

轴矢量D介子混合以及“ $1/2$ vs $3/2$ ”疑难的研究

王国利
河北大学

第三届高能物理理论与实验融合发展研讨会

基于如下两篇文章

- Mixing angle and decay constants of $1+$ heavy-light mesons,
PRD100 (2019) no.7, 076020

合作者:

Qiang Li, Tianhong Wang, Yue Jiang, Chao-Hsi Chang

- The solution to the ' $1/2$ vs $3/2$ ' puzzle,
EPJC 82 (2022) 1027

合作者:

Qiang Li, Tianhong Wang, Tai-Fu Feng, Xing-Gang Wu, Chao-Hsi Chang

目录

- 问题的由来和现状
- $1/2-3/2$ 疑难可能的解决办法
- 混合角的计算
- 半轻弱产生和强衰变过程
- 结果和结论

态的表示

- D_1 和 D'_1 两个轴矢量介子都是 1^+ 态，是 P 波
- S-L 耦合， $S=s_1+s_2=0, 1$; $J=S+L(=1)=1; 0, 1, 2$ ，四个 P 波，两个 $J=1$ 态，分别是 1P_1 和 3P_1 ，但不是物理态，物理态是它们的混合

$$P_l = \cos \theta |^1P_1\rangle + \sin \theta |^3P_1\rangle,$$

$$P_h = -\sin \theta |^1P_1\rangle + \cos \theta |^3P_1\rangle$$

- j-j 耦合，重夸克极限下，重夸克自旋退耦，此时轻夸克角动量是好量子数， $j=s_1+L=1/2+1=1/2, 3/2$ 这种情况接近于物理态，于是为了区分两个物理态，它们有时被标记为 $1/2$ 和 $3/2$ 态。总角动量 $J=j+s_1=1$
- 严格来讲，物理态也可以表述为 j-j 耦合的混合，只是混合角比较小

$$|D_L(1^+)\rangle = \cos \theta |D(1^+)\rangle + \sin \theta |D^*(1^+)\rangle,$$

$$|D_H(1^+)\rangle = -\sin \theta |D(1^+)\rangle + \cos \theta |D^*(1^+)\rangle$$

1/2 vs 3/2 问题的由来

- [1] D. Scora, N. Isgur, PRD 52 (1995)2783: ISGW and HQET
- [2] V. Morenas, A. Le Yaouanc, L. Oliver, O. Pene, J. C. Raynal, PRD 56 (1997) 5668: Relativistic QM, GI, ISGW, Bakamjian-Thomas method
- [3] D. Ebert, R. N. Faustov, V. O. Galkin, PLB 434 (1998) 365: Relativistic QM
- [4] M. Q. Huang, Y. B. Dai, PRD 59 (1999) 034018: QCD sum rules and HQET
- [5] I. I. Bigi, B. Blossier, A. Le Yaouanc, L. Oliver, O. Pene, J. C. Raynal, A. Oyanguren, P. Roudeau, EPJC 52 (2007) 975: OPE and Lattice

Br in unit of %	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	PDG
$B \rightarrow D_1^{3/2} \ell \nu_l$	0.20	0.3-0.5	0.33	0.34	$0.4^{+0.12}_{-0.14}$	0.45 ± 0.03
$B \rightarrow D_1^{1/2} \ell \nu_l$	0.04	0-0.07	0.074	0.025	0.06 ± 0.02	0.41 ± 0.09

可见，理论上： $Br\left(\frac{3}{2}\right) \gg Br\left(\frac{1}{2}\right)$ 实验结果： $Br\left(\frac{3}{2}\right) \simeq Br\left(\frac{1}{2}\right)$

1/2 vs 3/2 疑难的现状

- 或者用形状因子表述, $w = v \cdot v'$, $\tau_{1/2}(w)$, $\tau_{3/2}(w)$

$$\frac{d\Gamma(3/2)}{dw} \propto |\tau_{3/2}(w)|^2, \quad \frac{d\Gamma(1/2)}{dw} \propto |\tau_{1/2}(w)|^2$$

理论: $\tau_{1/2}(1) < \tau_{3/2}(1)$, 实验: $\tau_{1/2}(1) \sim \tau_{3/2}(1)$

- 例如: Bakamjian-Thomas Rela QM, PRD90 (2014)114014

$$BR(B \rightarrow D^{**}(1_{1/2}^+) \ell \nu) = 4.5 \times 10^{-4} \quad \tau_{1/2}(1) = 0.2248,$$

$$BR(B \rightarrow D^{**}(1_{3/2}^+) \ell \nu) = 7.04 \times 10^{-3} \quad \tau_{3/2}(1) = 0.5394$$

- Lattice, JHEP 06(2009)022

$$\tau_{1/2}(1) = 0.296(26) \quad \text{and} \quad \tau_{3/2}(1) = 0.526(23)$$

1/2 vs 3/2疑难的可能解决办法

- **新物理:** PRD 95 (2017) 014022, PRD97 (2018) 075011

- **测量问题:** PRD 85 (2012) 094033

实验上

$$\bar{D}_1(2420)^0 \ell^+ \nu_\ell, \bar{D}_1^0 \rightarrow \begin{matrix} D^{*-} \pi^+ \\ D'^0 \end{matrix} \quad (3.03 \pm 0.20) \times 10^{-3}$$

$$\bar{D}'_1(2430)^0 \ell^+ \nu_\ell, \bar{D}'_1^0 \rightarrow \begin{matrix} D^{*-} \pi^+ \\ D'^0 \end{matrix} \quad (2.7 \pm 0.6) \times 10^{-3}$$

如果D(2S)或D*(2S)产额很大, 比如 $\mathcal{B}(B \rightarrow D'^{(*)} \ell \bar{\nu}) \sim \mathcal{O}(1\%)$

那么, 探测道 $B \rightarrow D^{(*)} \pi \ell \bar{\nu}$ 可能有部分错误计入1/2态中?

但是 JPG 39 (2012) 085006:

$$\text{Br}(B^+ \rightarrow \bar{D}^0(2S) \ell^+ \nu_\ell) \times \text{Br}(\bar{D}^0(2S) \rightarrow D^{*-} \pi^+) \approx [3.2 \pm 2.6(3.4 \pm 1.9)] \times 10^{-4},$$

$$\text{Br}(B^+ \rightarrow \bar{D}^0(2S) \ell^+ \nu_\ell) \times \text{Br}(\bar{D}^0(2S) \rightarrow \bar{D}^{*0} \pi^0) \approx [1.7 \pm 1.4(1.6 \pm 1.0)] \times 10^{-4},$$

1/2 vs 3/2疑难的可能解决办法

- **大混合角**: PRD 91 (2015) 094034

物理态是重夸克极限下1/2和3/2态的混合

$$|D_L(1^+)\rangle = \cos \theta |D(1^+)\rangle + \sin \theta |D^*(1^+)\rangle,$$

$$|D_H(1^+)\rangle = -\sin \theta |D(1^+)\rangle + \cos \theta |D^*(1^+)\rangle$$

1/m修正给出不为零混合角(可能很大)。实验为输入得大混合角 ~ 59 度

但是轴矢介子的强衰变却与实验不符: $\Gamma_L \sim 240$ MeV, $\Gamma_H \sim 80$ MeV

- 另外, PRD 53(1996)231: **1/mc修正给出混合角 ~ 9 度**。

- 1/mc修正较大,

但是没有解决疑难,

例如:

PRD61 (2000) 014016

Decay	$m_Q \rightarrow \infty$		With $1/m_Q$	
	Γ	Br	Γ	Br
$B \rightarrow D_1 e \nu$	1.4	0.32	2.7	0.63
$B \rightarrow D_2^* e \nu$	2.1	0.51	2.5	0.59
$B \rightarrow D_1^* e \nu$	0.31	0.073	0.39	0.09
$B \rightarrow D_0^* e \nu$	0.25	0.061	0.59	0.14

