

正负电子对撞机上重味多夸克态产生机制的研究

马鸿浩

广西师范大学

In collaboration with 牛娟娟、陶正奎、石斌斌
Based on: Phys.Rev.D 111, 014019 (2025)
Eur.Phys.J.C 85, 397 (2025)



第七届全国重味物理和量子色动力学研讨会

April 18th -22th 2025, 南京师范大学

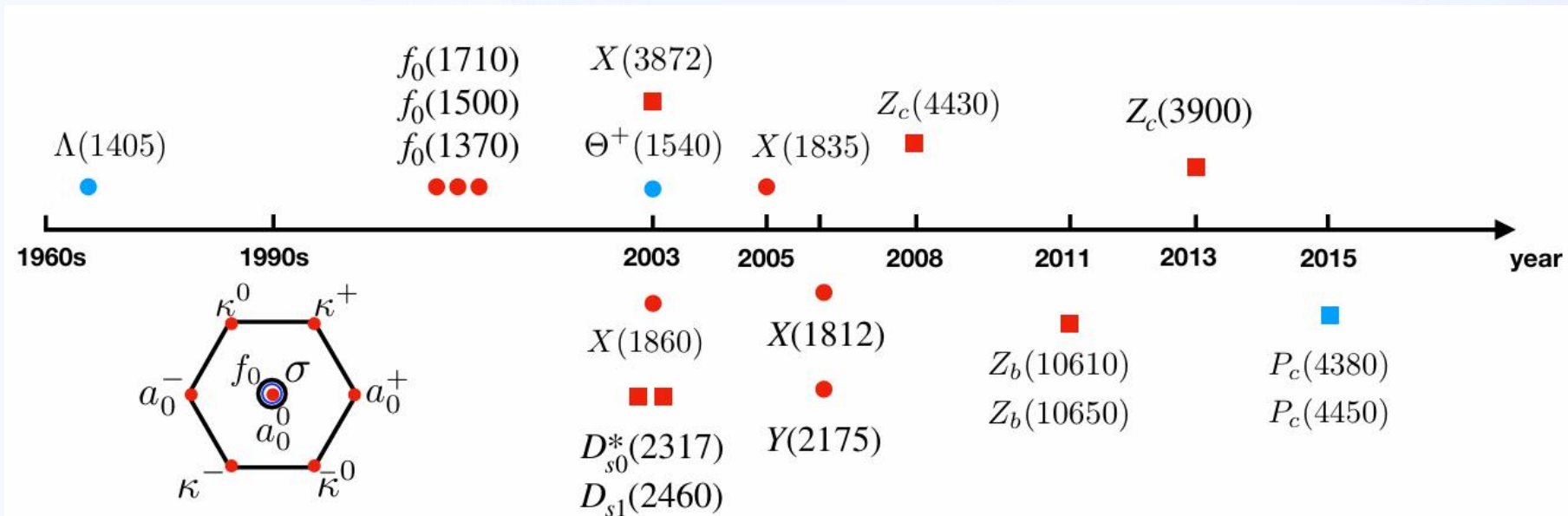
Contents

- Background and motivation
- Production of doubly charmed tetraquark
- Production of fully charmed tetraquark
- Summary

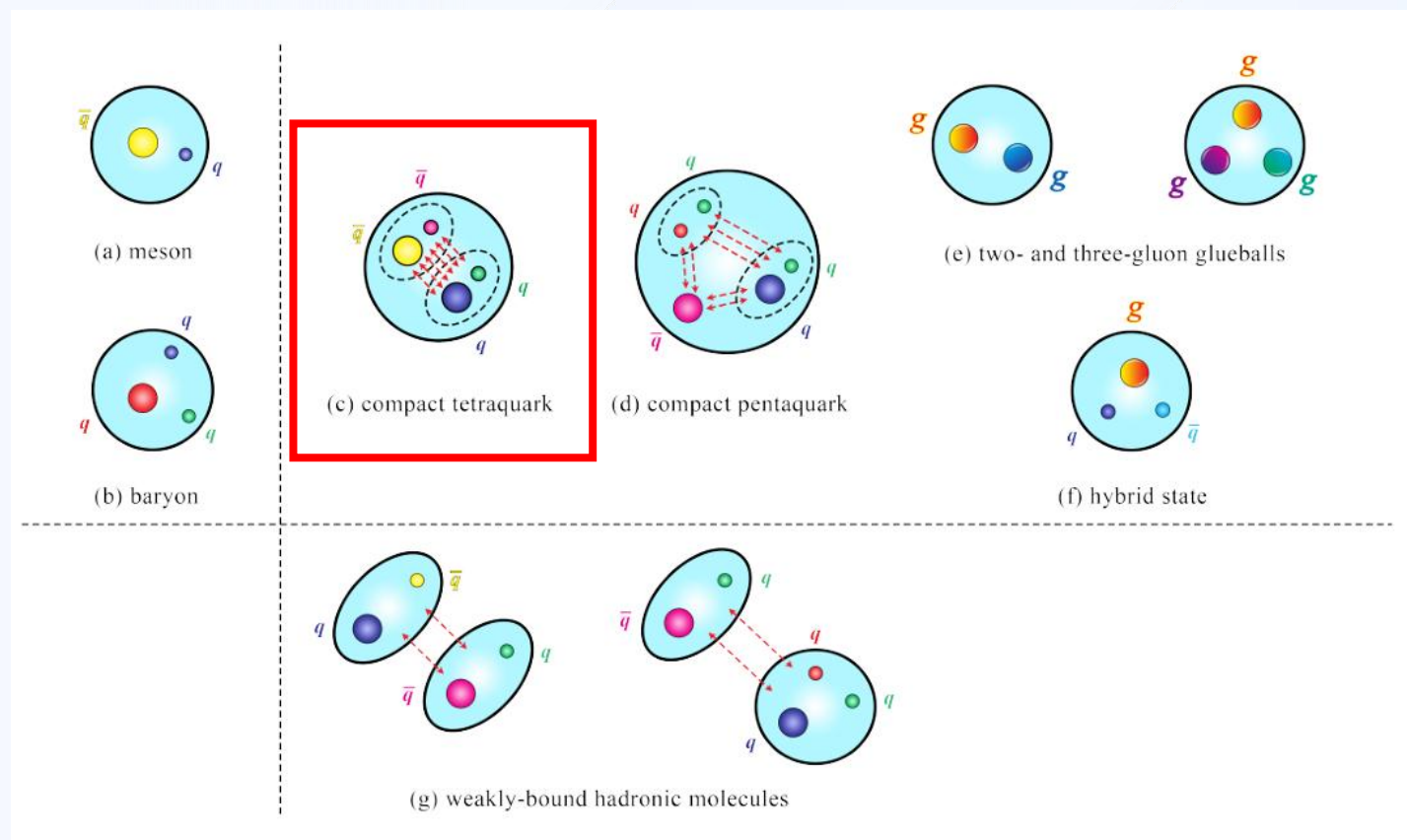
Motivation

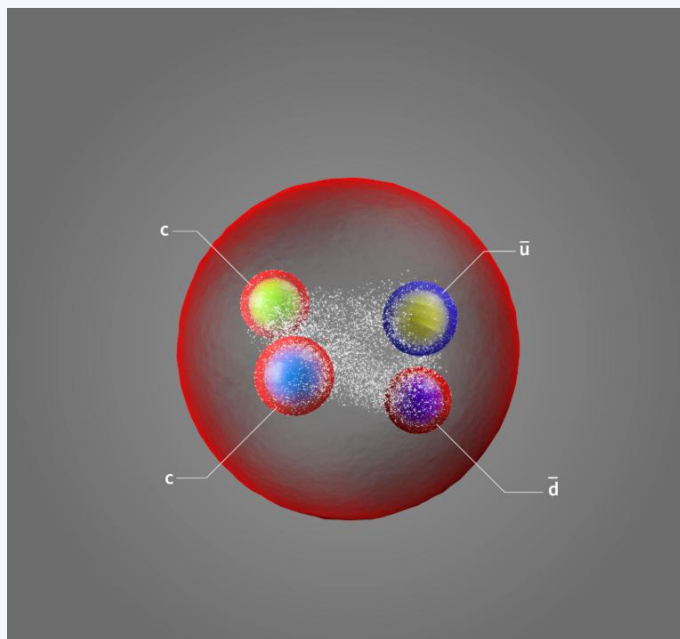
- 粲奇异介子 $D_{s0}^*(2317)$ by BABAR (2003)
- 类粲偶素 $X(3872)$ by Belle (2003)
- $Z_c(3900)$ by BESIII and Belle (2013)
- 五夸克态 P_c states by LHCb (2015)
- $T_{cc}^+(3875)$, $X(6900)$

