k) = W(k, t)/V \quad u_B = \frac{B^2}{8\pi} = \int_{k_{min}}^{k_{max}} w_B(k) dk$$

其中 $w_B=0.5w(k)$ 为湍动场能密的磁分量。

在随机波-粒子系统中，通过回旋共振相互作用的粒子将消耗湍动能，作为湍动波的阻尼过程。在该过程中，有（如Brunetti & Lazarian 2007, MNRAS）

$$\int dk \Gamma_k W(k) = \int d\gamma \gamma m_e c^2 \partial F_e / \partial \gamma, \quad F_e = F_e(\gamma) = \gamma^2 D_{EE} \frac{\partial}{\partial \gamma} \left[\frac{N(\gamma, t)}{\gamma^2} \right]$$

D_{EE} 是电子的能量扩散系数，近似为（如Lynn et al. 2014, ApJ）

$$D_{EE} = D_{EE}(\gamma) = \frac{\gamma^2 \beta_w^2 k_{res} c}{r_g u_B} \int_{k_{res}}^{k_{max}} \frac{w_B(k)}{k} dk, \quad r_g = r_g(\gamma) = \gamma m_e c^2 / (eB) \quad k_{res} = 1/r_g(\gamma)$$

湍动谱的阻尼效应 Γ_k 可写为（如Kakuwa, 2016, ApJ）（注意 $n(\gamma) = N(\gamma, t)/V$ ）

$$\Gamma_k = \Gamma_k(k, t) = -\frac{4\pi e^2 \beta_w^2}{m_e c k} \int_{\gamma_{res}}^{\infty} d\gamma \gamma^2 \frac{\partial}{\partial \gamma} \left[\frac{n(\gamma)}{\gamma^2} \right], \quad \gamma_{res} = eB / (m_e c^2 k),$$

最后，湍动谱演化方程中的注入项为

$$Q_{k, inj}(k, t) = Q_{w, 0}(t) k^{-q}, \quad \eta_w L(t) = \int_0^{\infty} Q_{k, inj}(k, t) dk.$$

其中 $q=5/3$ 为Komogorov型和 $q=1/2$ 为Kraichnan型湍动。

在粒子演化方程中，由于空间扩散系数与能量扩散系数的关系为 $D_{RR} D_{EE} = v_A^2 \gamma^2 / 9$ (如 Skilling 1975, MNRAS)，故空间扩散时标为

$$\tau_{\text{diff}} = \frac{R^2(t)}{D_{RR}} = \frac{9R^2(t)}{v_A^2 \tau_{\text{acc}}}, \quad \tau_{\text{acc}} = \gamma^2 / D_{EE}$$

粒子能损： $\dot{\gamma} = \dot{\gamma}_{\text{ad}} + \dot{\gamma}_{\text{syn}} + \dot{\gamma}_{\text{IC}}$.

注入粒子分布：

$$Q_{e,\text{inj}}(\gamma, t) = \begin{cases} Q_{e,0}(t)(\gamma/\gamma_b)^{-\alpha_1} & \text{for } \gamma < \gamma_b \\ Q_{e,0}(t)(\gamma/\gamma_b)^{-\alpha_2} & \text{for } \gamma \geq \gamma_b \end{cases}, \quad (1 - \eta_w)L(t) = \int_0^\infty \gamma m_e c^2 Q_{e,\text{inj}}(\gamma, t) d\gamma.$$

一旦相关物理量被确定，耦合方程组可通过Crank-Nicolson方法求解。

自由边界条件： $W(k_{\text{max}}, t) = 0$ and $N(\gamma_{\text{max}}, t) = 0$,

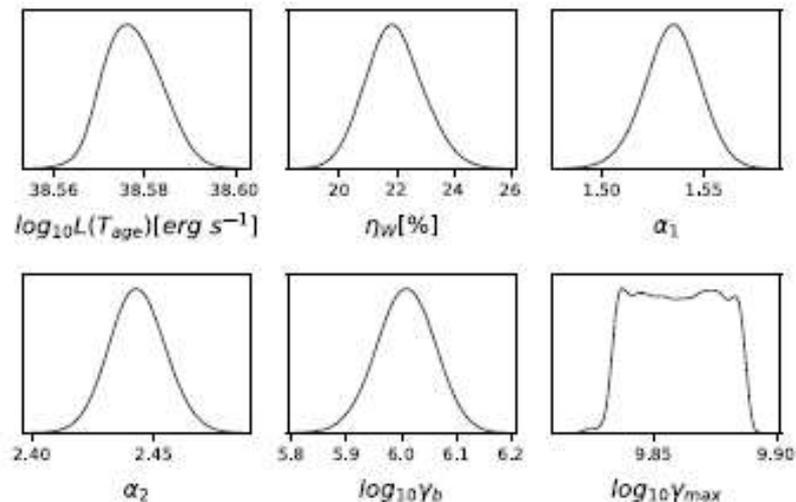
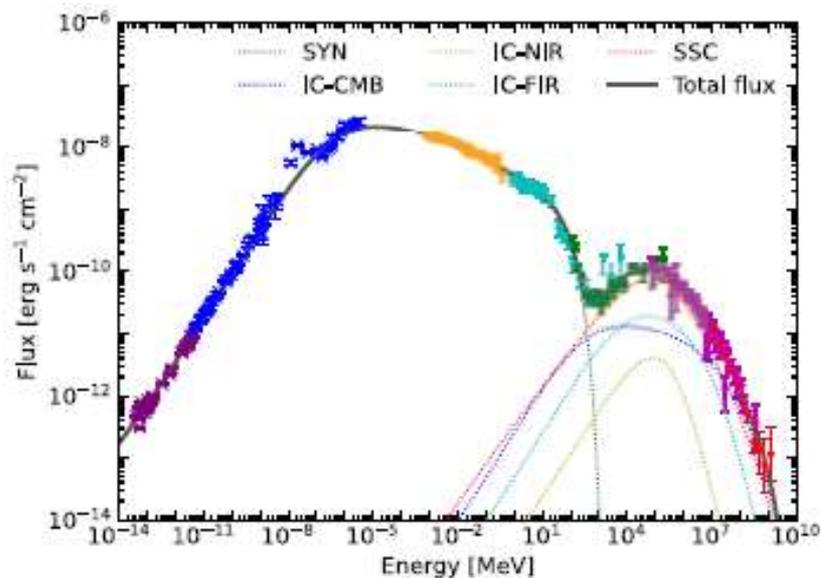
k_{max} 为湍动波的最大波数， γ_{max} 为电子的最大能量。