1/2 vs 3/2疑难的可能解决办法

- 错误混合角（则没有1/2 vs 3/2疑难）
- 1^+ 物理态，是S-L耦合态的混合态

$$P_l = \cos \theta |^1P_1\rangle + \sin \theta |^3P_1\rangle,$$

$$P_h = -\sin \theta |^1P_1\rangle + \cos \theta |^3P_1\rangle$$

- 在重夸克极限下，

对于 $C\bar{q}$ ， $\theta = -35.3$ 度，

$$\sqrt{\frac{2}{3}}|^1P_1\rangle - \sqrt{\frac{1}{3}}|^3P_1\rangle = |\frac{3}{2}\rangle,$$

$$\sqrt{\frac{1}{3}}|^1P_1\rangle + \sqrt{\frac{2}{3}}|^3P_1\rangle = |\frac{1}{2}\rangle$$

对于 $\bar{C}q$ ， $\theta = 35.3$ 度，

$$\sqrt{\frac{2}{3}}|^1P_1\rangle + \sqrt{\frac{1}{3}}|^3P_1\rangle = |\frac{3}{2}\rangle,$$

$$-\sqrt{\frac{1}{3}}|^1P_1\rangle + \sqrt{\frac{2}{3}}|^3P_1\rangle = |\frac{1}{2}\rangle$$

混合角问题

- PRD 84 (2011) 094029

$$\mathcal{B}(B^+ \rightarrow \bar{D}_0^{*0} l^+ \nu_l) \mathcal{B}(\bar{D}_0^{*0} \rightarrow D^- \pi^+) = 2.15 \times 10^{-3},$$

$$\mathcal{B}(B^0 \rightarrow D_0^{*-} l^+ \nu_l) \mathcal{B}(D_0^{*-} \rightarrow \bar{D}^0 \pi^-) = 1.80 \times 10^{-3},$$

- EPJC 48 (2006) 441

$$Br(\bar{B}^0 \rightarrow D_1^{\prime+} \ell^- \bar{\nu}_\ell) = 2.0(1.6) \times 10^{-3} (|V_{cb}|/0.041)^2,$$

$$Br(\bar{B}^0 \rightarrow D_1^+ \ell^- \bar{\nu}_\ell) = 8.0(7.3) \times 10^{-3} (|V_{cb}|/0.041)^2.$$

- CPC 37 (2013) 013101

$B^- \rightarrow D_1^{\prime0} l^- \bar{\nu}_l$	$B^- \rightarrow D_1^0 l^- \bar{\nu}_l$
0.227	0.666

我们的方法

- 1^+ 态波函数

$$x_+ = \frac{\omega_1 + \omega_2}{m_1\omega_2 + m_2\omega_1}, \quad x_- = \frac{\omega_1 - \omega_2}{m_1\omega_2 + m_2\omega_1}$$
$$\varphi_P^{1^+}(q_\perp) = \varepsilon \cdot q_\perp \left(g_1 + g_2 \frac{\mathcal{P}}{M} - g_1 x_- \not{q}_\perp + \frac{g_2 x_+ \not{q}_\perp \mathcal{P}}{M} \right) \gamma^5$$
$$+ \frac{i}{M} \left(h_1 + h_2 \frac{\mathcal{P}}{M} - h_1 x_- \not{q}_\perp + \frac{h_2 x_+ \not{q}_\perp \mathcal{P}}{M} \right) \epsilon_{\nu\lambda\rho\sigma} \gamma^\nu P^\lambda q_\perp^\rho \varepsilon^\sigma,$$

含有 1P_1 分量gi项, 和 3P_1 分量hi项

- 归一化 求解完整的萨佩特方程

$$1 = \int \frac{d^3 \vec{q}}{(2\pi)^3} \frac{8\omega_1\omega_2 \vec{q}^2}{3M(m_1\omega_2 + m_2\omega_1)} (g_1 g_2 + 2h_1 h_2) \equiv \cos^2 \theta + \sin^2 \theta$$

- 最后的等式给出了混合角新的计算方法

混合角计算方法

- 即

$$\cos^2 \theta = \int \frac{d^3 \vec{q}}{(2\pi)^3} \frac{8\omega_1 \omega_2 \vec{q}^2}{3M(m_1 \omega_2 + m_2 \omega_1)} (g_1 g_2),$$

$$\sin^2 \theta = \int \frac{d^3 \vec{q}}{(2\pi)^3} \frac{8\omega_1 \omega_2 \vec{q}^2}{3M(m_1 \omega_2 + m_2 \omega_1)} (2h_1 h_2)$$

- 或者 $\text{Cos} \leftrightarrow \text{Sin}$

- 结果 $\theta = \pm 35.3$ 度, 或者 $\theta = \pm 54.7$ 度

- 确定出: $C\bar{q}$, $\theta = -35.3$ 度,

$$\varphi_l = +\cos \theta \varphi_{1+-} + \sin \theta \varphi_{1++} \quad Cq, \theta = 35.3 \text{度} \quad (\text{一般参数范围})$$

$$\varphi_h = -\sin \theta \varphi_{1+-} + \cos \theta \varphi_{1++}$$

半轻产生的问题

- 振幅

$$\langle D_1^0(P_f, q_{f\perp}) | J^\mu | B^-(P, q_\perp) \rangle = \int \frac{d^3\vec{q}}{(2\pi)^3} \text{Tr} \left\{ \bar{\varphi}_{P_f}^{++}(q_{f\perp}) \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \varphi_P^{++}(q_\perp) \frac{\not{P}}{M} \right\}$$

- 三组参数

Set	m_b	m_c	m_s	$m_d = m_u$	Λ_{QCD}	λ
(1)	4.960	1.620	0.500	0.305	0.27	0.21
(2)	5.224	1.755	0.487	0.305	0.26	0.20
(3)	4.550	1.550	0.550	0.360	0.26	0.18

半轻衰变的问题

- 比值较稳定

channel	(1)	(2)	(3)
$B_c \rightarrow B_1 e \nu_e (10^{-4})$	0.212	0.170	0.239
$B_c \rightarrow B_1' e \nu_e (10^{-4})$	0.773	0.649	0.835
$\frac{Br(B_c \rightarrow B_1 e \nu_e)}{Br(B_c \rightarrow B_1' e \nu_e)}$	0.27	0.26	0.29

- 比值不稳定?

channel	(1)	(2)	(3)
$B \rightarrow D_1(2420) \ell \nu_\ell (10^{-3})$	6.17	5.66	5.28
$B \rightarrow D_1'(2430) \ell \nu_\ell (10^{-3})$	0.333	0.523	0.105
$\frac{Br(B \rightarrow D_1(2420) \ell \nu_\ell)}{Br(B \rightarrow D_1'(2430) \ell \nu_\ell)}$	19	11	50

