



Unravel the nature of the $\Sigma^*(1430)(1/2^-)$ state from correlation functions

李海鹏

广西师范大学

Chu-Wen Xiao, Wei-Hong Liang, Jia-Jun Wu, En Wang, Eulogio Oset

Phys. Rev. D 110 (2024) 11, 114018



目录

- ▶ 研究目的与动机
- ▶ 手征么正法中的 $\bar{K}N$ 耦合道相互作用
- ▶ 关联函数和可观测量
- ▶ 逆问题：从关联函数提取相互作用
- ▶ 总结



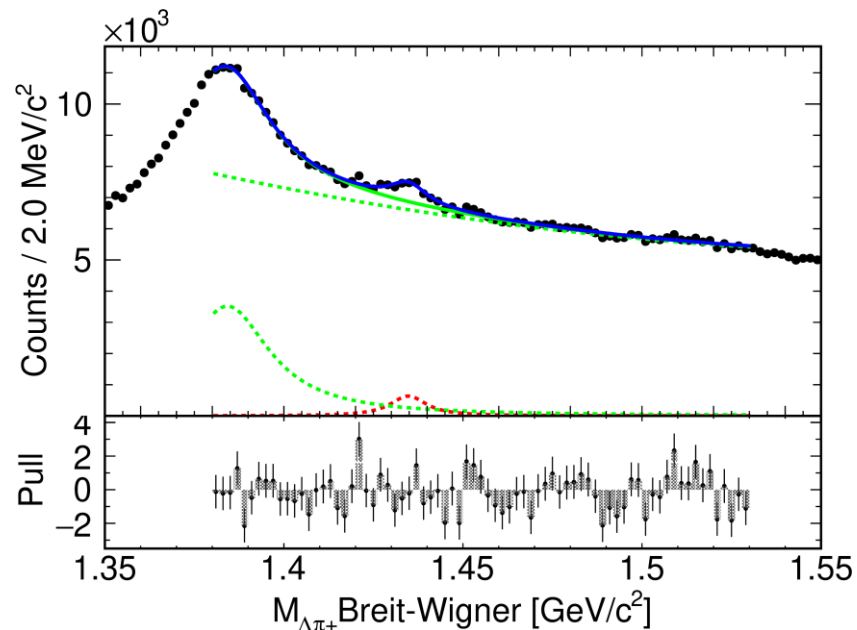
1. 研究目的与动机

- ▶ 2001年Oller等人使用手征么正法研究 $S = -1$ 的介子-重子相互作用系统，动力学产生两个 $\Lambda^*(1405)$ 的同时，还预言了 $I = 1$ 的 $\Sigma^*(1430)(1/2^-)$ 。PLB, 2001, 500, 263.
- ▶ 吴佳俊等人在分析 $K^-p \rightarrow \Lambda\pi^+\pi^-$ 的实验数据，证明除了 $\Sigma^*(1385)$ 外，可能存在一个宽度更大的 $\Sigma^*(1/2^-)$ 。PRD, 2009, 80: 017503.
- ▶ Roca1等人在分析 $\gamma p \rightarrow K^+\pi^\pm\Sigma^\mp$ 的实验数据，并未找到 $\Sigma^*(1430)$ ，仅在振幅 $\bar{K}N$ 的阈值处表现处 $I = 1$ 的 cusp。PRC, 2013, 88(5): 055206.
- ▶ 庄泽坚等人考虑了介子-重子手征拉氏量次领头阶的贡献，动力学产生了 $\Sigma^*(1430)$ 。SB, 2025, 70: 1953-1961
- ▶ Conde-Correa等人使用手征夸克模型预言了 $\Sigma^*(1430)$ 具有和 $\Lambda^*(1405)$ 一样的双极点结构。PRD, 2024, 110(9): 094019.
- ▶