然后求解同步辐射和逆康普顿散射产生的非热的光子发射率。

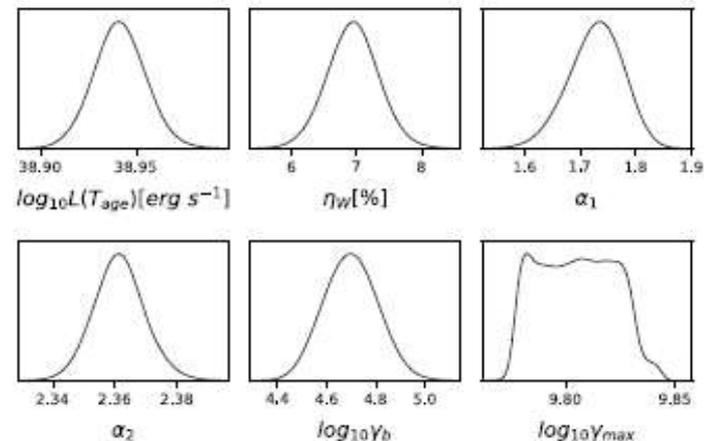
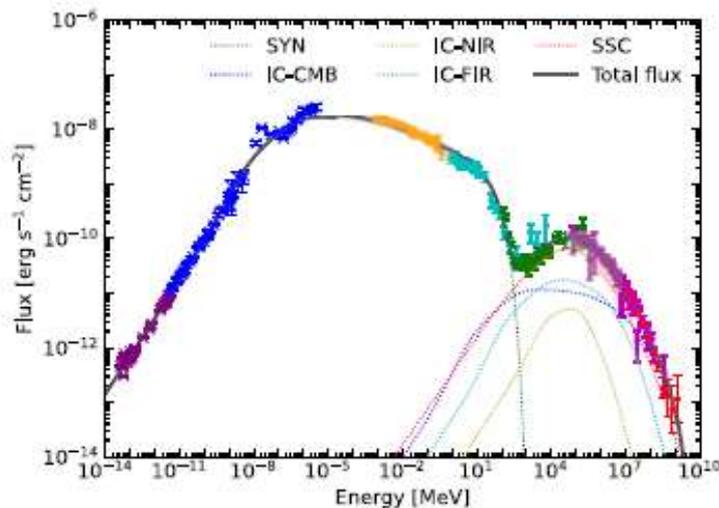
使用MCMC拟合技术，Crab星云。

Model	$\log_{10} L_{sd}$ [erg s ⁻¹]	η_w [%]	α_1	α_2	$\log_{10} \gamma_b$	$\log_{10} \gamma_{max}$
KO	$38.577^{+0.007}_{-0.006}$	$21.894^{+1.063}_{-0.972}$	$1.535^{+0.013}_{-0.014}$	$2.443^{+0.012}_{-0.011}$	$6.008^{+0.053}_{-0.053}$	$9.860^{+0.019}_{-0.019}$
KR	$38.941^{+0.014}_{-0.013}$	$6.943^{+0.390}_{-0.394}$	$1.730^{+0.046}_{-0.052}$	$2.361^{+0.008}_{-0.008}$	$4.697^{+0.112}_{-0.112}$	$9.805^{+0.019}_{-0.020}$

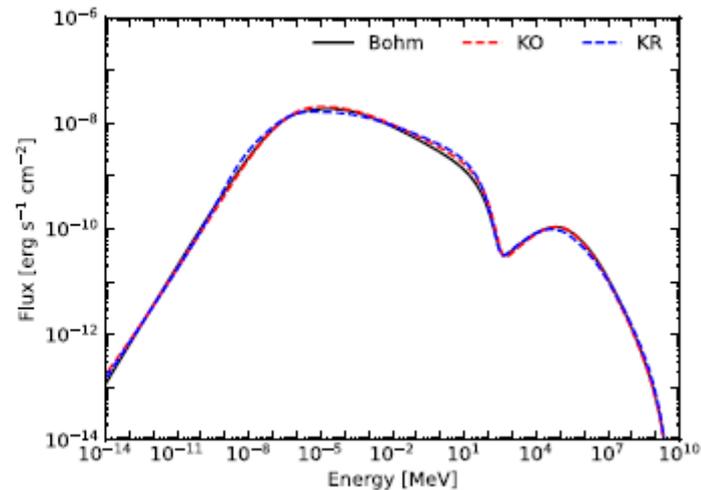
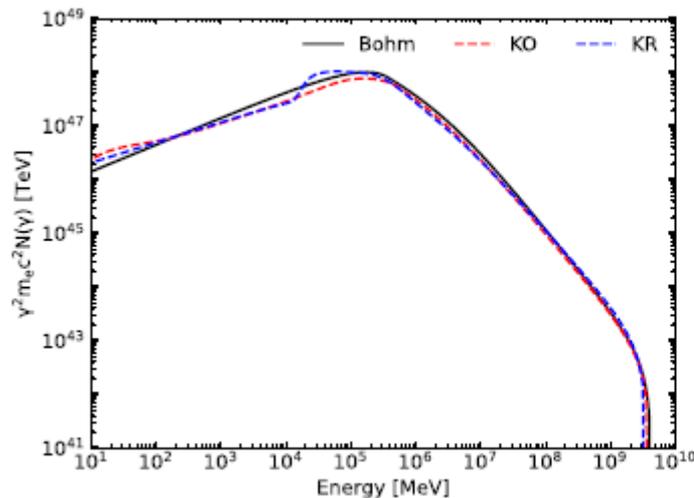
Komogorov (K0) 型湍动