波函数 $g=f*q$, $h=h*q$

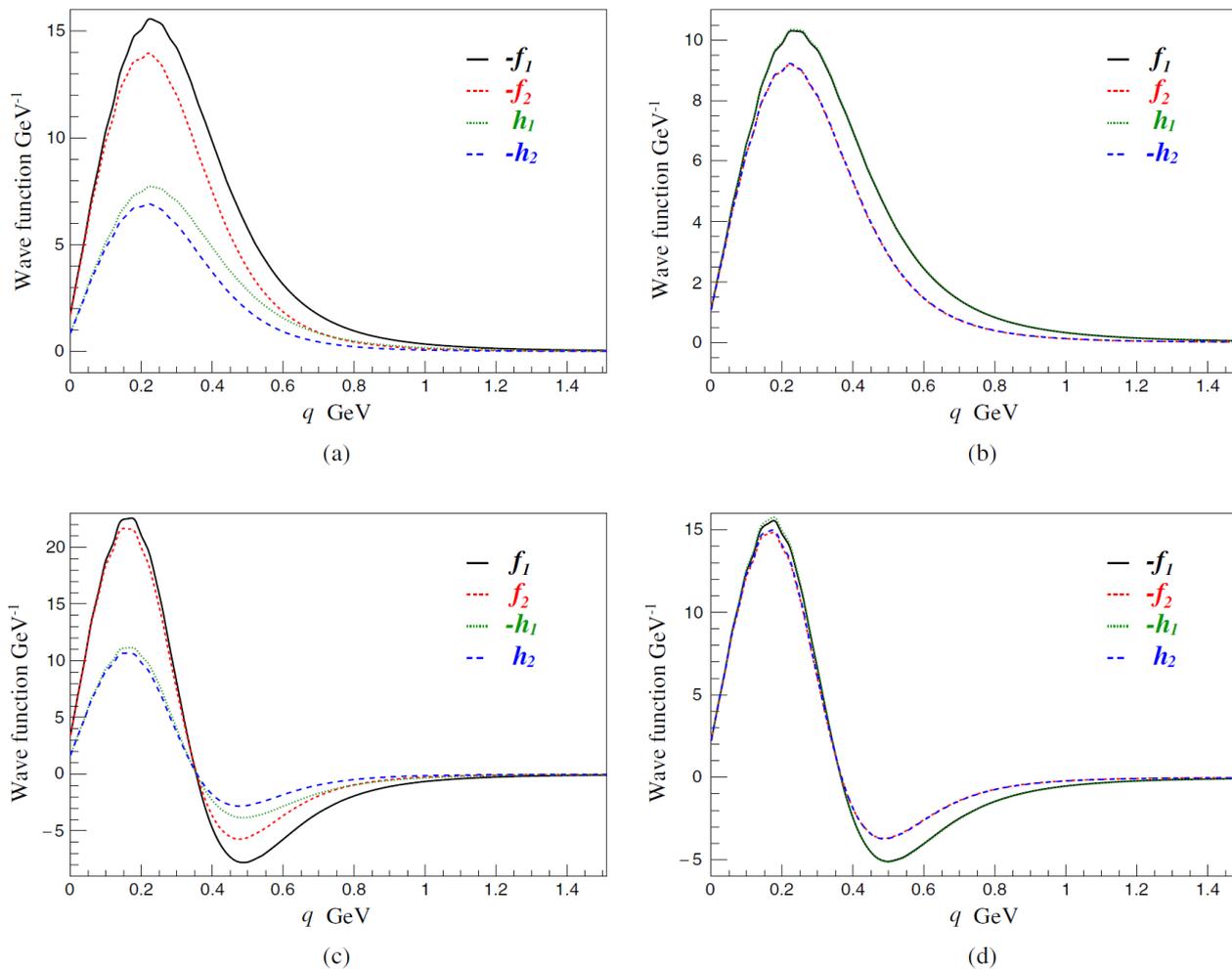


FIG. 1. BS wave functions for $J^P = 1^+$ (a) $1P_1(c\bar{u})$, (b) $1P_h(c\bar{u})$, (c) $2P_1(c\bar{u})$, (d) $2P_h(c\bar{u})$.

质量谱和混合角

- 质量、衰变常数和混合角 D 介子

M_{1l}	2421_{+95}^{-96}	f_{1l}	$56.6_{+8.7}^{-5.2}$		
M_{1h}	2431_{+92}^{-93}	f_{1h}	$266.8_{+8.6}^{-8.7}$	θ_{1P}	$35.1_{+1.6}^{-0.4}$
M_{2l}	2863_{+88}^{-88}	f_{2l}	$59.9_{+3.6}^{-3.6}$	θ_{2P}	$34.9_{+0.3}^{-0.2}$
M_{2h}	2878_{+88}^{-88}	f_{2h}	$222.4_{+8.0}^{-7.8}$	θ_{3P}	$35.0_{+0.4}^{-0.3}$
M_{3l}	3139_{+90}^{-90}	f_{3l}	$59.0_{+3.0}^{-3.0}$		
M_{3h}	3149_{+90}^{-90}	f_{3h}	$200.1_{+7.1}^{-7.0}$		

