



$D^0 \rightarrow K_{S/L}^0 h^+ h^- (h = \pi, K)$ 强相 角差测量和相关的 γ 角测量

沈文涵
中国科学院大学

贵阳, 2025/08/14

- 研究背景
- 分组强相角差参数测量进展
- 非分组方法 γ 角测量进展
- 总结

- 研究背景
- 分组强相角差参数测量进展
- 非分组方法 γ 角测量进展
- 总结

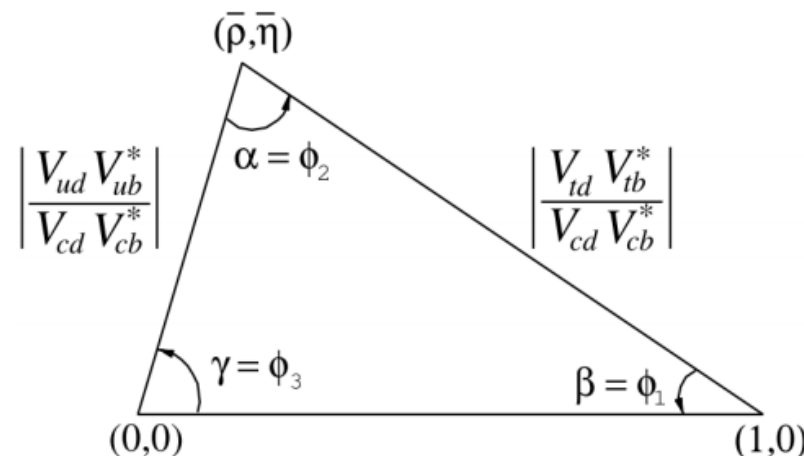
- CKM矩阵：描述夸克代际混合

$$V = \begin{bmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{bmatrix} \simeq \begin{bmatrix} 1 - \frac{\lambda^2}{2} & \lambda & A\lambda^3(\bar{\rho} - i\bar{\eta}) \\ -\lambda & 1 - \frac{\lambda^2}{2} & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \bar{\rho} - i\bar{\eta}) & -A\lambda^2 & 1 \end{bmatrix} + O(\lambda^4)$$

- CKM矩阵复矩阵元是标准模型中CP破坏的唯一来源

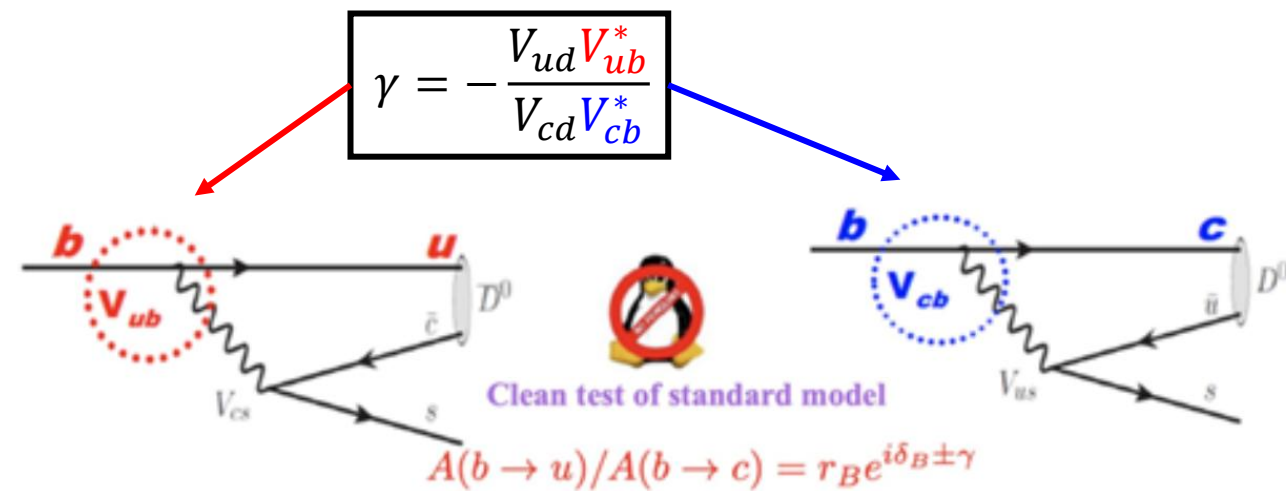
- CKM矩阵么正性在复平面的几何表述：

$$V_{ud}V_{ub}^* + V_{cd}V_{cb}^* + V_{td}V_{tb}^* = 0$$



- 么正三角形第三个角 γ 精确测量：
 - 理解标准模型CP破坏
 - 验证CKM矩阵么正性

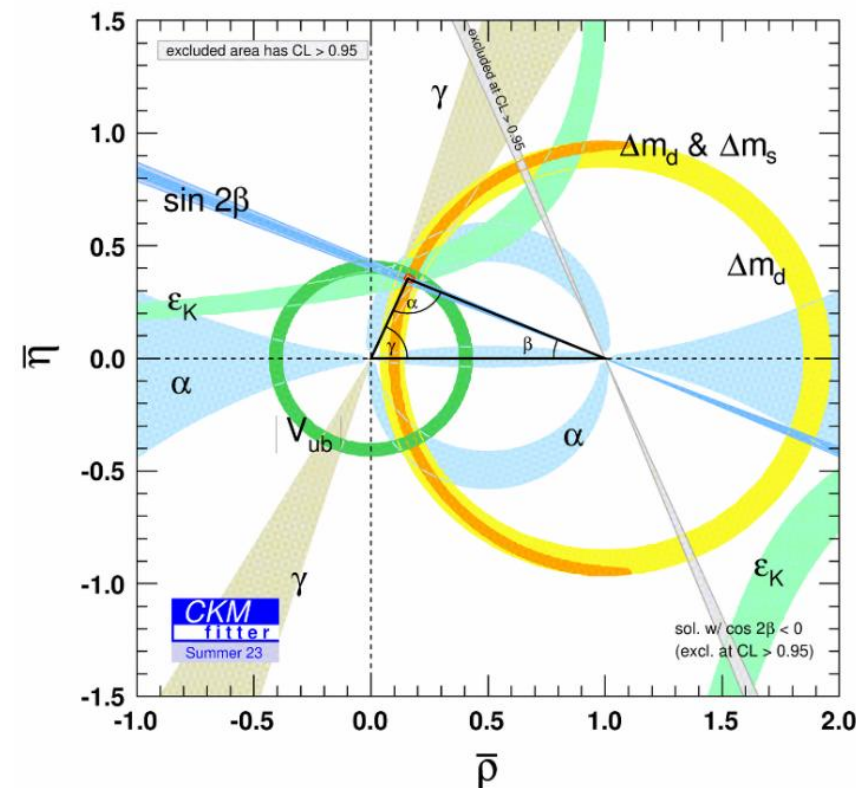
直接测量: 测量 $B \rightarrow DK$ 中的 CP 不对称



D衰变参数来源 → 不同的 γ 测量方法:

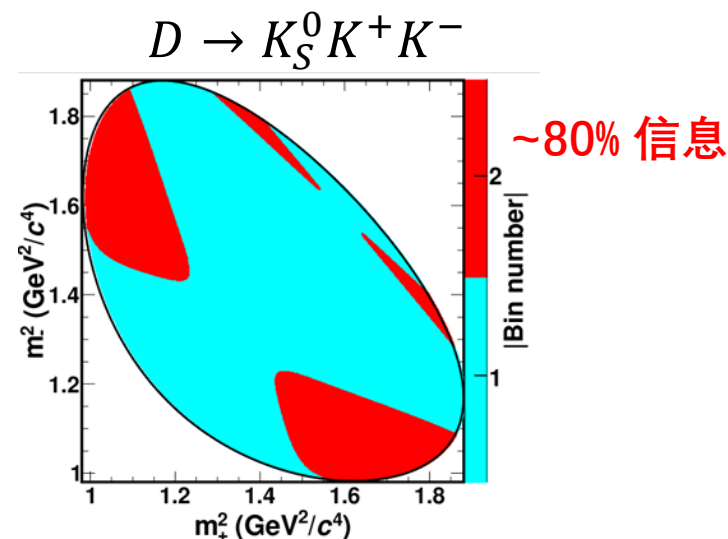
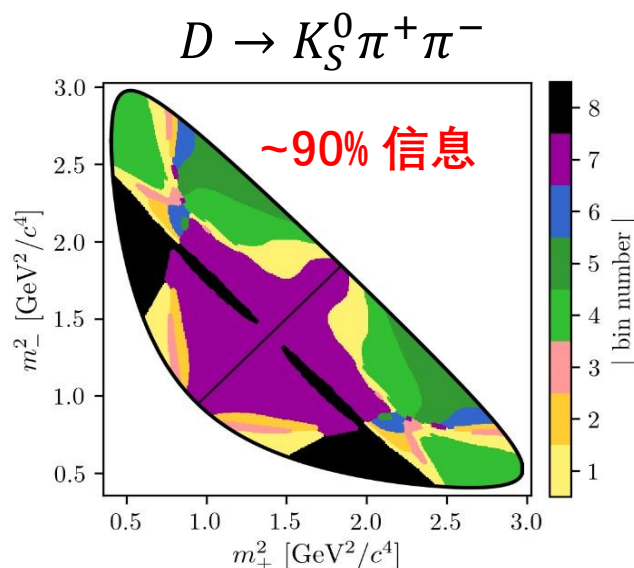
- GLW方法: CP 本征态 (F_+)
- ADS方法: CF/DCS 过程 (δ_D, R_D, r_D)
- BPGGZS方法: 自共轭多体末态 (c_i/s_i)

间接测量: CKM矩阵幺正性约束

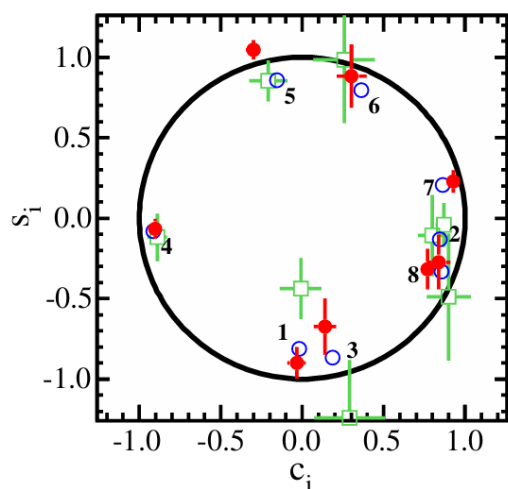


CKMfitter $\gamma_{ind} = (66.3_{-1.9}^{+0.7})^\circ$
 LHCb $\gamma_{dir} = (66.4_{-3.0}^{+2.8})^\circ$

- $B \rightarrow DK, D \rightarrow K_S^0 h^+ h^- (h = \pi, K)$ 得到 当前最高精度的单一道测量结果。
 - 非平庸强相角差 $\Delta\delta_D$;
 - 具有足够统计量;
 - 具有丰富的末态和相空间结构;
- BPGGSZ方法: 对Dalitz图分组, 联立组内的CP不对称
 - 分组数目限制了描述组内相空间变化的能力

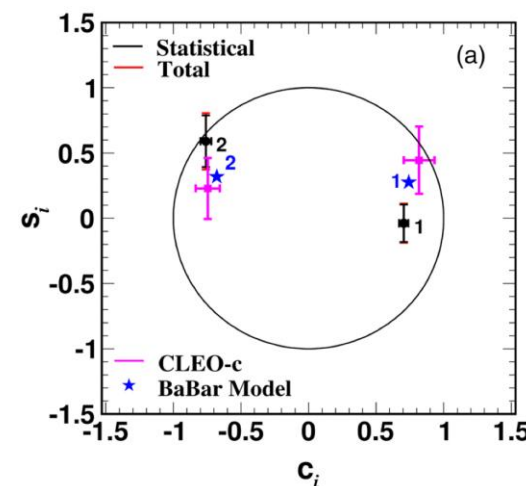


- $D^0 \rightarrow K_S^0 h^+ h^-$ ($h = \pi, K$) 分组强相角差参数 c/s_i 测量已有一些测量结果
- $K_S^0 \pi^+ \pi^-$: CLEO 818 pb⁻¹, BESIII 2.93 fb⁻¹ $\psi(3770)$ 样本
- $K_S^0 K^+ K^-$: BESIII 2.93 fb⁻¹ $\psi(3770)$ 样本



$K_S^0 \pi^+ \pi^-$ 2.93 fb⁻¹

PRD101, 112002 (2020)



$K_S^0 K^+ K^-$ 2.93 fb⁻¹

PRD 102, 052008(2020)

- 当前BPGGSZ方法 γ 角测量中, 强相角参数误差和LHCb系统误差相当
 - 需求更高精度的分组强相角差参数测量结果
 - $K_S^0 \pi^+ \pi^-$: BESIII 7.93 fb⁻¹ (JHEP 06(2025)086) 20 fb⁻¹ (进行中)
 - $K_S^0 K^+ K^-$: BESIII 20 fb⁻¹ (进行中)