Kraichnan (KR) 型湍动

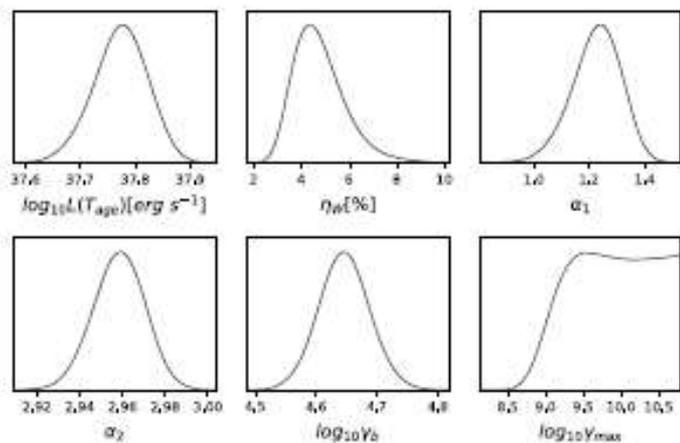
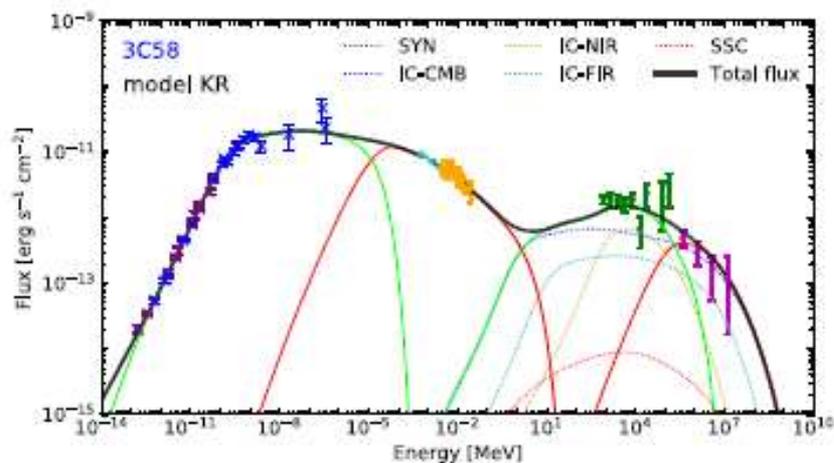
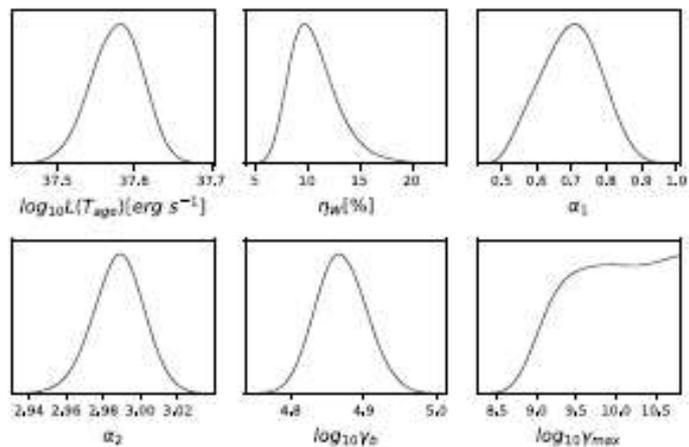
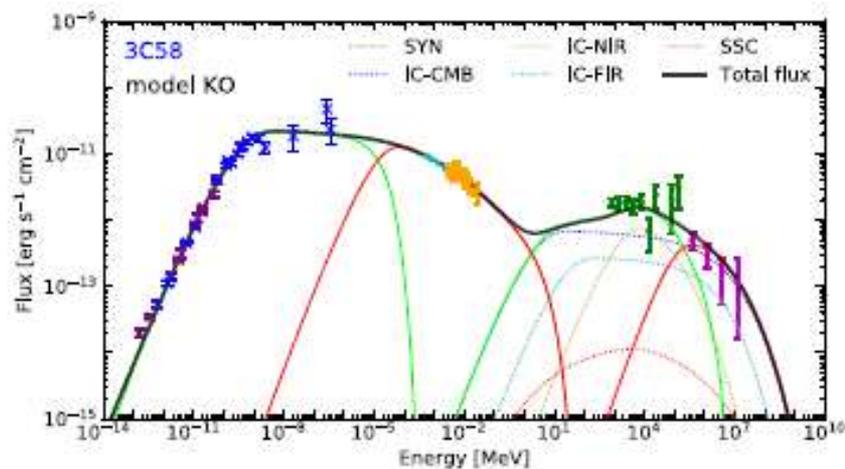


