

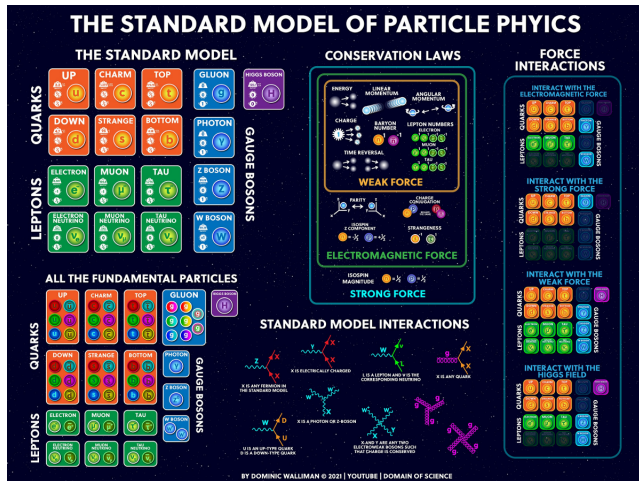
胶球的格点 QCD 研究

桂龙成 湖南师范大学
中国格点 QCD 合作组 (CLQCD)

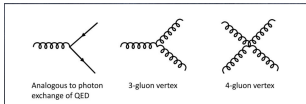
中国地质大学 武汉
第七届粒子物理天问论坛

September 20, 2025

标准模型



QCD

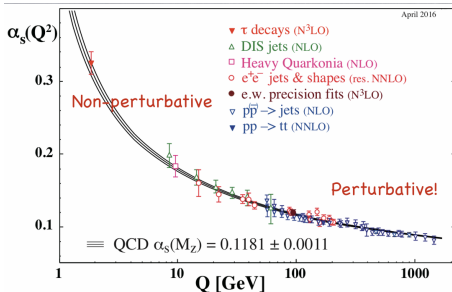


$$\mathcal{L}_{QCD} = \sum_f \bar{\psi}_f(x) (i\not{D} - m) \psi_f(x)$$

$$- \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a(x) F_a^{\mu\nu}(x)$$

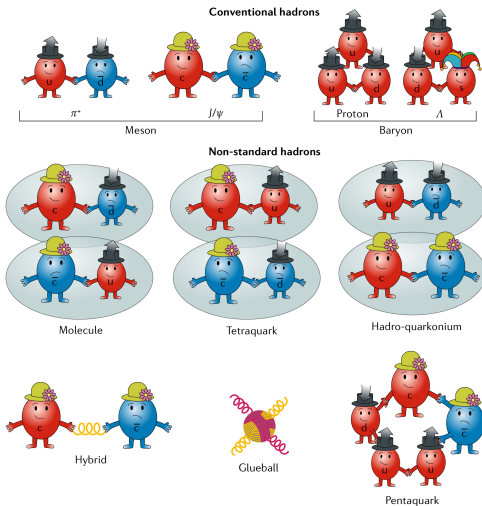
$$F^{\mu\nu,a} = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + g f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c$$

$$D_\mu = \partial_\mu - ig A_\mu$$



$$\alpha_s(\mu^2) = \frac{g_s^2}{4\pi} = \frac{4\pi}{\beta_0 \ln\left(\frac{\mu^2}{\Lambda^2}\right)}$$

强子

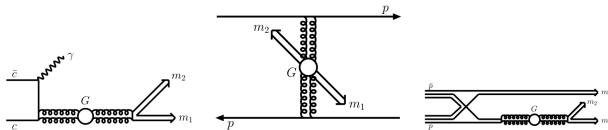


胶球

- 胶球 (glueball) 是由两个或多个胶子通过强相互作用束缚形成的、无色的复合粒子。与由夸克构成的传统介子 ($q\bar{q}$) 和重子 (qqq) 不同, 胶子的价成分是纯规范玻色子。
- 胶球是强相互作用中“自相互作用”的产物, 其质量谱和衰变性质直接反映 QCD 非微扰区特性。
- 无质量的胶子形成有质量的胶球, 有助于理解可见物质质量的起源。
- 也提供了暗物质的可能来源。
- BESIII 实验积累了世界上最大的 J/ψ 样本, 提供了寻找胶球的重要条件。