Y. R. Liu, H. X. Chen, W. Chen, X. Liu and S. L. Zhu,
 Prog. Part. Nucl. Phys. 107, 237 (2019)

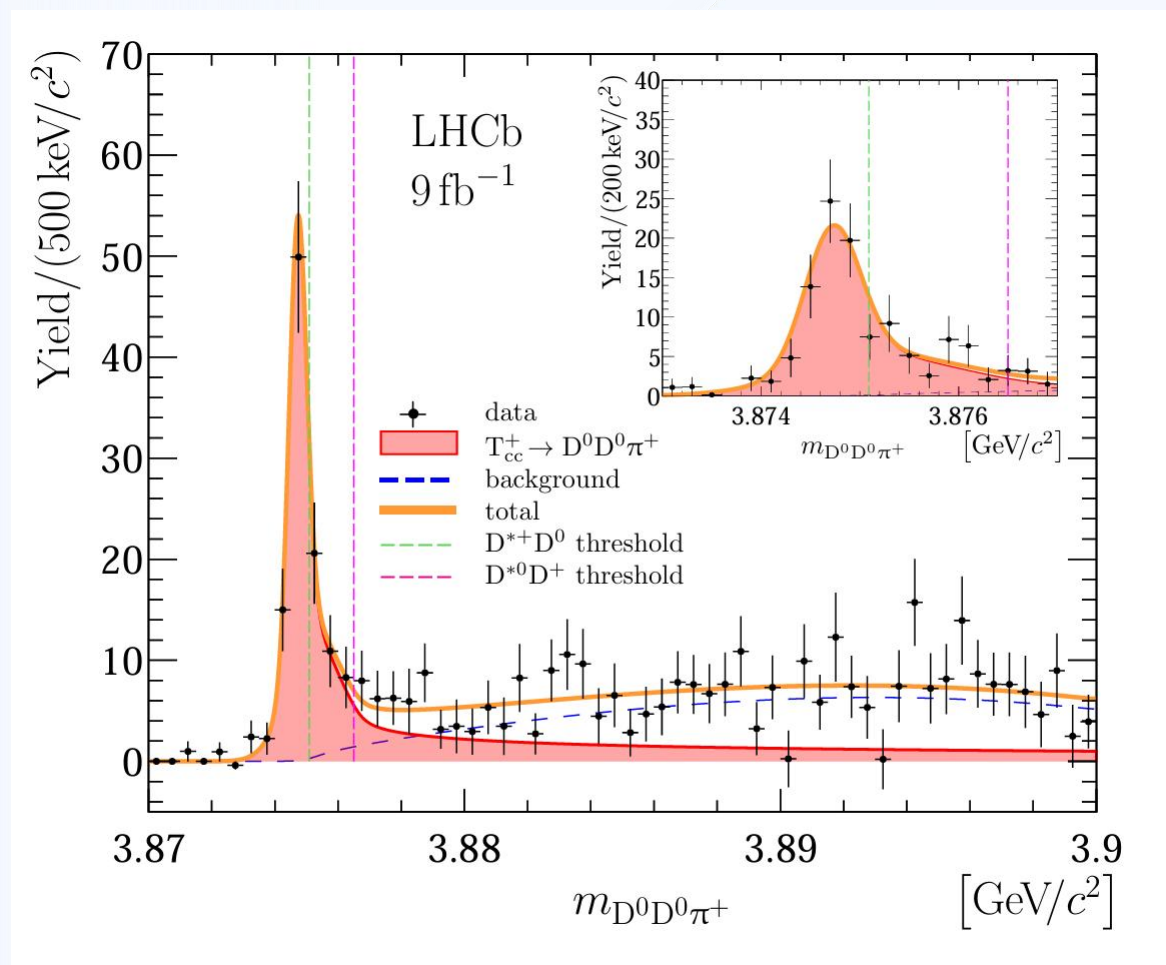


- 这些奇特强子态是近年来强子物理研究的焦点之一，它们的发现为我们理解低能强相互作用提供了新的平台和机遇，同时也带来了很大的挑战。
- Sum Rule、HQEFT和BOEFT等

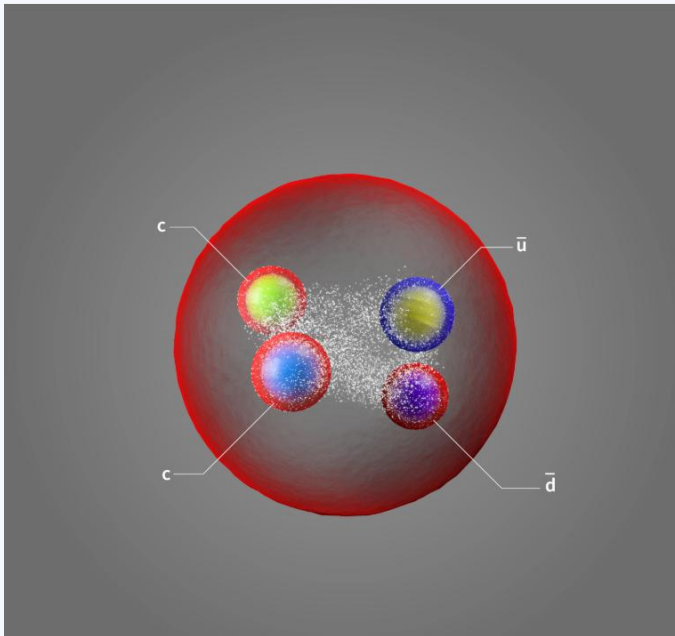


$T_{cc}^+(3875)$


N. Li, Z. F. Sun, X. Liu and S. L. Zhu,
[Phys. Rev. D 88, 114008 \(2013\)](#) (理论预言)



R. Aaij et al. [LHCb], *Nature Phys.* 18, 751-754 (2022)
 R. Aaij et al. [LHCb], *Nature Commun.* 13, 3351 (2022)

$T_{cc}^+(3875)$ 

Meson molecule ?