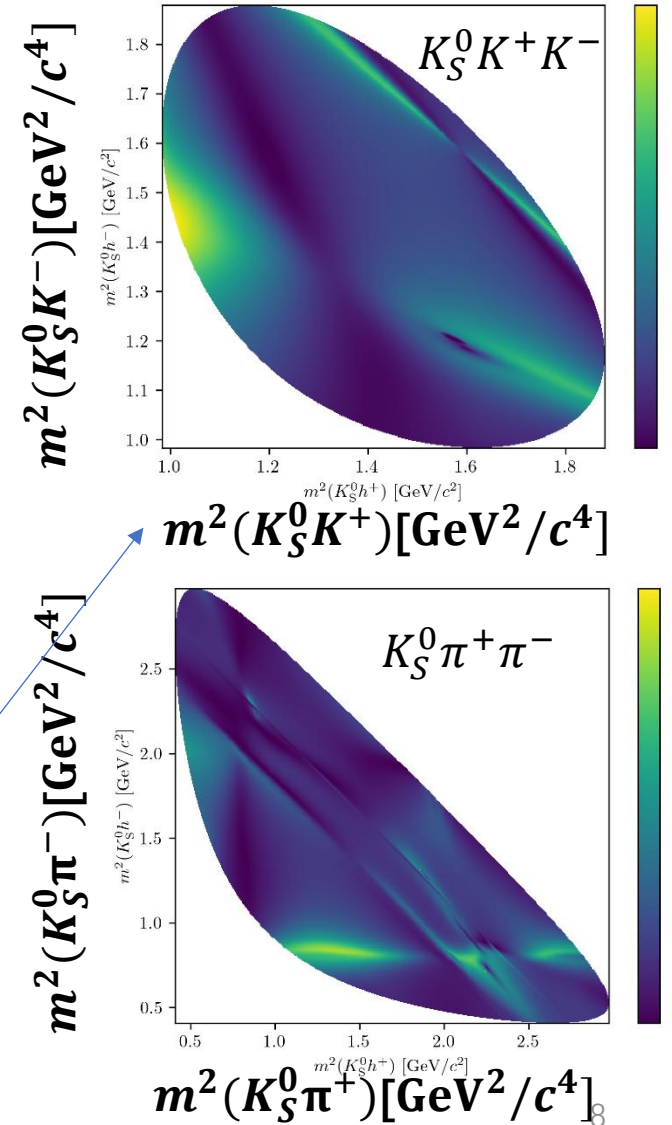
非分组傅里叶方法

- 分组方法的可观测量 N_i 可以看作以阶梯函数 w_i 为权重对相空间上每个点的衰变率 p_D 加权求和:

$$N_i = \int_D w_i(\mathbf{z}) p_D(\mathbf{z}) d\mathbf{z}$$

- 对各点衰变率作**傅里叶展开**, 可以利用相空间上所有点的信息。
- 考虑本底和效率等实验因素影响, 傅里叶展开的正交基函数 $\cos(n\phi)/\sin(n\phi)$ 通过**optimal weight w_z** 修正

这里 ϕ 为模型确定的强相角

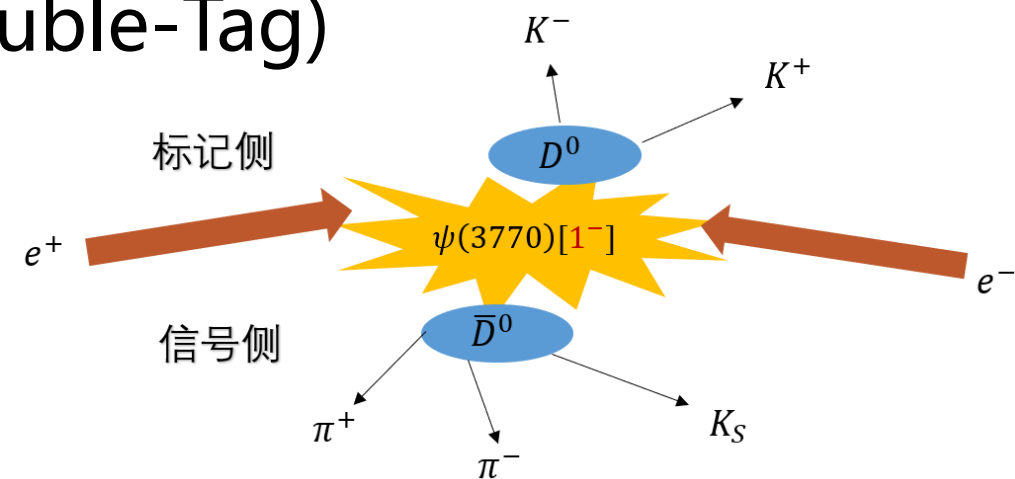


- $B \rightarrow DK$ 的衰变率可以写成

$$\begin{array}{c} \boxed{x_{\pm} + iy_{\pm} = r_B e^{i(\delta_B \pm \gamma)}} \\ \swarrow \quad \downarrow \quad \searrow \\ B^-: p_B(\mathbf{z}) \propto p_D(\mathbf{z}) + (x_-^2 + y_-^2) \bar{p}_D(\mathbf{z}) + 2[x_- \mathcal{C}(\mathbf{z}) + y_- \mathcal{S}(\mathbf{z})] \\ B^+: \bar{p}_B(\mathbf{z}) \propto \bar{p}_D(\mathbf{z}) + (x_+^2 + y_+^2) p_D(\mathbf{z}) + 2[x_+ \mathcal{C}(\mathbf{z}) - y_+ \mathcal{S}(\mathbf{z})] \\ \swarrow \quad \searrow \qquad \qquad \searrow \quad \swarrow \\ \boxed{D^0/\bar{D}^0 \rightarrow K_S^0 h^+ h^- \text{ decay density}} \quad \boxed{\{\mathcal{C}, \mathcal{S}\} = \sqrt{p_D \bar{p}_D} \{\cos, \sin\}(\phi)} \end{array}$$

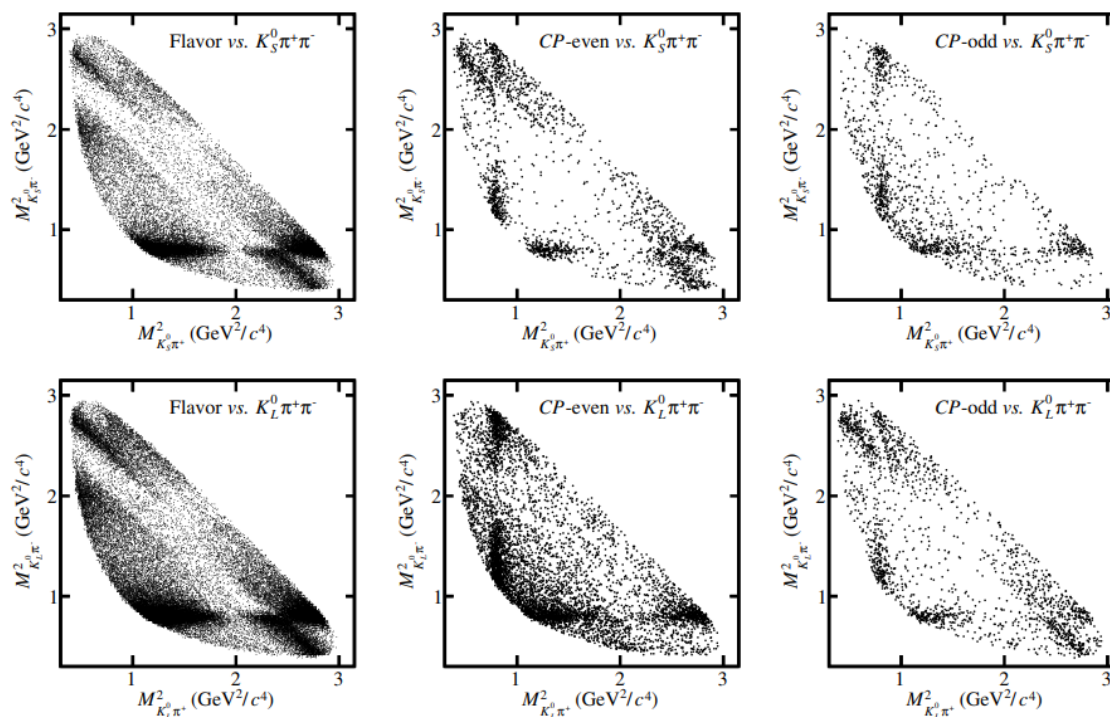
- 不分组方法的 γ 角测量需要B介子衰变数据和D介子衰变数据
 - 衰变道为 $B \rightarrow Dh, D \rightarrow K_S^0 h^+ h^-$ ($h = \pi/K$).
 - **LHCb和BESIII联合完成不分组方法的首次 γ 角测量**
 - 目前处于合作组审核阶段