寻找胶球

- 衰变过程应该具有味道对称性。
- 存在超多重态。
- 在 $\gamma\gamma, \eta\eta'$ 过程受到压低。
- 最佳的寻找过程
 - $N\bar{N}$ 湮灭过程
 - 坡密子-坡密子散射过程
 - J/ψ 辐射衰变过程等



胶球候选者

- 标量胶球 ($J^{PC} = 0^{++}$)
 - $f_0(1710), f_0(1500), f_0(1370)$
- 赝标量胶球 0^{-+}
 - $\eta(1405), \eta(1475)$
 - **X(2370)**
- 张量胶球 2^{++}
 - $f_2(2340)$

困难

- 然而到目前为止，我们仍然没法对胶球的存在与否给出确切的答案
 - 对胶球的性质缺乏足够的了解，如其产生、衰变等信息。
 - 极大可能存在胶球与同位旋单态介子间的混合，使得难以区分。
- 一方面需要实验上对胶球的候选者给出更全面的测量数据，另一方面需要理论上给出更丰富的理论线索。
- 格点 QCD 是由 QCD 出发，直接进行数值模拟的非微扰计算方法，是研究各类强子性质的有力工具。

LQCD

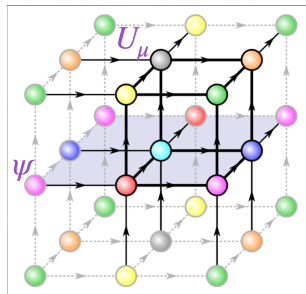
$$Z = \int D A D \psi D \bar{\psi} e^{i S[A, \psi, \bar{\psi}]}$$

$$\xrightarrow[t \rightarrow i\tau]{U_\mu = e^{i A_\mu}} \int D U \det M[U] e^{-S_g[U]}$$

$\det M[U] \rightarrow 0$ 淬火近似

$$\langle \hat{O}[U, \psi, \bar{\psi}] \rangle = \frac{1}{Z} \int D U \det M[U] \times e^{-S_g[U]} \hat{O}[U]$$

$$\langle \hat{O}[U, \psi, \bar{\psi}] \rangle = \frac{1}{N} \sum_i \mathcal{O}[U_i] + o\left(\frac{1}{\sqrt{N}}\right)$$



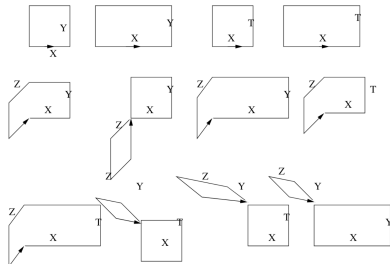
[2105.06019]

谱学计算

- 通过胶球算符构建两点关联函数，从中抽取离散能级信息。

$$C(\vec{p}, t) = \frac{1}{T} \sum_{\tau} \langle \Phi(\vec{p}, t + \tau) \Phi^{\dagger}(\vec{p}, \tau) \rangle$$

$$\approx \frac{|\langle 0 | \Phi(\vec{p}, 0) | S(\vec{p}) \rangle|^2}{2E_S V_3} e^{-E_S t} \approx e^{-E_S t},$$



淬火近似下的胶球谱

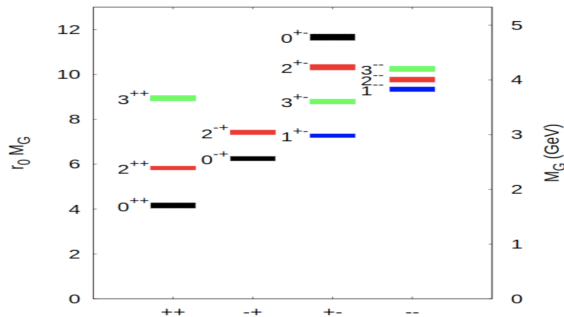


Figure 2: 标量胶球 $1.5 \sim 1.7 \text{ GeV}$, 张量胶球 $2.2 \sim 2.4 \text{ GeV}$, 赝标量胶球 $2.4 \sim 2.6 \text{ GeV}$ [Phys.Rev.,D73,014516]。

辐射衰变

辐射衰变的相关计算公式

- 衰变宽度

$$\Gamma(i \rightarrow \gamma f) = \frac{1}{2J_i + 1} \frac{1}{32\pi^2} \int d\Omega_q \frac{|\vec{q}|}{M_i^2} \sum_{r_i, r_f, r_\gamma} |\mathcal{M}_{r_i, r_f, r_\gamma}|^2$$

