

# 实验模拟与数据分析工具

平荣刚

中国科学院高能物理研究所  
([pingrg@ihep.ac.cn](mailto:pingrg@ihep.ac.cn))

中国科学院大学，2024-4，课程编号：070200M02020H

# 目 录

## 第四章 蒙特卡罗模拟

4.1: 蒙特卡罗方法简史

4.2: 随机数产生和检验

4.3: 概率分布抽样方法

4.4: 蒙特卡罗模拟在物理中的应用

## 第五章 物理事例产生器

5.1: 事例产生器的作用和原理

5.2: 物理事例的运动学描述

5.3: **PYTHIA产生子**

5.4: **高能物理实验中常用的产生子**

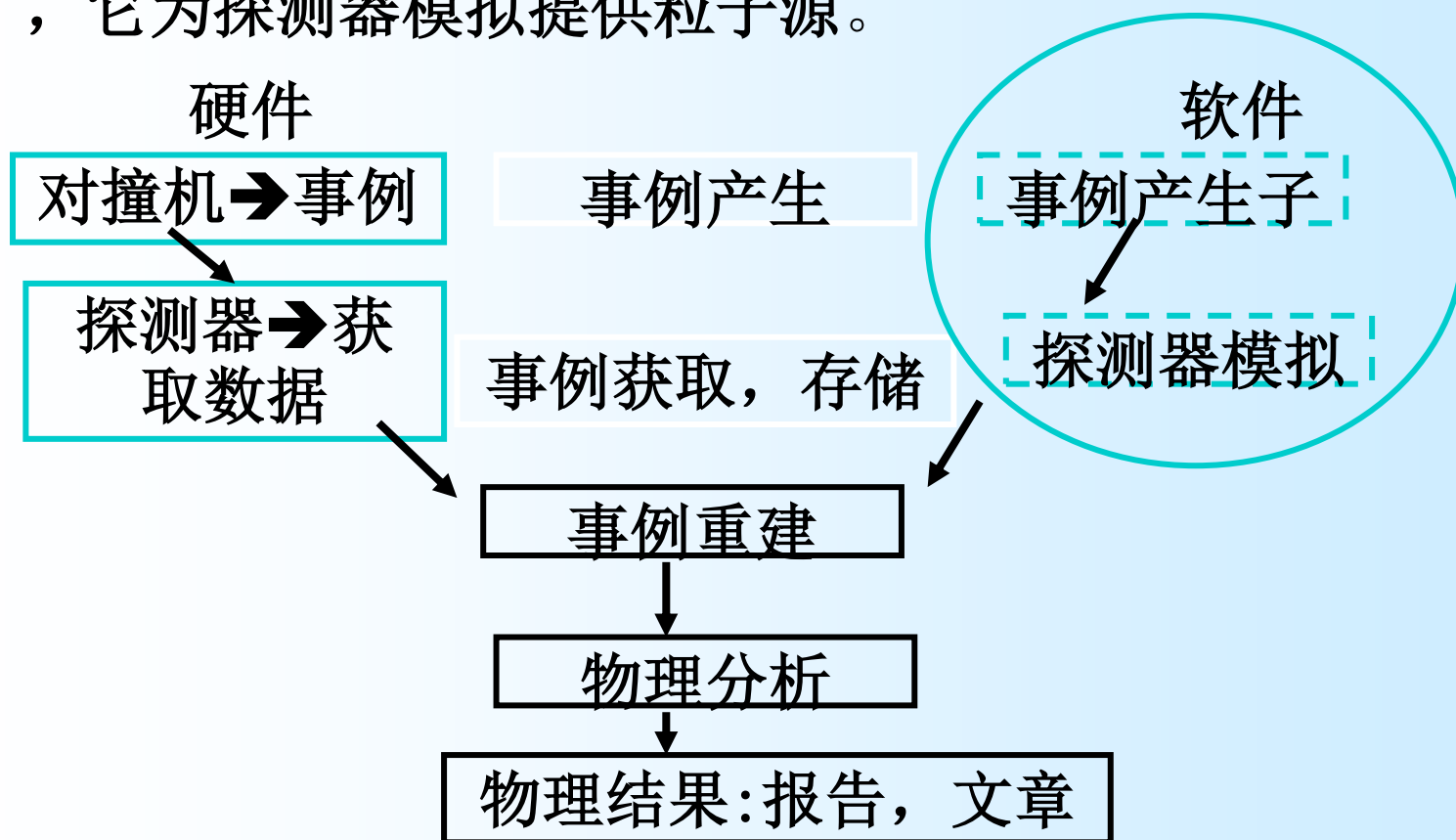
# 本节教材/参考资料

- **PYTHIA6.3, Physics and Manual**  
arXiv: hep-ph/0308153
- **Bo Andersson, <<The Lund model>>**  
Cambridge University Press 1998
- Andy, et. Al, Systematic event generator tuning for the LHC  
arXiv: 0907.2973
- **Bo Andersson, Few-Body States in Lund String Fragmentation Model**  
arXiv: hep-ph/9910285

