



华中师范大学  
CENTRAL CHINA NORMAL UNIVERSITY

Technische Universität München



# 重夸克偶素产生机制与有效场论

近期进展报告

王翔鹏

慕尼黑工业大学

2024年12月3日

华中师大，武汉

# 目录

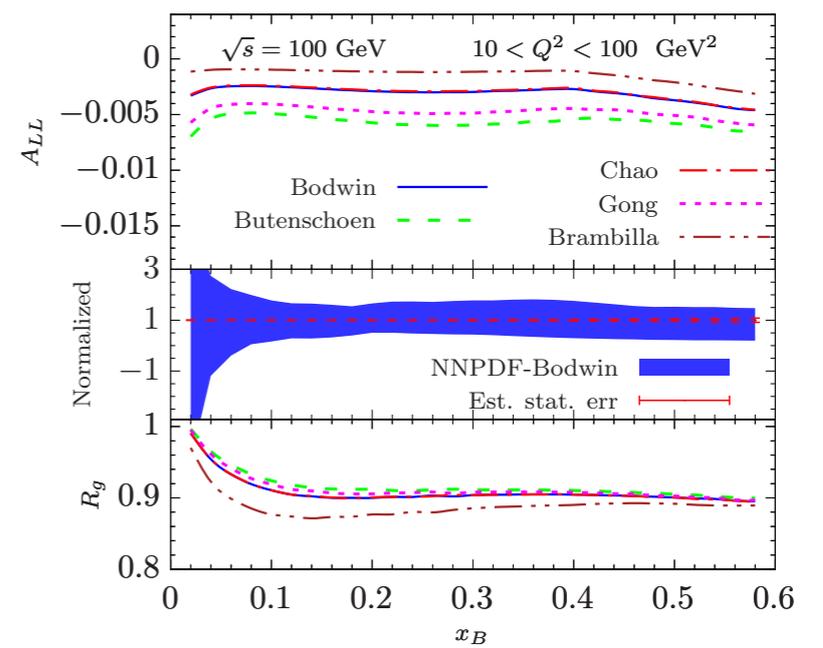
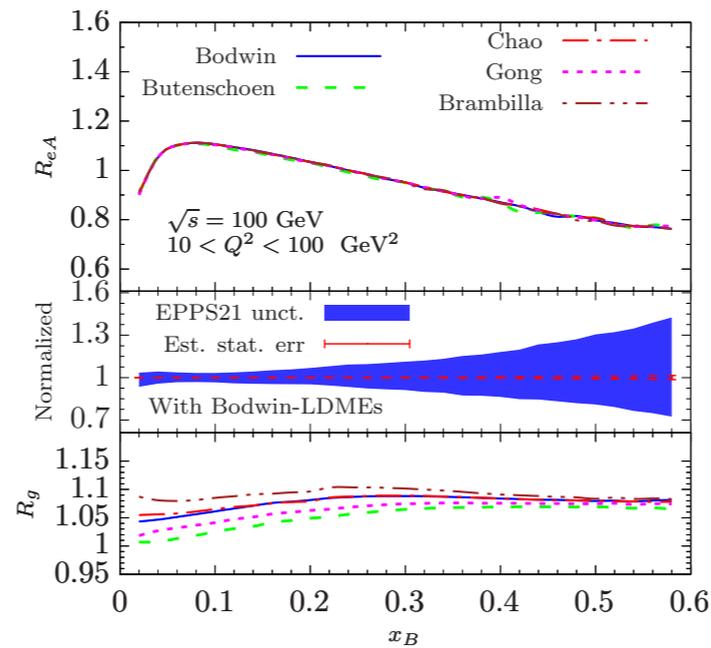
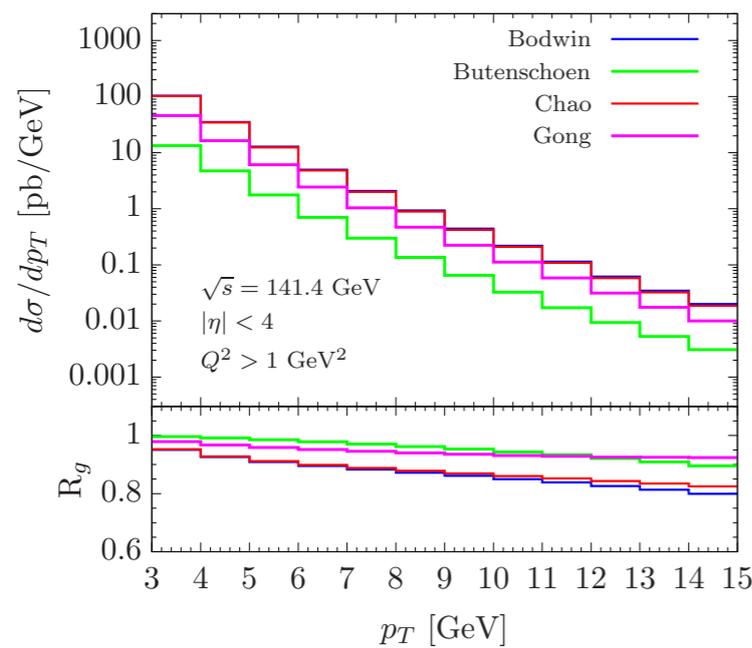
- 基本信息, 学习和研究工作经历
- 研究方向简介及代表性研究成果总结
  - A. 重夸克偶素的单举 (**inclusive**) 产生机制与非相对论 QCD (**NRQCD, pNRQCD**) 有效场论及因子化
    - 1. **NRQCD** 因子化简介及研究现状综述
    - 2. 包含双重夸克偶素过程的**NRQCD** 因子化破坏及其解决方案
    - 3. **NRQCD** 长程矩阵元 (**LDMEs**) 在 **pNRQCD** 框架下的再因子化及其唯象应用
    - 4. 重夸克偶素在 **LHC, HERA, LEP** 等对撞机上单举产生与极化的系统化研究
  - B. 重夸克偶素的遍举 (**exclusive**) 产生与软-共线有效理论 (**SCET**)
  - C. **Off-lightcone Wilson-line** 算符 **Gradient flow** (格点) 匹配计算的简便方法

## 基本信息，学习和研究工作经历

- **1989年10月**生于江西省上饶市
- **2007年 - 2011年**，吉林大学本科
- **2011年 - 2014年**，中国科学院大学硕士研究生 (导师：杨德山教授)
- **2014年 - 2018年**，德国汉堡大学和 **DESY** 博士研究生 (导师：Bernd Kniehl)
- **2018年 - 2019年**，中国科学院大学，复旦，上海交大，华南师大访问 (等美国签证)
- **2019年 - 2021年**，美国阿贡国家实验室博士后 (合作导师：Geoffrey Bodwin)
- **2021年 - 目前**，德国慕尼黑工大博士后 (合作导师：Nora Brambilla)

# $J/\psi$ 的产生作为在 EIC 上研究核子结构及QGP的优秀探针

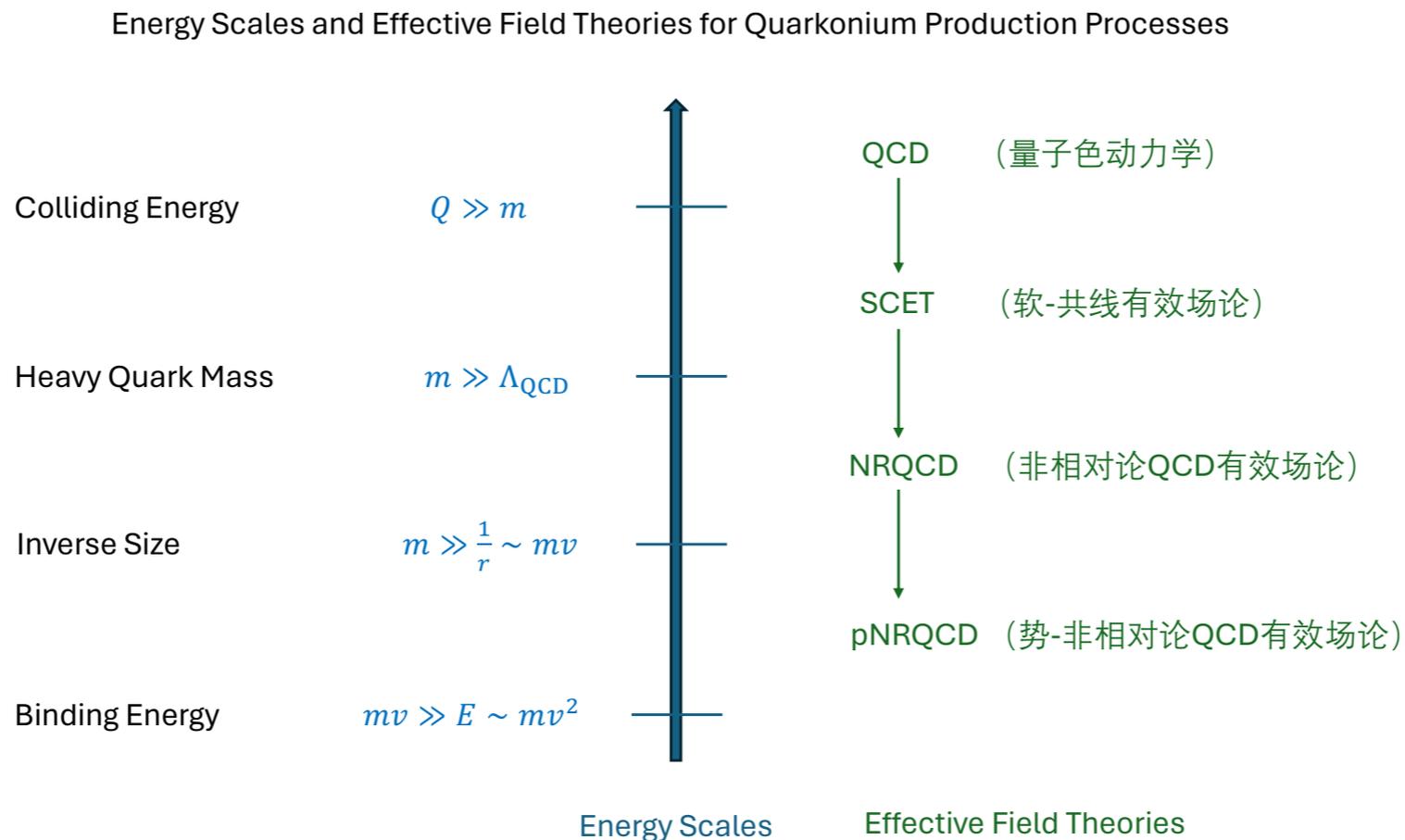
- 提出 **EIC** 上的新观测量：在  $ep$  质心系中测量  $ep \rightarrow J/\psi + X$  过程  $J/\psi$  的  $p_T$  分布。相比于  $J/\psi$  **photoproduction** (比如 **HERA**), 该新观测量消除了来自 **QED** 修正的不确定性, 可以很好地用来限定胶子 **PDFs** (见下左图所示  $R_g$ )。成果受邀发表在: [J.-W. Qiu, X.-P. Wang & H. Xing, CPL 38 \(2021\) 4, 041201](#)
- 提出利用 **EIC** 上  $J/\psi$  - **tagged DIS** 过程研究胶子 **PDFs**  $R_g$ , **nuclear modification factor**  $R_{eA}$ , 以及 **double spin asymmetry**  $A_{LL}$  (见下中, 右图)。成果发表在: [Z. Chu, J. Chen, X.-P. Wang & H. Xing, arXiv: 2406.01406](#)



- $J/\psi$  在 **EIC** 上的单举产生也是研究核子的胶子横向动量分布 (**TMDs**) 的优秀工具, 其遍举 (**exclusive**) 产生过程是研究核子的胶子广义部分子分布 (**GPDs**) 的理想过程, 如近期 **JLAB GluX** 测量的  $J/\psi$  近阈遍举产生。
- 另外, 重夸克偶素也是研究夸克胶子等离子体 (**QGP**) 的优秀探针。
- 深入理解重夸克偶素的产生机制是不仅有助于深入理解 **QCD**, 也是更好地利用其作为探针研究核子结构的基础。

# 重夸克偶素产生过程中的能标与有效场论

- 重夸克偶素：正反重夸克束缚态， $J/\psi$ ,  $\Upsilon \dots$ ，被称为**QCD中的氢原子**。
- 重夸克偶素在对撞机上的产生是一个典型的**非常复杂的多能标过程**：



- 其中，**NRQCD** 因子化 (假设) 是目前研究重夸克偶素的产生与衰变过程使用最广泛的理论框架。

# NRQCD 因子化简介

- 重夸克偶素的单举产生截面的 **NRQCD** 因子化公式 ( $\alpha_s, v^2$  的双重展开):