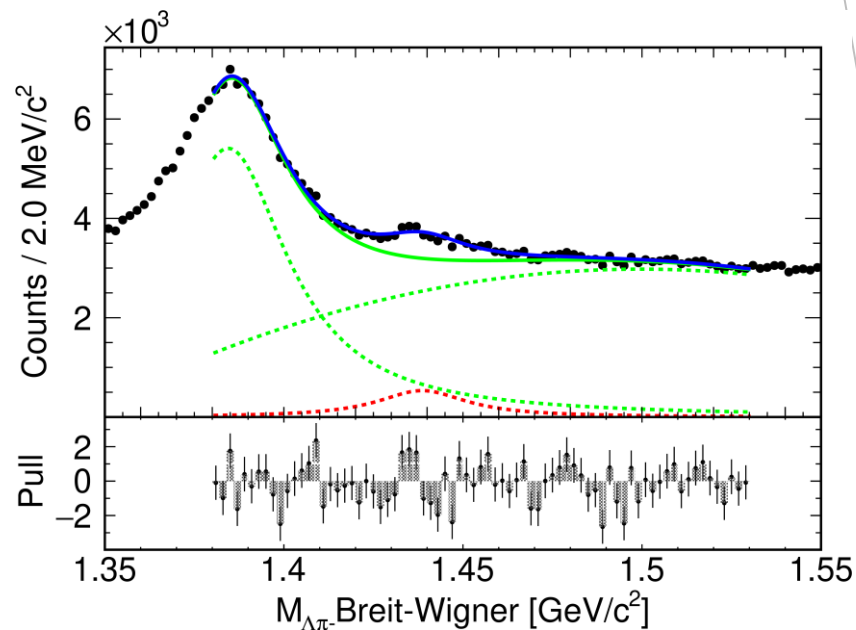


1. 研究目的与动机

- Belle 合作组在 $\Lambda_c^+ \rightarrow \Lambda \pi^+ \pi^-$ 衰变过程中观测到 $\Lambda \pi^\pm$ 不变质量在 $\bar{K}N(I=1)$ 阈值附近增强现象。PRL 130 (2023) 15, 151903



$$\Lambda \pi^+ : M = 1434.3 \pm 0.6(\text{stat}) \pm 0.9(\text{syst}) \text{ MeV},$$
$$\Gamma = 11.5 \pm 2.8(\text{stat}) \pm 5.3(\text{syst}) \text{ MeV},$$
$$a_{\bar{K}N} = (0.48 \pm 0.32) + i(1.22 \pm 0.83) \text{ fm}.$$



$$\Lambda \pi^- : M = 1438.5 \pm 0.9(\text{stat}) \pm 2.5(\text{syst}) \text{ MeV},$$
$$\Gamma = 33.0 \pm 7.5(\text{stat}) \pm 23.6(\text{syst}) \text{ MeV},$$
$$a_{\bar{K}N} = (1.24 \pm 0.57) + i(0.18 \pm 0.13) \text{ fm}.$$

- Belle 合作组目前无法区分该信号来自 Σ^* 共振态还是 $\bar{K}N$ 阈值效应。

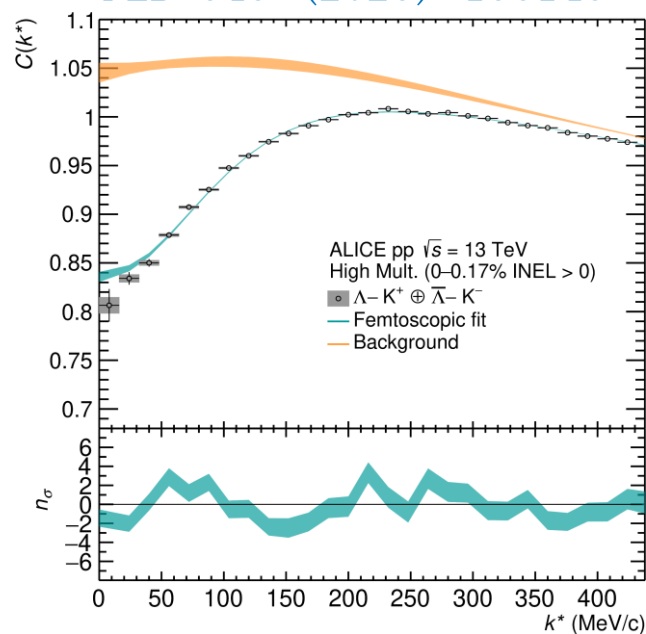


1. 研究目的与动机

- ▶ 随着飞米技术在高能物理实验上的应用，STAR、ALICE等合作组提供了越来越多的关于关联函数的实验数据

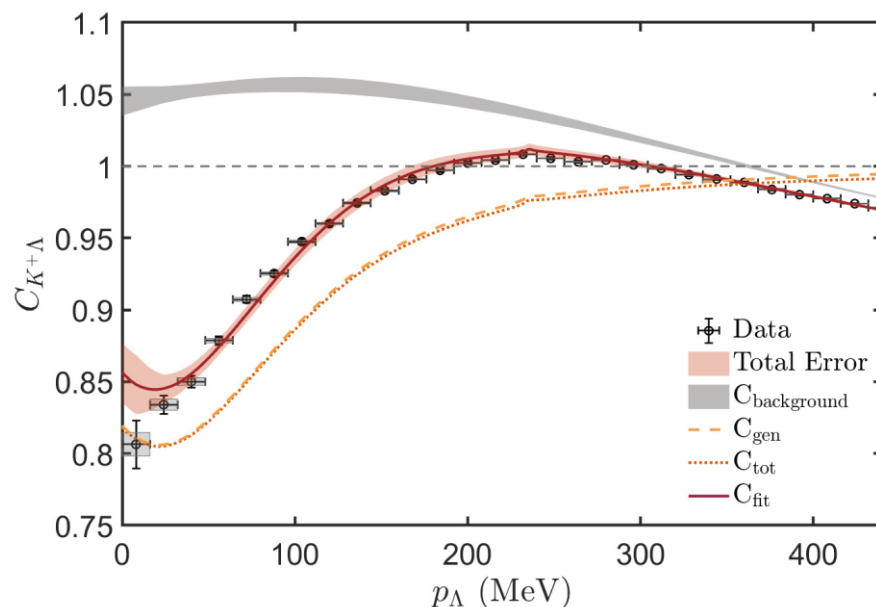
ALICE合作组

PLB 845 (2023) 138145



$K^+ \Lambda$ 的关联函数

- ▶ Si-Wei Liu, Ju-Jun Xie 在手征么正法的理论框架下很好地重现了 $K^+ \Lambda$ 关联函数的实验数据。arXiv:2503.22453 [hep-ph]