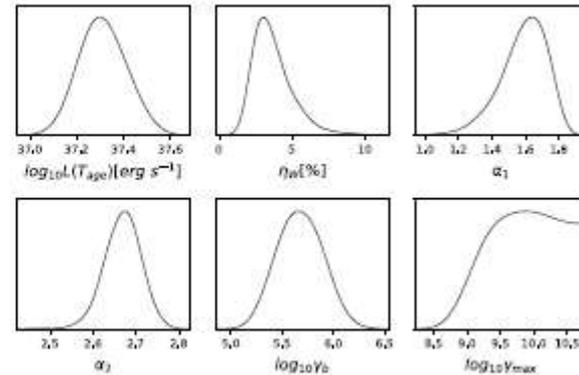
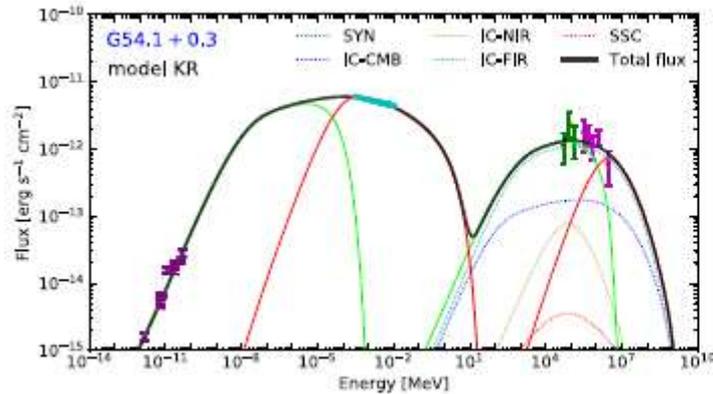
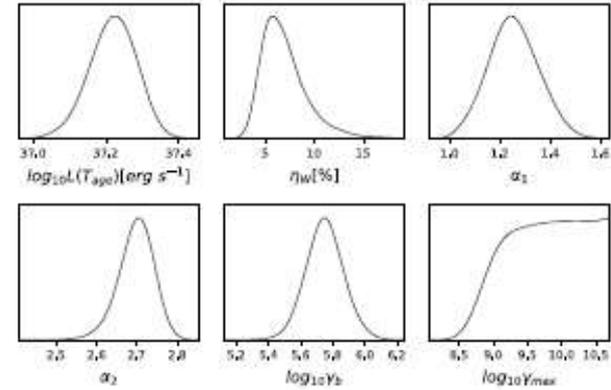
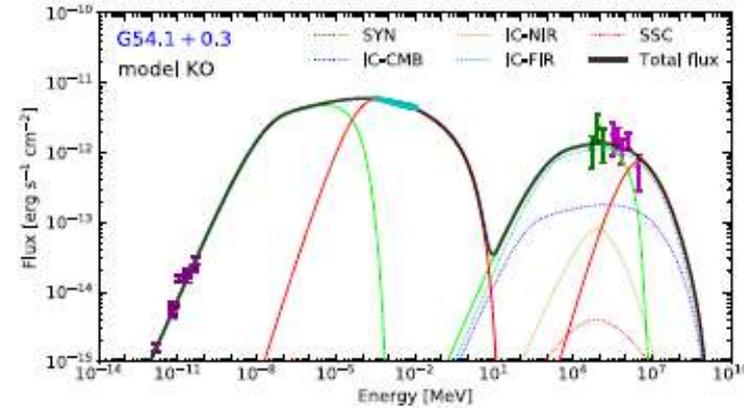
粒子谱和光子谱的差别



3C 58和G54.1+0.3 – 类Crab , Lu et al. 2023, MNRAS

Adopted parameter	Symbol	3C58	G54.1+0.3
Pulsar and ejecta parameters			
SN explosion energy (10^{51} erg)	E_{sn}	1.0	1.0
Ejected mass (M_{\odot})	M_{ej}	10.0	10.0
Hydrogen density (cm^{-3})	n_{H}	0.1	0.1
Period (ms)	P	0.0657	0.136
Period derivative (s s^{-1})	\dot{P}	1.93×10^{-13}	7.5×10^{-13}
Breaking index	n	3.0	3.0
Distance (kpc)	d	2.0	6.2
Age (yr)	T_{age}	2500	1700
Background soft photon fields			
CMB temperature (K)	T_{CMB}	2.73	2.73
CMB energy density (eV cm^{-3})	U_{CMB}	0.25	0.25
FIR temperature (K)	T_{FIR}	25	20
FIR energy density (eV cm^{-3})	U_{FIR}	0.1	2.0
NIR temperature (K)	T_{NIR}	2900	3000
NIR energy density (eV cm^{-3})	U_{NIR}	0.5	1.0





Fitting parameters	Symbol	3C58		G54.1+0.3	
		Model KO	Model KR	Model KO	Model KR
Spin-down luminosity (erg s^{-1})	$\log_{10} L(T_{\text{age}})$	$37.578^{+0.032}_{-0.035}$	$37.774^{+0.048}_{-0.051}$	$37.221^{+0.063}_{-0.067}$	$37.308^{+0.100}_{-0.109}$
Turbulence energy fraction (%)	η_w	$10.312^{+2.600}_{-1.910}$	$4.582^{+1.181}_{-0.897}$	$6.459^{+2.540}_{-1.729}$	$3.381^{+1.554}_{-1.104}$
Low-energy electron index	α_1	$0.699^{+0.087}_{-0.094}$	$1.230^{+0.083}_{-0.094}$	$1.251^{+0.105}_{-0.098}$	$1.608^{+0.123}_{-0.154}$
High-energy electron index	α_2	$2.988^{+0.013}_{-0.014}$	$2.959^{+0.012}_{-0.012}$	$2.700^{+0.041}_{-0.046}$	$2.670^{+0.041}_{-0.045}$
Break energy of electrons	$\log_{10} \gamma_b$	$4.868^{+0.036}_{-0.034}$	$4.645^{+0.042}_{-0.041}$	$5.748^{+0.116}_{-0.117}$	$5.669^{+0.238}_{-0.227}$
Maximum energy of electrons	$\log_{10} \gamma_{\text{max}}$	≥ 9.662	≥ 9.601	≥ 9.442	≥ 9.563

3. 空间相关轻强子模型中Crab星云的超高能辐射

THE ASTROPHYSICAL JOURNAL, 926:7 (9pp), 2022 February 10

<https://doi.org/10.3847/1538-4357/ac4161>

© 2022. The Author(s). Published by the American Astronomical Society.

