



中山大學
SUN YAT-SEN UNIVERSITY



中国科学院高能物理研究所
Institute of High Energy Physics Chinese Academy of Sciences

粒子加速器原理

黄永盛、刘星光、苑尧硕

02

横向束流动力学

苑尧硕

➤苑尧硕 中国科学院高能物理研究所东莞研究部（散裂中子源科学中心） 青年研究员

➤研究方向

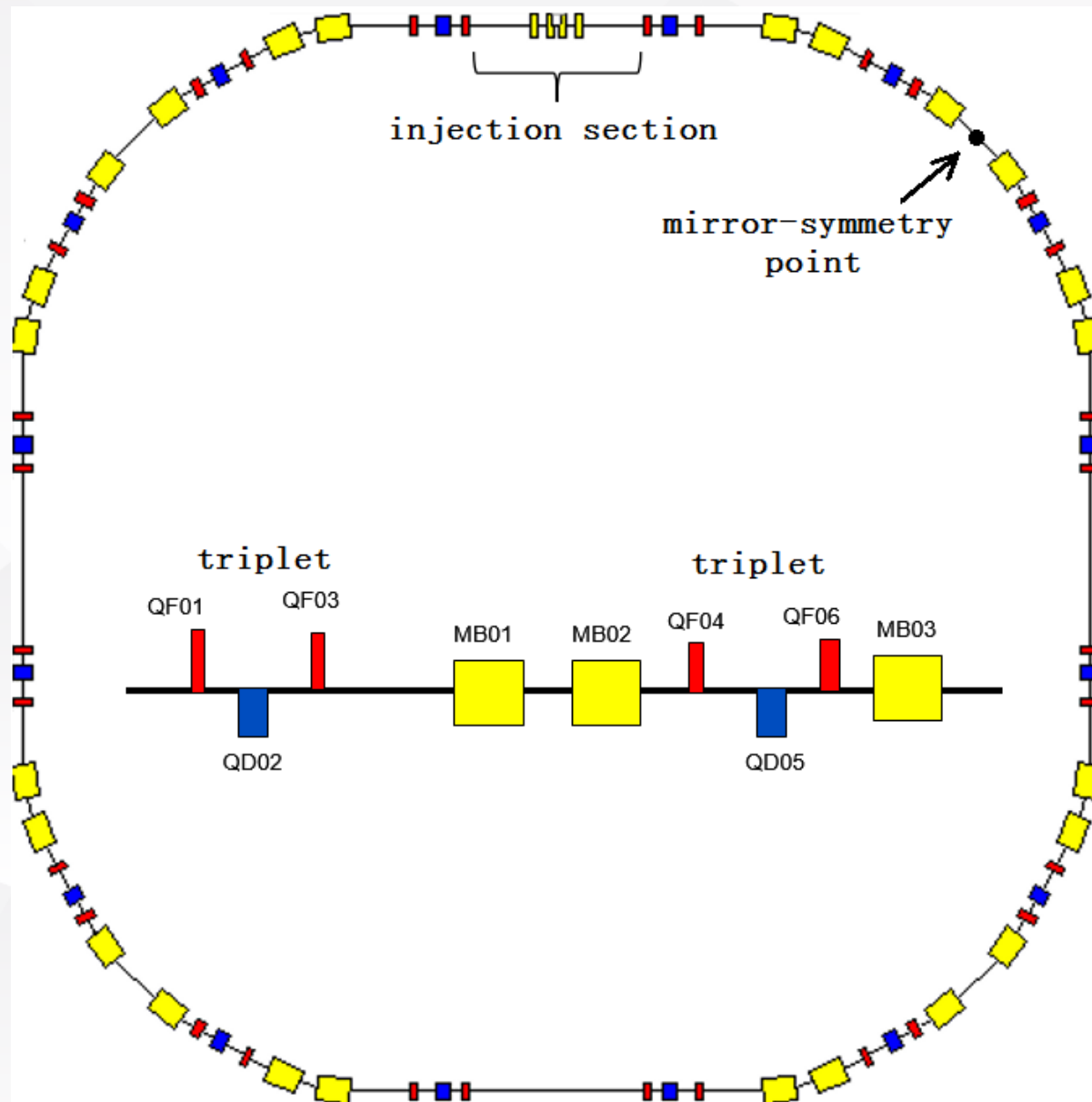
- 加速器物理学
- 空间电荷效应
- 强流束流动力学
- 新型粒子跟踪模拟算法