- ▶ $K^+ \Lambda$ 关联函数为 $N^*(1535)$ 强子分子态图像提供了新的证据,
- ▶ 从关联函数的角度研究 $\Sigma^*(1430)$ 。



2. 手征么正法中的 $\bar{K}N$ 耦合道相互作用

► 耦合道: $\bar{K}^0 p$, $\pi^+ \Sigma^0$, $\pi^0 \Sigma^+$, $\pi^+ \Lambda$, $\eta \Sigma^+$, 不考虑库伦相互作用

► 由介子-重子的最低阶手征拉氏量, 得到跃迁势为

$$V_{ij} = -\frac{1}{4f^2} C_{ij} (k_i^0 + k_j^0), \quad f = 93 \text{ MeV},$$

C_{ij}	$\bar{K}^0 p$	$\pi^+ \Sigma^0$	$\pi^0 \Sigma^+$	$\pi^+ \Lambda$	$\eta \Sigma^+$
$\bar{K}^0 p$	1	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\sqrt{\frac{3}{2}}$
$\pi^+ \Sigma^0$		0	-2	0	0
$\pi^0 \Sigma^+$			0	0	0
$\pi^+ \Lambda$				0	0
$\eta \Sigma^+$					0

► 散射振幅 T 通过求解 BS 方程得到

$$T = [I - VG]^{-1}V,$$

G 为介子-重子传播子圈函数

$$G_i = 2M_i \int_{|\vec{q}| < q_{\max}} \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} \frac{w_1(\vec{q}) + w_2(\vec{q})}{2 w_1(\vec{q}) w_2(\vec{q})} \frac{1}{s - [w_1(\vec{q}) + w_2(\vec{q})]^2 + i\epsilon},$$

$$q_{\max} = 630 \text{ MeV}$$

► 通过求解 $\text{Det}(1 - VG) = 0$ 寻找极点,

$$G_i^{II}(\sqrt{s}) = G_i(\sqrt{s}) + i \frac{M}{2\pi\sqrt{s}} q_{\text{on}}, \quad \text{for } \text{Re}(\sqrt{s}) > \sqrt{s}_{\text{th}},$$

$$\sqrt{s}_p = 1431.83 - i 104.75 \text{ MeV}.$$



2. 手征么正法中的 $\bar{K}N$ 耦合道相互作用

► 手征么正法

$1431.83 - i 104.75$ MeV.