质量谱和混合角

- 质量、衰变常数和混合角 D_s 和B介子

$$2531_{+85}^{-85}$$

$$2535_{+84}^{-85}$$

$$2936_{+86}^{-86}$$

$$2941_{+86}^{-87}$$

$$3196_{+88}^{-88}$$

$$3200_{+88}^{-89}$$

$$5714_{+215}^{-216}$$

$$5721_{+217}^{-219}$$

$$6214_{+205}^{-207}$$

$$6222_{+203}^{-205}$$

$$6522_{+198}^{-199}$$

$$6526_{+198}^{-198}$$

$$-60.4_{+1.4}^{-10.0}$$

$$36.2_{+2.1}^{-1.1}$$

$$36.2_{+1.7}^{-1.1}$$

$$267.7_{+8.9}^{-9.0}$$

$$54.9_{+5.9}^{-47.2}$$

$$81.5_{+8.6}^{-6.0}$$

$$212.8_{+7.5}^{-7.5}$$

$$78.2_{+6.1}^{-4.7}$$

$$194.8_{+6.8}^{-6.8}$$

$$-55.4_{+114.4}^{-5.3}$$

$$35.9_{+0.6}^{-0.3}$$

$$36.2_{+0.7}^{-0.4}$$

$$265.9_{+8.9}^{-225.2}$$

$$20.3_{+239.1}^{-16.4}$$

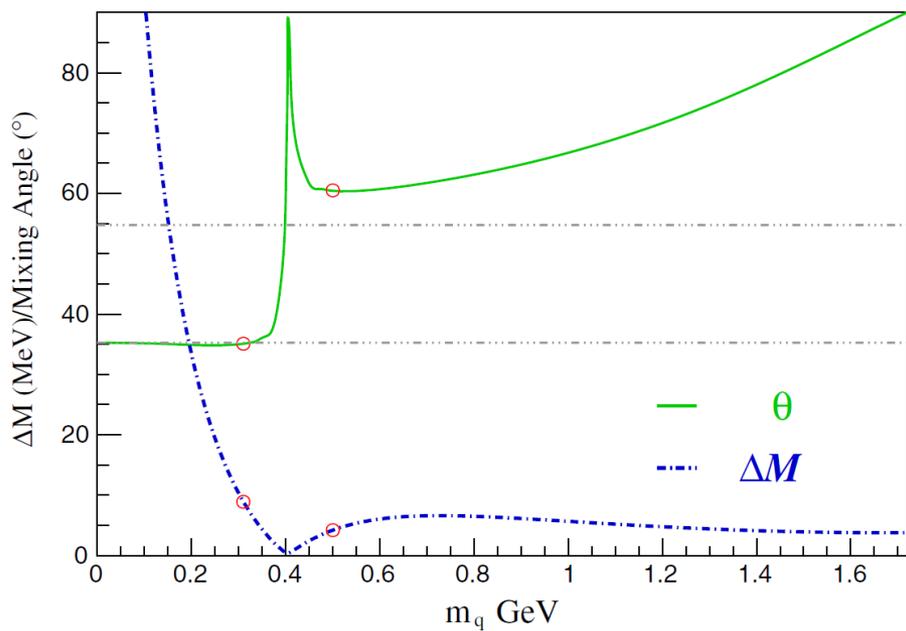
$$31.5_{+4.1}^{-3.0}$$

$$240.3_{+6.4}^{-6.3}$$

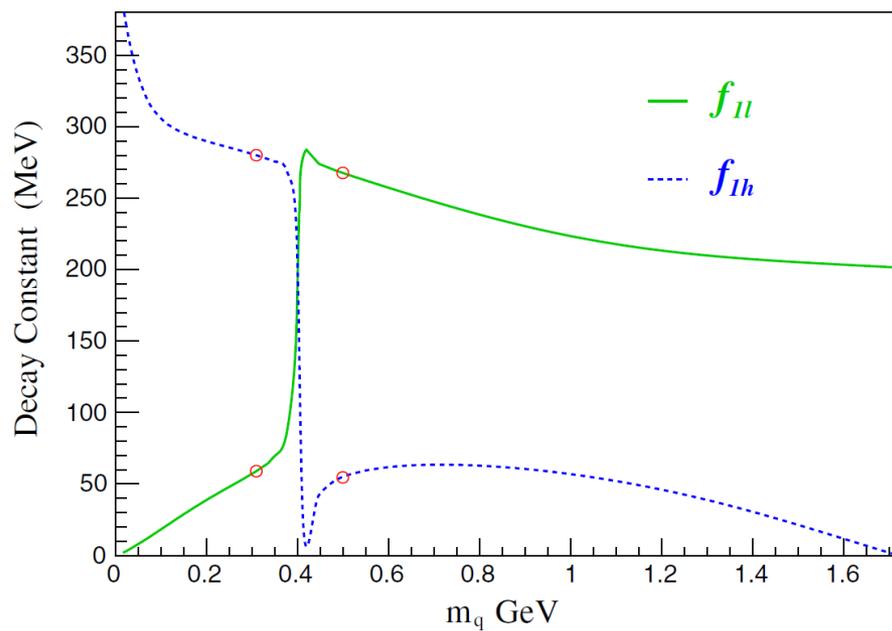
$$33.8_{+3.9}^{-3.1}$$

$$221.4_{+5.7}^{-5.7}$$

轻夸克质量的依赖关系

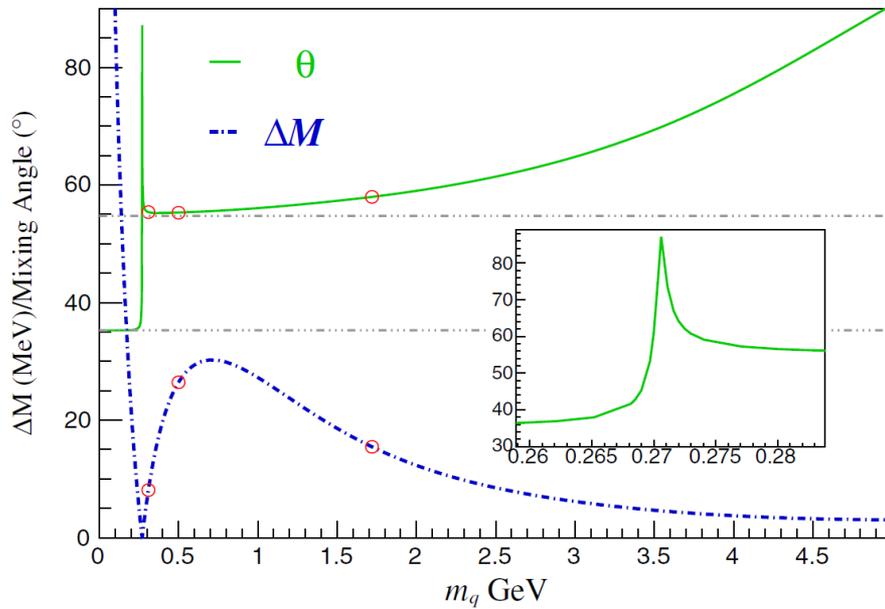


(a)

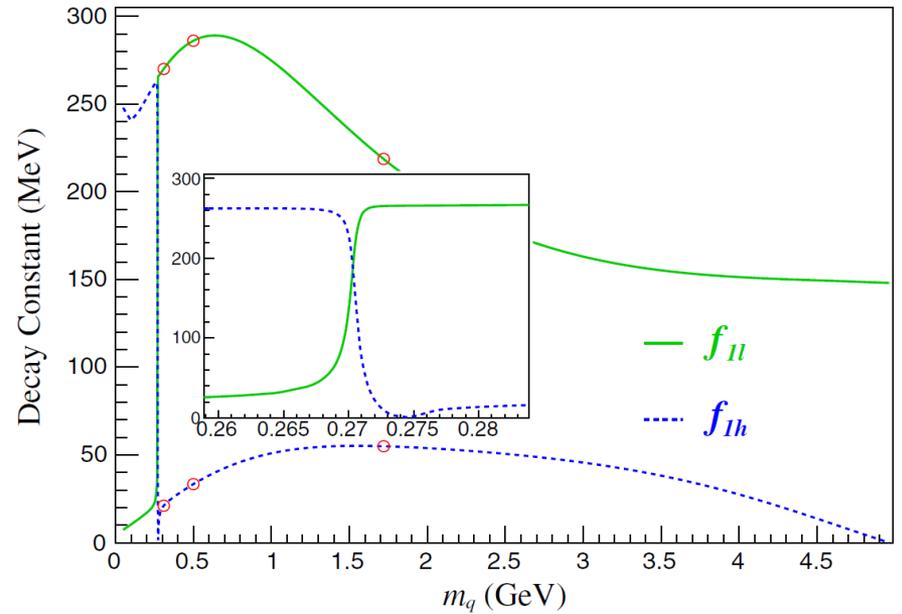


(b)

轻夸克质量的依赖关系



(a)



(b)