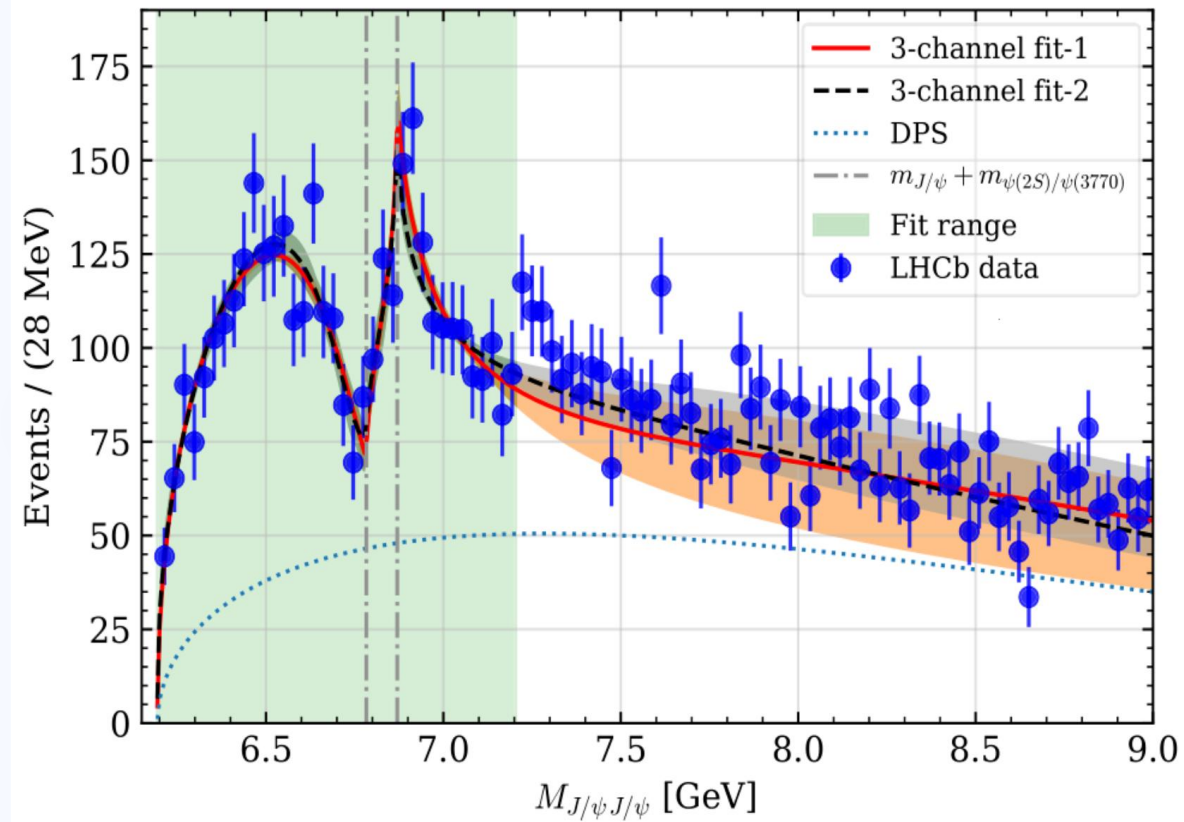
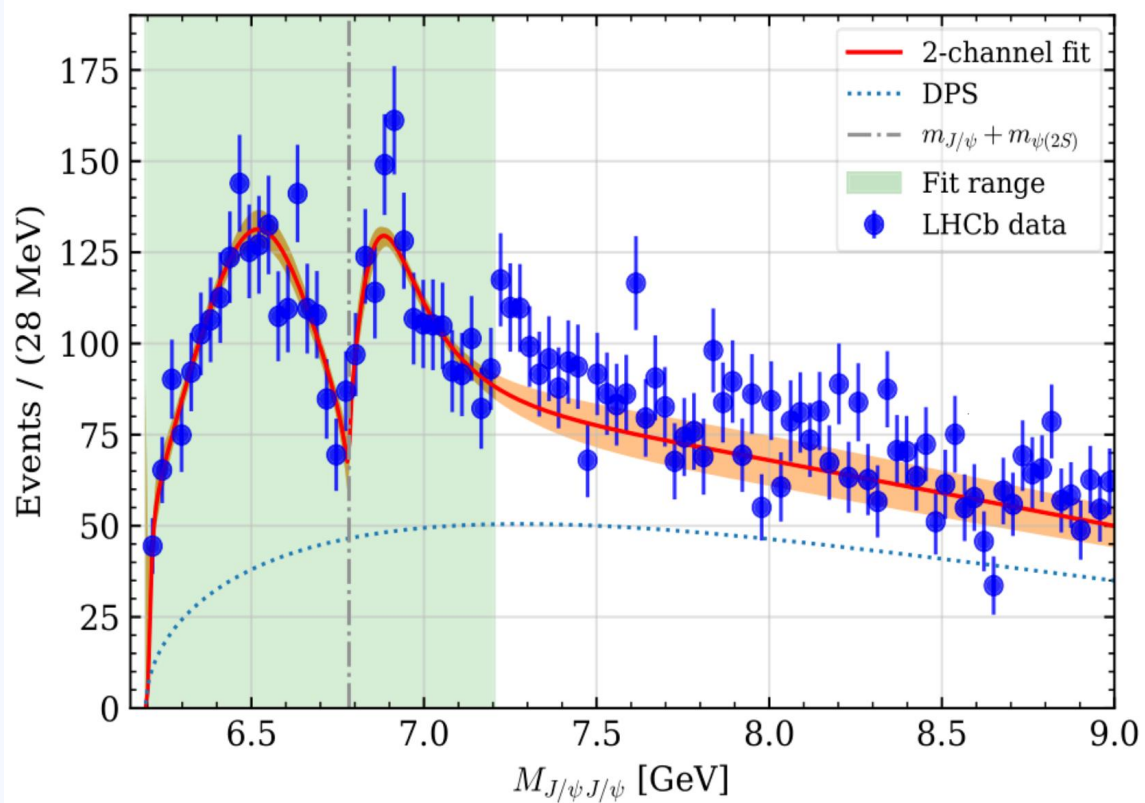
Z. G. Wang and T. Huang, *Eur. Phys. J. C* 74, 2891 (2014).

F. K. Guo, C. Hanhart, U. G. Meißner, Q. Wang, Q. Zhao,
and B. S. Zou, *Rev. Mod. Phys.* 90, 015004 (2018); 94, 029901(E) (2022).

Hadroquarkonium ?

J. Ferretti and E. Santopinto, , *J. High Energy Phys.* 04 (2020) 119.

X (6900)



R. Aaij et al. [LHCb]Sci. Bull.65, 1983-1993 (2020).

X. K. Dong, V. Baru, F. K. Guo, C. Hanhart and A. Nefediev,
Phys. Rev. Lett. 126, 132001(2021)

[erratum: Phys. Rev. Lett. 127, 119901 (2021)]

中国环形正负电子对撞机（CEPC）

N_{tot}	LHC	CEPC [64]	LHeC [65,66]
Higgs	1.65×10^8 [60]	4.30×10^5	$\mathcal{O}(10^4)$
W^+	3.07×10^{10} [62]	2.10×10^8	$\mathcal{O}(10^6)$
Z^0	1.00×10^9 [63]	2.05×10^{12}	$\mathcal{O}(10^5)$

- Relatively clean background
- High resolution and detection ability
- Super factory of Higgs, W^+ and Z^0

Production of doubly charmed tetraquark

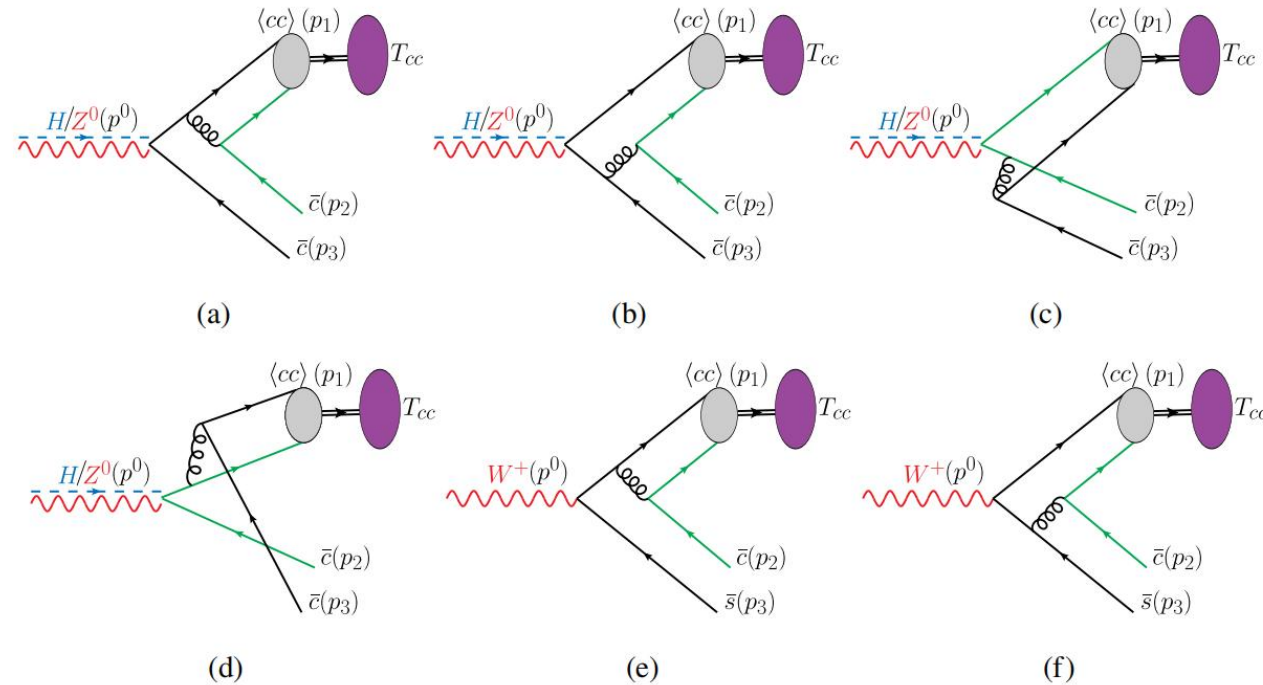
• NRQCD因子化

perturbative region

$$\begin{aligned} & \Gamma(Higgs/Z^0/W^+(p_0) \rightarrow T_{cc}(p_1) + \bar{c}(p_2) + \bar{c}/\bar{s}(p_3)) \\ &= \hat{\Gamma}(Higgs/Z^0/W^+ \rightarrow \langle cc \rangle_{\bar{3}} + \bar{c} + \bar{c}/\bar{s}) |\Psi_{cc}(0)|^2 \\ & \times \int_0^1 dx D_{\langle cc \rangle_{\bar{3}} \rightarrow T_{cc}}(x), \end{aligned}$$