► Belle合作组

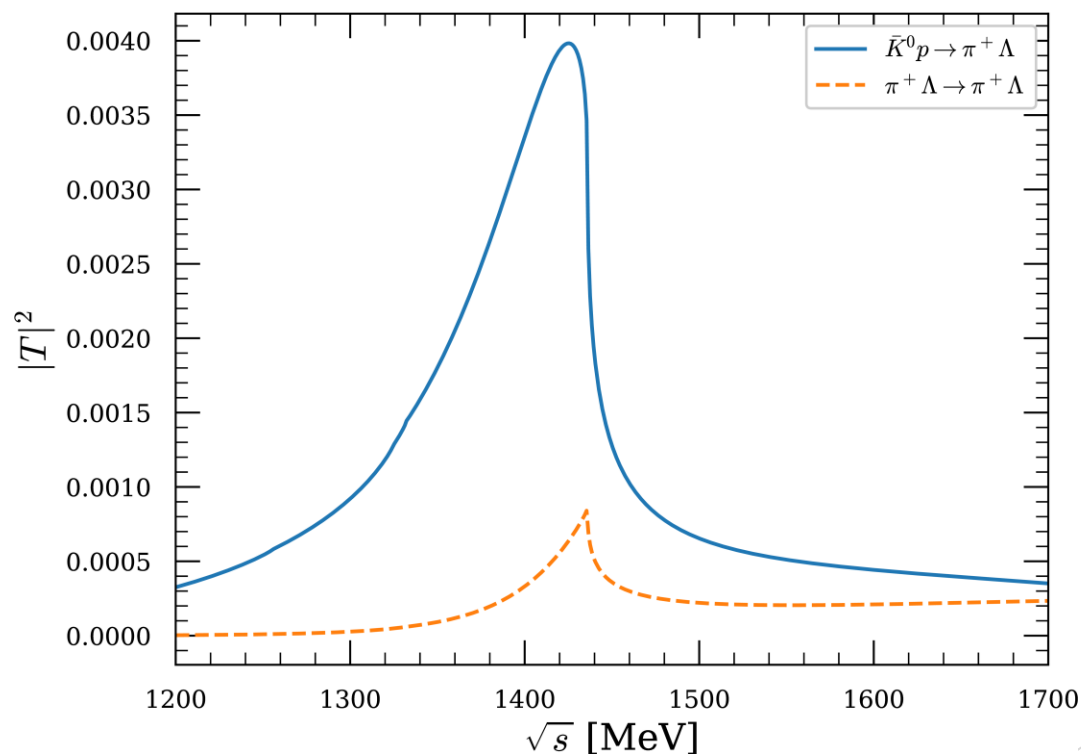
$\Lambda\pi^+$: $M = 1434.3$ MeV,

$\Gamma = 11.5$ MeV,

$\Lambda\pi^-$: $M = 1438.5$ MeV,

$\Gamma = 33.0$ MeV.

► 手征么正法得到的 $\bar{K}^0 p \rightarrow \pi^+ \Lambda$ 和 $\pi^+ \Lambda \rightarrow \pi^+ \Lambda$ 的振幅模方 $|T_{ij}|^2$ 。



► 在解释阈值附近的极点需要格外谨慎



3. 关联函数和可观测量

- ▶ 关联函数 $C(p_a, p_b)$ 是在同一事件中发现动量为 p_a 和 p_b 的两粒子的概率与在不同事件中分别探测到它们的概率的比值,

$$C(\vec{p}) \approx \int d^3\vec{r} S_{12}(\vec{r}) |\psi(\vec{r}, \vec{p})|^2,$$

$S_{12}(\vec{r})$ 被称为源函数

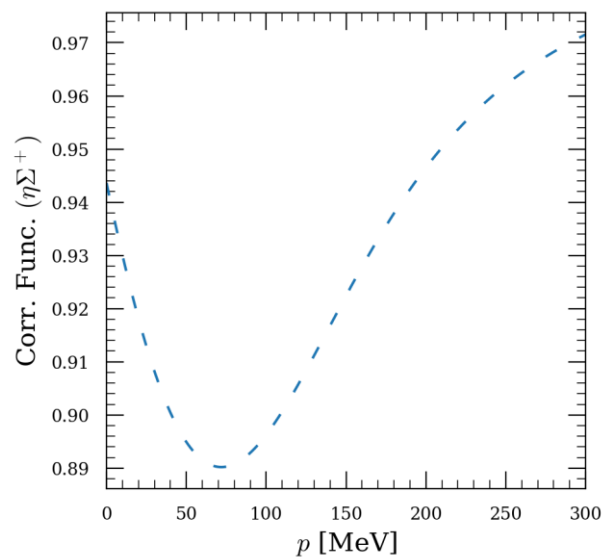
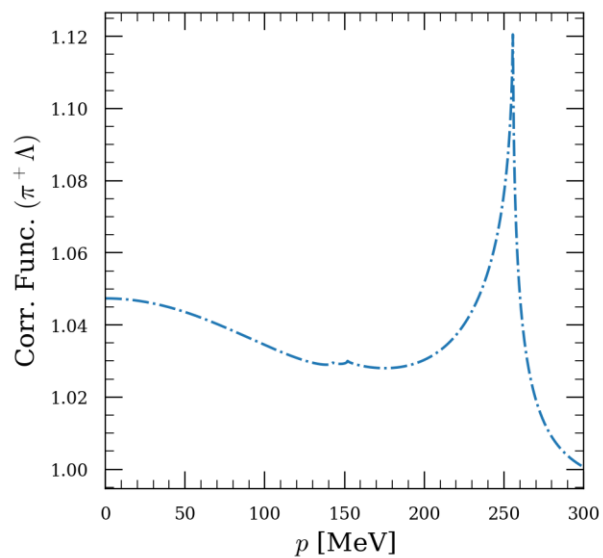
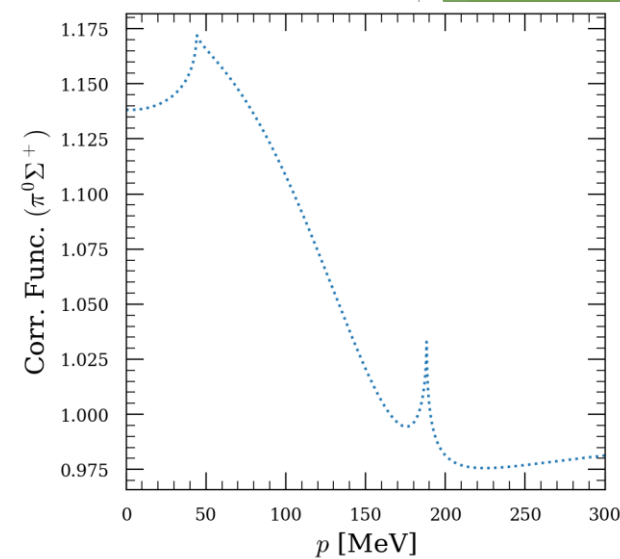
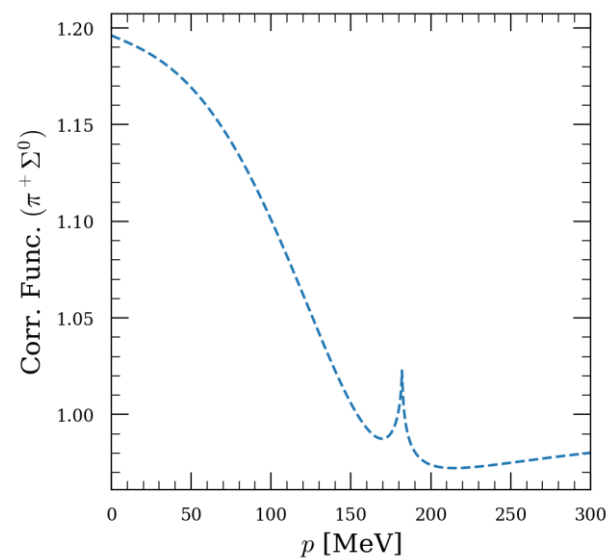
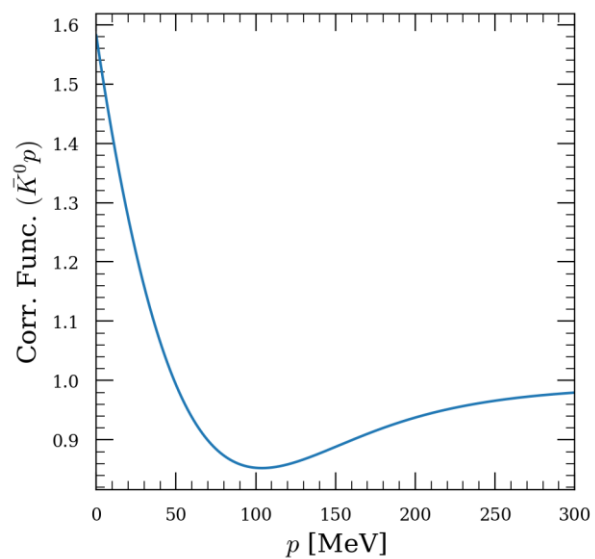
$$S_{12}(\vec{r}) = \frac{1}{(\sqrt{4\pi}R)^3} \exp\left(-\frac{r^2}{4R^2}\right), \quad R \text{ 是源的大小, 通常取为 } 1\text{--}5 \text{ fm}.$$