- 衰变振幅

$$\mathcal{M}_{r_i, r_f, r_\gamma} = \epsilon_\mu^*(q, r_\gamma) \langle f(p_f, r_f) | j_{em}^\mu(0) | i(p_i, r_i) \rangle$$

- 多极展开

$$\langle f(p_f, r_f) | j_{em}^\mu(0) | i(p_i, r_i) \rangle = \sum_k \alpha_k^\mu(p_f, p_i, \epsilon_f, \epsilon_i) F_k(Q^2)$$

J/ψ 辐射衰变到胶球

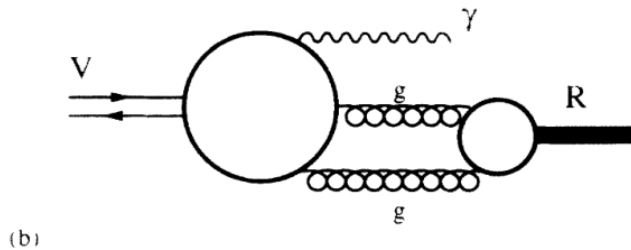


Figure 3: J/ψ 的辐射衰变过程是寻找胶球的重要场所。

J/ψ 辐射衰变到胶球

- $J/\psi \rightarrow \gamma G_S$ [Phys.Rev.Lett.110(2013),021601]

$$\Gamma(J/\psi \rightarrow \gamma G_S) = 0.35(8) \text{ keV}$$

$$Br(J/\psi \rightarrow \gamma G_S) = 3.8(9) \times 10^{-3}$$

- $J/\psi \rightarrow \gamma G_T$ [Phys.Rev.Lett.111(2013),091601]

$$\Gamma(J/\psi \rightarrow \gamma G_T) = 1.01(22)(10) \text{ keV}$$

$$Br(J/\psi \rightarrow \gamma G_T) = 1.1(2)(1) \times 10^{-2}$$

- $J/\psi \rightarrow \gamma G_{PS}$ [Phys.Rev.D 100(2019),054511]

$$M_{G_{ps}} = 2.395(14) \text{ GeV}$$

$$\Gamma(J/\psi \rightarrow \gamma G_{ps}) = 0.0215(74) \text{ keV}$$

$$Br(J/\psi \rightarrow \gamma G_{ps}) = 2.31(80) \times 10^{-4}$$

标量胶球的辐射衰变

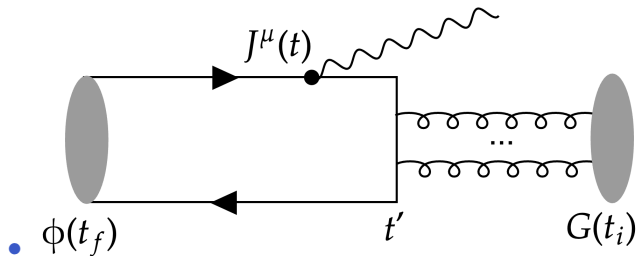


Figure 4: 胶球的辐射衰变到 ϕ 介子的过程。

标量胶球的辐射衰变

- [SCPMA67(2024),111012]

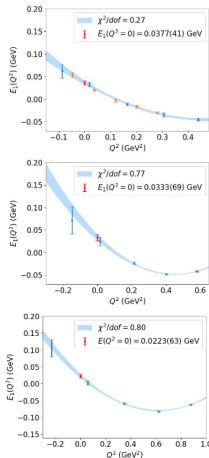
$$\Gamma_{G_S \rightarrow \gamma \phi} = 0.074(47) \text{ keV}$$

$$\text{Br}(J/\psi \rightarrow \gamma G) = 6.2(9) \times 10^{-3}$$

- 假设胶球的宽度 $\sim \mathcal{O}(100 \text{ MeV})$,

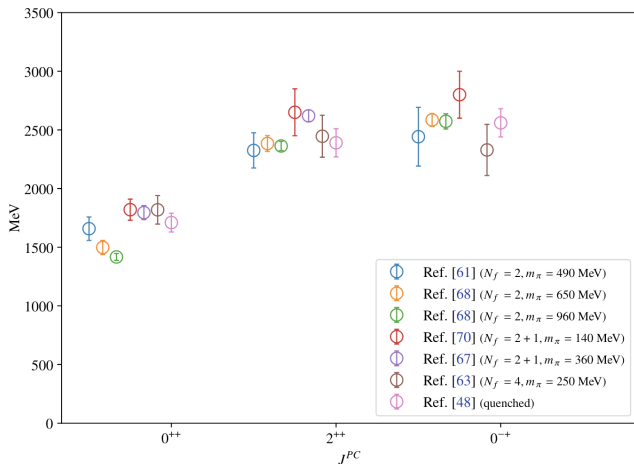
$$\text{Br}(J/\psi \rightarrow \gamma G_S, G_S \rightarrow \gamma \phi) \sim \mathcal{O}(10^{-9})$$