OPEN ACCESS



CrossMark

Multiband Emission up to PeV Energy from the Crab Nebula in a Spatially Dependent Lepto-hadronic Model

Qi-Yong Peng¹, Bi-Wen Bao^{1,2}, Fang-Wu Lu^{1,3}, and Li Zhang¹

¹ Department of Astronomy, Key Laboratory of Astroparticle Physics of Yunnan Province, Yunnan University, Kunming 650091, People's Republic of China
lizhang@ynu.edu.cn

★ **目的：**探索Crab星云中PeV光子的可能起源。

★ **模型基本假定：** **球对称假定：**一维PWN动力学演化模型

电子演化方程：对流、扩散、辐射损失、光子-光子对产生过程

质子演化方程：对流、扩散、相互作用损失，...

光子演化方程：同步辐射、同步自吸收、逆康普顿、对产生过程

数值求解两个(三个)耦合方程。

我们已经解释了MSH15-52, G21.5-0.9, 3C58, Vela X多波段能谱，特别是在X射线波段谱指数和流量随着距离发生变化。

★ 该模型的关键点之一：被加速电子和质子的最大能量

为获得能量，粒子必须在TS（半径 R_{ts} ）内，其中

$$\bar{R}_{ts} = (1/B_1) \sqrt{(L(t)/c)\sigma/(1 + \sigma)}$$

B_1 是上游磁场， $L(t)$ 为自转变慢光度 (*Kennel & Coroniti 1984, ApJ*), c 为光速和
 σ 为磁化参数。所以粒子拉莫半径 $r_L = pc/(ZeB)$ 不大于 (B 是下游磁场)。使用条件
 $r_L = \varepsilon R_{ts}$ ，其中 $0 < \varepsilon \leq 1$ ，则质子（或电子）的最大能量可近似为

$$\gamma_{i,max} \approx \frac{4\varepsilon e}{m_i c^2} \sqrt{\frac{L(t)}{c} \frac{\sigma}{1 + \sigma}} = \frac{4\varepsilon e}{m_i c^2} \sqrt{\eta_B \frac{L(t)}{c}}, \quad \eta_B = \sigma/(1 + \sigma)$$

对于质子，最大能量

$$\frac{E_{p,max}}{\text{PeV}} \approx 18 \left(\frac{\varepsilon}{0.7} \right) \left(\frac{\eta_B}{0.03} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{L(t)}{5 \times 10^{38} \text{ erg/s}} \right)^{\frac{1}{2}}$$

1D模型： $\sigma = 0.003$ (*Kennel & Coroniti 1984, ApJ*)，质子最大能量约6 PeV。

2D模型： $\sigma \approx 0.03$ (*Del Zanna et al. 2006, A&A*)，质子最大能量约18 PeV。

3D模型： $\sigma \approx 1.0$ (*Porth et al. 2014, MNRAS*)，质子最大能量约76 PeV



粒子传播方程

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} = D_i \frac{\partial^2 n_i}{\partial r^2} + \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 D_i) - V \right] \frac{\partial n_i}{\partial r} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} [r^2 V] n_i + \frac{\partial}{\partial \gamma_i} [\dot{\gamma}_i n_i] + Q_i$$

电子/正电子: $\dot{\gamma}_e = \dot{\gamma}_{\text{ad}} + \dot{\gamma}_{\text{syn}} + \dot{\gamma}_{\text{ics}}$

质子: $\dot{\gamma}_p = \dot{\gamma}_{\text{ad}} + \dot{\gamma}_{\text{pp}}$

光子演化方程

$$\frac{\partial n_\gamma}{\partial t} + \frac{n_\gamma}{\tau_{\text{esc}}} = Q_\gamma^{\text{syn}} + Q_\gamma^{\text{ics}} + Q_\gamma^{\text{pp}}$$

中微子流量

$$E_{\nu_\mu}^2 \frac{dN}{dE_{\nu_\mu}} = \frac{E_{\nu_\mu}^2}{4\pi d^2} \int_{R_{\text{ls}}}^r 4\pi r_1^2 Q_{\nu_\mu}(r_1, E_{\nu_\mu}) dr_1$$

$$B(r, t) = B_0(t) \left(\frac{r}{R_{\text{ls}}(t)} \right)^{\delta-1}$$

$$D(r, \gamma_i, t) = D_0(t) \left(\frac{r}{R_{\text{ls}}(t)} \right)^{1-\beta} \left(\frac{E_i}{1\text{TeV}} \right)^{1/3}$$

$$V(r) = \frac{R_{\text{pwn}}(T_{\text{age}})}{T_{\text{age}}} \left(\frac{r}{R_{\text{pwn}}(t)} \right)^{-\beta}$$

$$Q_{\text{inj}}^e(\gamma_e, t) = Q_0^e(t) \begin{cases} \left(\frac{\gamma}{\gamma_b} \right)^{-\alpha_1} & \gamma_{e,\text{min}} \leq \gamma_e < \gamma_b \\ \left(\frac{\gamma}{\gamma_b} \right)^{-\alpha_2} & \gamma_b \leq \gamma_e \leq \gamma_{e,\text{max}} \end{cases}$$