- 采用重建两侧D介子的**双标记方法**(Double-Tag)重建数据。
- 信号道包括 $K_S^0 h^+ h^-$ 和 $K_L^0 h^+ h^-$
 - $K_L^0 h^+ h^-$ 为 $K_S^0 h^+ h^-$ 提供额外约束
- 利用多种标记道测量D衰变参数，提高统计量



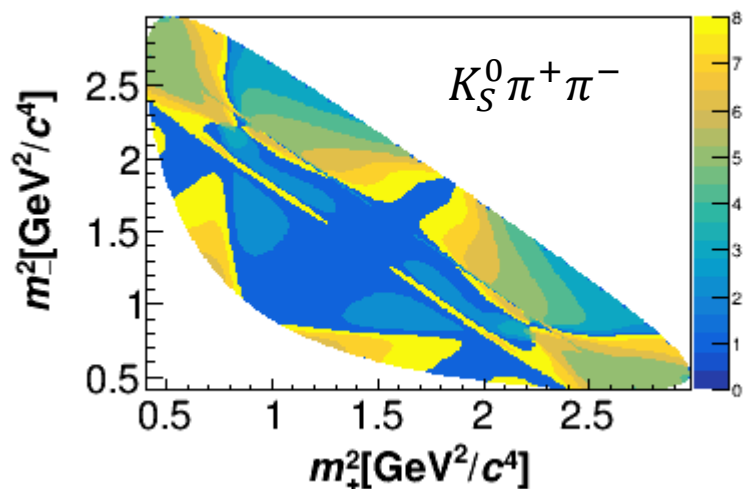
类型	标记道
粲味标记道	$K\pi, K\pi\pi^0, K\pi\pi\pi, K e \nu$
偶CP标记道	$KK, \pi\pi, K_S^0\pi^0\pi^0, K_L^0\pi^0, \pi\pi\pi^0 (F_+ \sim 0.94)$
奇CP标记道	$K_S^0\pi^0, K_S^0\eta_{\gamma\gamma}/\pi\pi\pi^0, K_S^0\eta'_{\pi\pi\eta/\rho\gamma}, K_S^0\omega, K_L^0\pi^0\pi^0$
自共轭道	$K_S^0 hh, K_L^0 hh (h = \pi, K)$

- 不同标记道Dalitz图差异显示双标记产额包含量子关联效应。
- 不同标记道提供不同D衰变参数的约束
 - 粲味标记道: $p_D \rightarrow F_i$ (分组); $p_D \rightarrow (a, b)_n^D$ (不分组)
 - CP标记道: $C(\phi) \rightarrow c_i$ (分组); $C(\phi) \rightarrow (a_n^C, b_n^C)$ (不分组)
 - 自共轭道: $S(\phi) \rightarrow s_i$ (分组); $S(\phi) \rightarrow (a_n^S, b_n^S)$ (不分组)

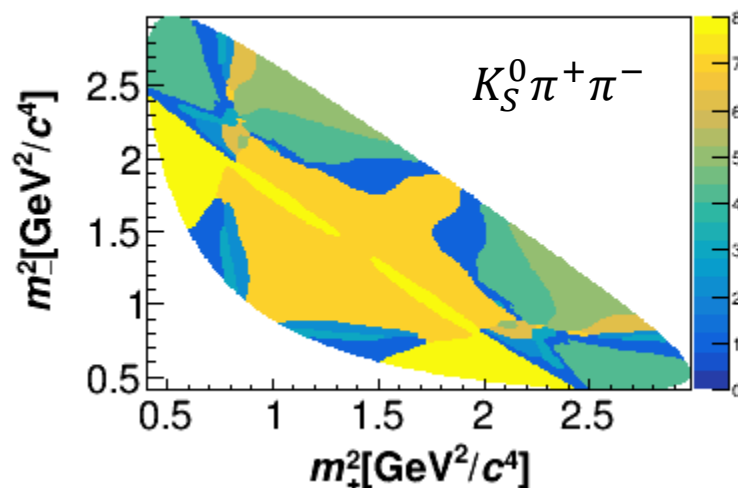


- 研究背景
- 分组强相角差参数测量进展
- 非分组方法 γ 角测量进展
- 总结

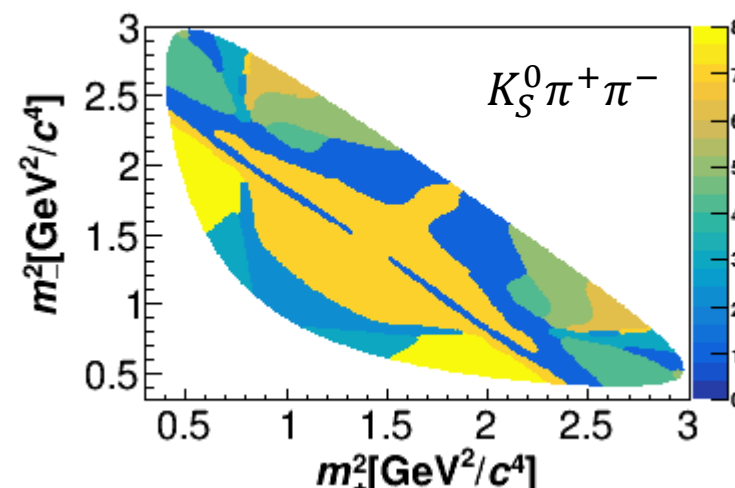
- 基于不同的物理目标, $K_{S/L}^0 \pi^+ \pi^-$ 相空间有不同的分组方式