NRQCD: G. T. Bodwin, E. Bratten & G. P. Lapge, PRD 51 (1995) 1125, ~ 3000 引用

$$\sigma(A + B \rightarrow H + X) = \sum_n \hat{\sigma}(A + B \rightarrow Q\bar{Q}(n) + X) \langle 0 | \mathcal{O}^H(n) | 0 \rangle,$$

- $\hat{\sigma}$  为短程系数 (**SDCs**), 可微扰 ( $\alpha_s$ ) 展开计算;
- $\langle 0 | \mathcal{O}^H(n) | 0 \rangle$  为普适非微扰长程矩阵元 (**LDMEs**), 表征处于量子态  $n = {}^{2S+1}L_J^{[1/8]}$  的  $Q\bar{Q}$  强子化为重夸克偶素的“概率”, 按  $v^2$  的幂次展开。其中 [1], [8] 分别表示色单态 (**color-singlet, CS**) 和色八重态 (**color-octet, CO**);
- 以  $J/\psi$  为例, 在目前理论精度下,  $n$  通常包含:  ${}^3S_1^{[1]}(v^0), {}^1S_0^{[8]}(v^4), {}^3S_1^{[8]}(v^4), {}^3P_J^{[8]}(v^4)$
- **CS LDMEs** 可以与重夸克偶素波函数联系起来, 通过解薛定谔方程或者对比双轻衰变数据得到;
- 无法直接用格点方法计算 **CO LDMEs**, 目前其数值都是通过对比实验数据与 **NLO** 理论计算拟合得到。

## 重夸克自旋对称性 (HQSS)

- 重夸克自旋对称性 (Heavy quark spin symmetry — HQSS):

将不同角动量P-波的LDMEs联系起来:

$$\langle 0 | \mathcal{O}^{J/\psi}(^3P_J^{[8]}) | 0 \rangle = (2J + 1) \langle 0 | \mathcal{O}^{J/\psi}(^3P_0^{[8]}) | 0 \rangle + O(v^2),$$

因此对于  $J/\psi$ , 我们有 3 个常用的待定色八重态 LDMEs, 对应  $\langle \mathcal{O}^{J/\psi}(^1S_0^{[8]}) \rangle, \langle \mathcal{O}^{J/\psi}(^3S_1^{[8]}) \rangle, \langle \mathcal{O}^{J/\psi}(^3P_0^{[8]}) \rangle$

将  $J/\psi$  与  $\eta_c$  的 LDMEs 联系起来

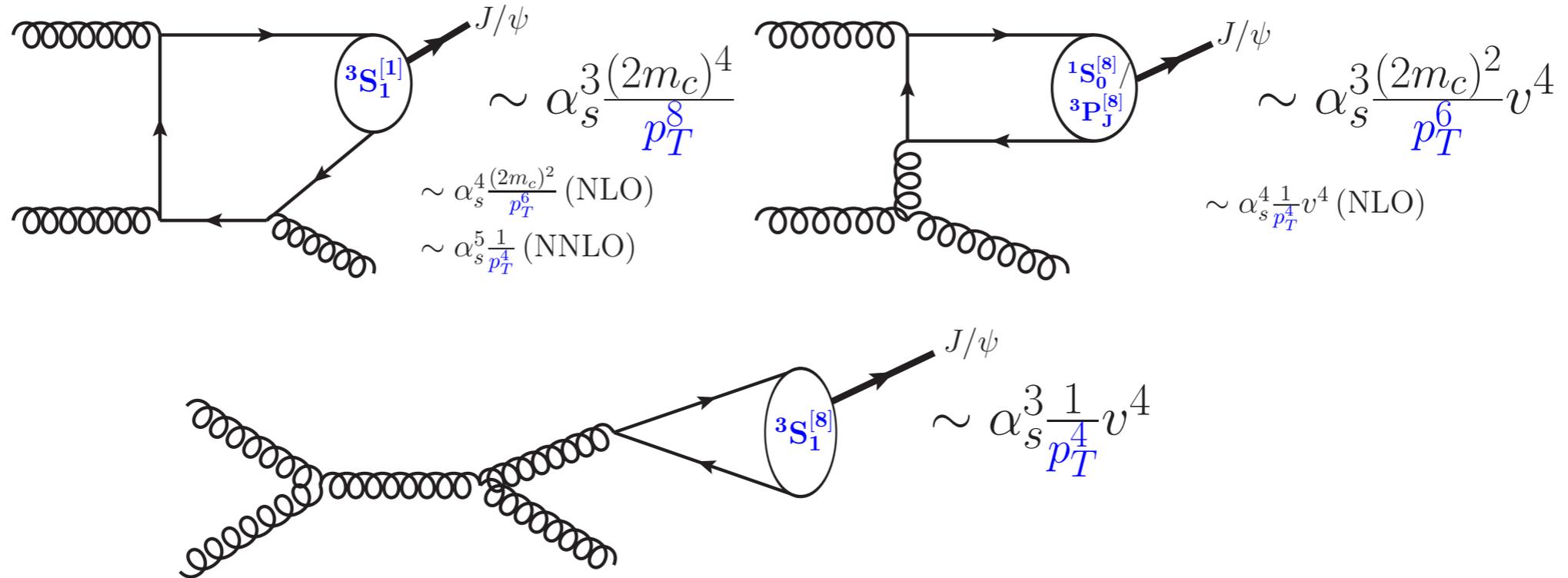
$$\langle 0 | \mathcal{O}^{J/\psi}(^3S_1^{[1/8]}) | 0 \rangle = 3 \langle 0 | \mathcal{O}^{\eta_c}(^1S_0^{[1/8]}) | 0 \rangle + O(v^2),$$

$$\langle 0 | \mathcal{O}^{J/\psi}(^1S_0^{[8]}) | 0 \rangle = \langle 0 | \mathcal{O}^{\eta_c}(^3S_1^{[8]}) | 0 \rangle + O(v^2),$$

$$\langle 0 | \mathcal{O}^{J/\psi}(^3P_0^{[8]}) | 0 \rangle = \frac{1}{3} \langle 0 | \mathcal{O}^{\eta_c}(^1P_1^{[8]}) | 0 \rangle + O(v^2) \dots$$

## J/ψ 在 LHC 上单举产生的大 p<sub>T</sub> 行为

- 对于大 p<sub>T</sub> J/ψ 在 **LHC** 单举产生的理论计算，除了要考虑 α<sub>s</sub>, v<sup>2</sup> 展开阶数，**p<sub>T</sub> 行为更关键**



- 在 **LO**, 只有  $3S_1^{[8]}$  道给出 p<sub>T</sub> 领头阶 (1/p<sub>T</sub><sup>4</sup>, **LP**) 的贡献，因此导致 J/ψ 强横向极化的理论预言，与 **LHC** 等强子对撞上的几乎非极化的实验数据明显矛盾 (**J/ψ 极化疑难!**)。
- 研究表明  $3S_1^{[1]}$  的 **LP (NNLO)** 贡献相对很小，同时  $1S_0^{[8]}$ ,  $3P_J^{[8]}$  道的 **LP** 贡献在微扰展开的 **NLO** 才出现，**我们需要计算到 NLO 才能给出可靠的理论预言**。Lansberg, EPJC 61, 693 (2009)

## 研究现状及面临的挑战

- 重夸克偶素在**LHC**上的单举产生过程的**NLO** 计算是十分复杂的，在 **2010** 年左右才由北京大学，高能所，汉堡大学三个课题组实现了技术突破，数值计算需要超级计算机数个星期的并行运算。
- 距离实现重夸克偶素在 **LHC** 上的单举产生的 **NRQCD NNLO** 计算，目前在技术上还有很多困难要克服。
- 各个研究组通过对比实验数据与 **NLO** 计算，对  $J/\psi$  的 **3** 个色八重态 **LDMEs** 进行了拟合：
  - **Chao et al.,  $J/\psi$  hadroproduction  $p_T > 7\text{GeV}$  数据**, 拟合出了**3** 个 **LDMEs** 的 **2** 个线性组合  
Ma, Wang & Chao, PRL 106, 042002 (2011)
  - **Butenschoen et al.,  $J/\psi$  global fit  $p_T > 3\text{GeV}$** , 来自  $pp, p\bar{p}, \gamma p, \gamma\gamma, e^+e^-$  对撞实验数据  
Butenschoen & Kniehl, PRD 84, 051501 (2011)
  - **Zhang et al.,  $J/\psi$  hadroproduction  $p_T > 6.5\text{GeV}$  + LHCb  $\eta_c$  实验数据**  
Zhang, Sun, Sang & Li, PRL 114, 092006 (2015)
  - **Bodwin et al.,  $J/\psi$  hadroproduction  $p_T > 10\text{GeV}$ , NLO + 领头阶重求和**  
Bodwin, Chao, Chung, Kim, Lee & Ma, PRD 93, 034041 (2016)
  - **Feng et al.,  $J/\psi$  hadroproduction +  $J/\psi$  极化  $p_T > 7\text{GeV}$  实验数据**  
Feng, Gong, Chang & Wang, PRD 99, 014044 (2019)

## 研究现状及面临的挑战

**Table:** Selected representative fitting results in units of  $10^{-2} \text{ GeV}^3$ .

Group	$\langle \mathcal{O}^{J/\psi}(^3S_1^{[8]}) \rangle$	$\langle \mathcal{O}^{J/\psi}(^1S_0^{[8]}) \rangle$	$\langle \mathcal{O}^{J/\psi}(^3P_0^{[8]}) \rangle / m^2$
Chao et al. set 1	0.05	7.4	0
Chao et al. set 2	1.11	0	1.89
Butenschön et al.	$0.168 \pm 0.046$	$3.04 \pm 0.35$	$-0.404 \pm 0.072$
Zhang et al.	$1.0 \pm 0.3$	$0.74 \pm 0.3$	$1.7 \pm 0.5$
Bodwin et al.	$-0.713 \pm 0.364$	$11 \pm 1.4$	$-0.312 \pm 0.151$
Feng et al.	$0.117 \pm 0.058$	$5.66 \pm 0.47$	$0.054 \pm 0.005$

**Table:** Tests of the LDMEs for  $J/\psi$  from high  $p_T$   $pp$ , and low  $p_T$   $\gamma p$ ,  $\gamma\gamma$  collisions. ✓ ✗ indicates marginally well.

Group	$pp$ ( $J/\psi p_T$ in fit)	pol. ( $pp$ )	$\eta_c(pp)$	$J/\psi + Z$	$\gamma p$	$\gamma\gamma$
Chao et al. set 1	✓ ( $p_T > 7\text{GeV}$ )	✓	✗	-	✗	-
Chao et al. set 2	✓ ( $p_T > 7\text{GeV}$ )	✓	✓	-	✗	-
Butenschön et al.	✓ ( $p_T > 3\text{GeV}$ )	✗	✗	✗	✓	✗
Zhang et al.	✓ ( $p_T > 7\text{GeV}$ )	✓	✓	-	✗	-
Bodwin et al.	✓ ( $p_T > 10\text{GeV}$ )	✓	✗	✗	✗	-
Feng et al.	✓ ( $p_T > 7\text{GeV}$ )	✓	✗	-	✗	-

- **2015** 年之前，拟合的结果倾向于很大数值的  $\langle \mathcal{O}^{J/\psi}(^1S_0^{[8]}) \rangle$ ，从而得到  $J/\psi$  在 **LHC** 上的产生主要通过  $^1S_0^{[8]}$  中间态的结论，同时也能自然地解释  $J/\psi$  的极化数据。
- 基于重夸自旋对称性，**LHCb** 上  $\eta_c$  (**2015**年) 的产生数据把  $\langle \mathcal{O}^{J/\psi}(^1S_0^{[8]}) \rangle$  限定在较小的数值。
- 主要矛盾：**LHC** 上大  $p_T$   $J/\psi$  数据拟合出的 **LDMEs** 结果不能描述较小  $p_T$   $J/\psi$  在 **HERA** 等对撞实验中的产生。
- 许多专家（比如 **NRQCD** 创始人之一的 **Bodwin**）认为，**NRQCD** 因子化可能只在大  $p_T$  条件下成立。真的如此？

## A. 重夸克偶素单举产生 3 个方面的代表性研究进展

### 进展 A.1: 双重夸克偶素过程的NRQCD 因子化破坏及其解决方案

- 研究动机: 通过研究 **Belle** 实验上  $\Upsilon \rightarrow \text{charmonium} + X$  的过程研究重夸克偶素的产生机制。
- 我们发现, 包含双重夸克偶素的单举产生过程中存在着在已有的 **NRQCD** 因子化框架下无法消除的红外发散(来自于树图阶相空间积分), 这意味着这类过程中的 **NRQCD** 因子化破坏。
- 我们通过引入新的八费米子算符吸收这些红外发散, 从而使得 **NRQCD** 因子化得到修复。