BESIII 在 $J/\psi \rightarrow \gamma \gamma \phi$ 过程没有观察到 $f_0(1710)$ 粒子 [Phys.Rev.D 111 (2025), 052011]。



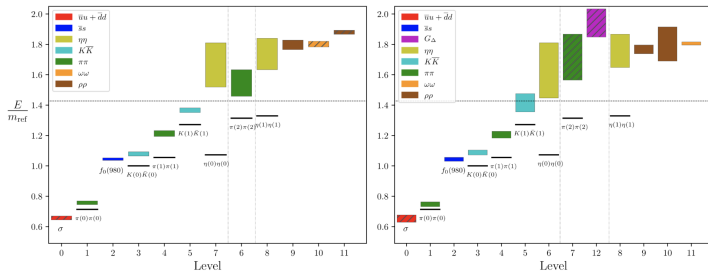
非淬火近似下的胶球谱

- 在非淬火近似下，采用纯胶球算符对胶球谱的研究 [arXiv:2305.04869]



更多算符

- 在非淬灭近似下，纯胶子算符原则上也可以耦合到同位旋单态介子。
- 采用 $\bar{q}q$, 多夸克算符以及胶子算符一起构建关联函数，通过变分来分析轻介子谱 (AIP Conf. Proc., 2249(1):030032, 2020.)。



- 需要更多的格点计算进行检验。

胶球与轻介子的混合

- 存在海夸克的情形下，胶球可以与质量接近的介子态发生混合。
- 赝标量胶球与 η_c 的混合角 [Phys.Lett.B 827 (2022) 136960]

$$\theta = 4.6(6)^\circ$$

- 赝标量胶球与 η 的混合角 [Phys.Rev.D 107 (2023) 9, 094510]

$$\theta = 3.46(6)^\circ$$

标量胶球的混合

- 然而物理的轻标量介子区域的能谱太过复杂。
- 只考虑 **1** 味夸克的情形可以降低理论上的复杂程度，并提供轻味强子与胶球相互作用的信息。
- 我们产生了只包含 **1** 味奇异夸克的动力学组态

$L^3 \times T$	β	$a_t^{-1}(\text{GeV})$	ξ	$m_{\eta_s}(\text{MeV})$	$m_{\phi}(\text{MeV})$	N_{cfg}
$16^3 \times 128$	2.0	6.66(5)	~ 5.0	693(5)	1027(8)	1547

标量胶球的混合

- 采用蒸馏法，我们可以计算介子两点关联函数的连通图及非连通图各自的贡献

name	J^{PC}	$m^{(C)}$ (MeV)	$m^{(C+D)}$ (MeV)	phys. state
$\eta_{(1)}$	0^{-+}	693.1(3)	783.0(5.5)	$\eta'(958)$
ϕ	1^{--}	1027(5)	1026(10)	$\phi(1020)$
f_0	0^{++}	1481(2)	1287(11)	$f_0(1500)$ or $f_0(1710)$
f_1	1^{++}	1564(2)	1572(22)	$f_1(1420)$
h_1	1^{+-}	1589(2)	1577(40)	$h_1(1260)$
f_2	2^{++}	1629(3)	1642(22)	$f_2'(1525)$
ϕ_2	2^{--}	2030(9)	2035(11)	$(\phi_3(1850))$
η_2	2^{-+}	2045(11)	2044(19)	$\eta_2(1870)$

标量胶球的混合

- 通过计算关联函数矩阵

$$\mathbf{C}(t) = \begin{pmatrix} C_{GG}(t) & C_{Gs}(t) \\ C_{sG}(t) & C_{ss}(t) \end{pmatrix}$$

- 定义混合角

$$\begin{pmatrix} |1\rangle \\ |2\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |s\bar{s}\rangle \\ |G\rangle \end{pmatrix}$$