➤个人主页 <https://people.ucas.edu.cn/~ysyuan>

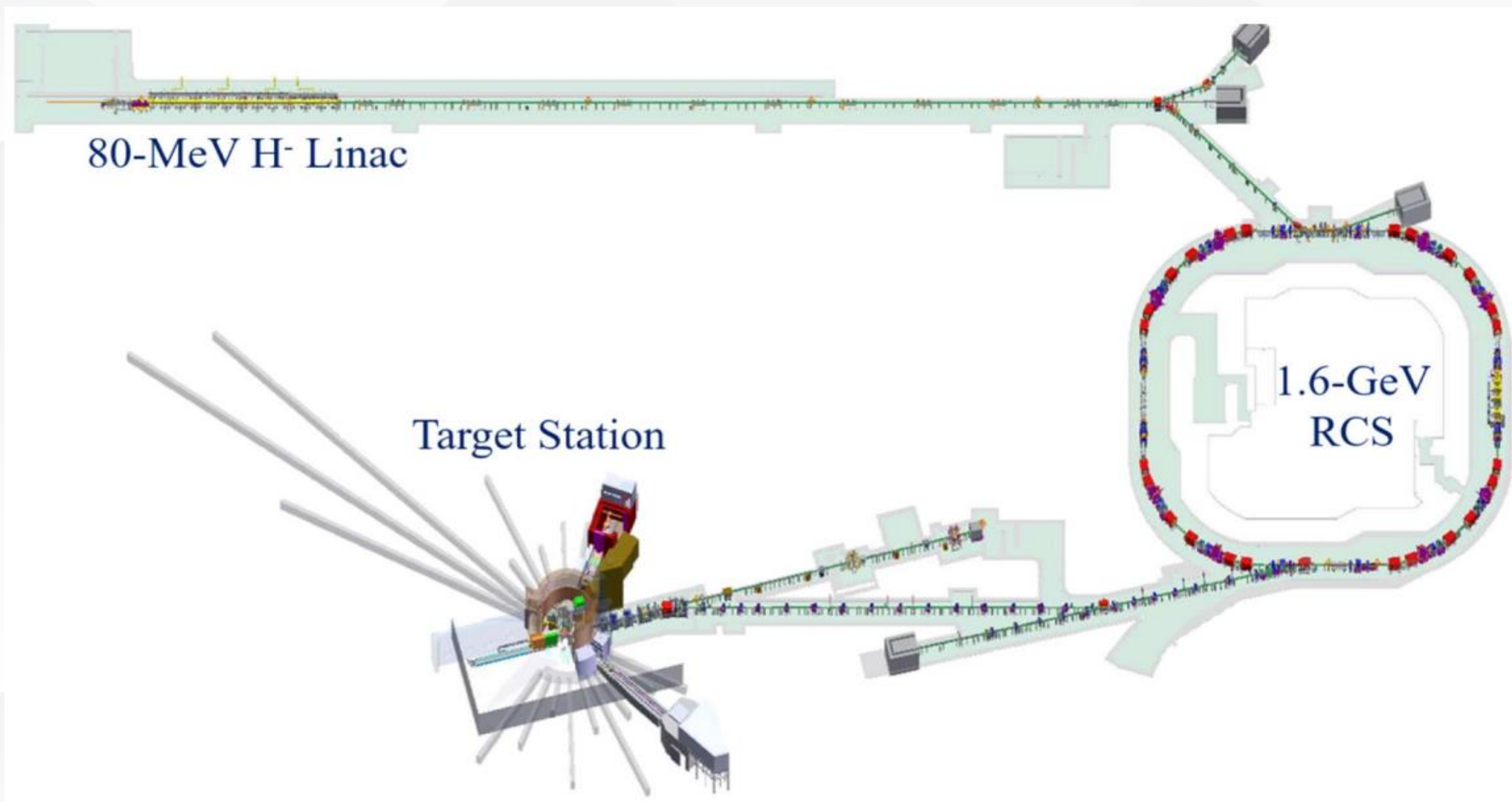


➤ 现代加速器两大基石

- 自动稳相原理
- 变聚焦原理
- 磁场聚集、偏转
- 电场加速



现代加速器简介



➤ 现代加速器简介

➤ 束流动力学基本介绍

➤ 横向束流动力学

束流动力学基本介绍

- **发展** 随着粒子加速器技术不断发展而形成的交叉学科
- **作用** 描述带电粒子在加速器电磁场中的动力学行为的理论
- **意义** 帮助人们更深入的理解和控制束流行为，从而设计和优化加速结构，提高束流的流强
- **分类（按维度）**
 - 横向束流动力学
 - 纵向束流动力学
- **分类（按粒子数）**
 - 单粒子动力学
 - 多粒子动力学（集体效应）

束流动力学基本介绍

包含领域

分析力学（哈密顿量、动力学方程）

电磁学与电动力学（麦克斯韦方程组）

热力学与统计物理（相空间、绝热、温度等概念）

等离子体物理（等离子体波、集体不稳定性）

原子物理学与量子力学（束流的极化）

学习顺序

动力学方程与哈密顿量

横向束流动力学

纵向束流动力学

横纵向之间的耦合效应

多粒子动力学（集体效应）

➤ 动力学方程与哈密顿量

➤ 带电粒子在电磁场中受到的洛伦兹力