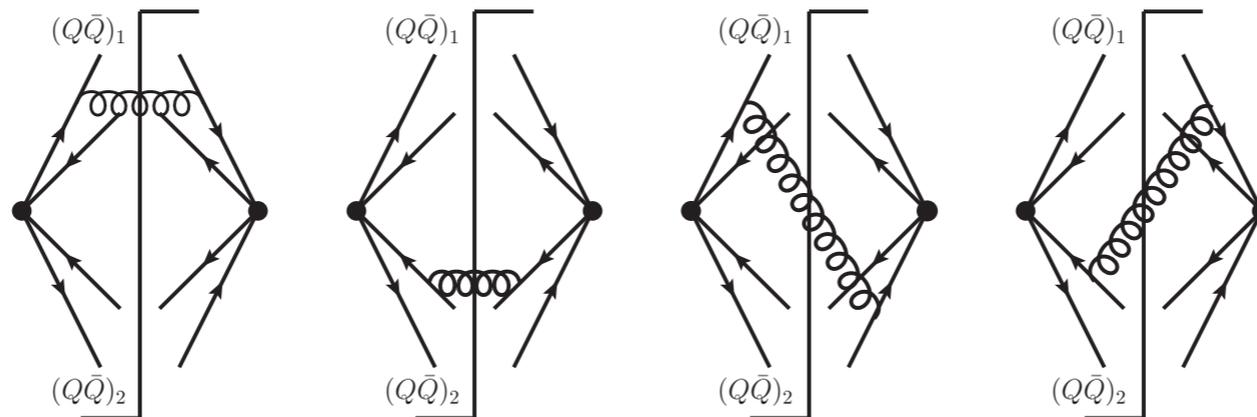


图: 八费米子算符单圈修正吸收上述导致因子化破坏的红外发散

- 理论及唯象意义: 扩充完善了 **NRQCD** 因子化, 对强子对撞机 (**LHC**等) 上双  $J/\psi$ ,  $J/\psi + \Upsilon$ , 双  $\Upsilon$  的产生的研究以及双部分子散射机制的研究有着非常重要的意义。
- 相关研究成果发表在: [He, Kniehl & X.-P. Wang, PRL 121 \(2018\) 172001; PRD 98\(2018\) 074005; PRD 101 \(2020\) 074002](#)

## 进展 A.2: LDMEs 在 pNRQCD 有效场论框架下的再因子化

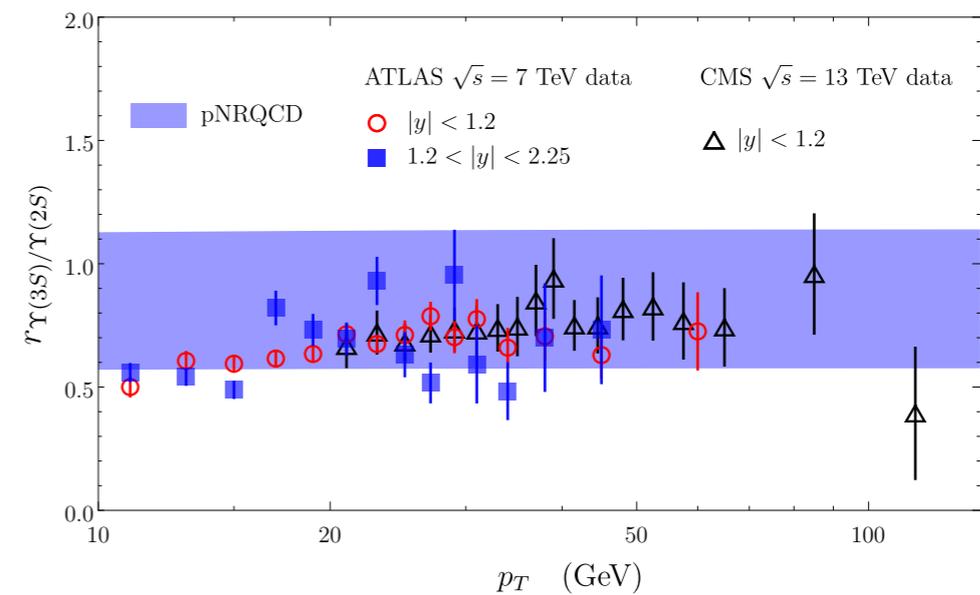
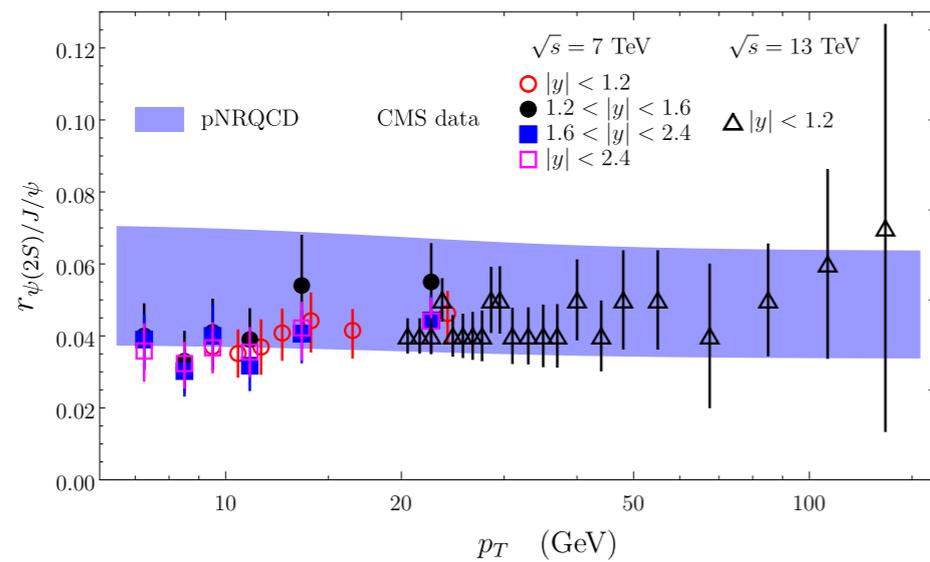
- 研究动机: 色八重态的 **LDMEs** 无法通过格点方法直接计算, 但是胶子关联函数可以。  $J/\psi$  色八重态 **LDMEs** 和胶子关联函数的关系? Brambilla et al., RMP 77, 1423 (2005).
- 基于 **pNRQCD** 有效理论将 **LDMEs** 再因子化为零点波函数的模方和胶子关联函数的乘积。研究成果发表在 [Brambilla, Chung, Vairo & X.-P. Wang, PRD 105 \(2022\) L111503 & JHEP 03 \(2023\)242](#)

$$\begin{aligned} \langle \mathcal{O}^V(^3S_1^{[1]}) \rangle &= 2N_c \times \frac{3|R_V^{(0)}(0)|^2}{4\pi}, & \mathcal{E}_{10;10} &= \left| d^{dac} \int_0^\infty dt_1 t_1 \int_{t_1}^\infty dt_2 g E^{b,i}(t_2) \right. \\ & & & \times \left. \Phi_0^{bc}(t_1; t_2) g E^{a,i}(t_1) \Phi_0^{df}(0; t_1) \Phi_\ell^{ef} | \Omega \rangle \right|^2, \\ \langle \mathcal{O}^V(^3S_1^{[8]}) \rangle &= \frac{1}{2N_c m^2} \frac{3|R_V^{(0)}(0)|^2}{4\pi} \mathcal{E}_{10;10}, & \mathcal{B}_{00} &= \left| \int_0^\infty dt g B^{a,i}(t) \Phi_0^{ac}(0; t) \Phi_\ell^{bc} | \Omega \rangle \right|^2, \\ \langle \mathcal{O}^V(^1S_0^{[8]}) \rangle &= \frac{1}{6N_c m^2} \frac{3|R_V^{(0)}(0)|^2}{4\pi} c_F^2 \mathcal{B}_{00}, & \mathcal{E}_{00} &= \left| \int_0^\infty dt g E^{a,i}(t) \Phi_0^{ac}(0; t) \Phi_\ell^{bc} | \Omega \rangle \right|^2, \\ \langle \mathcal{O}^V(^3P_0^{[8]}) \rangle &= \frac{1}{18N_c} \frac{3|R_V^{(0)}(0)|^2}{4\pi} \mathcal{E}_{00}, \end{aligned}$$

- 其中  $|R_V(0)|^2$  为零点波函数的模方, 可以通过解势模型薛定谔方程得到,  $\mathcal{E}_{10;10}$ ,  $\mathcal{B}_{00}$ , and  $\mathcal{E}_{00}$  为胶子关联函数, 可以通过格点方法计算得到。以上关系忽略了  $\mathcal{O}(v^2, 1/N_c^2)$  的修正。
- 理论及唯象意义: 将不同的自旋为 **1** 的 **S**-波重夸克偶素色八重态 **LDMEs** 通过胶子关联函数联系起来, **大大减少了计算这些重夸克偶素产生过程的独立非微扰参数 (15个以上减少到3个)**, 显著提升了理论预言能力。