- 通过变分法来得到优化算符 (几乎只与 $|i\rangle$ 有耦合)

$$\mathcal{O}^{(i)} = w_G^{(i)} \mathcal{O}_G + w_s^{(i)} \mathcal{O}_s$$

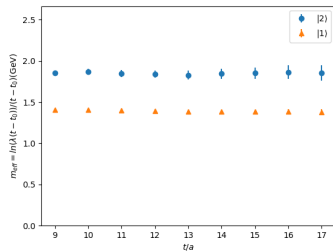
混合角

$$C_{ii}(t) = \langle 0 | \mathcal{O}^{(i)}(t) \mathcal{O}^{(i)}(0) | 0 \rangle \approx Z_i^2 e^{-E_i t}$$

$$C_{Xi}(t) = \langle 0 | \mathcal{O}_X(t) \mathcal{O}^{(i)}(0) | 0 \rangle \approx Z_X^i Z_i e^{-E_i t}$$

假定 $\langle 0 | \mathcal{O}_s | G \rangle \approx 0$, $\langle 0 | \mathcal{O}_G | \bar{s}s \rangle \approx 0$, 则
标量胶球与标量 $\bar{s}s$
的混合角满足

$$|\tan \theta| = \sqrt{-\frac{Z_s^2 Z_G^1}{Z_s^1 Z_G^2}} \approx \sqrt{-\frac{C_{s2}(t) C_{G1}(t)}{C_{s1}(t) C_{G2}(t)}}.$$



混合角

- θ 角的拟合值

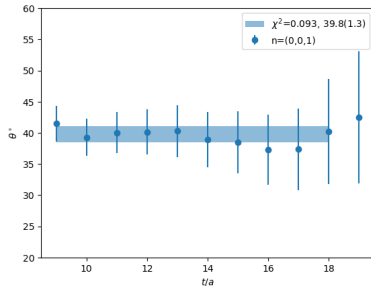
$$\theta = 39.8(1.3)^\circ$$

- 设描述混合的哈密顿量可写为

$$H = \begin{pmatrix} m_s & x \\ x & m_G \end{pmatrix}$$

假定 m_s 取 $s\bar{s}$ 连通图拟合的质量，可以得到混合能量

$$x = 237(21) \text{ MeV}, \quad \theta = 40.3(2.5)^\circ$$



讨论

- $f_0(1710)$ 在 J/ψ 辐射衰变过程的产率与我们关于纯胶球的产率的预言比较接近。
- 若 $f_0(1710)$ 为胶球与 $s\bar{s}$ 的混合后的粒子，也可以理解其具有较大的 $K\bar{K}$ 衰变分支比以及存在 $\gamma\gamma$ 衰变的实验观测。
- $X(2375)$ 的质量及产生衰变性质与赝标量胶球的格点 QCD 计算结果相符合，期待未来实验与理论上给出更多的辨认证据。
- 格点 QCD 也预言了奇特量子数胶球的存在，避免了与普通介子态的混合问题，也值得进一步开展相关的研究。

总结

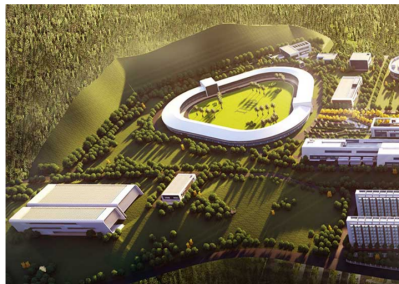
- 目前大多数格点计算的胶球质量都比较一致。淬火和非淬火的结果也区别不大。
- 我们当前的计算结果支持 $f_0(1710)$ 具有较大的标量胶球成份，但同时可能存在一定量的 $s\bar{s}$ 成分。
- 我们将进一步分析赝标量胶球的相关性质，结合实验上发现的 $X(2370)$ ，来确认赝标量胶球的存在。
- 期待与实验共同努力来推进对胶球的研究与寻找。

谢谢！

Lattice2025

第五届中国格点量子色动力学研讨会

将于**2025年10月9日-10月12日**在广东惠州举办（**10月9日报到**），由中国科学院近代物理研究所承办。



第五届中国格点量子色动力学研讨会

2025年10月9日-12日 广东惠州（10月9日报到）

中国科学院近代物理研究所 承办



强相互作用的基本性质是标准模型中亟待解决的重大理论问题。从第一性原理出发，格点QCD能够利用超大规模超级计算机，数值计算上述非微扰性质，并与实验结果相互印证。中国于20世纪八十年代开始格点QCD研究，并于2005年成立了全国格点QCD合作组（CLQCD）。经过多年发展和近畿一大批优秀年轻研究人员的加盟，同时借助超级计算机技术的迅猛进步，中国的格点QCD合作组近年来产生了一套系统的动力学理念，并具备了在量子能谱、核子结构、QCD相结构和标准模型精确检验等方面探索国际前沿问题的能力。