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(\gamma m \vec{v})}{dt} = \vec{F} = e(\vec{\varepsilon} + \vec{v} \times \vec{B})$$

➤ 带电粒子在电磁场中的拉格朗日形式

$$L = -mc^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} - e\phi + e\vec{v} \cdot \vec{A}$$

• 广义动量 $\vec{P} = \vec{p} + e\vec{A}$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \vec{v}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \vec{r}} = 0$$

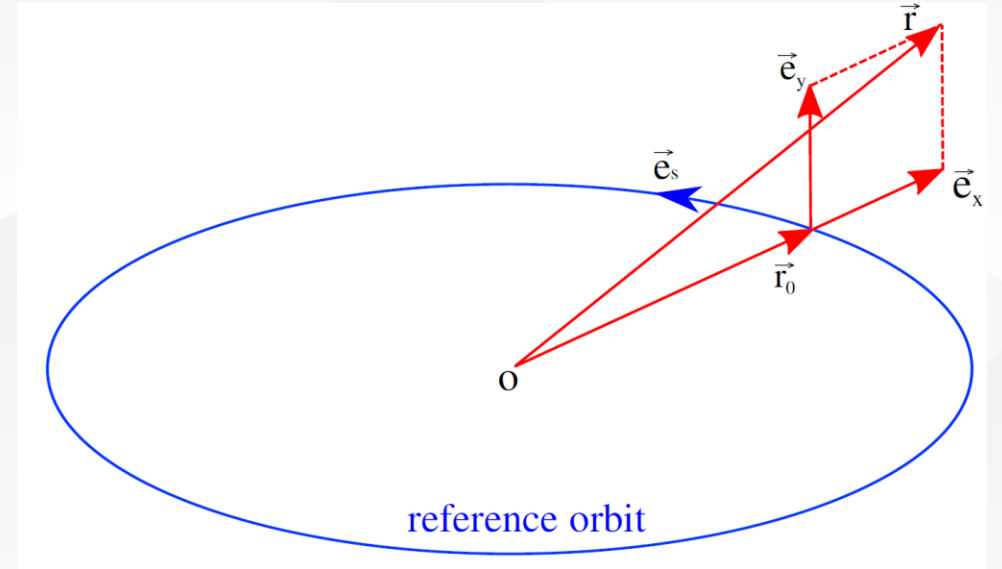
➤ 带电粒子在电磁场中的哈密顿量

$$H_1 = \vec{P} \cdot \vec{v} - L = c \left[m^2 c^2 + (\vec{P} - e\vec{A})^2 \right]^{\frac{1}{2}} + e\phi$$