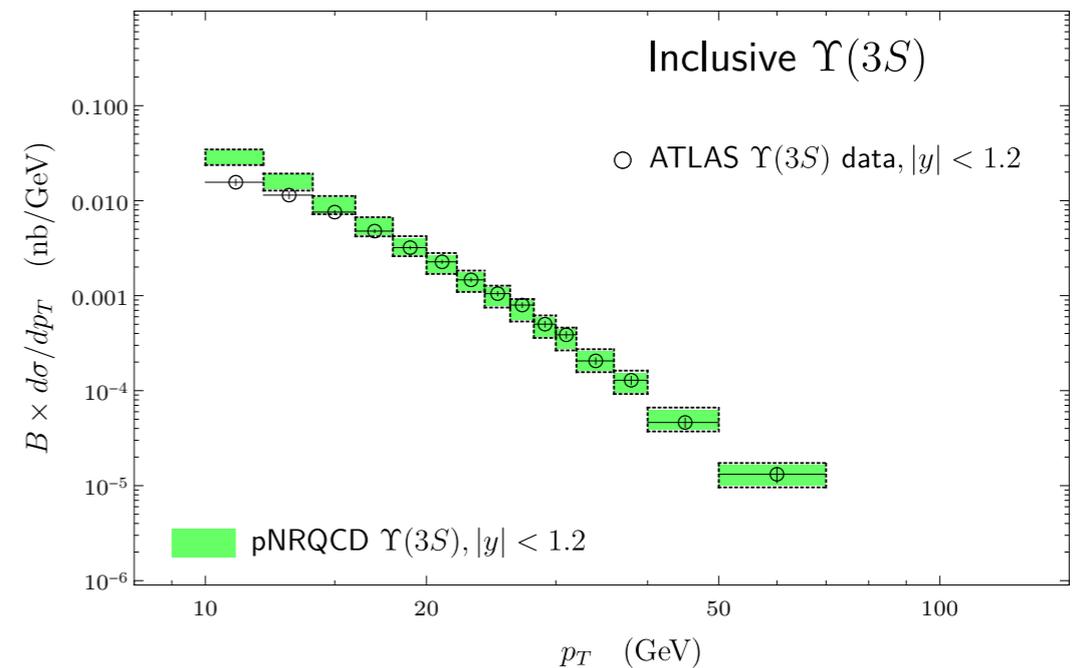
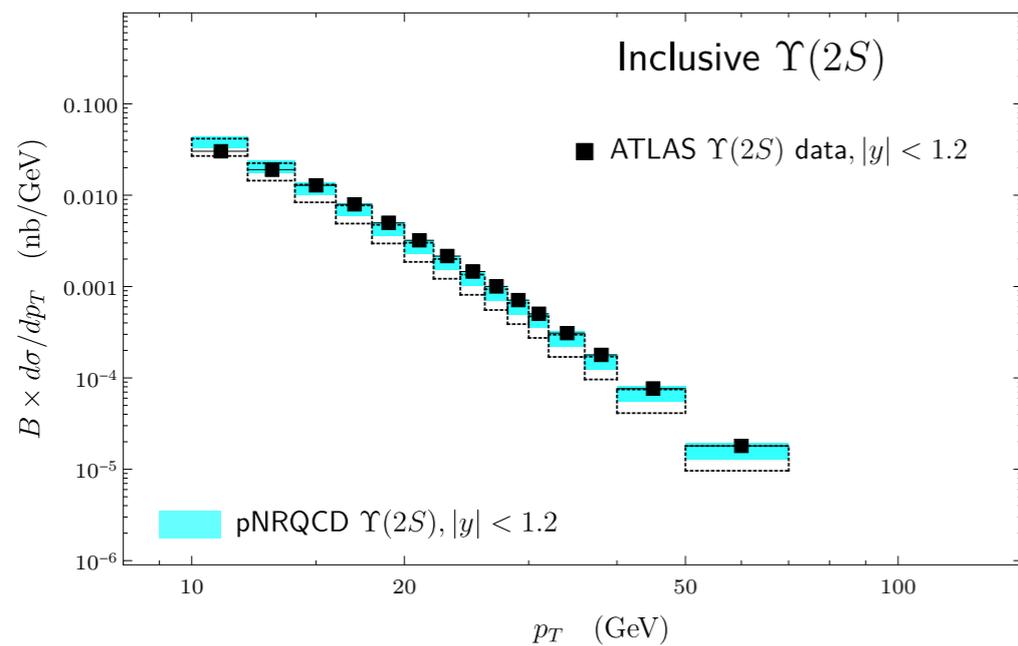
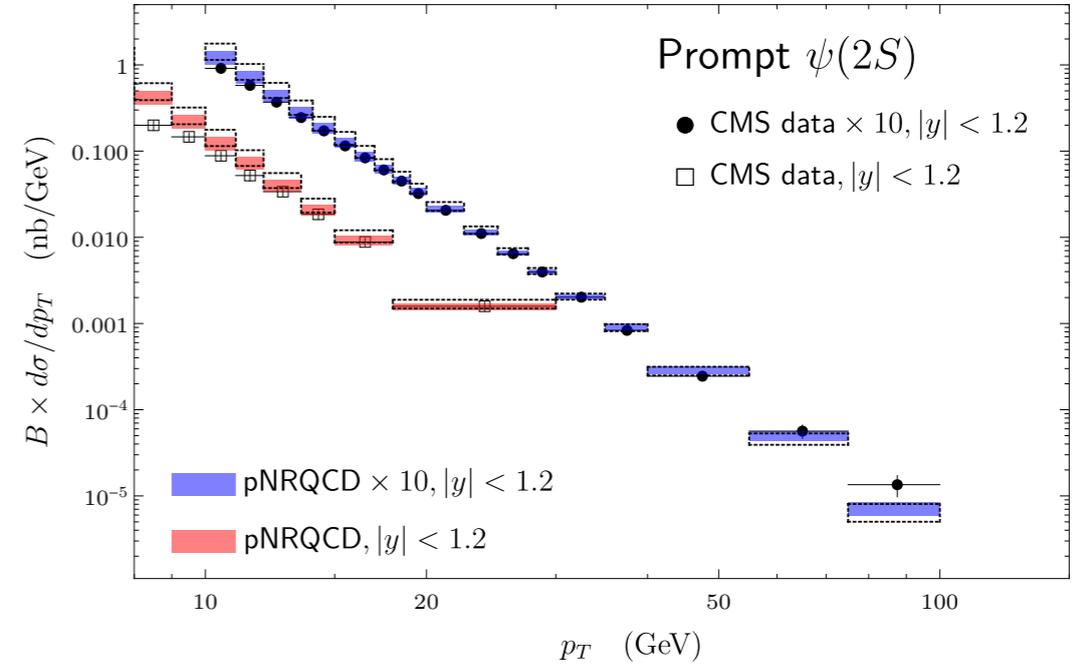
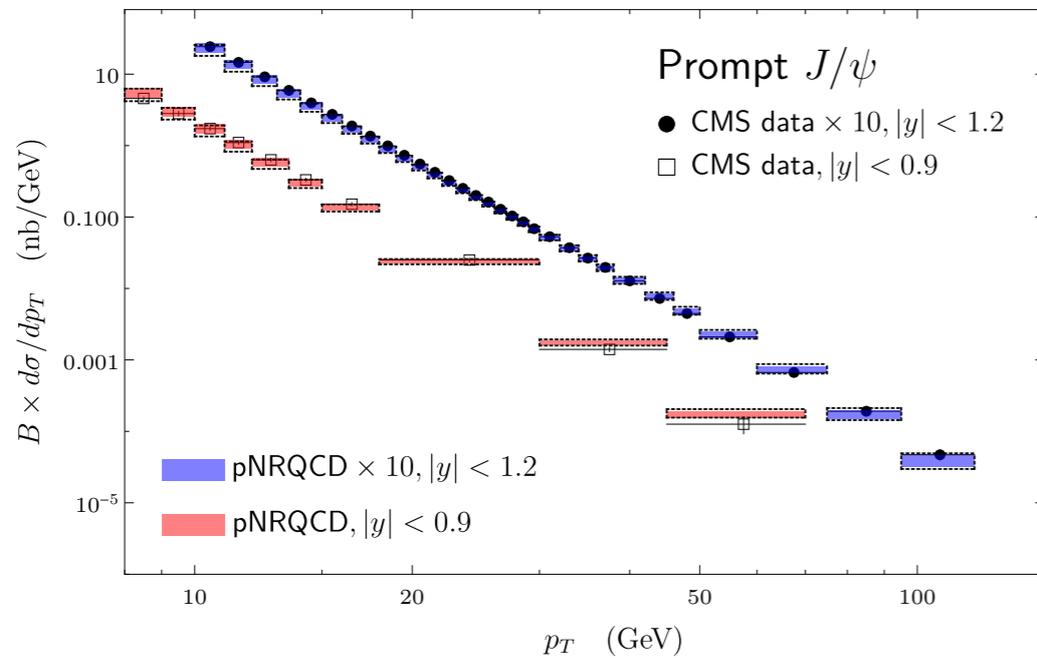
## 进展 A.2 的唯象应用举例

- 无需微扰计算，通过 **NRQCD** 因子化公式及 **LDMEs** 在 **pNRQCD** 框架下的再因子化，我们预言  $\psi(2S)$  与  $J/\psi$ ， $\Upsilon(3S)$  与  $\Upsilon(2S)$  的散射截面比值等于其零点波函数模方  $|R_V(0)|^2$  的比值（如下图）



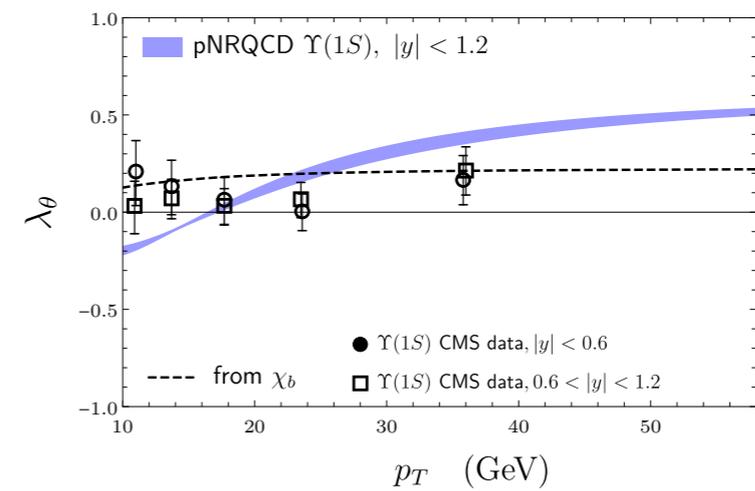
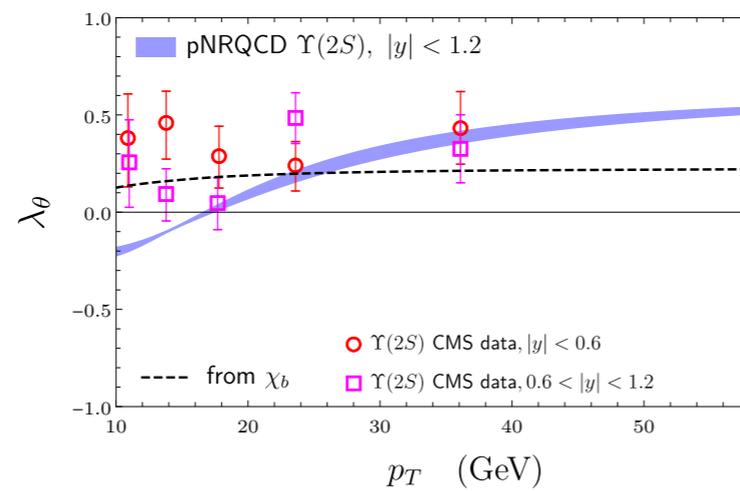
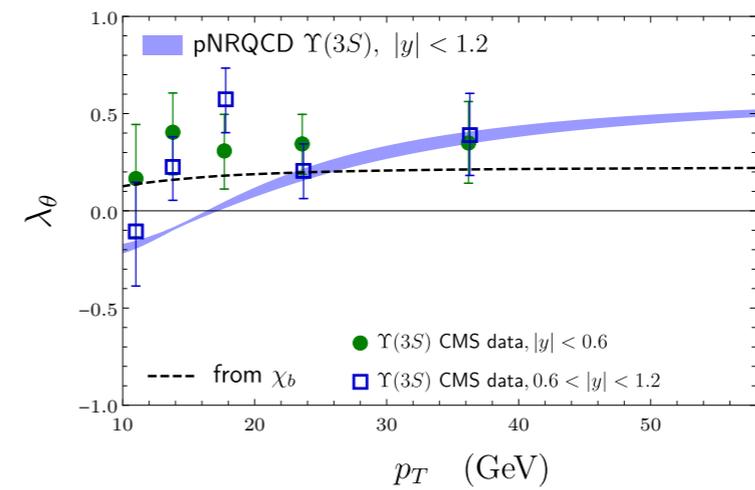
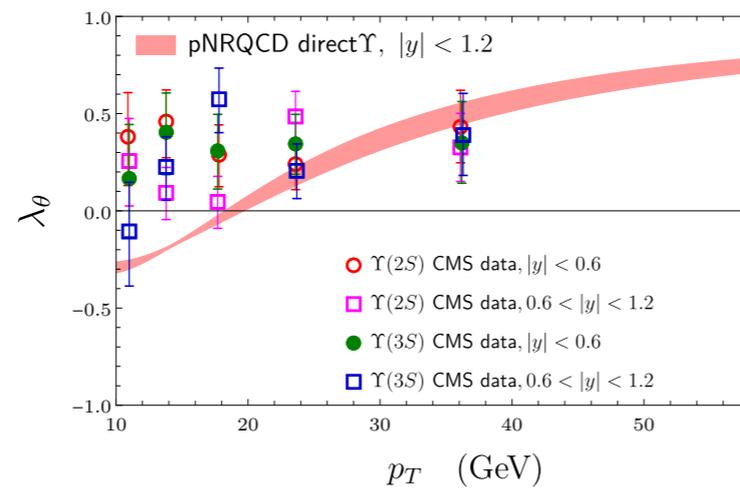
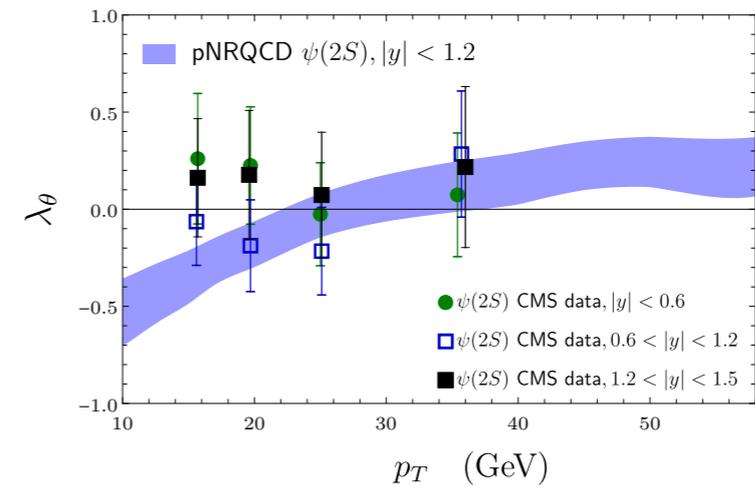
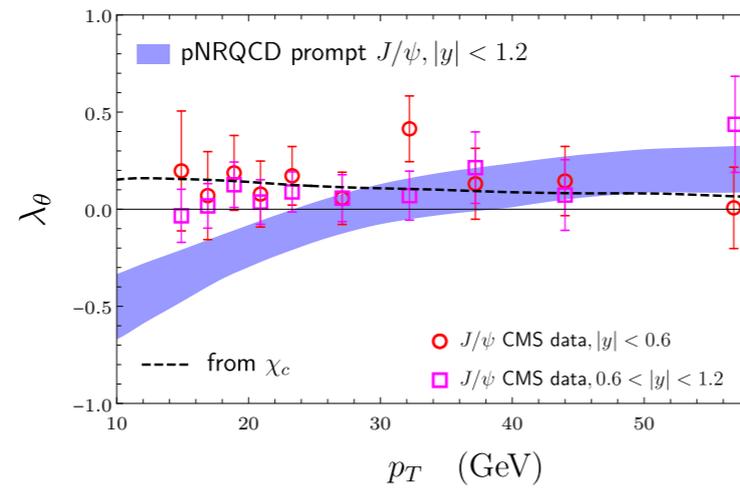
## 进展 A.2 的唯象应用举例

- **pNRQCD**: 对比 LHC 上  $J/\psi$ ,  $\psi(2S)$ ,  $\Upsilon(2S/3S)$  的  $p_T$  分布与 **NLO** 计算拟合出 **3** 个胶子关联函数