改变参数

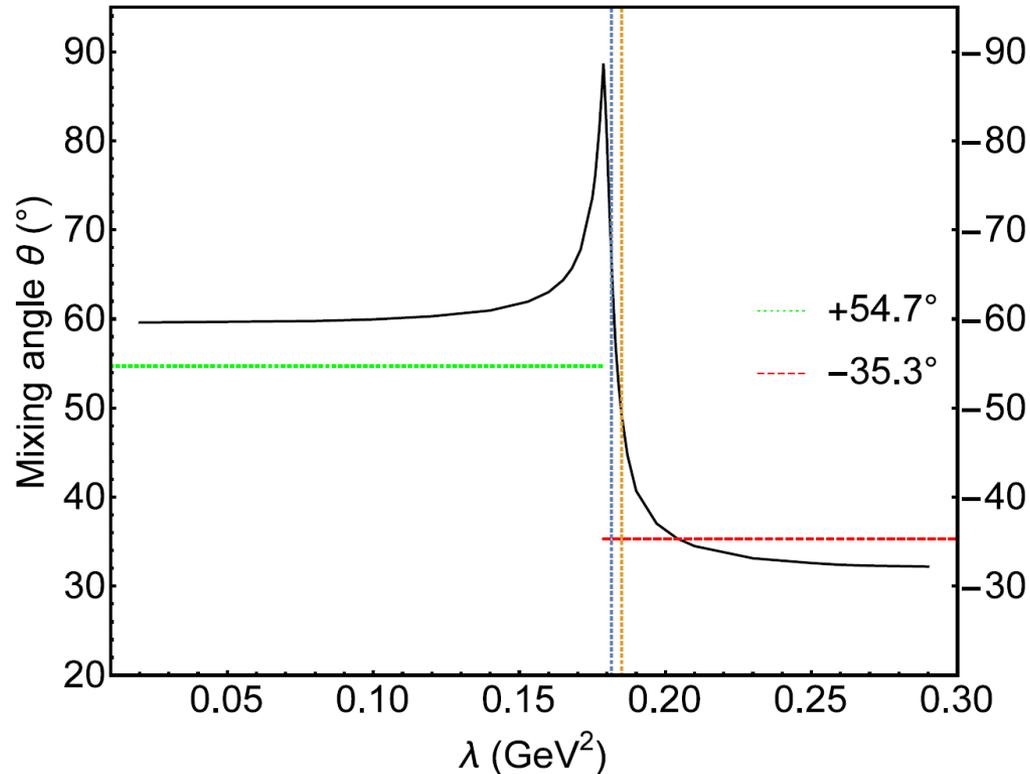
- 固定夸克质量

$$m_u = m_d = 0.28 \text{ GeV}, m_c = 1.48 \text{ GeV}, m_b = 5.15 \text{ GeV}$$

- 相互作用势 $I(r) = \lambda r - \frac{4\alpha_s}{3r} + V_0$

- 改变 λ

$c\bar{q}$



-35.3度和54.7度（不等价）

- 对于 $c\bar{q}$ ，在势模型中，常用的参数范围， $\lambda = 0.21 \text{ GeV}^2$
 $\theta = -34.5$ 度
- 随着 λ 变小， θ 从-34.5度逐渐 \rightarrow -90度
-90和+90度为同一点，此时 $\lambda = 0.1788 \text{ GeV}^2$
- 此点 ± 90 度， $M(D_1) = M(D'_1)$ ，前后态对调（下面公式）
- 当 λ 继续变小， θ 从+90度逐渐 \rightarrow +60度

$$\cos(-35)|^1P_1\rangle + \sin(-35)|^3P_1\rangle = \cos(35)|^1P_1\rangle - \sin(35)|^3P_1\rangle = \left|\frac{3}{2}\right\rangle,$$

$$-\sin(-35)|^1P_1\rangle + \cos(-35)|^3P_1\rangle = \sin(35)|^1P_1\rangle + \cos(35)|^3P_1\rangle = \left|\frac{1}{2}\right\rangle,$$

$$\cos(55)|^1P_1\rangle + \sin(55)|^3P_1\rangle = \sin(35)|^1P_1\rangle + \cos(35)|^3P_1\rangle = \left|\frac{1}{2}\right\rangle,$$

$$-\sin(55)|^1P_1\rangle + \cos(55)|^3P_1\rangle = -\cos(35)|^1P_1\rangle + \sin(35)|^3P_1\rangle = -\left|\frac{3}{2}\right\rangle,$$

混合角

改变不同参数，夸克质量或者 λ

- 混合角值在大部分区间稳定，变化不大，对参数变化不敏感

$$0.2 \text{ GeV}^2 \leq \lambda \leq 0.29 \text{ GeV}^2, \theta \text{ is around } -35.3^\circ \sim -32.3^\circ$$

$$0.02 \text{ GeV}^2 \leq \lambda \leq 0.16 \text{ GeV}^2, 59.6^\circ \leq \theta \leq 63.0^\circ.$$

- 在某些区间变化剧烈，强烈依赖参数

$$0.16 \text{ GeV}^2 \leq \lambda \leq 0.20 \text{ GeV}^2, \quad \Delta\theta = 81.7^\circ$$

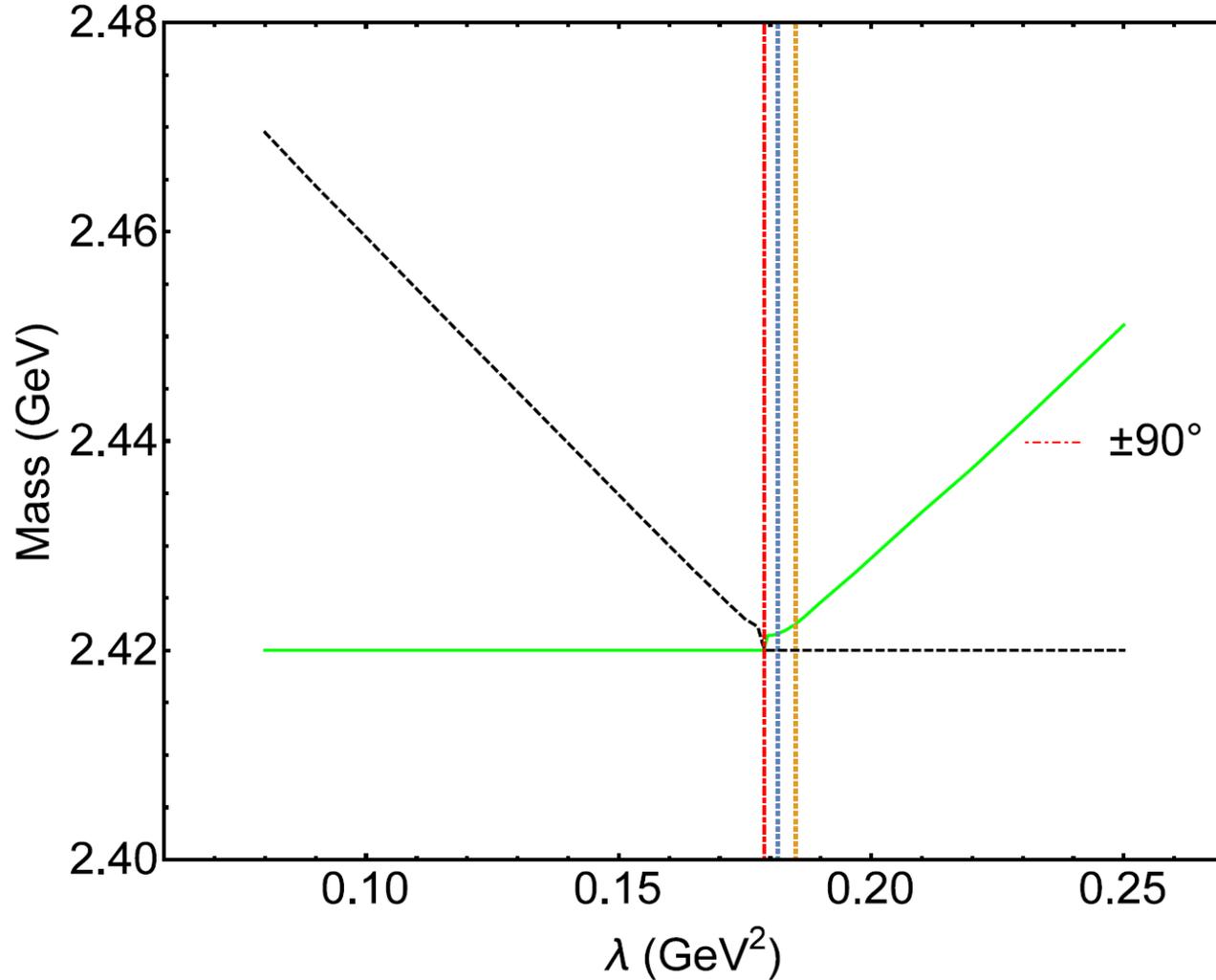
from 63.0° to 90.0° (-90.0°), and further from -90.0° to -35.3° .