$$\begin{aligned} \text{▶ } C_i(p) = & 1 + 4\pi\theta(q_{\max} - p) \int_0^{+\infty} dr r^2 S_{12}(r) \\ & \times \left\{ \left| j_0(pr) + T_{ii}(E) \tilde{G}_i(r, E) \right|^2 + \sum_{j \neq i} \left| T_{ij}(E) \tilde{G}_j(r, E) \right|^2 - j_0^2(pr) \right\}, \end{aligned}$$

其中 T 为手征么正法得到的散射振幅, j_0 为零阶球贝塞尔函数,

$$\tilde{G}_i(r, E) = 2M_i \int_{|\vec{q}| < q_{\max}} \frac{d^3\vec{q}}{(2\pi)^3} \frac{\omega_1(q) + \omega_2(q)}{2\omega_1(q)\omega_2(q)} \frac{j_0(qr)}{s - [\omega_1(q) + \omega_2(q)]^2 + i\epsilon}.$$

3. 关联函数和可观测量





3. 关联函数和可观测量

► 散射振幅 T 与量子力学振幅的关系为

$$T = -\frac{8\pi\sqrt{s}}{2M} f^{QM} \simeq -\frac{8\pi\sqrt{s}}{2M} \frac{1}{-\frac{1}{a} + \frac{1}{2} r_0 p^2 - ip},$$

► 散射长度 a_i 和有效力程 r_i

$$\frac{1}{a_i} = \frac{8\pi\sqrt{s}}{2M_i} (T_{ii})^{-1} \Big|_{\sqrt{s}_{\text{th},i}}, \qquad r_i = \frac{1}{\mu_i} \frac{\partial}{\partial \sqrt{s}} \left[\frac{-8\pi\sqrt{s}}{2M_i} (T_{ii})^{-1} + ip_i \right]_{\sqrt{s}_{\text{th},i}},$$

反应道	$\bar{K}^0 p$ (1)	$\pi^+ \Sigma^0$ (2)	$\pi^0 \Sigma^+$ (3)	$\pi^+ \Lambda$ (4)	$\eta \Sigma^+$ (5)
$a_i(\text{fm})$	$0.452 - i1.125$	$-0.150 - i0.028$	$-0.116 - i0.003$	-0.045	$0.080 - i0.151$

Belle: $a_{\bar{K}N} = (0.48 \pm 0.32) + i(1.22 \pm 0.83) \text{ fm}$

反应道	$\bar{K}^0 p$ (1)	$\pi^+ \Sigma^0$ (2)	$\pi^0 \Sigma^+$ (3)	$\pi^+ \Lambda$ (4)	$\eta \Sigma^+$ (5)
r_i	$0.043 - i0.451$	$-35.243 - i16.619$	$-67.401 + i0.388$	-65.868	$0.308 + i0.326$