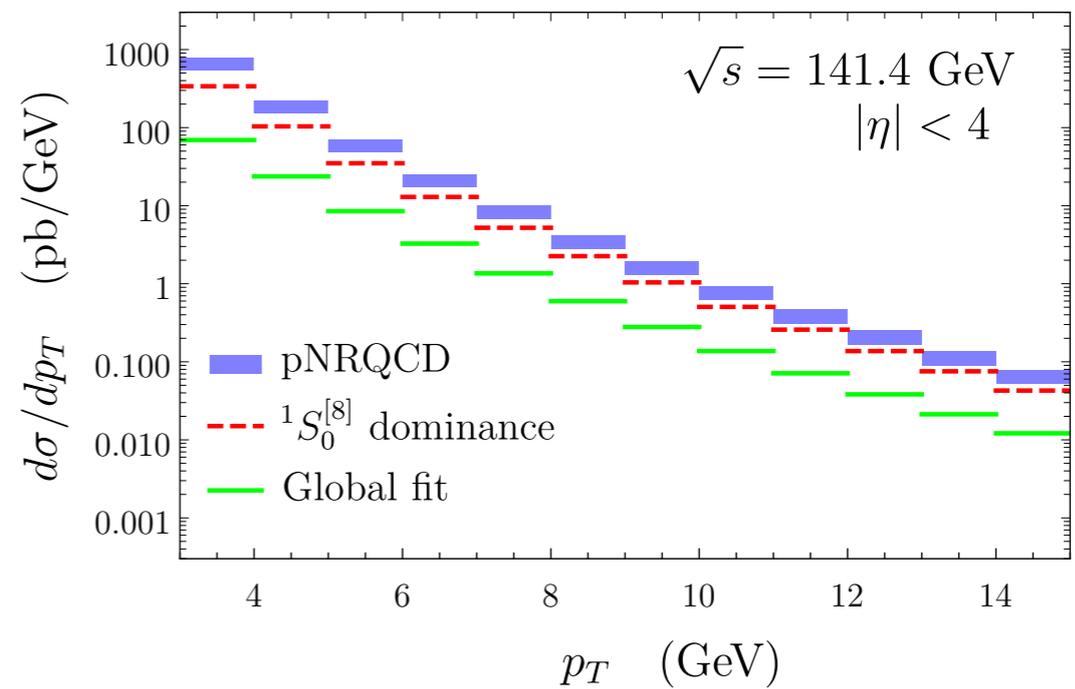
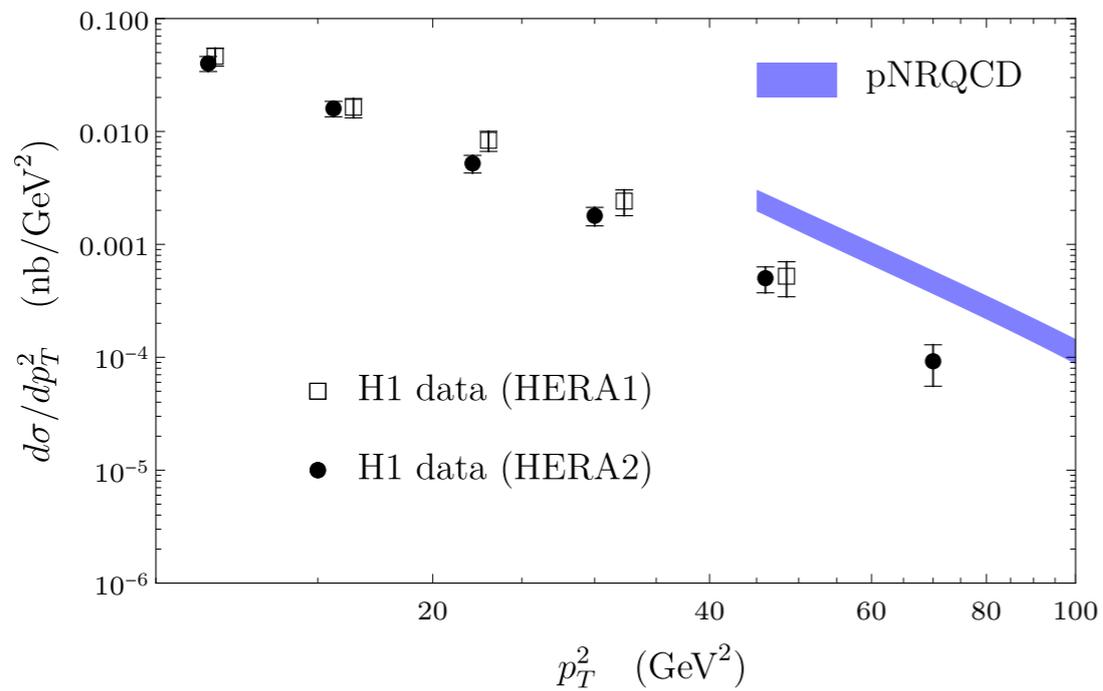
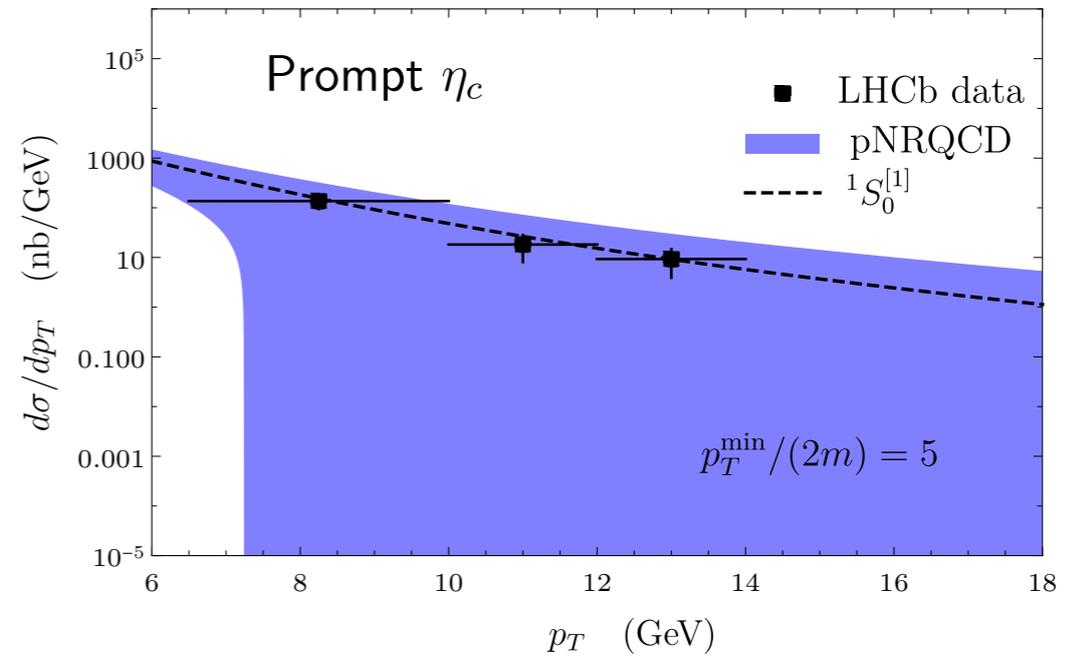
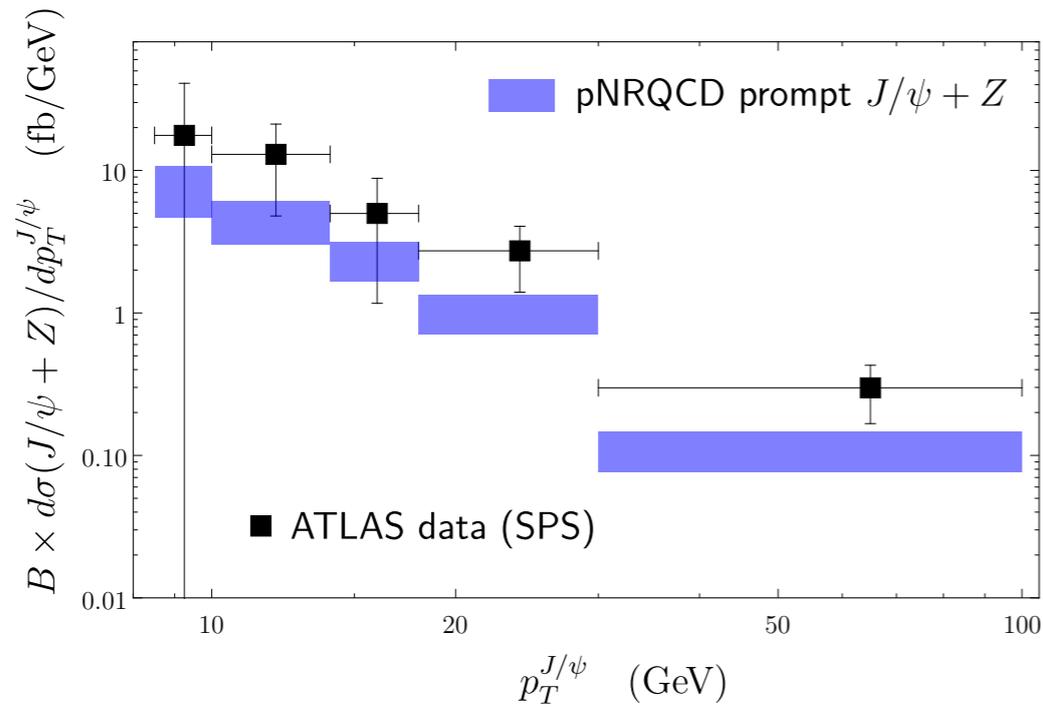
# 进展 A.2 的唯象应用举例

- pNRQCD 预言:  $J/\psi, \psi(2S), \Upsilon(nS)$  极化



# 进展 A.2 的唯象应用举例

- **pNRQCD 预言:  $J/\psi + Z, \eta_c$   $p_T$  分布**



## 进展 A.2 的唯象应用举例

**Table:** Tests of the LDMEs for  $J/\psi$  from high  $p_T$   $pp$ , and low  $p_T$   $\gamma p$ ,  $\gamma\gamma$  collisions.  $\checkmark$   $\times$  indicates marginally well (no serious conflict).

Group	$pp$ ( $J/\psi p_T$ in fit)	pol. ( $pp$ )	$\eta_c(pp)$	$J/\psi + Z$	$\gamma p$	$\gamma\gamma$
Chao et al. set 1	$\checkmark$ ( $p_T > 7\text{GeV}$ )	$\checkmark$	$\times$	-	$\times$	-
Chao et al. set 2	$\checkmark$ ( $p_T > 7\text{GeV}$ )	$\checkmark$	$\checkmark$	-	$\times$	-
Butenschön et al.	$\checkmark$ ( $p_T > 3\text{GeV}$ )	$\times$	$\times$	$\times$	$\checkmark$	$\times$
Zhang et al.	$\checkmark$ ( $p_T > 7\text{GeV}$ )	$\checkmark$	$\checkmark$	-	$\times$	-
Bodwin et al.	$\checkmark$ ( $p_T > 10\text{GeV}$ )	$\checkmark$	$\times$	$\times$	$\times$	-
Feng et al.	$\checkmark$ ( $p_T > 7\text{GeV}$ )	$\checkmark$	$\times$	-	$\times$	-
Our pNRQCD fit	$\checkmark$ ( $p_T > 3 \times 2m_Q$ )	$\checkmark$	$\times$	$\checkmark \times$	$\times$	-
Our pNRQCD fit	$\checkmark$ ( $p_T > 5 \times 2m_Q$ )	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark \times$	$\times$	-