nonperturbative region

J. J. Niu, B. B. Shi, Z. K. Tao and H. H. Ma, PRD 111, 014019 (2025)



G. T. Bodwin, E. Braaten and G. P. Lepage, Phys. Rev. D 51, 1125 (1995).

A. F. Falk, M. E. Luke, M. J. Savage and M. B. Wise, Phys. Rev. D 49, 555-558 (1994).

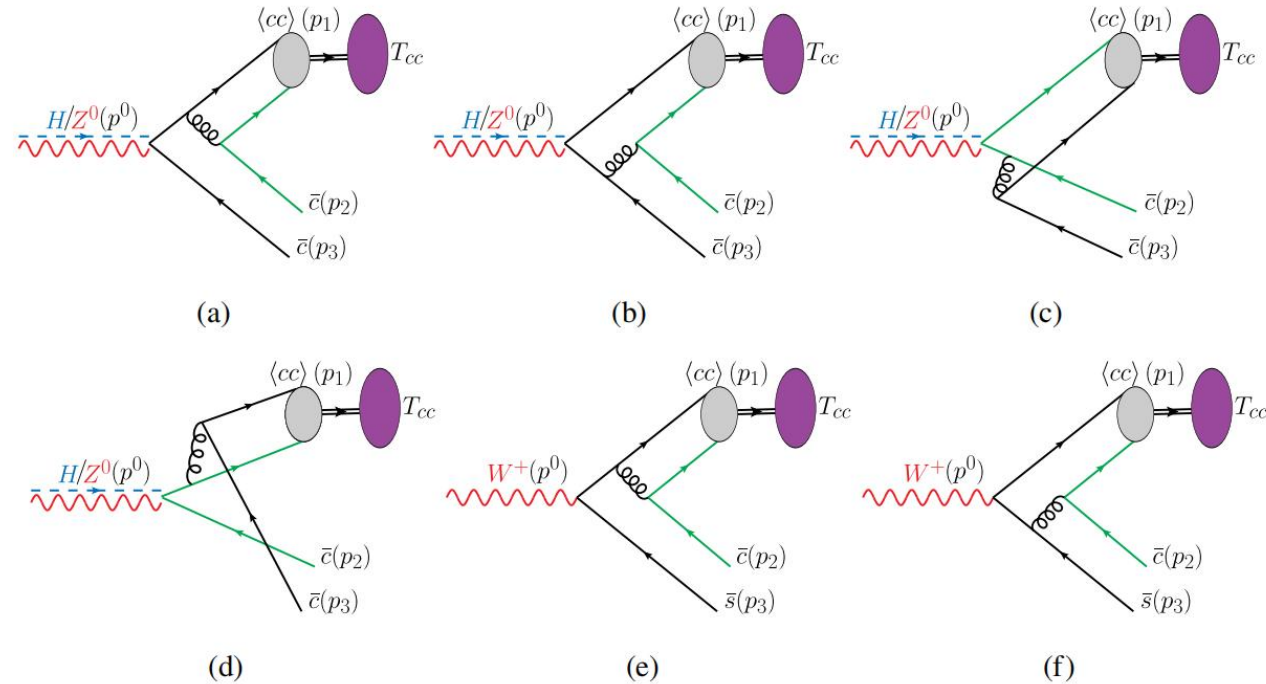
NRQCD因子化

$$\begin{aligned} \Gamma(Higgs/Z^0/W^+(p_0) \rightarrow T_{cc}(p_1) + \bar{c}(p_2) + \bar{c}/\bar{s}(p_3)) \\ = \hat{\Gamma}(Higgs/Z^0/W^+ \rightarrow \langle cc \rangle_{\bar{3}} + \bar{c} + \bar{c}/\bar{s}) |\Psi_{cc}(0)|^2 \\ \times \int_0^1 dx D_{\langle cc \rangle_{\bar{3}} \rightarrow T_{cc}}(x), \end{aligned}$$

Peterson model

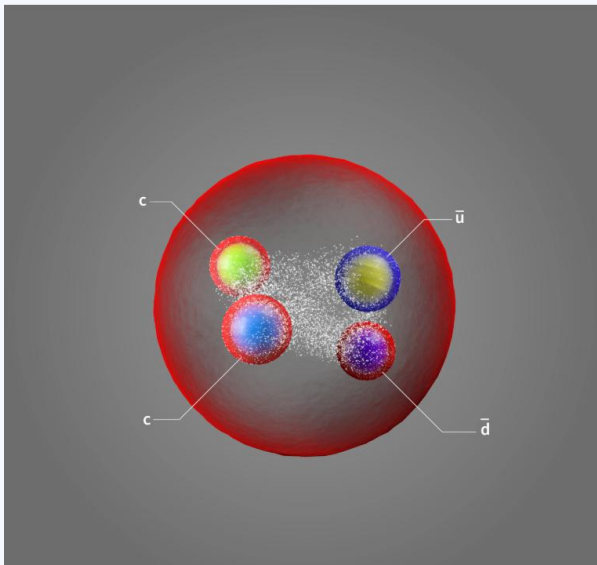
$$D_{\langle cc \rangle_{\bar{3}} \rightarrow T_{cc}}(x) = \frac{N}{x[1 - (1/x) - \epsilon_{cc}/(1-x)]^2}.$$

$$\int dx D_{\langle cc \rangle_{\bar{3}} \rightarrow T_{cc}}(x) = R = ?$$



C. Peterson, D. Schlatter, I. Schmitt, and P. M. Zerwas, Phys. Rev. D 27, 105 (1983).

Y. q. Chen and S. z. Wu, Phys. Lett. B 705, 93 (2011).



$$3 \otimes 3 = \bar{3} \oplus 6$$

(cc) diquark in color antitriplet acting as an antiquark has a heavy diquark-antiquark symmetry (HDAS)

$$(cc)_{\bar{3}} \rightarrow T_{cc}^+(cc\bar{u}\bar{d}) \longleftrightarrow \bar{c} \rightarrow \bar{\Lambda}_{\bar{c}}(\bar{c}\bar{u}\bar{d}) \longleftrightarrow c \rightarrow \Lambda_c^+(cud)$$

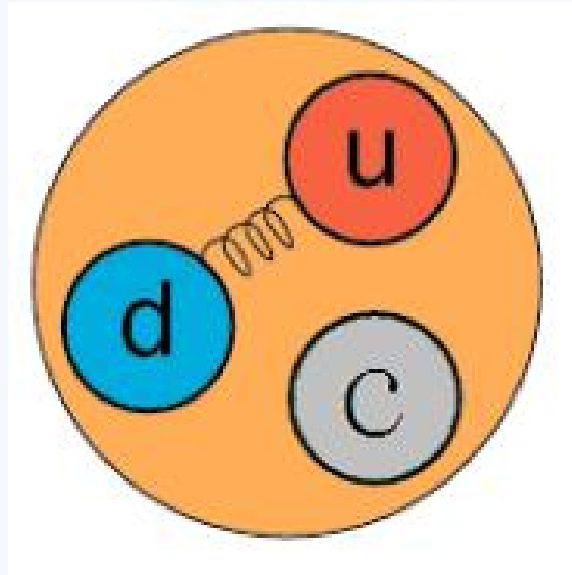
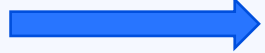


Figure from BEPC

TABLE I. Fragmentation probability R of a charm quark evolving into a single charmed baryon at pp , e^+e^- and ep collisions, respectively.

$R(c \rightarrow b_c)$	pp collision	e^+e^- collision	ep collision
Λ_c^+	16.8%	6.0%	5.4%
Ξ_c^0	9.9%	...	...
Ξ_c^+	9.6%	...	...
$\Sigma_c^{0,+,++}$	7.2%	1.2%	1.3%

- Branching ratio, events, and distributions

TABLE III. The predicted decay widths (Γ), Br, and produced events of T_{cc}^+ at LHC and CEPC each year, respectively, resulting from $\text{Higgs}/Z^0/W^+ \rightarrow T_{cc}^+ + \bar{c} + \bar{c}/\bar{s}$ with the fragmentation probability R is 0.168 at LHC and 0.06 at CEPC.

LHC	$\Gamma(\text{GeV})$	Br	Events
$H \rightarrow T_{cc}^+ + X$	1.10×10^{-8}	2.61×10^{-6}	4.30×10^2
$W^+ \rightarrow T_{cc}^+ + X$	4.72×10^{-6}	2.27×10^{-6}	6.96×10^4
$Z^0 \rightarrow T_{cc}^+ + X$	3.87×10^{-6}	1.86×10^{-6}	1.86×10^3
CEPC	$\Gamma(\text{GeV})$	Br	Events
$H \rightarrow T_{cc}^+ + X$	3.91×10^{-9}	9.32×10^{-7}	4.01×10^{-1}
$W^+ \rightarrow T_{cc}^+ + X$	1.69×10^{-6}	8.09×10^{-7}	1.69×10^2
$Z^0 \rightarrow T_{cc}^+ + X$	1.38×10^{-6}	6.64×10^{-7}	1.36×10^6

Consistent with the prediction made by
Qin Qin et al CPC 45,103106(2021)!

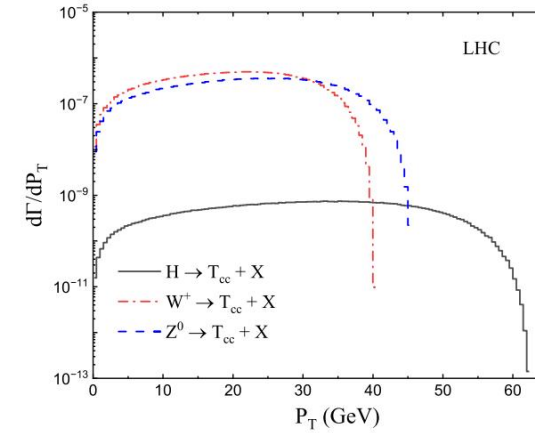
Instead of HDAS model, one can also use the harmonic oscillator potential (HOP) to obtain the long distance matrix elements (LDMEs).