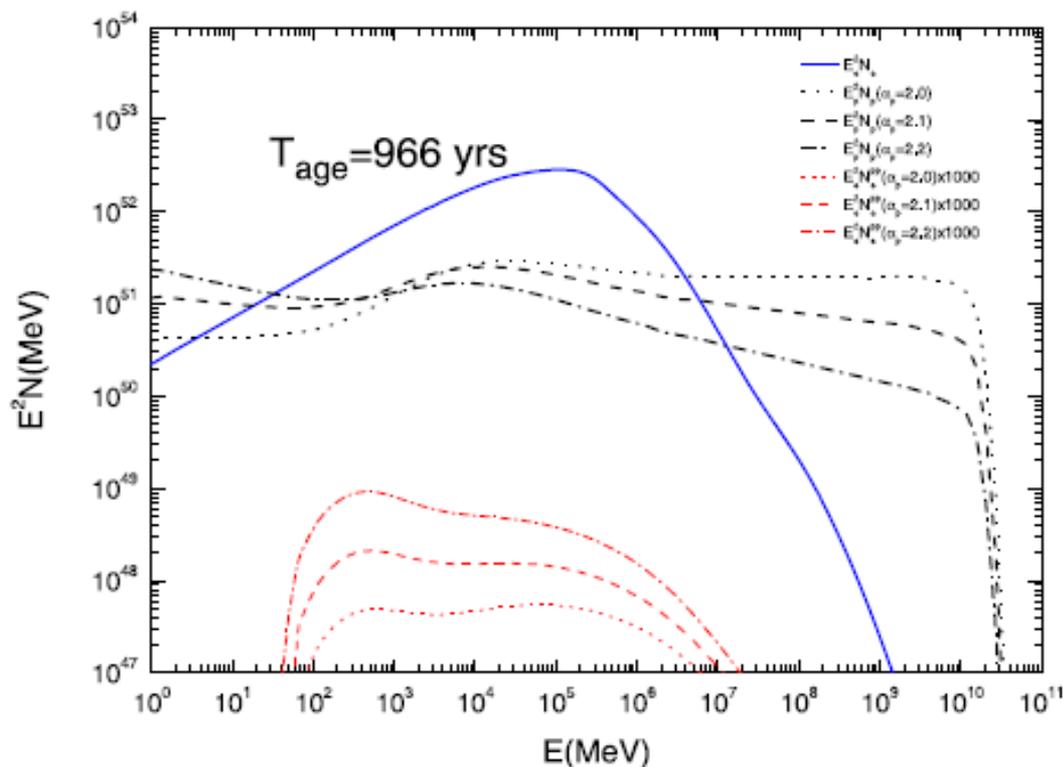
$$Q_{\text{inj}}^p(\gamma_p, t) = Q_0^p(t) \gamma_p^{-\alpha_p} e^{-(\gamma_p/\gamma_{p,c})^2} \times \gamma_{p,\text{min}} \leq \gamma_p \leq \gamma_{p,\text{max}}$$

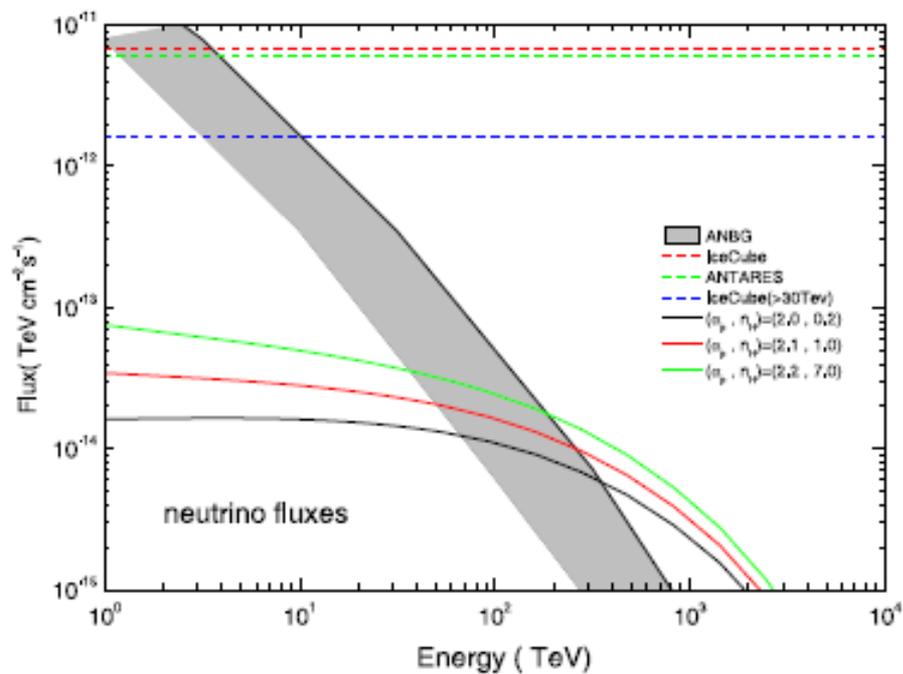
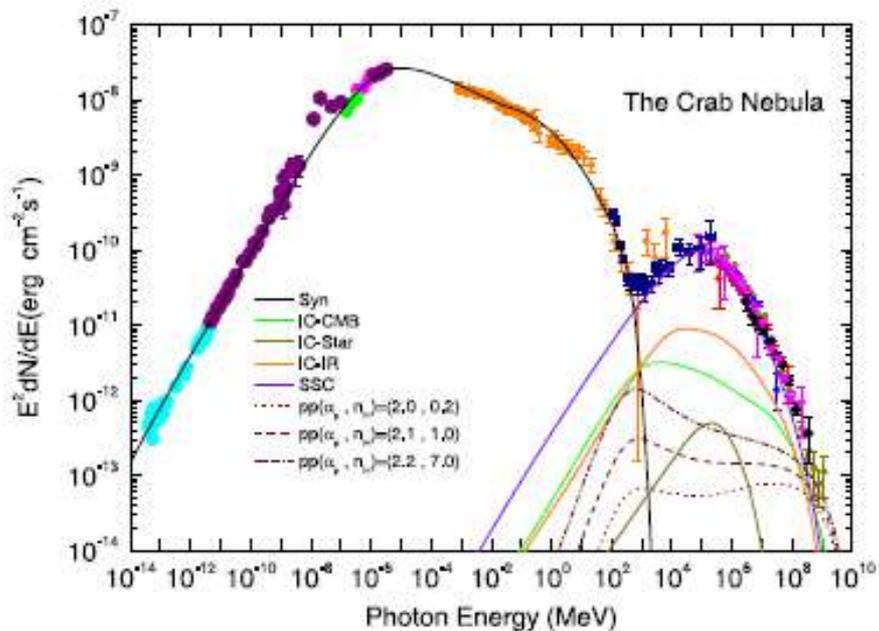
$$Q_{\nu_\mu}(r, E_{\nu_\mu}) = cn_H \int_{E_{\nu_\mu}}^{\infty} \sigma_{\text{incl}}(E_p) n_p(r, E_p) \times [F_{\nu_\mu}^1(E_{\nu_\mu}/E_p, E_p) + F_{\nu_\mu}^2(E_{\nu_\mu}/E_p, E_p)] \frac{dE_p}{E_p}$$