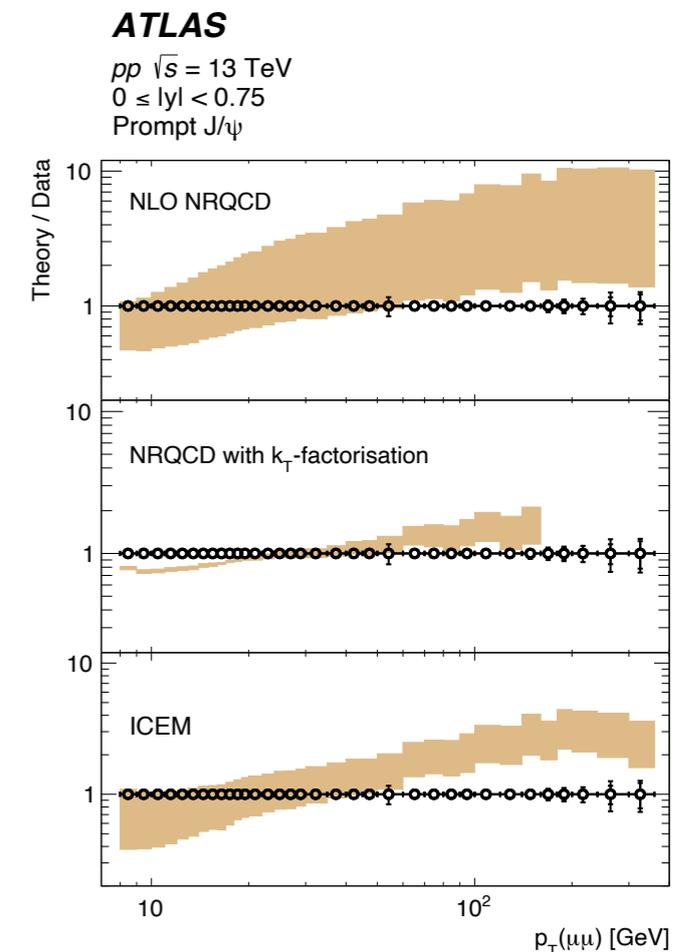
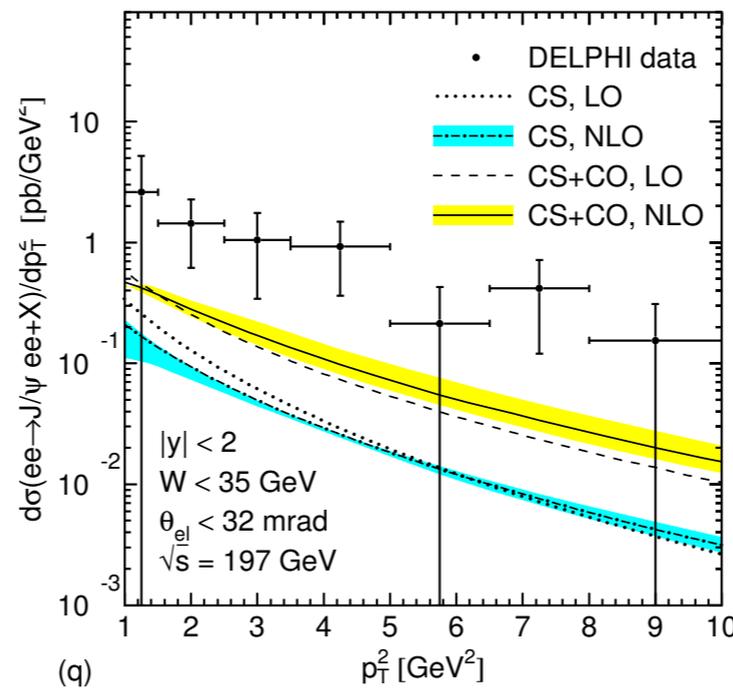
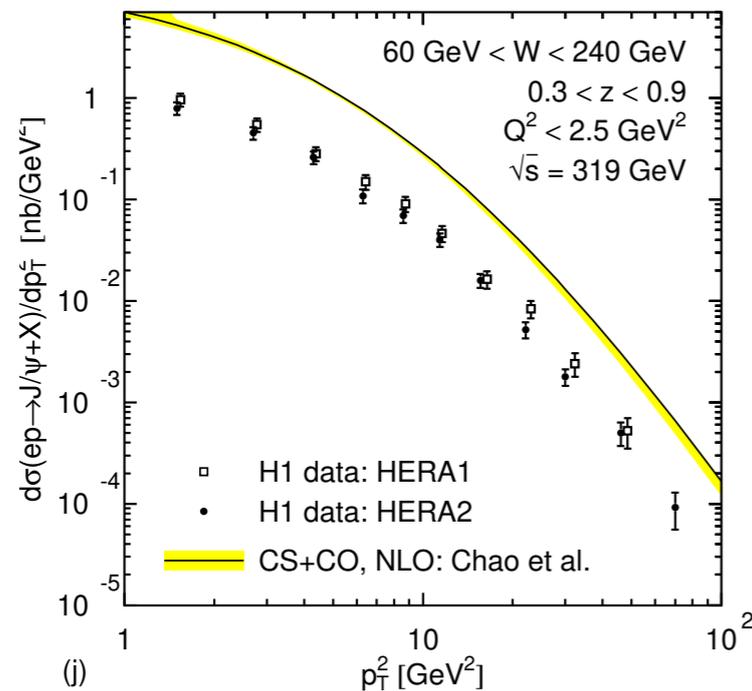
- **pNRQCD** 方法的拟合 (**3个参数**) 能够同时很好地描述 **LHC** 上大  $p_T \eta_c, J/\psi, \psi(2S), \Upsilon(nS)$  的产生与极化数据!
- 然而, 前述**LHC** 上大  $p_T$  与 **HERA** 上较小  $p_T$  的矛盾仍然未被解决。

问题出在哪儿? **NRQCD** 因子化在小  $p_T$  区域不成立?

# 进展A.3: 重夸克偶素在 LHC, HERA, LEP 上单举产生及极化的系统性研究

## 研究动机:

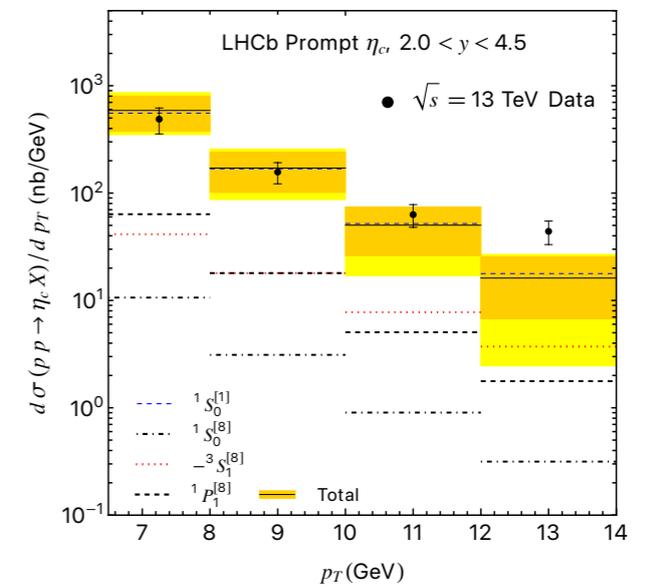
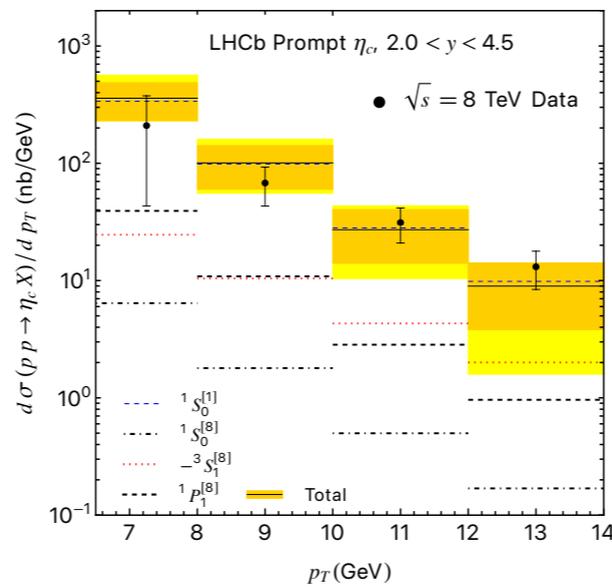
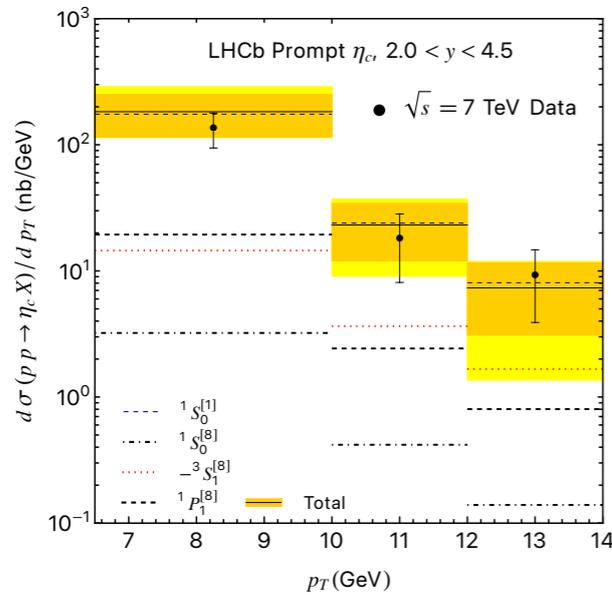
- 前述大小  $p_T$  区域的矛盾来可能源于端点区域 (**end-point region,  $z \rightarrow 1$** ) 的 **NRQCD** 因子化破坏而非  $p_T$  太小的原因。对于 **HERA** 上  $J/\psi$  的产生, **NRQCD** 因子化  $v^2$  展开变成了  $v^2/(1-z)$  展开 ( $z$  为非弹性系数)。
- 令人惊讶的是, 虽然 **HERA** 上已有不同  $z$  区间的  $J/\psi$  的  $p_T$  分布的实验数据, 但并没有理论计算与之对比。已有的理论对比均对  $z$  在  $[0.3, 0.9]$  区域进行积分, 如下左图, 理论预言是实验数据的 5 – 10 倍。
- 同样令人惊讶的是, 使用大  $p_T (> 7\text{GeV})$   $J/\psi$  实验数据拟合出的 **LDMEs** 也从未用于预言小  $p_T$   $J/\psi$  在 **LEP** 上的产生, 只有 **global fit** ( $p_T > 3\text{GeV}$ ) 下的结果, 而且并不能解释实验数据, 如中下图
- **Global fit** 不能解释 **ATLAS (2309.17177, 右下图)**  $J/\psi$  ( $8\text{GeV} < p_T < 360\text{GeV}$ ) 实验数据。



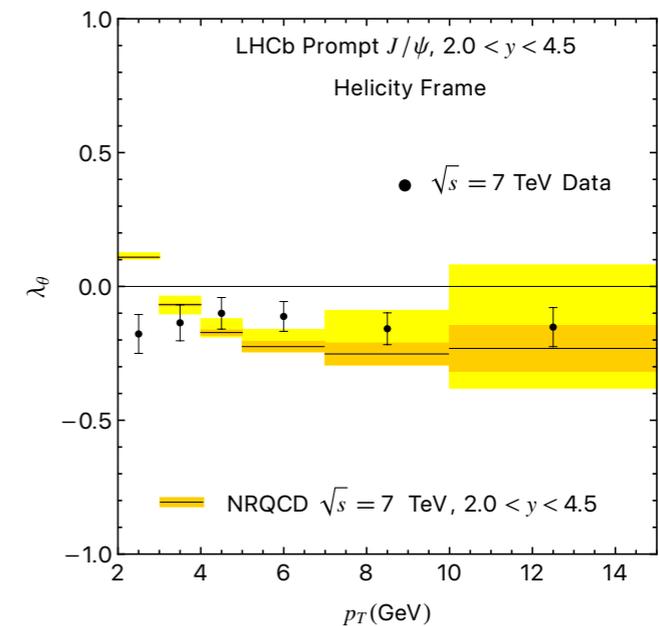
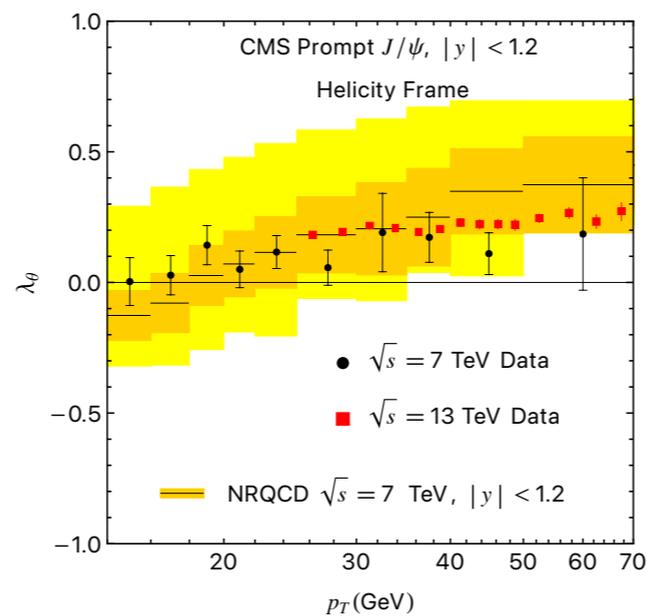
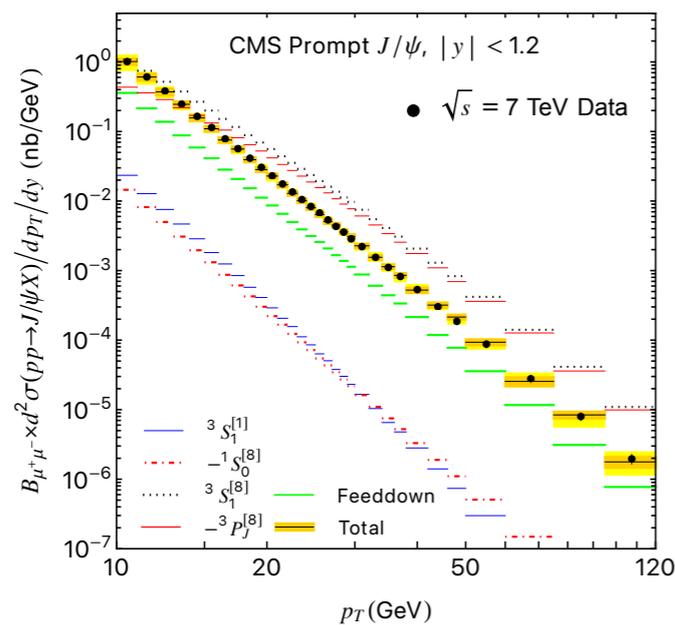
# 进展A.3: 重夸克偶素在 LHC, HERA, LEP 上单举产生及极化的系统性研究