不确定性较大!

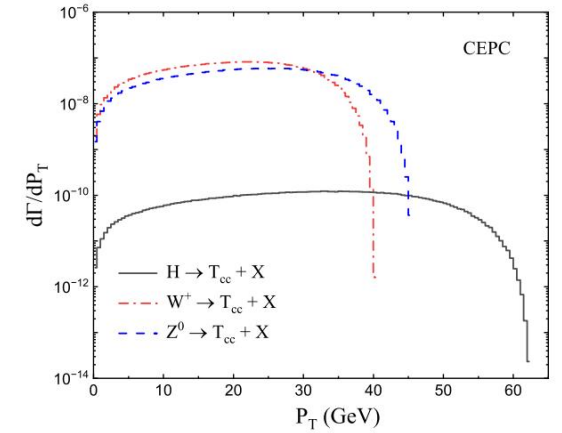
- Branching ratio, events, and distributions

TABLE IV. The predicted decay widths (Γ), Br, and produced events of T_{cc} , including T_{cc}^0 , T_{cc}^+ , T_{cc}^{++} , $T_{cc}^{\bar{u}\bar{s}}$, and $T_{cc}^{\bar{d}\bar{s}}$, at LHC and CEPC each year through three decay channels, Higgs/ Z^0 / W^+ $\rightarrow T_{cc} + \bar{c} + \bar{c}/\bar{s}$, respectively.

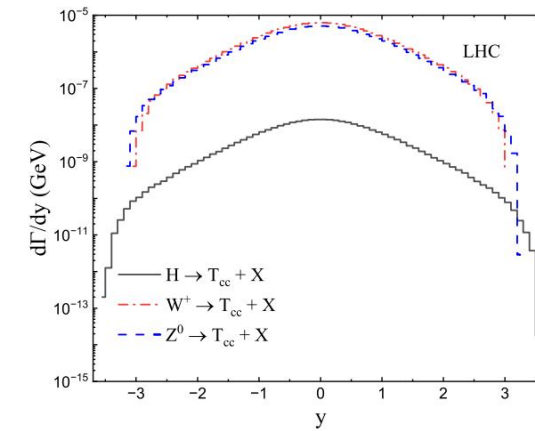
LHC	$\Gamma(\text{GeV})$	Br	Events
$H \rightarrow T_{cc} + X$	2.84×10^{-8}	6.75×10^{-6}	1.11×10^3
$W^+ \rightarrow T_{cc} + X$	1.22×10^{-5}	5.87×10^{-6}	1.80×10^5
$Z^0 \rightarrow T_{cc} + X$	1.00×10^{-5}	4.81×10^{-6}	4.81×10^3
CEPC	$\Gamma(\text{GeV})$	Br	Events
$H \rightarrow T_{cc} + X$	4.68×10^{-9}	1.11×10^{-6}	4.79×10^{-1}
$W^+ \rightarrow T_{cc} + X$	2.02×10^{-6}	9.68×10^{-7}	2.03×10^2
$Z^0 \rightarrow T_{cc} + X$	1.66×10^{-6}	7.94×10^{-7}	1.63×10^6



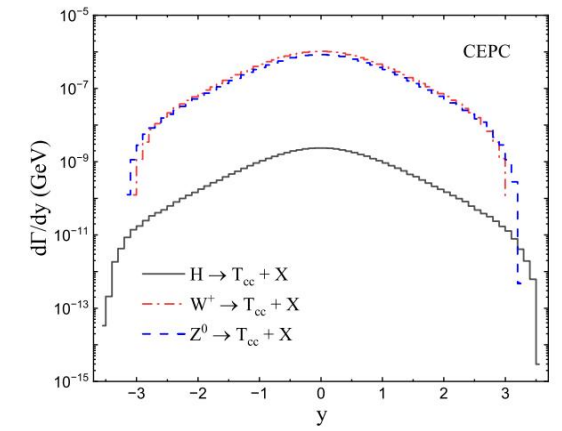
(a)



(b)



(c)



(d)

小结

- CEPC provides a good experimental platform for study doubly charmed tetraquark.
- LHC is very likely to find other components of T_{cc} .

Production of fully charmed tetraquark

H. H. Ma, Z. K. Tao and J. J. Niu, [arXiv:2502.20891].

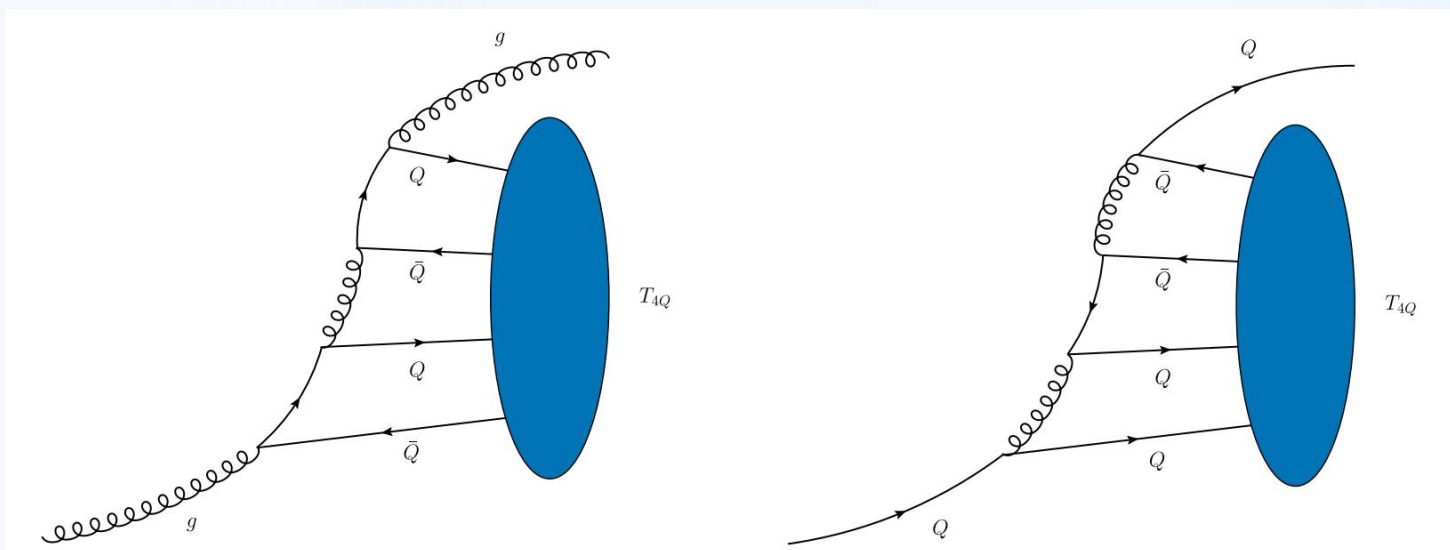
$$\begin{aligned} \Gamma(Higgs/W^+/Z^0(p_0) \rightarrow T_{4c}(p_1) + \bar{c}/\bar{s}(p_2)) \\ = \hat{\Gamma}(Higgs/W^+/Z^0 \rightarrow c + \bar{c}/\bar{s}) \int_0^1 dz D_{c \rightarrow T_{4c}}(z, \mu), \end{aligned} \quad (1)$$

$$D_{c \rightarrow T_{4c}}(z) = \sum_n d_n(z) \langle O_n^{J^{PC}} \rangle,$$

$$\begin{aligned} D_{c \rightarrow T_{4c}}(z) = & \frac{d_{3,3}[c \rightarrow c\bar{c}\bar{c}\bar{c}^{J^{PC}}]}{m_c^9} \langle O_{3,3}^{J^{PC}} \rangle + \frac{d_{6,6}[c \rightarrow c\bar{c}\bar{c}\bar{c}^{J^{PC}}]}{m_c^9} \langle O_{6,6}^{J^{PC}} \rangle \\ & + \frac{d_{3,6}[c \rightarrow c\bar{c}\bar{c}\bar{c}^{J^{PC}}]}{m_c^9} 2\text{Re}\langle O_{3,6}^{J^{PC}} \rangle + \dots \end{aligned}$$

$$J^{PC} = 0^{++}, 1^{+-}, 2^{++} \quad \text{and} \quad \text{total}(0^{++} + 1^{+-} + 2^{++})$$