- 混合角不能任意取值，例如我们的结果中

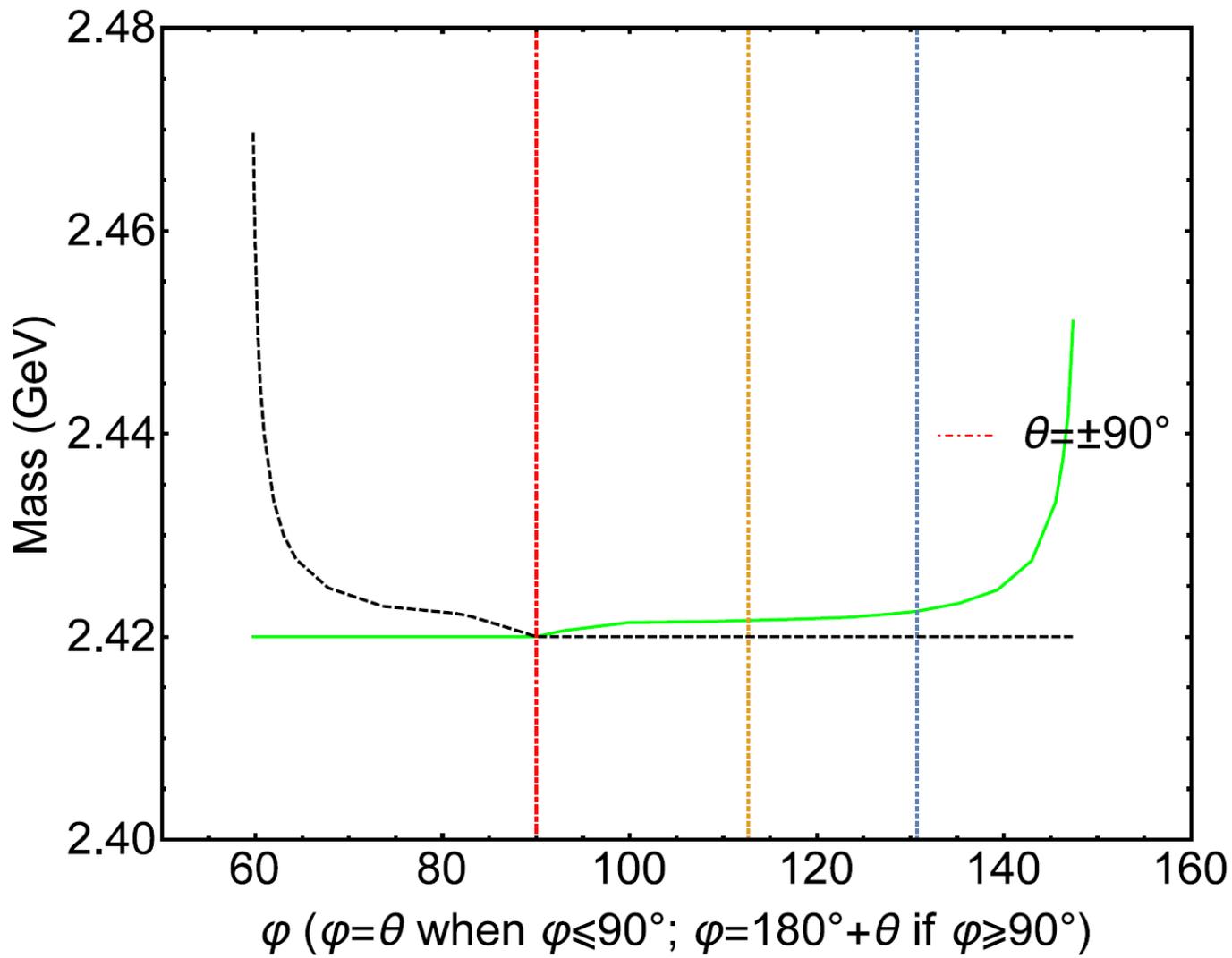
$$0 \sim 59.6^\circ \text{ and } -32.3^\circ \sim -0 \text{ are prohibited}$$