- 在我们近期的文章 [N. Brambilla, M. Butenschoen and X.-P. Wang \(arXiv: 2411.16384\)](#) 中, 我们通过结合 **LHC** 上  $J/\psi$  和  $\eta_c$  产生数据拟合出的 **LDMEs** 能够很好地解决前述大小  $p_T$  区域的矛盾 (见下图)

- LHCb  $\eta_c$  的产生 (实验数据用于拟合)**

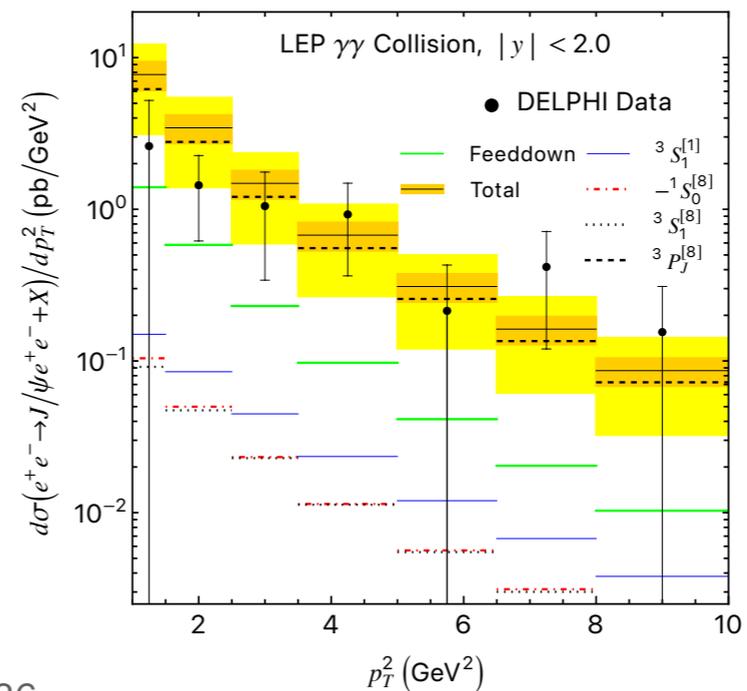
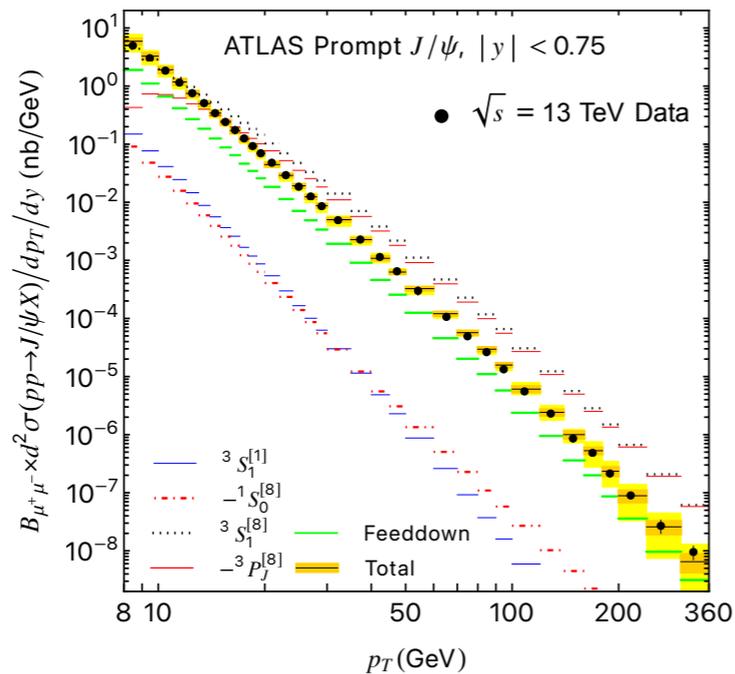
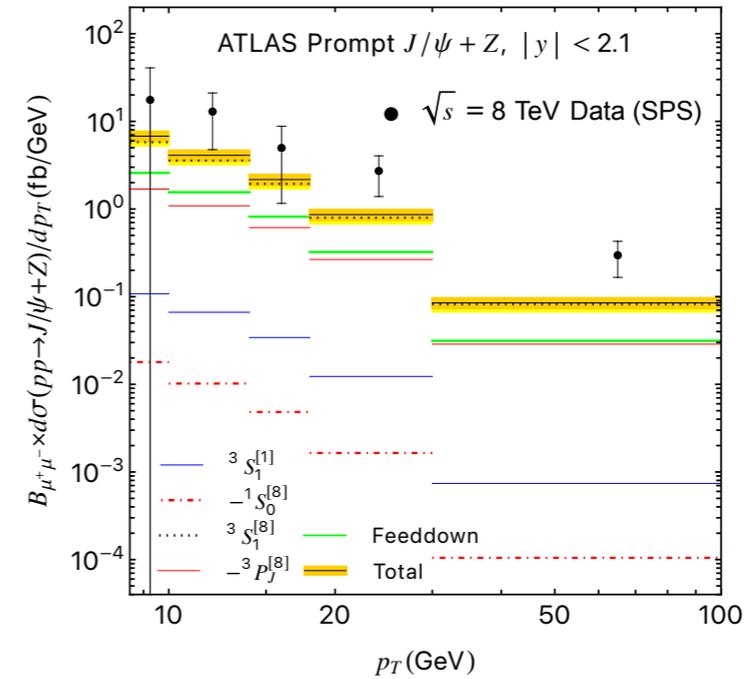
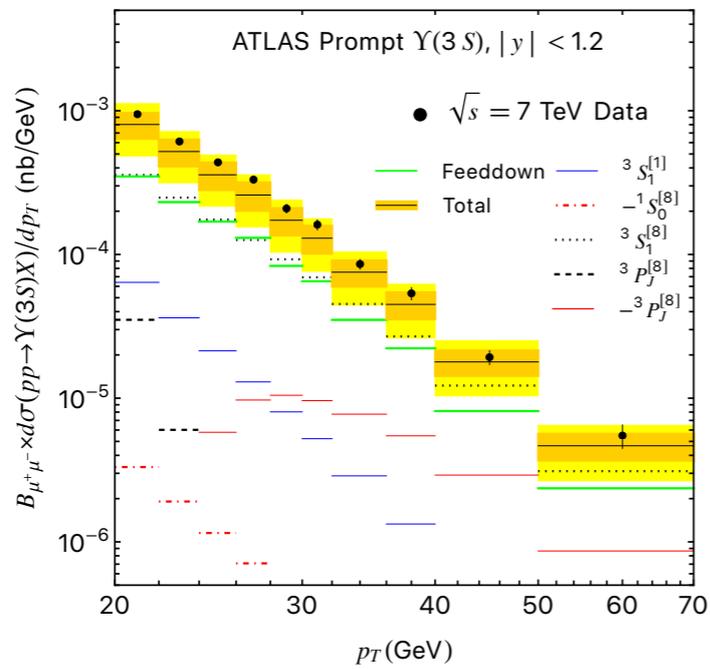


- LHC 上  $J/\psi$  的产生 (实验数据用于拟合) 与极化理论预言 — 不存在  $J/\psi$  极化疑难**



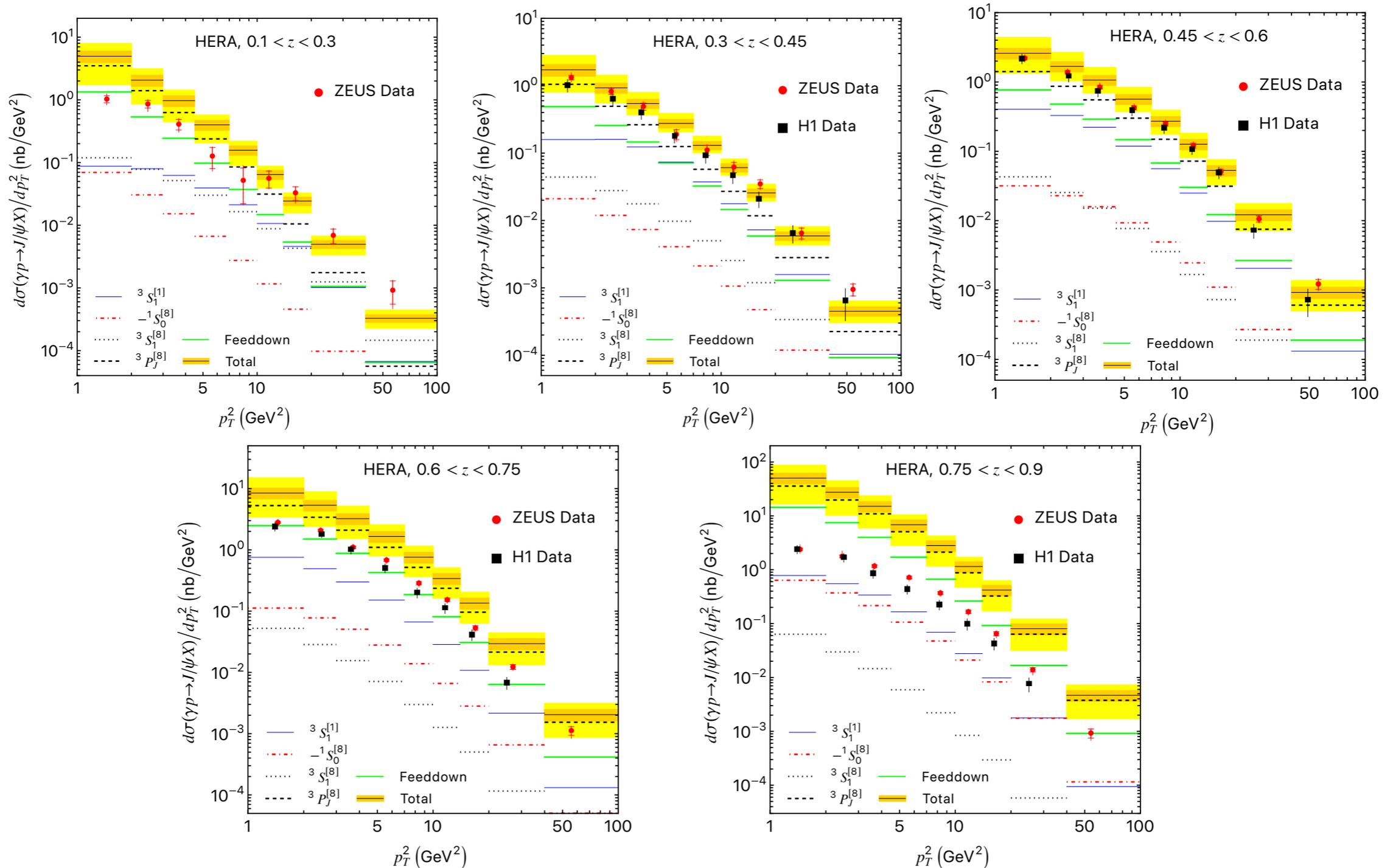
# 进展A.3: 重夸克偶素在 LHC, HERA, LEP 上单举产生及极化的系统性研究

- $\Upsilon(3S)$  的产生理论预言 (利用前述 pNRQCD 将 LDMEs 再因子化的研究进展 A. 2, 对于  $\Upsilon(1S/2S)$  有同样的结果)
- **ATLAS  $J/\psi + Z$ , ATLAS 大  $p_T$  (8GeV-360 GeV)  $J/\psi$ , LEP 上小  $p_T$  (1GeV-3.3GeV)  $J/\psi$  的理论预言**



# 进展A.3: 重夸克偶素在 LHC, HERA, LEP 上单举产生及极化的系统性研究

- **HERA 上  $J/\psi$  的产生**: 在测量的  $p_T$  (1GeV-10GeV) 范围能够很好地描述  $z < 0.6$  区间的数据



## 进展A.3: 重夸克偶素在 LHC, HERA, LEP 上单举产生及极化的系统性研究

- 拟合结果 (单位为  $10^{-2}\text{GeV}^3$ ) 及理论预言概览

$\mu_r = \mu_f$	$\langle \mathcal{O}^{J/\psi} (^3S_1^{[8]}) \rangle$	$\langle \mathcal{O}^{J/\psi} (^1S_0^{[8]}) \rangle$	$\frac{\langle \mathcal{O}^{J/\psi} (^3P_0^{[8]}) \rangle}{m_c^2}$	$\frac{\chi_{\min}^2}{\text{d.o.f}}$
$m_T/2$	$0.604 \pm 0.106$	$-0.501 \pm 0.171$	$0.716 \pm 0.169$	0.26
$m_T$	$1.062 \pm 0.195$	$-0.204 \pm 0.229$	$1.905 \pm 0.422$	0.18
$2m_T$	$1.367 \pm 0.261$	$0.094 \pm 0.288$	$3.232 \pm 0.732$	0.15