自然坐标系

➤ **定义** 沿质点的运动轨道建立的坐标系

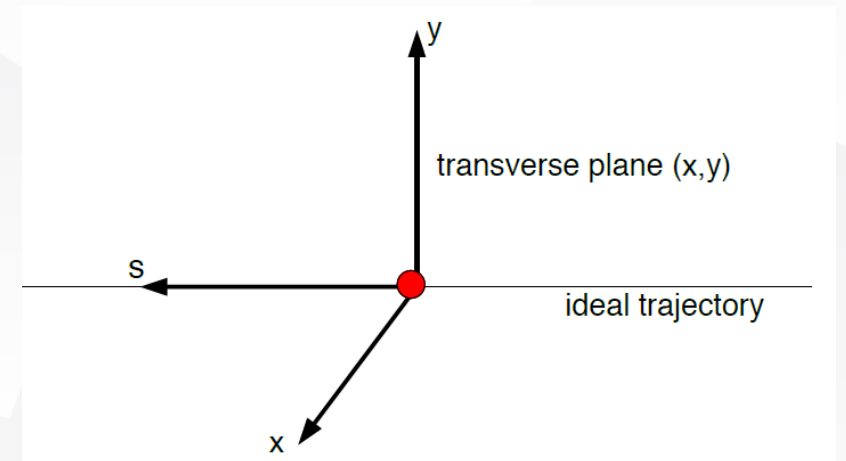
- **纵向** 沿着环的方向 \vec{e}_s
- **横向** 垂直于纵向的平面
 - **水平** 在环的平面内 \vec{e}_x
 - **垂直** 垂直于环平面 \vec{e}_y



➤ **粒子的坐标参数表示为 (x,y,s)**

$$\vec{r} = \vec{r}_0(s) + x\vec{e}_x(s) + y\vec{e}_y(s)$$

- 理想粒子 $x=0,y=0$,
- 实际粒子围绕理想粒子作小幅振荡, 即 **betatron振荡**



➤ 哈密顿量在自然坐标系下的表示

- 以 (x, y, s) 作为坐标, 通过正则变化, 哈密顿量变为

旧: 直角坐标系 (\vec{r}, \vec{P})

$$H_2 = e\Phi + c \left\{ m^2 c^2 + \frac{(p_s - e\vec{A}_s)^2}{(1 + x/\rho)^2} + (p_x - eA_x)^2 + (p_y - eA_y)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}$$

新: 自然坐标系
 $(x, p_x; y, p_y; s, p_s)$

- 变化为以 s 为自变量

$$H_3 = -\left(1 + \frac{x}{\rho}\right) \left[\frac{(H - e\Phi)^2}{c^2} - m^2 c^2 - (p_x - eA_x)^2 - (p_y - eA_y)^2 \right]^{\frac{1}{2}} - eA_s$$

新: 自然坐标系

$$H_3 \approx -p \left(1 + \frac{x}{\rho}\right) + \frac{1 + x/\rho}{2p} \left[(p_x - eA_x)^2 - (p_y - eA_y)^2 \right]^{\frac{1}{2}} - eA_s$$

$(x, p_x; y, p_y; t, -H_2)$

本节回顾

- 带电粒子在电磁场中的运动形式
- 自然坐标系介绍
- 自然坐标系下的哈密顿量形式

➤ 下节内容

- 加速器中磁铁的种类
- 单粒子横向运动方程--betatron运动方程