质量

- 当混合角为 $\pm 90^\circ$ 时，两个介子质量相等，低质量为输入。



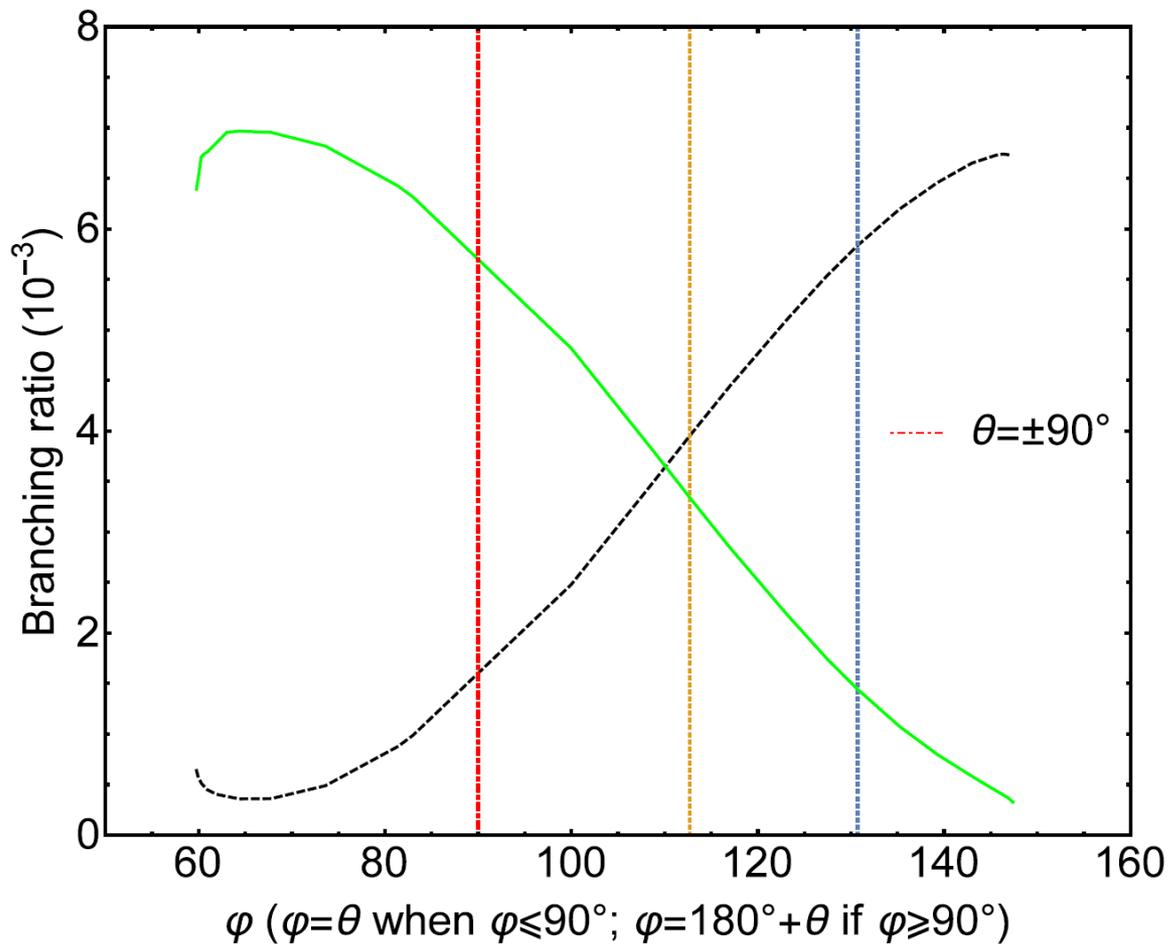
质量



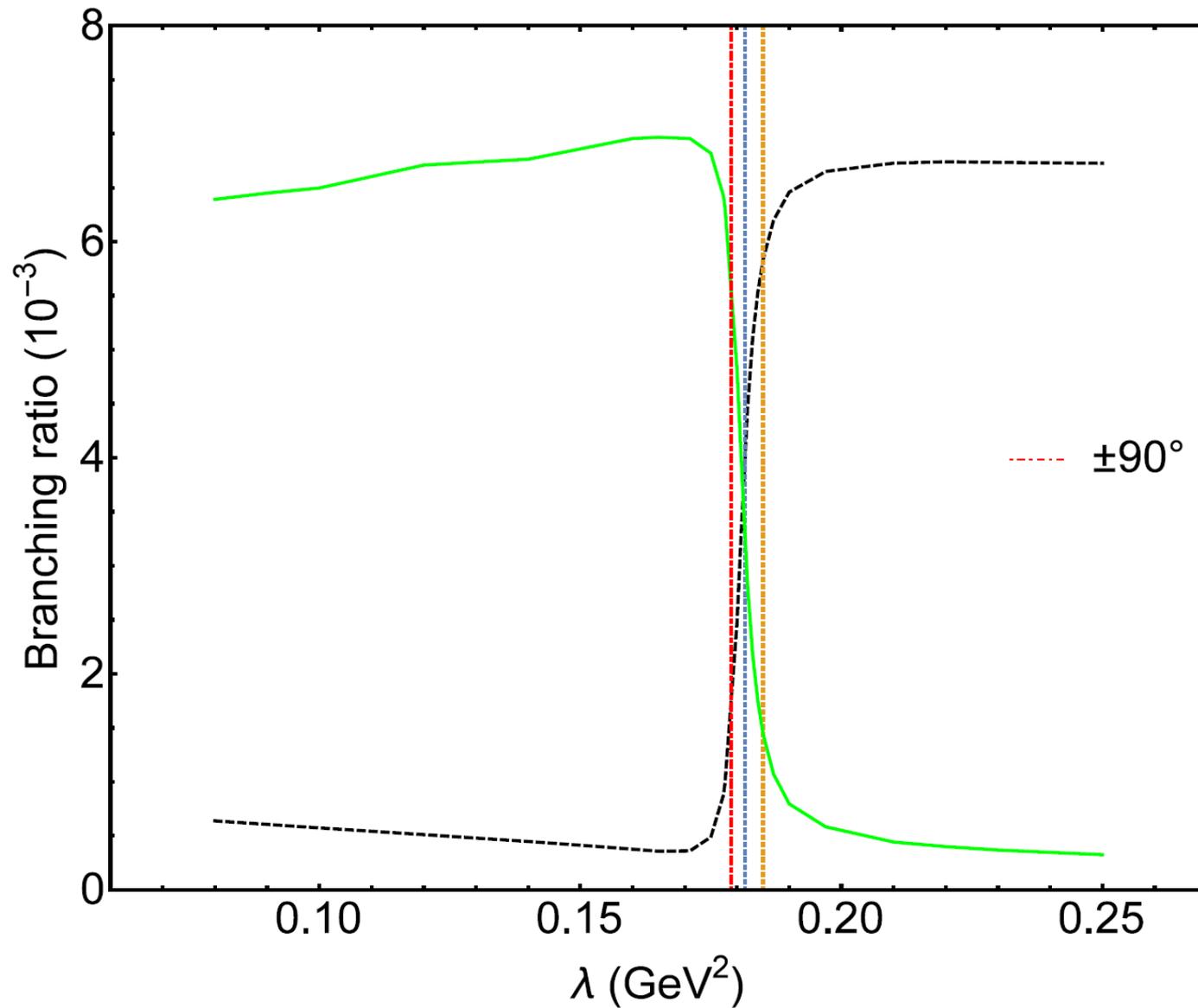
半轻产生

$Br(B \rightarrow D_1 l \nu_\ell)$ (black dashed line)

$Br(B \rightarrow D'_1 l \nu_\ell)$ (green)



半轻产生



强衰变

- OZI允许强衰变

$$D_1^0 \rightarrow D^{*+} \pi^-$$

$$D_1' \rightarrow D^{*+} \pi^-$$

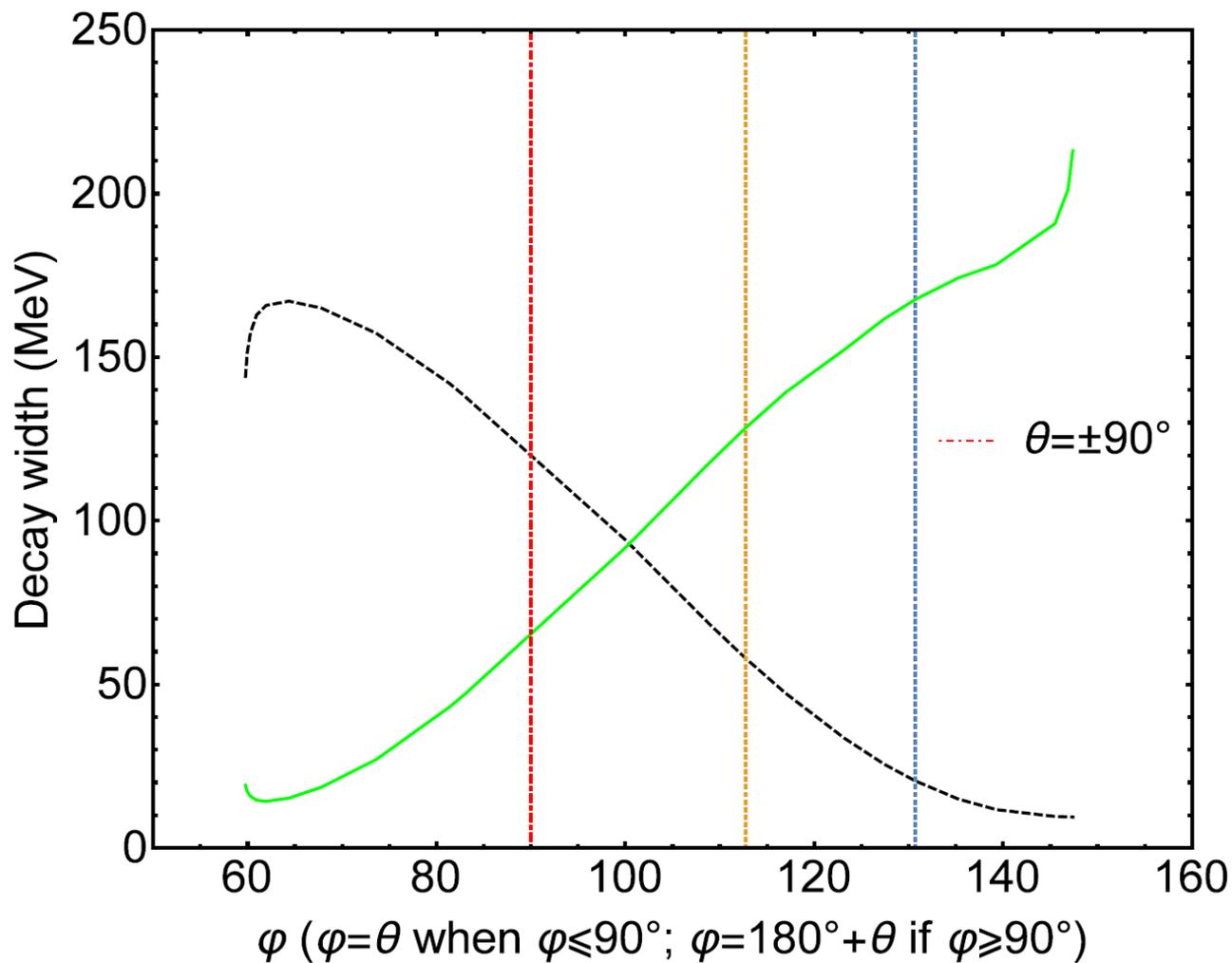
- 振幅

$$\mathcal{M} = \frac{iP_\pi^\mu}{f_\pi} \langle D^{*+} | \bar{d} \gamma_\mu \gamma_5 u | D_1^0 \rangle$$

$$\langle D^{*+}(P_f, q_{f\perp}) | \bar{d} \gamma_\mu \gamma_5 u | D_1^0(P, q_\perp) \rangle = \int \frac{d^3 \vec{q}}{(2\pi)^3} \text{Tr} \left\{ \bar{\varphi}_{P_f}^{++}(q_{f\perp}) \frac{\not{P}}{M} \varphi_P^{++}(q_\perp) \gamma_\mu \gamma_5 \right\}$$

强衰变

$D_1(2420)$ (black dashed line) and $D'_1(2430)$ (green line) decay to $D^{*+}\pi^-$