**Table:** Tests of the LDMEs for  $J/\psi$  from high  $p_T$   $pp$ , and low  $p_T$   $\gamma p$ ,  $\gamma\gamma$ ,  $e^+e^-$  collisions.  $\checkmark$   $\times$  indicates marginally well (no serious conflict)

Group	$pp$ ( $p_T$ in fit)	pol. ( $pp$ )	$\eta_c$ ( $pp$ )	$J/\psi + Z$	$\gamma p/e^+e^-$	$\gamma\gamma$
Chao et al. set 1	$\checkmark$ ( $p_T > 7\text{GeV}$ )	$\checkmark$	$\times$	-	$\times$	-
Chao et al. set 2	$\checkmark$ ( $p_T > 7\text{GeV}$ )	$\checkmark$	$\checkmark$	-	$\times$	-
Butenschön et al.	$\checkmark$ ( $p_T > 3\text{GeV}$ )	$\times$	$\times$	$\times$	$\checkmark$	$\times$
Zhang et al. + $\eta_c$	$\checkmark$ ( $p_T > 6.5\text{GeV}$ )	$\checkmark$	$\checkmark$	-	$\times$	-
Bodwin et al.	$\checkmark$ ( $p_T > 10\text{GeV}$ )	$\checkmark$	$\times$	$\times$	$\times$	-
Feng et al.	$\checkmark$ ( $p_T > 7\text{GeV}$ )	$\checkmark$	$\times$	-	$\times$	-
TUM (pNRQCD)	$\checkmark$ ( $p_T > 3 \times 2m_Q$ )	$\checkmark$	$\times$	$\checkmark \times$	$\times$	-
TUM (pNRQCD)	$\checkmark$ ( $p_T > 5 \times 2m_Q$ )	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark \times$	$\times$	-
<b>This work</b>	$\checkmark$ ( $p_T > 6.5\text{GeV}$ )	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark \times$	$\checkmark$ ( $z < 0.6$ )	$\checkmark$

- 剩下的不能得到合理解释的数据与端点区域吻合, 需要在NRQCD因子化范围外进一步的理论处理, 比如重求和, 重夸克偶素形状函数 (shape function), 软胶子因子化 (soft-gluon factorization), 等等。
- 我们这一工作表明, 与许多重夸克偶素领域专家所认为的不同, NRQCD 因子化对于HERA, LEP 上较小  $p_T$  区域也成立, 这对于未来 EIC, EicC 上重夸克偶素产生的研究有着重要的意义。

## B. 重夸克偶素遍举产生与软-共线有效理论 SCET

- 一般地，对撞机上重夸克偶素的产生过程还包含 **hard scale**  $Q \gg m_Q$ ，比如  $p_T$ ，对撞质心能量  $\sqrt{s}$ 。  
要实现精确的理论预言，通过因子化将能标  $Q$  与  $m_Q$  分离是很有必要的。
- 对于遍举 (**exclusive**) 产生过程，可以在共线因子化 (领头阶 **SCET**) 的基础上，将重夸克偶素的光锥分布振幅 (**LCDAs**)  $\psi_H$  再 **NRQCD** 因子化为光锥分布函数  $\phi_H$  和重夸克偶素衰变常数  $f_H$  的乘积：

J. P. Ma & Z. G. Si, PRD 70 (2004) 074007

$$\text{共线因子化: } \mathcal{M}_c \sim \int_0^1 dz H(z) \psi_H(z) + \dots$$

$$\text{NRQCD 因子化: } \psi_H(z) \sim f_H \phi_H(z) + \dots$$

- 在 [X.-P. Wang & D. Yang, JHEP 06 \(2014\) 121](#) 中，我们将 **S-波** 和 **P-波** 重夸克偶素的 **twist-2 LCDAs** 在 **NRQCD** 因子化框架下计算到单圈水平。
- 随后，我们的计算结果被应用到  $\text{Higgs}/Z \rightarrow J/\psi + \gamma$  等过程的大对数  $\alpha_s \log(Q^2/m_Q^2)$  重求和，列如

M. König & M. Neubert, JHEP 08 (2015) 012     G. T. Bodwin, H. S. Chung, J.-H. Ee & J. Lee, PRD 95 (2017) 054018

[H. S. Chung, J.-H. Ee, D. Kang, U.-R. Kim, J. Lee & X.-P. Wang, JHEP 10 \(2019\) 162](#)

- 对应领头阶 **SCET** 应用于重夸克偶素的遍举产生，其因子化公式及重求和技术已经发展成熟，但是在次领头阶，目前还未有深入研究。

## B. $e^+e^- \rightarrow J/\psi + \eta_c$ 与次(次)领头阶 SCET

- **Belle** 实验上  $e^+e^- \rightarrow J/\psi + \eta_c$  是个螺旋度压低的过程。**NRQCD** 因子化框架下，计算的短程系数包含端点双大对数  $\alpha_s \log^2(Q^2/m_Q^2)$ 。为实现精确理论预言，我们需要对端点双大对数进行重求和。

- 共线因子化下，因子化公式包含重夸克偶素 **twist-3 LCDAs** 或者次领头阶的 **hard function**。LCDAs 和 **hard function** 的卷积会出现端点发散 (end-point divergence) 的疑难 (long term puzzle)。

$$\text{collinear sector : } \mathcal{M}_c \sim \int_0^1 dz_1 \int_0^1 dz_2 \sum_{i,j,k} H_i^{(0)}(z_1, z_2) \phi_{J/\psi, j}^{(3)}(z_1) \phi_{\eta_c, k}^{(2)}(z_2) + \dots \text{ many terms}$$

- 在次领头阶，共线因子化过度到次领头阶 **SCET**，引入软夸克 (soft quark) 模式等抵消上述端点发散。

M. Beneke, A. P. Chapovsky, M. Diehl & T. Feldmann, NPB 643 (2002) 431

- 次领头阶因子化相对于共线因子化常会有额外的 **soft sector**，包含软夸克函数 (soft-quark function) 和辐射喷注函数 (radiative jet functions)。Soft sector 因子化公式一般可以写成，

$$\text{soft sector : } \mathcal{M}_s \sim \int_0^{+\infty} d\ell_+ \int_0^{+\infty} d\ell_- \sum_{i,j,k_1,k_2} H_i S_j(\ell_+, \ell_-) J_{k_1, J/\psi}(Q\ell_-) J_{k_2, J/\psi}(Q\ell_+) + \dots$$

- 我们发现，对于  $e^+e^- \rightarrow J/\psi + \eta_c$  过程，在 **SCET** 框架下，非零领头阶贡献包含次次领头阶 (NNLP) **SCET** 相互作用，因子化公式非常复杂，包含未知复杂的结构，是一个有待于解决的难题。

## B. SCET 次领头阶因子化相关工作进展

以下两个方面的成果均为研究  $e^+e^- \rightarrow J/\psi + \eta_c$  过程在SCET框架下的次领头阶因子化，以实现端点双大对数重求和目标的阶段性成果。

1. 软夸克函数与辐射喷注函数的非局域重整化 (2022年9月受邀在 MITP 举办的以次领头阶因子化为主题的研讨会上对这一工作做 1 小时的专题报告)

- **Matthias Neubert** 与合作者在 JHEP 06 (2020) 060 的脚注上，作者写到：

“令人尴尬的是，目前在 **SCET** 研究领域，人们还不知道如何直接从算符定义出发计算辐射喷注函数的反常量纲”

<sup>1</sup>It is an embarrassment that there is no known method in SCET to derive the anomalous dimensions of jet functions directly from their operator definitions.

3

- 同样地，对于软夸克函数的重整化 (对应反常量纲)，人们也不知道如何直接从算符定义出发去计算。
- 我们系统地提出了直接从算符定义出发计算软夸克函数与辐射喷注函数非局域重整化，并阐明零点减除在计算辐射喷注函数非局域重整化中的关键作用，相关成果发表在：[G. T. Bodwin, J.-H. Ee, J. Lee & X.-P. Wang, PRD 104 \(2021\) 016010; PRD 104 \(2021\) 116025](#)

2. 次领头阶SCET 拉氏量导出的辐射喷注函数的规范不变性的问题

- 我们发现，由 **Martin Beneke** 等人在 NPB 643 (2002) 431 (800+ citations) 文章中给出的次领头阶**SCET** 拉氏量导出的辐射喷注函数不具有规范不变性。我们通过剔除其中正比于软夸克场运动方程的部分使得规范不变性得以保证。相关成果发表在：[G. T. Bodwin, J.-H. Ee, D. Kang & X.-P. Wang, PRD 109 \(2024\) 5](#)

## C. Gradient flow

- **Gradient flow** 能提升格点计算的信噪比  $e^{-tp^2}$ ，同时也可以作为一种复合算符紫外发散的正规化方法。

Gradient flow: M. Lüscher, JHEP 08 (2010) 071, 1000+ 引用

- 近年来，**gradient flow** 在格点计算领域得到越来越广泛的关注和应用，比如去年第一个以 **gradient flow** 为主题的国际会议，以及明年 2 月在苏黎世即将举办的 **Zürich Gradient Flow Workshop**

FONDAZIONE BRUNO KESSLER ECT\* EUROPEAN CENTRE FOR THEORETICAL STUDIES IN NUCLEAR PHYSICS AND RELATED AREAS

The Gradient Flow in QCD and other Strongly Coupled Field Theories

Mar 20 – 24, 2023  
ECT\*  
Europe/Rome timezone

Zürich Gradient Flow Workshop 2025

12–14 Feb 2025  
University of Zürich  
Europe/Zurich timezone

- **Gradient flow** 同样也受到微扰QCD领域著名专家的关注，比如

### Gradient-flow renormalon subtraction and the hadronic tau decay series

Martin Beneke<sup>a,\*</sup> and Hiromasa Takaura<sup>b</sup>

<sup>a</sup>Technische Universität München,  
Physik Department T31, James-Frank-Straße 1, D-85748 Garching, Germany

2023

- 研究动机：第一性原理 (格点 **gradient flow**) 计算胶子关联函数，进而得到 **LDMEs** 的计算结果。

## C. 非光锥 Wilson-line 算符 Gradient flow 匹配计算的简便方法

成果发表在: [N. Brambilla & X.-P. Wang, JHEP 06 \(2024\) 210](#)

- 前述 **pNRQCD** 中出现的胶子关联函数属于广泛存在的非光锥 (**off-lightcone**) **Wilson-line** 算符:

$$\begin{aligned}\mathcal{O}_\Gamma(zv) &= \bar{\psi}(zv)\Gamma W(zv,0)\psi(0), \\ \mathcal{O}^{\mu\nu\alpha\beta}(zv) &= g^2 F^{\mu\nu}(zv)W(zv,0)F^{\alpha\beta}(0),\end{aligned}$$

- $\mathcal{O}^{\mu\nu\alpha\beta}(zv)$  的真空期望值与 **QCD** 真空结构, 有限温度下重夸克偶素 **diffusion coefficient**  $\kappa$  相关, 也与重夸克偶素的产生与衰变在 **pNRQCD** 框架下的理论计算相关;
- $\mathcal{O}_\Gamma(zv)$ ,  $\mathcal{O}^{\mu\nu\alpha\beta}(zv)$  的强子算符矩阵元可以用来定义 **quasi-PDF**, 再通过匹配计算与 **PDF** 联系起来。

quasi-PDF: X. D. Ji, PRL 110 (2013) 262002 等等

- 基于非光锥 **Wilson-line** 算符的重整化性质, 我们系统的发展了计算这类算符在 **gradient flow** 方案下匹配计算的**简便方法**, 大大简化了计算的复杂度, 使得双圈等更高阶计算成为可能。

修正了文章 [Quark quasi-PDF in gradient flow: PRD 97 \(2018\) 054507](#) 中的错误结果

色磁-色磁关联函数 ( $G_E$ ) in gradient flow: A. M. Eller PhD thesis 2021,

文中近百页复杂计算在我们的计算方法下被简化为2页以内。在我们的这一研究之前, 重整化性质从未被应用于这类匹配计算。

- 我们的计算是在算符层次的, 结果不依赖于外态, 可以应用于外态为真空的胶子关联函数, 也可以用于外态为强子的**quasi-PDF**。
- 我们这一简便方法还可以推广到 **GPDs**, **TMDs**, **LCDAs** 等基于**LaMET** 的格点 **gradient flow** 计算。
- 即将完结的工作:  $\mathcal{O}^{\mu\nu\alpha\beta}(zv)$  外态为真空的关联函数(**time-like Wilson line**)的 **Gradient flow** 格点计算。