4. 逆问题：从关联函数提取相互作用

► 最小模型依赖方法

$$V_{ij} = -\frac{1}{4f^2} \tilde{C}_{ij} (k_i^0 + k_j^0),$$

$\tilde{C}_{ij}$	$\bar{K}^0 p$	$\pi^+ \Sigma^0$	$\pi^0 \Sigma^+$	$\pi^+ \Lambda$	$\eta \Sigma^+$
$\bar{K}^0 p$	$\tilde{C}_{11}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}} \tilde{C}_{12}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \tilde{C}_{12}$	$-\tilde{C}_{14}$	$-\tilde{C}_{15}$
$\pi^+ \Sigma^0$		$\frac{1}{2}(\tilde{C}_{22} + \tilde{C}'_{22})$	$\frac{1}{2}(-\tilde{C}_{22} + \tilde{C}'_{22})$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \tilde{C}_{24}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \tilde{C}_{25}$
$\pi^0 \Sigma^+$			$\frac{1}{2}(\tilde{C}_{22} + \tilde{C}'_{22})$	$-\frac{1}{\sqrt{2}} \tilde{C}_{24}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}} \tilde{C}_{25}$
$\pi^+ \Lambda$				$\tilde{C}_{44}$	$\tilde{C}_{45}$
$\eta \Sigma^+$					$\tilde{C}_{55}$

- 仅考虑了同位旋对称性，其中 $\tilde{C}_{22}$ 和 $\tilde{C}'_{22}$ 分别对应同位旋 $I = 1$ 和 $I = 2$ 的系数。