强衰变

- 强衰变宽度随着角度线性变化
- 同样的，在参数 λ 的狭窄范围内，宽度发生巨变

$$0.20 \text{ GeV}^2 \leq \lambda \leq 0.25 \text{ GeV}^2,$$

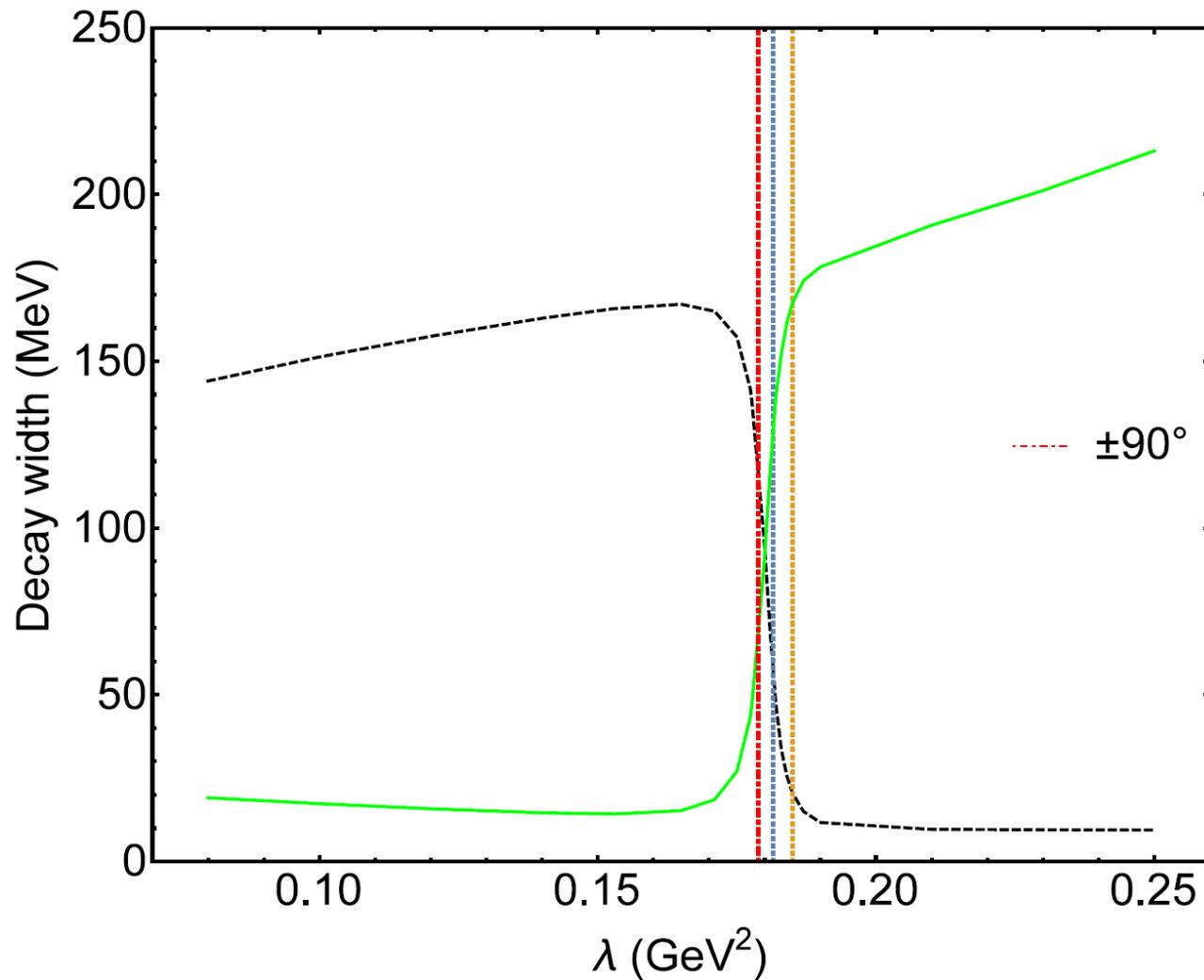
$$9.70 \text{ MeV} \geq \Gamma(D_1 \rightarrow D^{*+}\pi^-) \geq 9.42 \text{ MeV}, \quad 188 \text{ MeV} \leq \Gamma(D'_1 \rightarrow D^{*+}\pi^-) \leq 213 \text{ MeV}$$

$$0.2 \text{ GeV}^2 \text{ to } 0.165 \text{ GeV}^2,$$

$$\Gamma(D_1 \rightarrow D^{*+}\pi^-) \text{ from } 9.70 \text{ MeV to } 167 \text{ MeV}$$

$$\Gamma(D'_1 \rightarrow D^{*+}\pi^-) \text{ from } 188 \text{ MeV to } 15.2 \text{ MeV}$$

强衰变



选取的参数及其结果

- 当取

$$0.1815 \text{ GeV}^2 \leq \lambda \leq 0.185 \text{ GeV}^2$$

- 混合角

$$-67.3^\circ \leq \theta \leq -49.3^\circ$$

- 质量

$$1.5 \text{ MeV} \leq M(D'_1(2430)) - M(D_1(2420)) \leq 2.5 \text{ MeV}$$

实验值，两者及其接近，说明物理发生在翻转附近！

$$M(D_1(2420)) = 2422.1 \pm 0.8 \text{ MeV}, \quad M(D'_1(2430)) = 2412 \pm 9 \text{ MeV}$$

弱产生分支比结果

- 分支比

$$3.95 \times 10^{-3} \leq Br(B \rightarrow D_1 \ell \nu_\ell) \leq 5.83 \times 10^{-3},$$

$$3.34 \times 10^{-3} \geq Br(B \rightarrow D'_1 \ell \nu_\ell) \geq 1.44 \times 10^{-3}.$$

- 当 $\lambda = 0.1815 \text{ GeV}^2$

$$Br(B \rightarrow D_1 \ell \nu_\ell) \times \frac{2}{3} = 2.63 \times 10^{-3}$$

$$Br(B \rightarrow D'_1 \ell \nu_\ell) \times \frac{2}{3} = 2.23 \times 10^{-3}$$

- PDG

$$Br(B \rightarrow D_1 \ell \nu_\ell) \times Br(D_1 \rightarrow D^{*+} \pi^-) = (3.03 \pm 0.20) \times 10^{-3},$$

$$Br(B \rightarrow D'_1 \ell \nu_\ell) \times Br(D'_1 \rightarrow D^{*+} \pi^-) = (2.7 \pm 0.6) \times 10^{-3},$$

强衰变宽度结果

- 宽度

$$58.1 \text{ MeV} \geq \Gamma(D_1 \rightarrow D^{*+}\pi^-) \geq 20.5 \text{ MeV},$$

$$128 \text{ MeV} \leq \Gamma(D'_1 \rightarrow D^{*+}\pi^-) \leq 168 \text{ MeV}.$$

- 当 $\lambda = 0.185 \text{ GeV}^2$

$$\Gamma(D_1) = 30.8 \text{ MeV} \text{ and } \Gamma(D'_1) = 252 \text{ MeV}$$

- 实验值

$$\Gamma(D_1) = 31.3 \pm 1.9 \text{ MeV}$$

$$\Gamma(D'_1) = 314 \pm 29 \text{ MeV}$$

结论

- 混合角的取值不是任意的
- 很大的参数范围内，混合角变化不大；而在等质量附近，混合角值变化剧烈
- 半轻产生、强衰变的宽度与角度成线性关系，但是除了特殊等质量区域，与模型参数不敏感
- 质量与模型参数成线性关系，但与角度依赖关系成两种情况，一是很大角度范围内，变化不大；二是在重夸克极限附近变化剧烈
- 在一定的误差范围内，质量、半轻产生过程、强衰变都与实验符合

谢谢