等相位分组方案
D介子混合/CPV测量

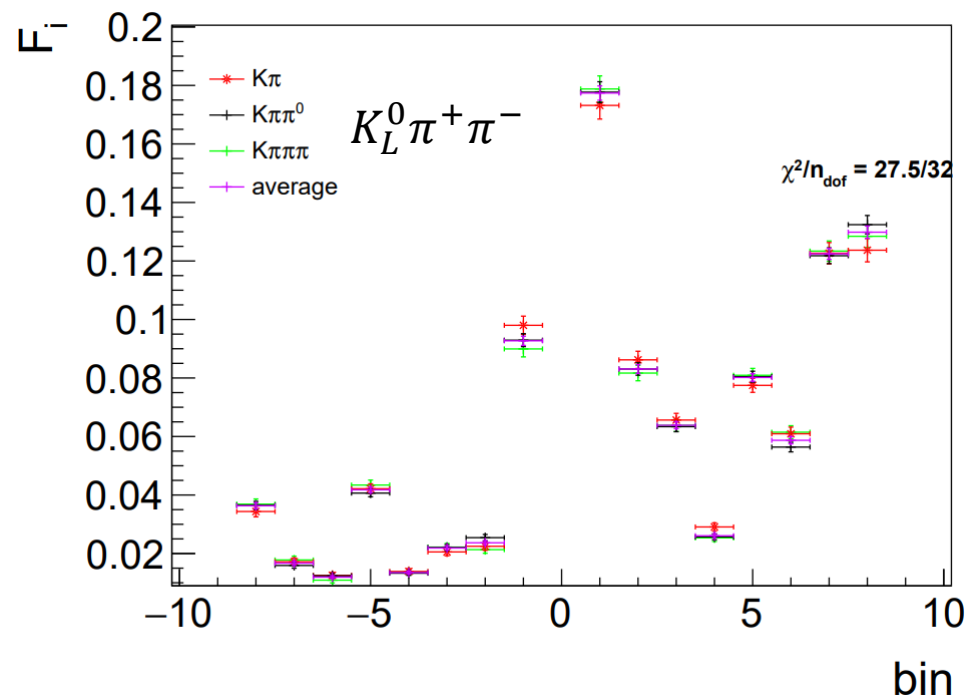
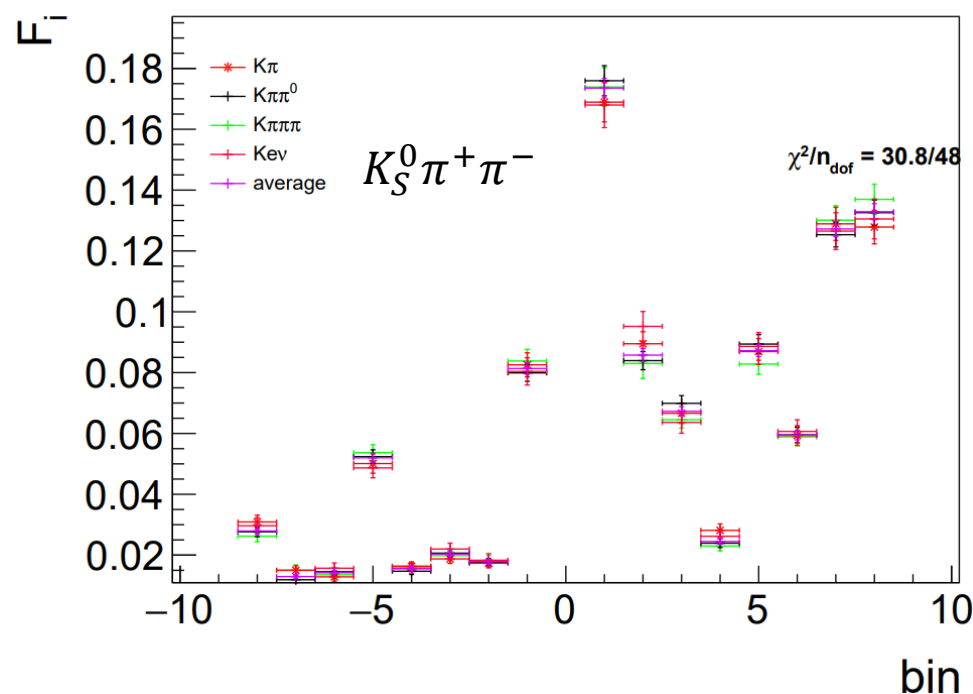


最优分组方案
 γ 角测量



修正最优分组方案
低统计量B介子的 γ 测量

- 粲味标记道的分组产额 $K_i = \sum_j (\varepsilon^{-1})_{ij} N_j$, N_j 为拟合得到的分组产额。
- 对 $K^\pm \pi^\mp$, $K^\pm \pi^\mp \pi^0$ 和 $K^\pm \pi^\mp \pi^+ \pi^-$, 通过振幅模型计算其DCS修正
- 产额分数 $F_i^{(\prime)} = \frac{K_i^{(\prime)}}{\sum_j K_j^{(\prime)}}$ 在不同味道标记道中保持一致



➤ 其他标记道产额可以由味道标记道产额 K_i 和归一化系数计算：

➤ CP标记道产额可以用于提取 $c_i^{(\prime)}$ ：

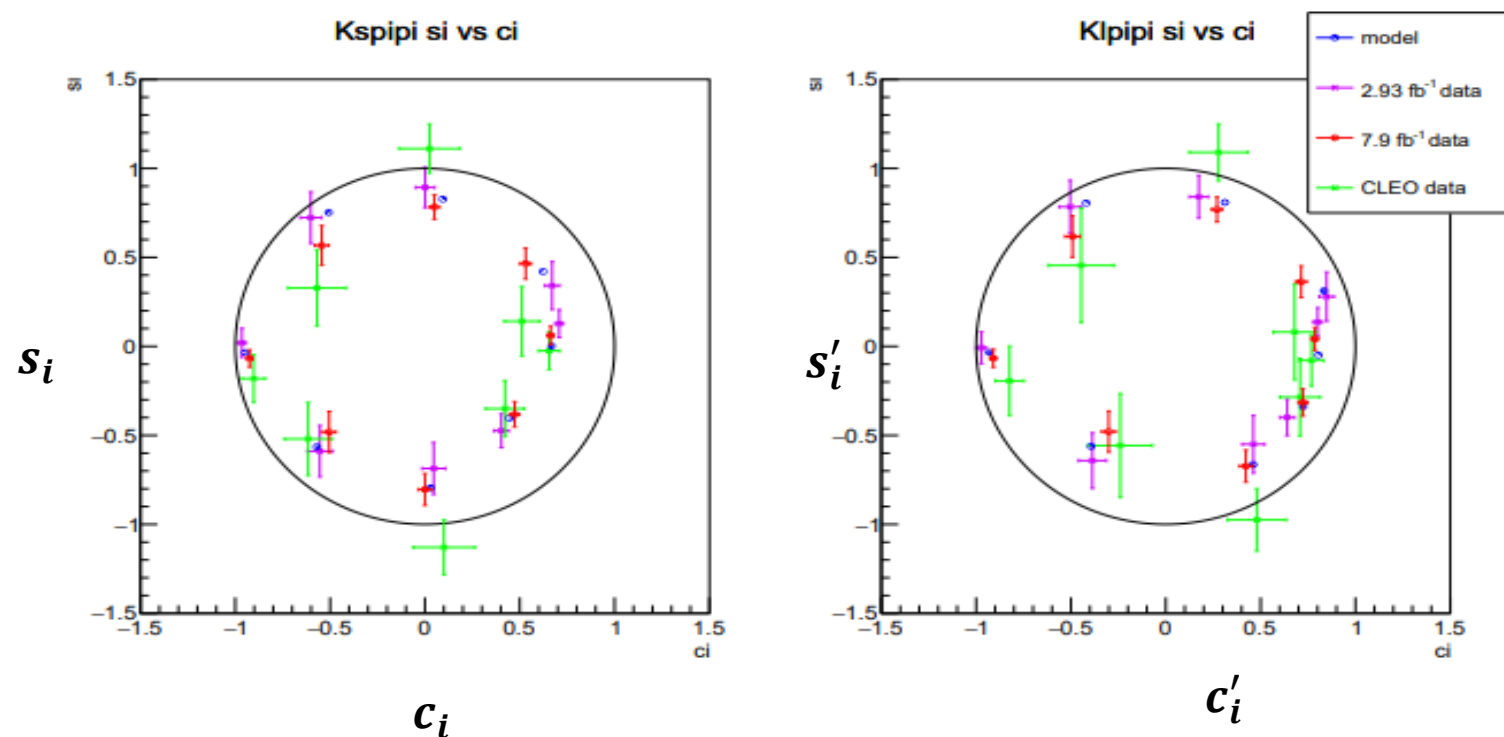
$$M_i^{(\prime)} = h_{CP}^{(\prime)} \sum_{j=0}^{N=2,8} \epsilon_{ij}^{(\prime)} (K_j^{(\prime)} + K_{-j}^{(\prime)} \mp (2F_{CP}^+ - 1) \times 2c_j^{(\prime)} \sqrt{K_j^{(\prime)} K_{-j}^{(\prime)}})$$