*F. Feng, Y. Huang, Y. Jia, W. L. Sang, X. Xiong and J. Y. Zhang, Phys. Rev. D **106**, 114029 (2022).
X. W. Bai, F. Feng, C. M. Gan, Y. Huang, W. L. Sang and H. F. Zhang, JHEP **09**, 002 (2024)*



nS	$\langle O_n^{JPC} \rangle$	Models				
		I[49]	II[50]	III[51]	IV[52]	V[53]
1S	$\langle O_{6,6}^{0^{++}} \rangle$	0.0128	2.50	0.0027	0.0173	0.00226
	$\langle O_{3,6}^{0^{++}} \rangle$	0.0211	3.65	0.0033	-0.0454	0.00215
	$\langle O_{3,3}^{0^{++}} \rangle$	0.0347	5.33	0.0041	0.119	0.00204
	$\langle O_{3,3}^{1^{+-}} \rangle$	0.0780	12.6	0.011	0.0975	0.00876
	$\langle O_{3,3}^{2^{++}} \rangle$	0.072	13.6	0.012	0.254	0.0117
2S	$\langle O_{6,6}^{0^{++}} \rangle$	0.0347	5.46	0.0058	0.0179	0.000545
	$\langle O_{3,6}^{0^{++}} \rangle$	0.0538	10.6	0.0067	0.0386	0.000890
	$\langle O_{3,3}^{0^{++}} \rangle$	0.0832	20.5	0.0077	0.0832	0.00145
	$\langle O_{3,3}^{1^{++}} \rangle$	0.1887	32.5	0.021	0.0648	0.0173
	$\langle O_{3,3}^{2^{++}} \rangle$	0.1775	30.5	0.026	0.151	0.0236

[49] Q. F. Lu, D. Y. Chen and Y. B. Dong, Eur. Phys. J. C 80, 871 (2020).

[50] J. Zhao, S. Shi and P. Zhuang, Phys. Rev. D 102, 114001 (2020).

[51] M. S. liu, F. X. Liu, X. H. Zhong and Q. Zhao, Phys. Rev. D 109, 076017 (2024).

[52] G. L. Yu, Z. Y. Li, Z. G. Wang, J. Lu and M. Yan, Eur. Phys. J. C 83, 416 (2023).

[53] G. J. Wang, L. Meng and S. L. Zhu, Phys. Rev. D 100, 096013 (2019).

Fragmentation probability R of a charm quark c evolving into Fully charmed tetraquark $R = \int_0^1 dz D_{c \rightarrow T_{4c}^{JPC}}(z)$

Models	I	II	III	IV	V
	1S				
$R^{0^{++}}$	2.72×10^{-6}	4.64×10^{-4}	4.18×10^{-7}	8.68×10^{-7}	2.76×10^{-7}
$R^{1^{+-}}$	3.98×10^{-8}	6.42×10^{-6}	5.61×10^{-9}	4.97×10^{-8}	4.46×10^{-9}
$R^{2^{++}}$	1.10×10^{-7}	2.08×10^{-5}	1.84×10^{-8}	3.89×10^{-7}	1.79×10^{-8}
R^{tot}	2.87×10^{-6}	4.92×10^{-4}	4.42×10^{-7}	1.31×10^{-6}	2.98×10^{-7}
	2S				
$R^{0^{++}}$	6.88×10^{-6}	1.41×10^{-3}	8.46×10^{-7}	5.27×10^{-6}	1.15×10^{-7}
$R^{1^{+-}}$	9.62×10^{-8}	1.66×10^{-5}	1.07×10^{-8}	3.30×10^{-8}	8.82×10^{-9}
$R^{2^{++}}$	2.72×10^{-7}	4.67×10^{-5}	3.98×10^{-8}	2.31×10^{-7}	3.61×10^{-8}
R^{tot}	7.25×10^{-6}	1.47×10^{-3}	8.96×10^{-7}	5.54×10^{-6}	1.60×10^{-7}

DGLAP evolution

TQ4Q1.1: *F. G. Celiberto, G. Gatto and A. Papa, Eur. Phys. J. C 84, 1071 (2024)*

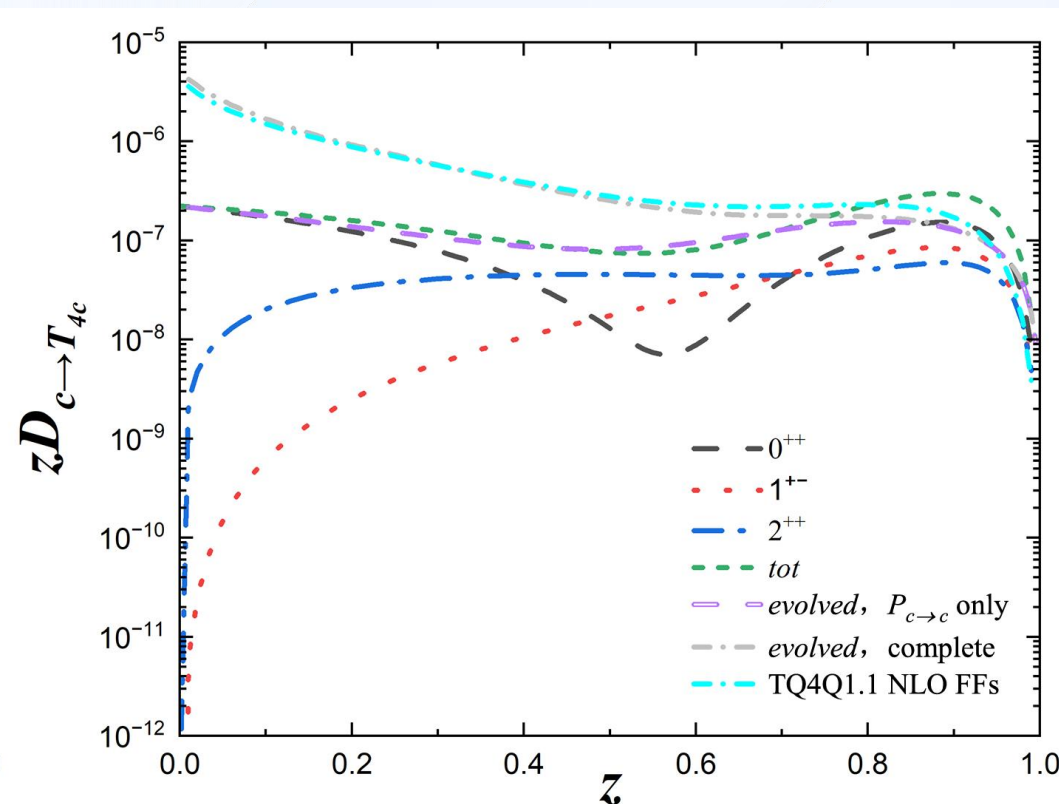
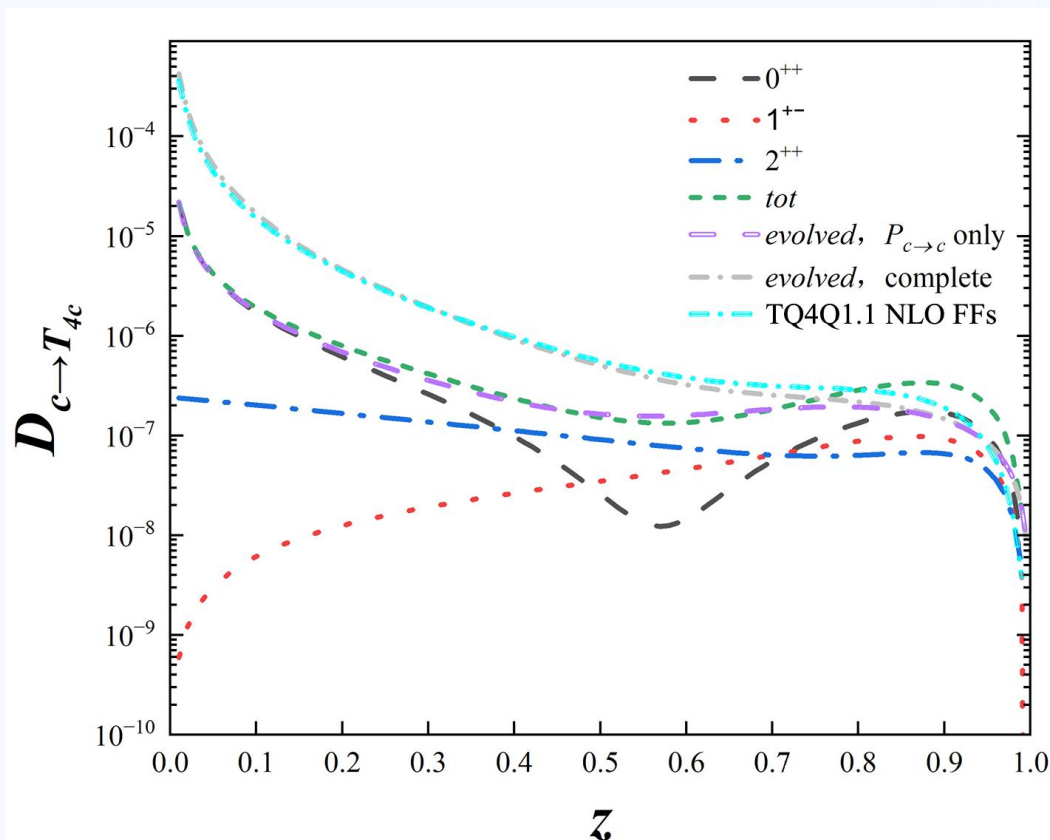
FFEVOL: *M. Hirai and S. Kumano, Comput. Phys. Commun. 183, 1002-1013 (2012)*