TABLE 1
Values of Parameters for the Crab Nebula

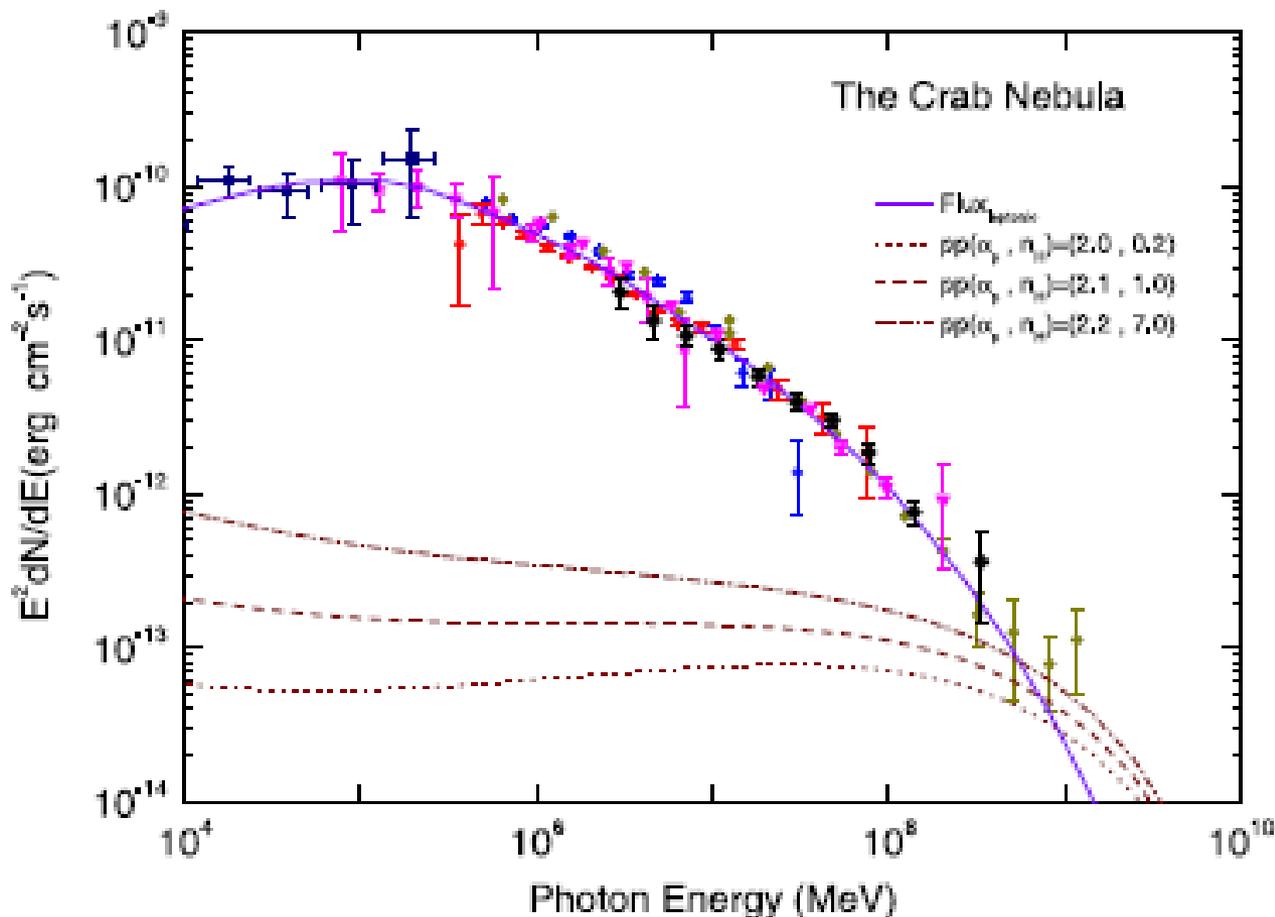
Input Parameters	Symbol	Value
Ejected mass (M_{\odot})	M_{ej}	4.5
SN explosion energy (10^{51} erg)	E_{SN}	1.0
Period (ms)	P	33.04
Period derivative ($s \cdot s^{-1}$)	\dot{P}	4.23×10^{-13}
Initial spin-down power (erg s^{-1})	L_0	3.0×10^{39}
Initial spin-down timescale (yr)	τ_0	705.0
Braking Index	n	2.509
Age (yr)	T_{age}	966
Distance (kpc)	d	2.0
Shock radius fraction	ε	0.7
Fitted Parameters		
Magnetic fraction	η_B	0.06
Electron fraction	η_e	0.70
Proton fraction	η_p	0.24
Proton cutoff energy (PeV)	$E_{p,c}$	10
Low-energy power-law index	α_1	1.5
High-energy power-law index	α_2	2.5
Break Lorentz factor	γ_b	5.0×10^5
Initial diffusion coefficient ($\text{cm}^2 \text{s}^{-1}$)	D_0	1.0×10^{22}