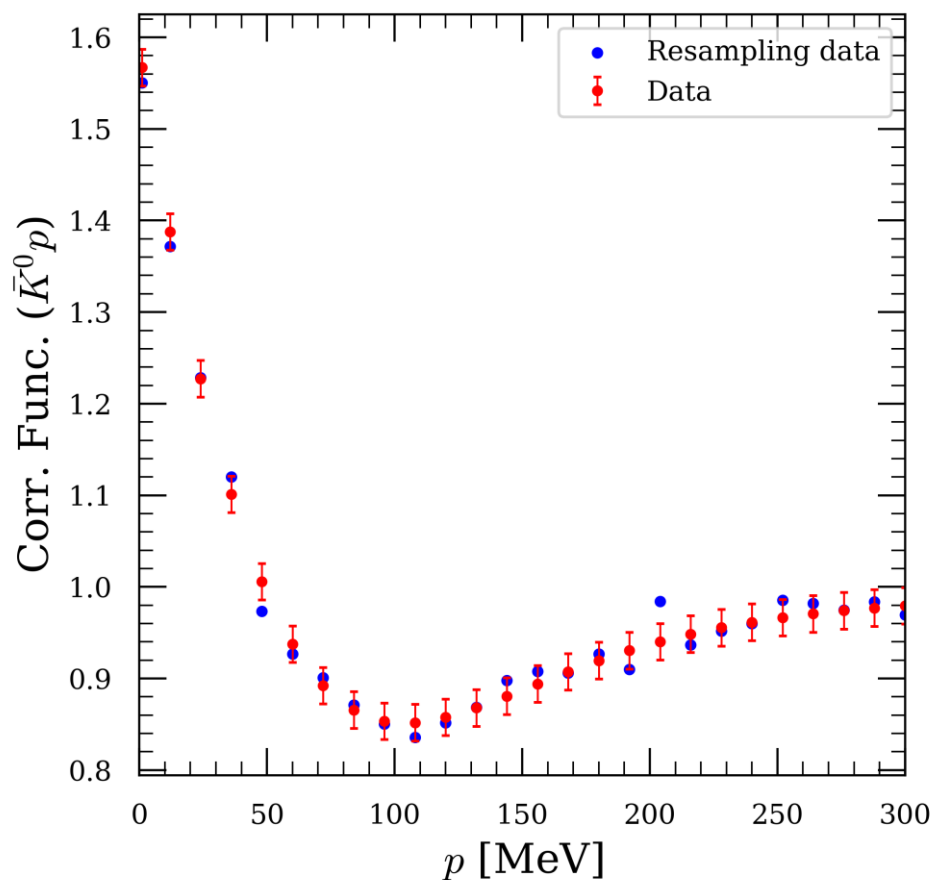


4. 逆问题：从关联函数提取相互作用

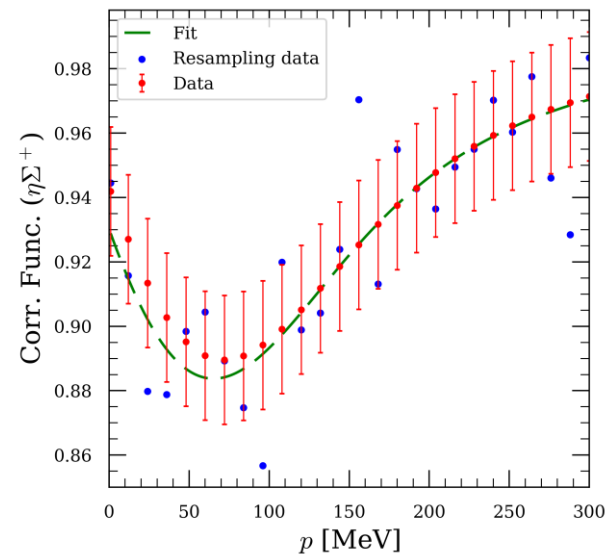
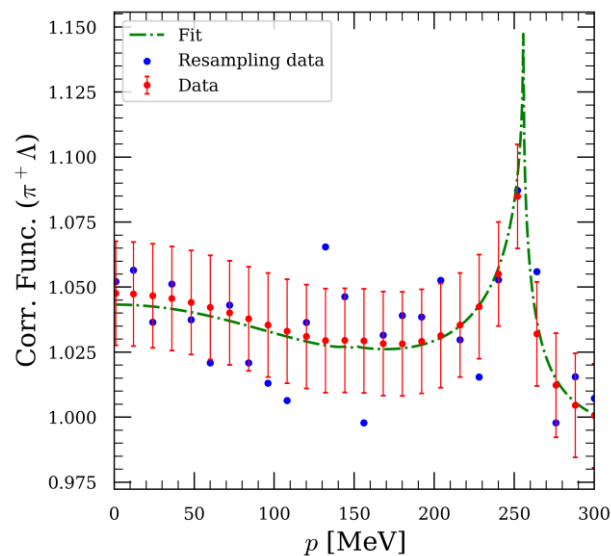
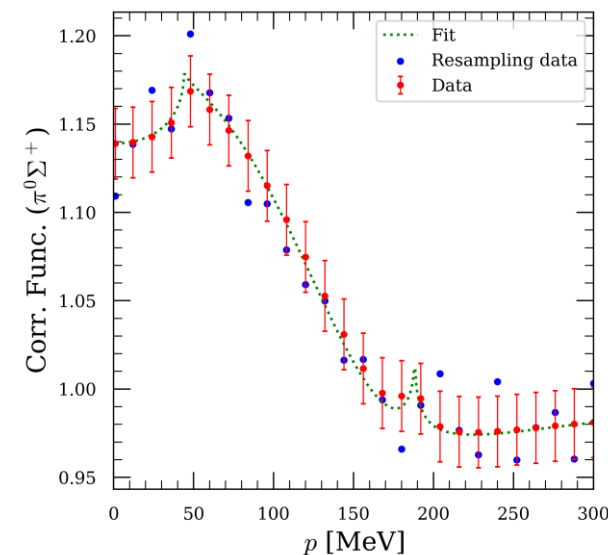
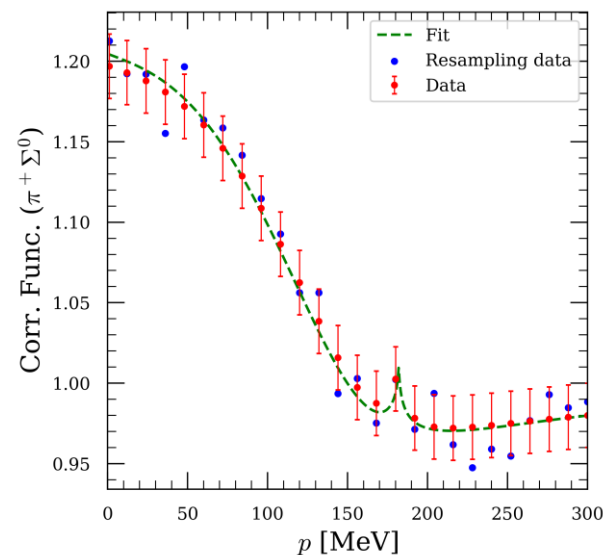
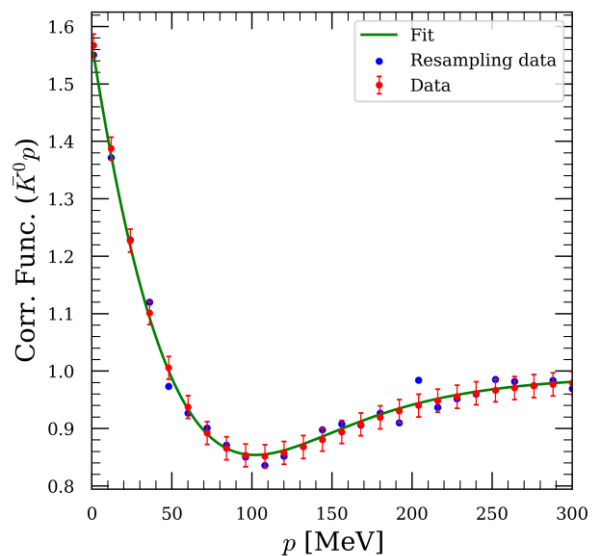
- ▶ 总共有 13 个自由参数，包括 11 个 $\tilde{C}_{ij}$ 系数、截断动量参数 $q_{\max}$ 和表示源大小的参数 R
- ▶ 由于这些自由参数之间存在较强的相关性，不同的参数集合能得到相同的物理量