➤ 自共轭道产额则可以用于提取 $c_i^{(\prime)}$ 和 $s_i^{(\prime)}$ ：

$$M_{ij}^{(\prime)} = h_{corr}^{(\prime)} \sum_{m \rightarrow (i,j)=0}^{m=72(128)} \epsilon_{mn}^{(\prime)} (K_i K_{-j}^{(\prime)} + K_{-i} K_j^{(\prime)} \mp 2 \sqrt{K_i K_{-i} K_j^{(\prime)} K_{-j}^{(\prime)}} (c_i c_j^{(\prime)} + s_i s_j^{(\prime)}))$$

➤ 归一化系数 $h_{CP}^{(\prime)} \propto A_{CP}^2$, $h_{corr}^{(\prime)} \propto N_{DD}$ 。

➤ $K_{S/L}^0 \pi^+ \pi^-$ 当前 7.9 fb^{-1} 结果同之前结果的比较图:

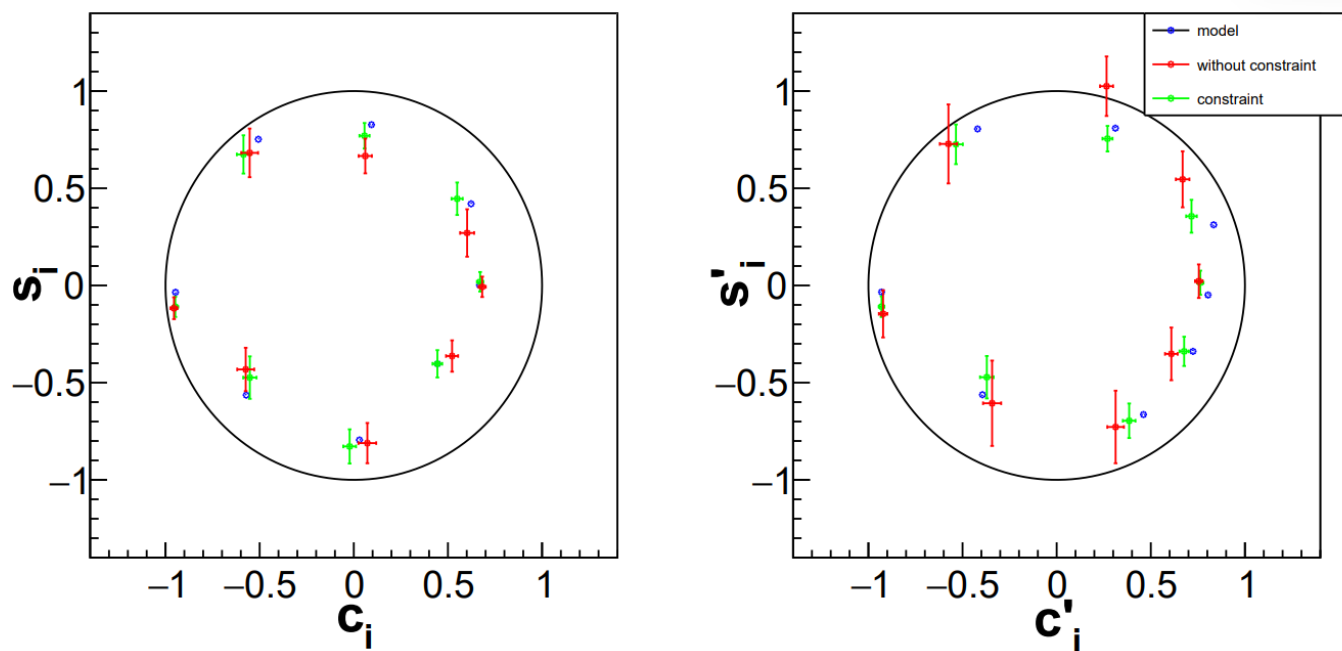


➤ 相较 2.93 fb^{-1} 的之前的结果, 当前结果的 c/s_i 不确定性提升 1.5 倍

➤ 目前, 最优分组条件下 $K_{S/L}^0 \pi^+ \pi^-$ 强相角参数对 γ 不确定度贡献为 0.9° , 预期在 20 fb^{-1} 下的贡献为 0.6° 。