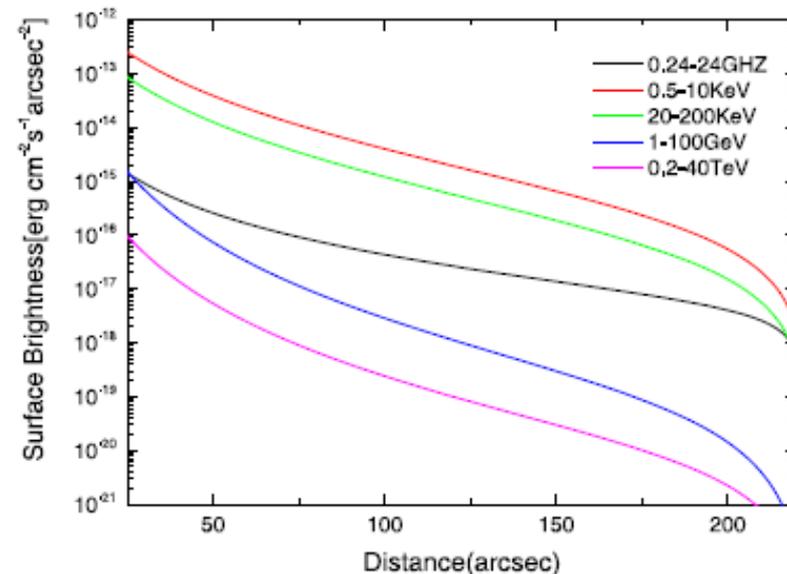
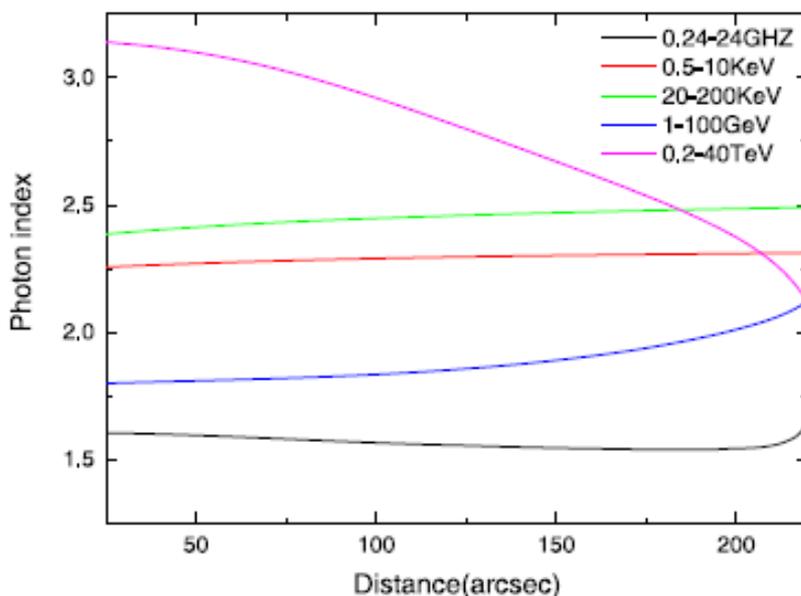


★ 该模型的关键点之二：组合 (α_p, n_H) 对强子贡献具有重要作用。

计算表明，较陡的质子谱要求PWN内较高的密度。对大于200 TeV的光子能量，所考虑的三种组合可对超高能伽马射线有重要贡献。



★ 该模型的关键点之三：预期不同波段的光子谱指数和表面亮度随距离的变化。



THE ASTROPHYSICAL JOURNAL, 699:L153-L156, 2009 July 10
© 2009. The American Astronomical Society. All rights reserved. Printed in the U.S.A.

doi:10.1088/0004-637X/699/2/L153

TeV GAMMA-RAY EMISSION FROM VELA X: LEPTONIC OR HADRONIC?

L. ZHANG AND X. C. YANG
Department of Physics, Yunnan University, Kunming, China; lizhang@ynu.edu.cn
Received 2009 April 18; accepted 2009 May 19; published 2009 June 24

photons and high energy neutrinos from the Crab nebula

X. C. Yang and L. Zhang

Department of Physics, Yunnan University, 650091 Kunming, P.R. China
e-mail: lizhang@ynu.edu.cn

四、讨论

1. 单区模型可以较好地解释年轻PWNe的高能辐射特征。但需要研究多维（二维、三维）的模型，特别是中年和老年的PWNe，其形状不再是准球形的，各向同性的假定失效。
2. PWNe中粒子慢扩散。空间相关的单区模型扩散系数通常比ISM中的扩散系数小约两个量级，这也许是PWNe的共同的特性。
3. 脉冲星风云是电子Pevatrons，质子呢？-是！

谢谢！