



中山大學
SUN YAT-SEN UNIVERSITY



中国科学院高能物理研究所
Institute of High Energy Physics Chinese Academy of Sciences

粒子加速器原理 ~色品与闭合轨道~

刘星光
liuxg@ihep.ac.cn

中国科学院高能物理研究所 东莞研究部
2024

回顾：色散函数

$$\bullet B_y = - \left(B_0 + \frac{\partial B_y}{\partial x} x \right) \text{ (正电荷)}$$

$$\frac{d^2 x}{ds^2} - \frac{\rho + x}{\rho^2} = \frac{B_y}{B\rho} \frac{p_0}{p} \left(1 + \frac{x}{\rho} \right)^2$$

复合型磁铁（二极+四极）或偏移四极磁铁

$$\frac{d^2 x}{ds^2} + \left(\frac{1}{\rho^2} + K_x \right) x = 0$$

$$K_x = \frac{\partial B_y}{\partial x} / B\rho$$

纯四极磁铁

$$\frac{d^2 x}{ds^2} + K_x x = 0$$

$$\frac{d^2 x}{ds^2} + K_y x = 0$$

$$K_y = -K_x$$

色散函数即为一种“误差”：粒子能量与参考粒子能量不同。

色品 (chromaticity)

其中, “弹性系数” $K_x(s) = \frac{B_1(s)}{B\rho}$ 中其实 $B\rho = \frac{p}{q}$, 也是依赖于能量的。

$K_1(s) \rightarrow \beta(s) \rightarrow \Delta\mu$ 或其对应的工作点 tune

我们将工作点对动量散度的线性关系称为色品 (chromaticity) :

$$\Delta v = \xi \delta \quad \xi = -\frac{1}{4\pi} \oint K(s)\beta(s) ds$$

由lattice设计本身决定的色品称为自然色品 (natural chromaticity) 。

$$\mu = \int \frac{1}{\beta(s)} ds$$
$$v = \frac{\mu}{2\pi}, \text{ 工作点}$$

➤ 二极磁铁的线性误差及闭合轨道 (close orbit)

在含有二极磁铁的lattice中 (比如环), 假设磁铁本身的磁场与理想/参考磁场不一致束流的轨道如何?

$$\Delta\theta = \frac{\Delta B}{B\rho} l$$

周期性解要求:

$$M \begin{pmatrix} x_0 \\ x'_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \Delta\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 \\ x'_0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_0 \\ x'_0 \end{pmatrix} = (I - M)^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ \Delta\theta \end{pmatrix} = \frac{\Delta\theta}{2 \sin \pi\nu} \begin{pmatrix} \beta_0 \cos \pi\nu \\ \sin \pi\nu - \alpha_0 \cos \pi\nu \end{pmatrix}$$

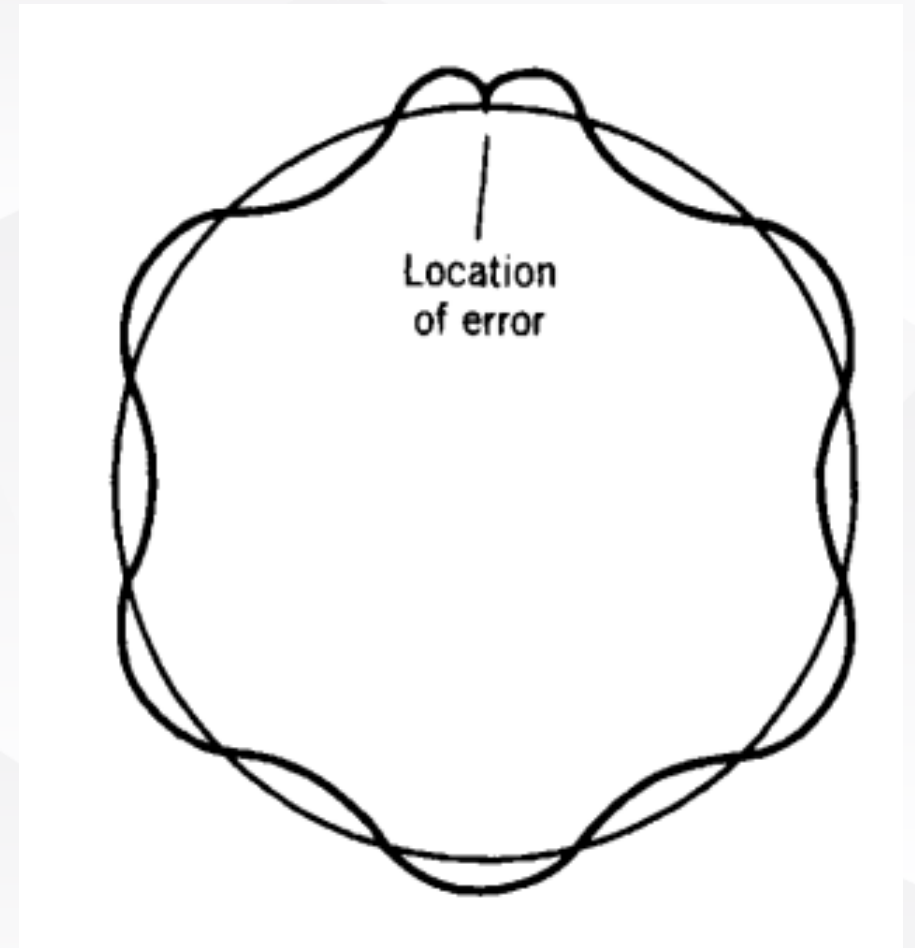
任意位置处的 $x(s)$ 则可通过对应的相移及twiss参数求出:

$$x(s) = \frac{\theta \sqrt{\beta(s)\beta_0}}{2 \sin \pi\nu} \cos(\psi(s) - \pi\nu)$$

关于闭合轨道



- 闭合轨道的解在什么情况下是稳定的？
- 闭合轨道的矫正方法？
- 闭合轨道可以测量吗，如何测量？



➤ 大作业选题

- 详情参见大作业选题说明。
- 选题时间为两周（2024年12月6日确定选题）
- 大作业提交时间为2024年12月25日。