自2021年起，本系列会议在国内同行的支持下先后在华南师范大学、上海交通大学、清华大学、北京大学、湖南师范大学举办。“第五届中国格点量子色动力学研讨会”定于2025年10月9日-10月12日在广东惠州举办（10月9日报到），由中国科学院近代物理研究所承办。

研讨会诚邀相关领域专家共同探讨粒子物理、核物理中的重要前沿问题，以及格点QCD在国产超算上的软件开发，寻求格点QCD与相关领域的合作和协同发展。会议得到了国家自然科学基金重大项目《基于国产超算的格点量子色动力学关键科学问题研究》和南方核科学实验中心的支持。为确保各位专家的住宿及会议服务工作顺利进行，请定于8月31日前及时注意会议信息。

注册链接: <https://indico.ihep.ac.cn/event/324/>

会议组委会: 中国格点QCD合作组

会议联系人:

刘刚: lujing@impcas.ac.cn孙朝: sunqian@impcas.ac.cn薛琴 (会务秘书): xueqin@impcas.ac.cn

$J/\psi \rightarrow \gamma G_S$

- [Phys.Rev.Lett.110(2013),021601]

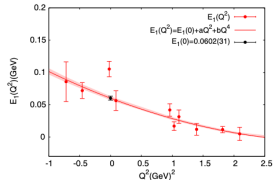
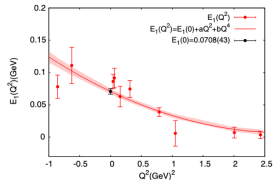
$$\Gamma(J/\psi \rightarrow \gamma G_S) = 0.35(8) \text{ keV}$$

$$\text{Br}(J/\psi \rightarrow \gamma G_S) = 3.8(9) \times 10^{-3}$$

- 实验上

$$\text{Br}(J/\psi \rightarrow \gamma f_0(1710)) > 2.1 \times 10^{-3},$$

$$\text{Br}(J/\psi \rightarrow \gamma f_0(1500)) > 1.9 \times 10^{-4}$$



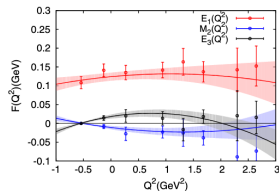
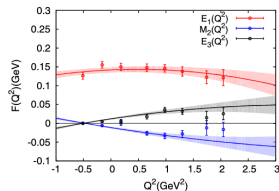
$J/\psi \rightarrow \gamma G_T$

- [Phys.Rev.Lett.111(2013),091601]

$$\Gamma(J/\psi \rightarrow \gamma G_T) = 1.01(22)(10) \text{ keV}$$

$$\text{Br}(J/\psi \rightarrow \gamma G_T) = 1.1(2)(1) \times 10^{-2}$$

- $f_2(2340)$?



$J/\psi \rightarrow \gamma G_{PS}$

- [Phys.Rev.D 100(2019),054511]

$$M_{G_{ps}} = 2.395(14) \text{ GeV}$$

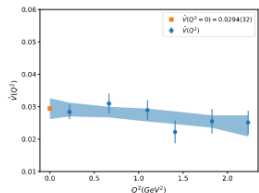
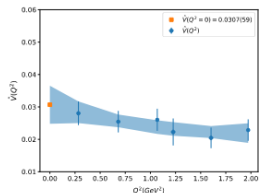
$$\Gamma(J/\psi \rightarrow \gamma G_{ps}) = 0.0215(74) \text{ keV}$$

$$\text{Br}(J/\psi \rightarrow \gamma G_{ps}) = 2.31(80) \times 10^{-4}$$

- 实验方面 [Phys.Rev.Lett. 132(2024), 181901]

$$\text{Br}(J/\psi \rightarrow \gamma X(2370)) = (10.7_{-7}^{+22.8}) \times 10^{-4}$$

$$M(X2370) = 2395 \pm 11_{-94}^{+26} \text{ MeV}$$



胶球与标量介子