$$\mu \frac{\partial}{\partial \mu} D_{c \rightarrow T_{4c}}(z, \mu) = \frac{\alpha_s(\mu)}{\pi} \sum_{i \in \{c, g\}} \int_z^1 \frac{dy}{y} P_{c \rightarrow i}(z/y) D_{i \rightarrow T_{4c}}(y, \mu),$$

$$P_{q \rightarrow q}(z) = C_F \left[\frac{1+z^2}{(1-z)_+} + \frac{3}{2} \delta(1-z) \right],$$

$$P_{q \rightarrow g}(z) = C_F \frac{1+(1-z)^2}{z}.$$

近似解析或数值求解: APFEL(++), EKO, **FFEVOL** or LHAPDF grids **TQ4Q1.1**



• Decay width, branching ratio, and events

Γ (GeV) $\backslash$ Models J^{PC}		I	II	III	IV	V
$H \rightarrow T_{4c}$	0^{++}	5.02×10^{-10}	8.56×10^{-8}	7.72×10^{-11}	1.60×10^{-10}	5.08×10^{-11}
	1^{+-}	7.33×10^{-12}	1.18×10^{-9}	1.03×10^{-12}	9.16×10^{-12}	8.23×10^{-13}
	2^{++}	2.03×10^{-11}	3.84×10^{-9}	3.39×10^{-12}	7.17×10^{-11}	3.30×10^{-12}
	tot	5.29×10^{-10}	9.07×10^{-8}	8.16×10^{-11}	2.41×10^{-10}	5.50×10^{-11}
$W^+ \rightarrow T_{4c}$	0^{++}	1.85×10^{-6}	3.16×10^{-4}	2.85×10^{-7}	5.91×10^{-7}	1.88×10^{-7}
	1^{+-}	2.71×10^{-8}	4.38×10^{-6}	3.82×10^{-9}	3.39×10^{-8}	3.04×10^{-9}
	2^{++}	7.51×10^{-8}	1.42×10^{-5}	1.25×10^{-8}	2.65×10^{-7}	1.22×10^{-8}
	tot	1.96×10^{-6}	3.35×10^{-4}	3.01×10^{-7}	8.90×10^{-7}	2.03×10^{-7}
$Z^0 \rightarrow T_{4c}$	0^{++}	7.87×10^{-7}	1.34×10^{-4}	1.21×10^{-7}	2.51×10^{-7}	7.98×10^{-8}
	1^{+-}	1.15×10^{-8}	1.86×10^{-6}	1.62×10^{-9}	1.44×10^{-8}	1.29×10^{-9}
	2^{++}	3.19×10^{-8}	6.02×10^{-6}	5.31×10^{-9}	1.12×10^{-7}	5.18×10^{-9}
	tot	8.31×10^{-7}	1.42×10^{-4}	1.28×10^{-7}	3.78×10^{-7}	8.62×10^{-8}

W^+ decays

Models	$\Gamma(\text{GeV})$	Br	N_{LHC}	N_{CEPC}
I	1.96×10^{-6}	9.38×10^{-7}	2.89×10^4	1.97×10^2
II	3.35×10^{-4}	1.61×10^{-4}	4.93×10^6	3.37×10^4
III	3.01×10^{-7}	1.45×10^{-7}	4.44×10^3	3.04×10^1
IV	8.90×10^{-7}	4.27×10^{-7}	1.31×10^4	8.96×10^1
V	2.03×10^{-7}	9.74×10^{-8}	3.00×10^3	2.05×10^1

Z^0 decays

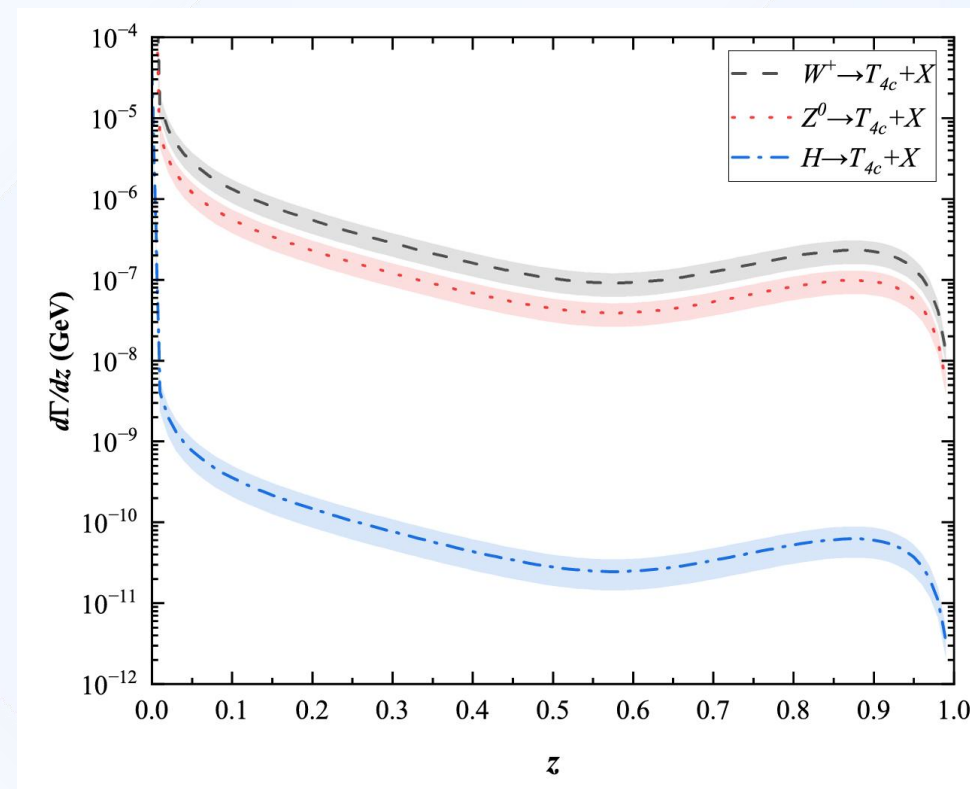
Models	$\Gamma(\text{GeV})$	Br	N_{LHC}	N_{CEPC}
I	8.31×10^{-7}	3.33×10^{-7}	3.33×10^2	6.82×10^5
II	1.42×10^{-4}	5.70×10^{-5}	5.70×10^4	1.17×10^8
III	1.28×10^{-7}	5.13×10^{-8}	5.13×10^1	1.05×10^5
IV	3.78×10^{-7}	1.51×10^{-7}	1.51×10^2	3.10×10^5
V	8.62×10^{-8}	3.46×10^{-8}	3.46×10^1	7.09×10^4

Higgs decays channel is too small to be negligible!

- Theoretical uncertainty**

Γ (GeV) \ Models \ m_c (GeV)		I	II	III	IV	V
$H \rightarrow T_{4c}$	1.3	1.44×10^{-9}	2.47×10^{-7}	2.22×10^{-10}	6.56×10^{-10}	1.50×10^{-10}
	1.5	5.29×10^{-10}	9.07×10^{-8}	8.16×10^{-11}	2.41×10^{-10}	5.50×10^{-11}
	1.7	2.20×10^{-10}	3.77×10^{-8}	3.40×10^{-11}	1.00×10^{-10}	2.29×10^{-11}
$W^+ \rightarrow T_{4c}$	1.3	7.09×10^{-6}	1.21×10^{-3}	1.09×10^{-6}	3.23×10^{-6}	7.36×10^{-7}
	1.5	1.96×10^{-6}	3.35×10^{-4}	3.01×10^{-7}	8.90×10^{-7}	2.03×10^{-7}
	1.7	6.34×10^{-7}	1.09×10^{-4}	9.77×10^{-8}	2.88×10^{-7}	6.58×10^{-8}
$Z^0 \rightarrow T_{4c}$	1.3	3.01×10^{-6}	5.16×10^{-4}	4.64×10^{-7}	1.37×10^{-6}	3.13×10^{-7}
	1.5	8.31×10^{-7}	1.42×10^{-4}	1.28×10^{-7}	3.78×10^{-7}	8.62×10^{-8}
	1.7	2.69×10^{-7}	4.61×10^{-5}	4.15×10^{-8}	1.22×10^{-7}	2.79×10^{-8}

$$m_c = 1.5 \pm 0.2 \text{ GeV}$$



Summary

- CEPC provides a good experimental platform for study doubly charmed and fully charmed tetraquarks.
- LHC is very likely to find other components of T_{cc} .
- The production of tetraquarks is very model-dependent and requires stronger theoretical and experimental constraints.