结果—— $\Delta c/s_i$ 约束影响

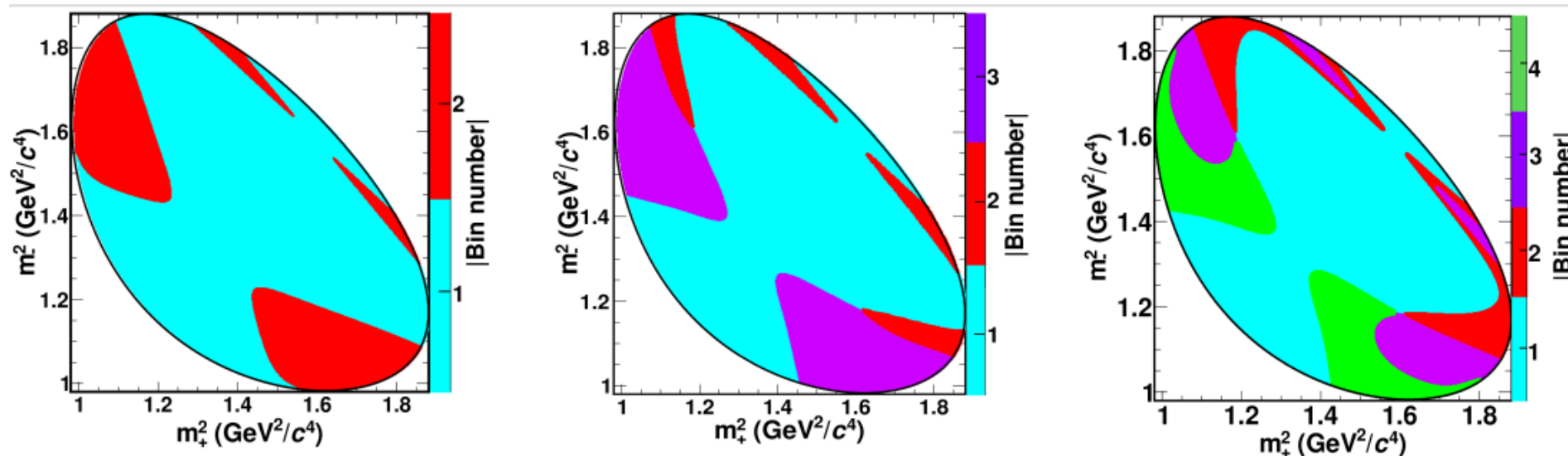
- 之前研究中, 使用了基于模型输入的 $\Delta c/s_i = c/s_i' - c/s_i$ 约束
 - 更高亮度的 $\psi(3770)$ 样本使完全去除拟合中的模型 输入成为可能
 - 加深我们对 $\Delta c/s_i$ 约束在 c/s_i 测量中的影响的理解



- 模型约束后 $c/s_i^{(r)}$ 结果更接近于模型预测, 不确定性明显减少
- 不约束结果对 γ 不确定度的贡献为 1.5° 。
- Toy研究表明, 约束结果相较不约束结果, γ 测量中心值存在 0.4° 的偏移。

$K_S^0 K^+ K^-$ 分组强相角参数测量

➤ 测量 $K_S^0 K^+ K^-$ 分组数为2, 3, 4的最优分组方案结果



➤ 分组数为2的情况下, 20 fb^{-1} 的 $K_{S/L}^0 K^+ K^-$ 强相角参数预期对 γ 不确定度贡献为 1.0°

- 研究背景
- 分组强相角差参数测量进展
- 非分组方法 γ 角测量进展
- 总结

➤ $B \rightarrow DK$ 的衰变率

$$x_{\pm} + iy_{\pm} = r_B e^{i(\delta_{B\pm} + \gamma)}$$

$$B^-: p_B(z) \propto p_D(z) + (x_-^2 + y_-^2) \bar{p}_D(z) + 2[x_- \mathcal{C}(z) + y_- \mathcal{S}(z)]$$

$$B^+: \bar{p}_B(z) \propto \bar{p}_D(z) + (x_+^2 + y_+^2) p_D(z) + 2[x_+ \mathcal{C}(z) - y_+ \mathcal{S}(z)]$$

$$D^0/\bar{D}^0 \rightarrow K_S^0 h^+ h^- \text{ 衰变率}$$

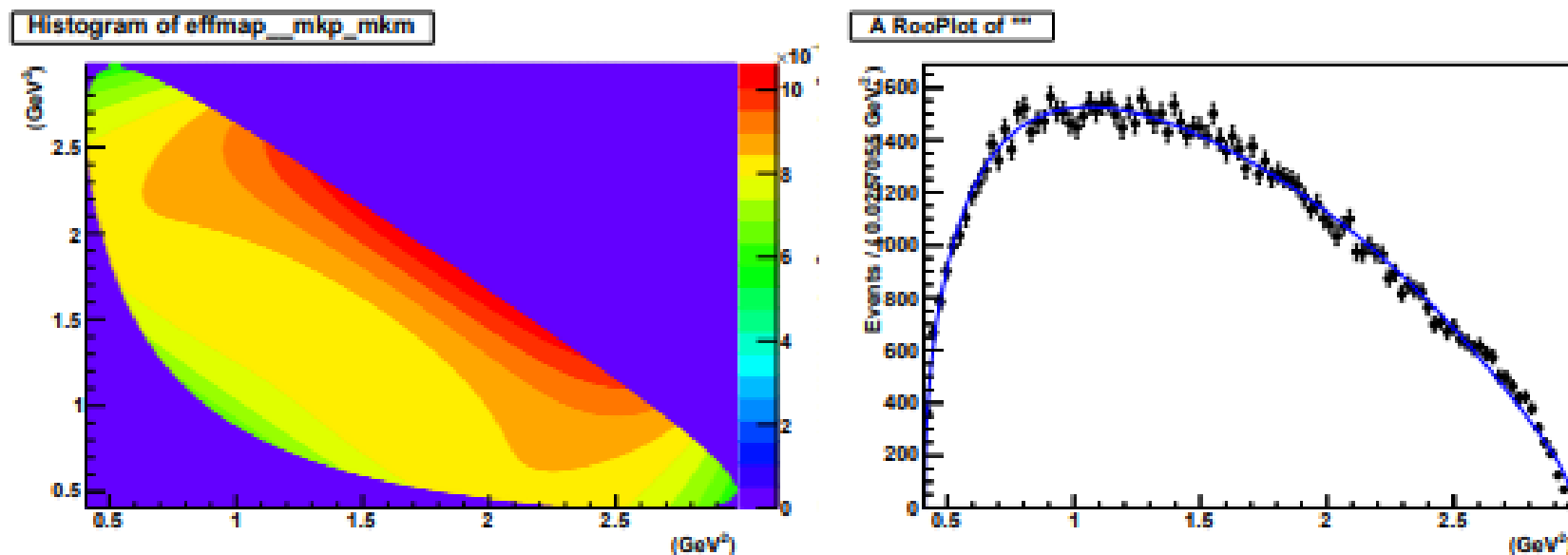
$$(\mathcal{C}, \mathcal{S}) = \sqrt{p_D \bar{p}_D} (\cos, \sin)(\phi)$$

➤ $p_D, \mathcal{C}(z), \mathcal{S}(z)$ 可以通过傅里叶展开得到级数 $(a, b)_n^D, (a, b)_n^C, (a, b)_n^S$.