▶ 重采样方法

- ▶ 每个反应道的关联函数取26个点
- ▶ 将这些点作为高斯分布的期望值，标准差假设为0.02，产生一组随机数
- ▶ 将这组高斯分布的随机数作为赝数据，并且具有统一的误差0.02
- ▶ 对赝数据进行拟合，并得到一组最佳拟合参数
- ▶ 重复该过程50次



4. 逆问题：从关联函数提取相互作用





4. 逆问题：从关联函数提取相互作用

► 自由参数的拟合结果

$\tilde{C}_{11}$	$\tilde{C}_{12}$	$\tilde{C}_{14}$	$\tilde{C}_{15}$	$\tilde{C}_{22}$
1.036 ± 0.261	-0.985 ± 0.138	-1.204 ± 0.220	-0.829 ± 0.406	1.924 ± 0.147
$\tilde{C}'_{22}$	$\tilde{C}_{24}$	$\tilde{C}_{25}$	$\tilde{C}_{44}$	$\tilde{C}_{45}$
-2.136 ± 0.465	-0.057 ± 0.342	-0.028 ± 0.571	-0.053 ± 0.141	-0.066 ± 0.706
$\tilde{C}_{55}$	$q_{\max}(\text{MeV})$	$R(\text{fm})$		
0.043 ± 0.447	653.468 ± 63.802	0.995 ± 0.029		

► 自由参数的误差很大，因为它们之间存在较强的相关性

► 更关注极点位置和散射参数

► 拟合得到的极点：

$$\sqrt{s}_p = (1420 \pm 10) - i(101 \pm 19) \text{ MeV}$$

► 手征么正法得到的极点：

$$1431.83 - i 104.75 \text{ MeV.}$$



4. 逆问题：从关联函数提取相互作用

► 手征么正法得到的散射参数(单位： fm)

反应道	$\bar{K}^0 p$ (1)	$\pi^+ \Sigma^0$ (2)	$\pi^0 \Sigma^+$ (3)	$\pi^+ \Lambda$ (4)	$\eta \Sigma^+$ (5)
$a_i(\text{fm})$	$0.452 - i1.125$	$-0.150 - i0.028$	$-0.116 - i0.003$	-0.045	$0.080 - i0.151$

反应道	$\bar{K}^0 p$ (1)	$\pi^+ \Sigma^0$ (2)	$\pi^0 \Sigma^+$ (3)	$\pi^+ \Lambda$ (4)	$\eta \Sigma^+$ (5)
r_i	$0.043 - i0.451$	$-35.243 - i16.619$	$-67.401 + i0.388$	-65.868	$0.308 + i0.326$

► 拟合得到的散射参数(单位： fm)

$a_1 (\bar{K}^0 p)$	$a_2 (\pi^+ \Sigma^0)$	$a_3 (\pi^0 \Sigma^+)$
$(0.468 \pm 0.088) - i(1.130 \pm 0.041)$	$-(0.148 \pm 0.010) - i(0.030 \pm 0.004)$	$-(0.113 \pm 0.010) - i(0.004 \pm 0.003)$
$a_4 (\pi^+ \Lambda)$	$a_5 (\eta \Sigma^+)$	
$-(0.045 \pm 0.008)$	$(0.083 \pm 0.010) - i(0.161 \pm 0.026)$	

$r_1 (\bar{K}^0 p)$	$r_2 (\pi^+ \Sigma^0)$	$r_3 (\pi^0 \Sigma^+)$
$(0.025 \pm 0.150) - i(0.452 \pm 0.089)$	$-(38.019 \pm 6.345) - i(16.534 \pm 1.932)$	$-(75.053 \pm 17.150) + i(1.143 \pm 1.456)$
$r_4 (\pi^+ \Lambda)$	$r_5 (\eta \Sigma^+)$	
$-(75.035 \pm 19.508)$	$(0.334 \pm 0.761) + i(0.380 \pm 0.947)$	

5. 总结

- ▶ 使用手征么正法研究了 $\bar{K}N$ 耦合道，动力学产生了 $\Sigma^*(1430)(1/2^-)$ ， $\sqrt{s_p} = 1431.83 - i \ 104.75 \text{ MeV}$ 。
- ▶ 计算了各反应道散射长度 a_i 和有效力程 $r_{0,i}$ ，我们计算得到的 $a_{\bar{K}^0 p}$ 与Belle合作组给出的结果数值是一致的。
- ▶ 计算了各反应道的关联函数，使用重采样方法产生赝数据，使用最小模型依赖方法进行拟合。
- ▶ 从关联函数提取相互作用，可以精确地确定极点位置和散射参数等可观测量，这意味着关联函数将成为我们研究奇特强子态一个全新的有力工具。





谢谢！