Thanks for your attention!

第八届强子谱和强子结构研讨会，7月11-15日，桂林。

<https://indico.ihep.ac.cn/event/24044/>

第八届强子谱和强子结构研讨会

2025年7月11日至15日

Asia/Shanghai 时区

输入您的搜索词



概览

征集摘要

注册

参会人名单

虽然传统夸克模型可以成功解释大部分的强子性质，但自2003年实验发现 $Ds_0^*(2317)$ 和 $X(3872)$ 粒子以来，越来越多的新强子态被BESIII、BaBar、Belle、LHCb等实验发现。这些新强子态表现出不同于传统夸克模型预言的行为和性质，它们的出现为强子谱和强子结构的研究提出新的挑战，同时也带来了新的机遇。

为促进国内强子谱和强子结构研究的交流和进一步发展，从2016年起，“强子谱和强子结构研讨会”在国内同行的大力支持下相继在西安交通大学（第一届）、郑州大学（第二届）、内蒙古大学（第三届）、中国科学院近代物理研究所（第四届）、中山大学（第五届）、中国科学院大学（第六届）、电子科技大学（第七届）成功举办。经会议组织委员会专家商讨，决定第八届会议于2025年7月11日至15日在桂林召开，由广西师范大学承办。

本系列研讨会的主题为交流强子谱和强子结构方面研究新进展，旨在推动国内从事强子物理及相关研究人员的交流，探讨该领域的前沿课题，促进同行之间开展实质性合作。会议有关事项如下：

会议计划于2025年7月11日至15日在桂林市桂林宾馆召开，其中11日报到注册。会议统一安排食宿，费用自理。会议收取注册费，教师及博士后1500元/人，学生1000元/人。

会议网址：<https://indico.ihep.ac.cn/event/24044/>，注册截止时间为6月20日。

第十六届QCD相变与相对论重离子物理研讨会

10月24-28日，桂林。

<https://indico.ihep.ac.cn/event/25521/>



QPT2025
Guilin, China

第十六届QCD相变与 相对论重离子物理研讨会

经会议顾问委员会提议，中国核物理学会授权，第十六届“QCD相变与相对论重离子物理”，将于金秋时节在“山水甲天下”的桂林举行。会议将汇聚理论与实验物理学家，聚焦相对论重离子碰撞中QCD相变等前沿问题展开深入探讨。我们诚邀您莅临山水名城，在奇峰碧水间激荡学术灵感，度过一段充实而美好的时光。

时间：2025年10月24日-28日

地点：中国·桂林 桂林大公馆酒店

会议议题：

QCD相变与状态方程
重味与奇异粒子
自旋极化和手征效应
喷注物理
核子结构
电磁信号
UPC物理
集体流和关联
新的理论方法

顾问委员会：(按姓氏拼音排序)

陈列文(SJTU)	黄煥中(FDU)
黄梅(UCAS)	梁作堂(SDU)
廖劲峰(IU)	刘峰(CCNU)
刘玉鑫(PKU)	马余刚(FDU)
王恩科(SCNU)	王福强(PU)
王群(USTC)	王新年(CCNU)
徐珊珊(IMP)	许怒(LBNL)
许长朴(KSU)	庄鹏飞(THU)

会议承办单位：广西师范大学 广西科技大学

微信扫一扫
打开会议网址



网址：<https://indico.ihep.ac.cn/event/25521/>

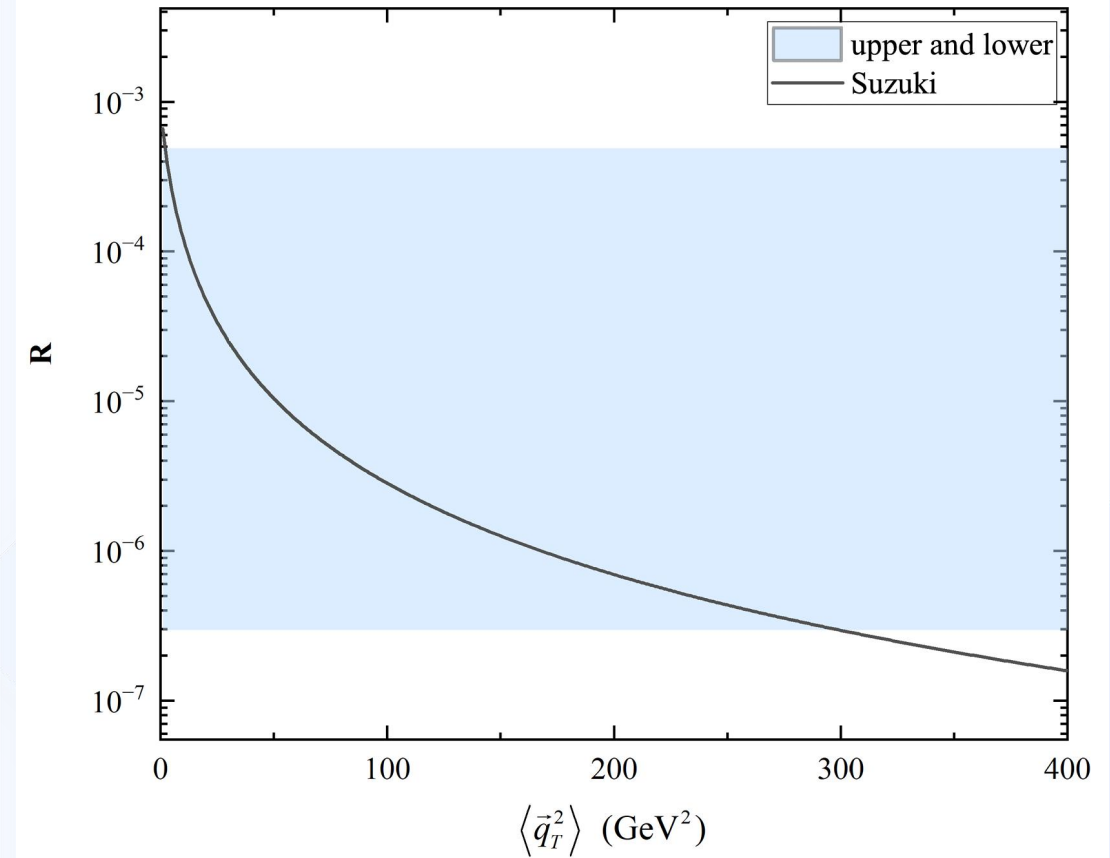
Backup

- Suzuki

$$D_{c \rightarrow T_{4c}}(z) = \mathcal{N}_c \frac{(1-z)^5}{\Delta^2(z)} \sum_{k=0}^3 \gamma_k^{(c)}(z) z^{2(k+2)} \left\{ \frac{\langle \vec{q}_T^2 \rangle}{m_c^2} \right\}^k,$$

$$R = \int_0^1 dz D_{c \rightarrow T_{4c}^{JPC}}(z)$$

Models	I	II	III	IV	V
1S					
$R^{0^{++}}$	2.72×10^{-6}	4.64×10^{-4}	4.18×10^{-7}	8.68×10^{-7}	2.76×10^{-7}
$R^{1^{+-}}$	3.98×10^{-8}	6.42×10^{-6}	5.61×10^{-9}	4.97×10^{-8}	4.46×10^{-9}
$R^{2^{++}}$	1.10×10^{-7}	2.08×10^{-5}	1.84×10^{-8}	3.89×10^{-7}	1.79×10^{-8}
R^{tot}	2.87×10^{-6}	4.92×10^{-4}	4.42×10^{-7}	1.31×10^{-6}	2.98×10^{-7}
2S					
$R^{0^{++}}$	6.88×10^{-6}	1.41×10^{-3}	8.46×10^{-7}	5.27×10^{-6}	1.15×10^{-7}
$R^{1^{+-}}$	9.62×10^{-8}	1.66×10^{-5}	1.07×10^{-8}	3.30×10^{-8}	8.82×10^{-9}
$R^{2^{++}}$	2.72×10^{-7}	4.67×10^{-5}	3.98×10^{-8}	2.31×10^{-7}	3.61×10^{-8}
R^{tot}	7.25×10^{-6}	1.47×10^{-3}	8.96×10^{-7}	5.54×10^{-6}	1.60×10^{-7}



M. Suzuki, Phys. Lett. B 71, 139 (1977).

M. Suzuki, Phys. Rev. D 33, 676 (1986).

F. Amiri and C.-R. Ji, Phys. Lett. B 195, 593 (1987).

F. G. Celiberto, G. Gatto and A. Papa, Eur. Phys. J. C 84, 1071 (2024)