➤ LHCb 和 BESIII 首次利用不分组方法联合测量 γ

- BESIII: $7.93 \text{ fb}^{-1} \psi(3770)$ data
- LHCb: 9 fb^{-1} Run1 + Run2 data

- 可以利用多项式函数拟合PHSP MC确定相空间每点的相对效率
 - 为Dalitz图上每点确定一个效率修正 w_{eff}



- 级数和级数间协方差可以通过对数据加权求和得到
 - $(a/b)_n^f = \sum_{i=1}^{N_f} w_n^{(a/b)i}$; $cov(a_1, a_2) = \sum_{i=1}^N w_1^i w_2^i$
 - 信号级数可以由数据级数减除本底级数得到

➤ 基于 $B \rightarrow DK$ 的振幅，可以得到级数间具有的级数关系：

□ B衰变

$$a_n^{B+} = h_B [a_n^{D+} + (x_-^2 + y_-^2) a_n^{D-} + 2(x_- a_n^C + y_- a_n^S)]$$

□ D衰变

• 味标记道

$$a_n^{flav} = h_{flav} [a_n^{D+} + (x_D^2 + y_D^2) a_n^{D-} - 2R_D(x_D a_n^C - y_D a_n^S)] \propto a_n^{D+}$$

• CP标记道

$$a_n^{CP\pm} = h_{CP\pm} [a_n^{D+} + a_n^{D-} \mp a_n^C]$$

• 自共轭道

$$a_{mn}^{DD} = h_{DD} [a_m^{D+} a_n^{D-} + a_m^{D-} a_n^{D+} - 2(a_m^C a_n^C + a_m^S a_n^S)]$$

➤ 基于系数公式拟合得到CP破坏参数 $x_{\pm} = r_B \cos(\delta_B \pm \gamma)$ 和 $y_{\pm} = r_B \sin(\delta_B \pm \gamma)$

- 可以通过预期级数和关联矩阵构建 χ^2 似然拟合函数

$$\chi^2 = \left[a_n^{CP+} - \mu_{a_n^{CP+}} \right]^T V_{a_n^{CP+}}^{-1} \left[a_n^{CP+} - \mu_{a_n^{CP+}} \right]$$

- 拟合函数 χ^2 为B介子数据 χ_{Beauty}^2 和D介子数据 χ_{Charm}^2

$$\begin{aligned} \chi_{Charm}^2 = & \chi_{K_S^0 h^+ h^- \text{ vs. } CP\text{-even}}^2(a_n^C, b_n^C) + \chi_{K_S^0 h^+ h^- \text{ vs. } CP\text{-odd}}^2(a_n^C, b_n^C) \\ & + \chi_{K_S^0 h^+ h^- \text{ vs. } K_S^0 h^+ h^-}^2(a_n^C, b_n^C, a_n^S, b_n^S) \\ & + \chi_{K_L^0 h^+ h^- \text{ vs. } CP\text{-even}}^2(a_n^{C'}, b_n^{C'}) + \chi_{K_L^0 h^+ h^- \text{ vs. } CP\text{-odd}}^2(a_n^{C'}, b_n^{C'}) \\ & + \chi_{K_L^0 h^+ h^- \text{ vs. } K_S^0 h^+ h^-}^2(a_n^C, b_n^C, a_n^S, b_n^S, a_n^{C'}, b_n^{C'}, a_n^{S'}, b_n^{S'}) \\ & + \chi_{\Delta(a,b)_n^{C,S}}^2(a_n^C, b_n^C, a_n^S, b_n^S, a_n^{C'}, b_n^{C'}, a_n^{S'}, b_n^{S'}). \end{aligned} \quad (1)$$

- 自由参数包括:

- χ_{Beauty}^2 约束的提取 γ 的CP破坏参数 $x_{\pm}^{DK}, y_{\pm}^{DK}, x_{\xi}^{D\pi}, y_{\xi}^{D\pi}$
- χ_{Charm}^2 约束的D介子级数 $(a, b)_{C/S}^n$

- 通过伪数据样本确定，仅使用 $K_S^0 \pi^+ \pi^-$ 的情况下，不分组方法统计误差为 5.53° ，相较分组方法的 5.63° 有一定提升。
- 通过伪数据样本得到不同阶数下不分组方法的预期统计误差($K_S^0 h^+ h^-$)

$M_\pi \backslash M_K$	1	2	3	4	5
1	5.50 ± 0.13	5.50 ± 0.13	5.59 ± 0.13	5.63 ± 0.13	5.73 ± 0.14
2	5.46 ± 0.13	5.46 ± 0.13	5.54 ± 0.13	5.60 ± 0.13	5.68 ± 0.14
3	5.47 ± 0.13	5.48 ± 0.13	5.57 ± 0.13	5.58 ± 0.13	5.67 ± 0.14
4	5.50 ± 0.13	5.51 ± 0.13	5.60 ± 0.13	5.60 ± 0.13	5.69 ± 0.14
5	5.50 ± 0.13	5.51 ± 0.13	5.59 ± 0.13	5.60 ± 0.13	5.68 ± 0.13

- 联合拟合中 $K_S^0 \pi^+ \pi^-$ 和 $K_S^0 K^+ K^-$ 阶数分别取2和1
- 加入 $K_S^0 K^+ K^-$ 后，不分组方法统计误差提升5%
- 不分组方法对 $K_S^0 K^+ K^-$ 这类小统计量，难以分组的道有更大优势

- 单独考虑统计误差中LHCb的贡献

$M_\pi \backslash M_K$	1	2	3	4	5
1	5.48 ± 0.14	5.44 ± 0.13	5.48 ± 0.14	5.53 ± 0.14	5.59 ± 0.14
2	5.43 ± 0.13	5.4 ± 0.13	5.44 ± 0.13	5.49 ± 0.14	5.54 ± 0.14
3	5.43 ± 0.13	5.42 ± 0.13	5.44 ± 0.13	5.51 ± 0.14	5.55 ± 0.14
4	5.42 ± 0.13	5.42 ± 0.13	5.44 ± 0.13	5.49 ± 0.13	5.55 ± 0.14
5	5.41 ± 0.13	5.41 ± 0.13	5.44 ± 0.13	5.48 ± 0.13	5.54 ± 0.14

- 随着LHCb统计量提升，将需求更高阶的 $K_S^0 \pi^+ \pi^-$ 和 $K_S^0 K^+ K^-$ 级数
- 本分析将提供更高阶(3, 2)的 $(a, b)_{C/S}^n$ 结果，为后续其他不分组方法分析提供输入。
- 本分析目前已经基本完成，即将推出文章进行合作组内审核

- 研究动机
- 研究内容
- 研究进展
- 总结

- 基于BESIII收集的 7.93 fb^{-1} 数据, 完成并发表了 $K_S^0 \pi^+ \pi^-$ 分组强相角参数 c/s_i 的测量, 为LHCb亮度升级后的 γ 测量提供关键输入.
 - 目前, $K_S^0 h^+ h^- (h = \pi, K) 20 \text{ fb}^{-1}$ 数据集下的分组强相角参数测量正在推进中。
- 基于BESIII收集的 7.93 fb^{-1} 数据, 联合LHCb合作组完成了不分组方法下 $B \rightarrow Dh, D \rightarrow K_{S/L}^0 h^+ h^- (h = \pi, K)$ 道的首次 γ 测量, 预计年内发表
 - 相较于分组方法, toy研究表明不分组方法提升约5%

谢谢!