# 第五章 物理事例产生器

## 5.1: 事例产生器的作用和原理

- 在高能物理实验中，事例产生器处于粒子流的最前端，它为探测器模拟提供粒子源。



➤ 高精度产生子模型是获得**探测器效率**可靠地保证

探测器在各个方向上的粒子探测效率不是完全相同的，探测器的空间覆盖也不是全空间的，如果事例产生器提供的粒子在空间分布和种类与真实的物理过程不一致，可能导致探测效率的偏差。

➤ 产生器为物理分析提供**精确的截面**

在物理分析中，需要产生子计算精确的截面。如在测量数据的积分亮度( $L$ )实验中，对于正负电子对撞机，常常采用Babha过程( $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ )和双光子过程( $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$ )，测量 $L$ 的精度，与产生子计算的这两个过程的截面精度有关。

$$L = \frac{N^{sig}}{\sigma \varepsilon},$$

这里， $\sigma$  是产生子计算的包括辐射修正的截面， $\varepsilon$ 是探测器效率。

➤ 实验要求产生器为不稳定粒子的衰变分支比提供精确的计算

对粒子衰变的事例形状、带点径迹多重数、粒子产额的总数测量实验中，如果粒子的各个遍举衰变衰变分支比不能准确计算，不可能给出可靠的探测效率。对高能粒子过程，有的产生子对截面的计算可以到达NNL精度，对于部分子的强子化过程，通常采用唯象参数调节的办法，通过匹配数据的各种分布，来达到实验精度要求。

➤ 对于R-值测量实验和遍举过程的强子截面测量，产生子要精确地计算初态辐射因子。

在正负电子对撞机实验中，测量遍举强子产生的Born截面，需要产生器计算相应的初态辐射因子，才能求得Born截面。

$$\sigma_{Born} = \frac{N^{sig}}{L \epsilon f_{ISR}}, \text{这里, } L \text{ 是数据的积分亮度,}$$

$\epsilon$ 是探测器效率,  $f_{ISR}$ 是初态辐射修正因子。

## ➤ 事例产生器

事例产生器是基于Monte-Carlo方法，根据特定的概率模型，通过合理、高效的方法抽样生成物理事例软件包/库。它是探测器模拟的事例源，为探测器模拟提供各种粒子的四动量。

❖对事例产生器的性能有哪些要求？

a.高精度的理论计算模型

Beyond leading order: QED过程, ISR过程, 高能QCD过程→精确的截面, 参数, 合理的 event shape和单粒子的分布

b.模型具有很好的扩展性, 参数便于优化

c.高效的事例抽样效率

一些极端的分布,如Bhabha角分布,质量分布中的窄共振态等,合理的抽样方案可提高单个事例的CPU利用率。

d. 软件的开放性,可移植性,详细的用户手册

例: 在 $J/\psi \rightarrow e^+e^-$ 衰变中, 电子的角分布满足 $1 + \cos^2 \theta$ ,  $\theta$ 是电子的极角。

事例产生步骤: 思考题: 你有什么高效的抽样方法?

- a. 用相空间模型(仅满足衰变初末态的能动量守恒), 抽取末态电子的四动量。
- b. 用舍选抽样方法, 选出末态电子角分布符合 $1 + \cos^2 \theta$ 的事例。  
即: 产生一个随机数 $\xi$ , 如果满足 $\xi < (1 + \cos^2 \theta) / 2$ , 接受这个事例; 否则, 不接受这个事例, 回到a.



## 5.2: 物理事例的运动学描述

### I. 粒子衰变的相空间

质量为 $M$ 的粒子衰变到 $n$ 个子粒子， $n$ -体相空间满足

$$d\Phi_n(P; p_1, p_2, \dots, p_n) = \delta^4(P - \sum_{i=1}^n p_i) \prod_{i=1}^n \frac{d^3 p_i}{(2\pi)^3 2E_i}$$

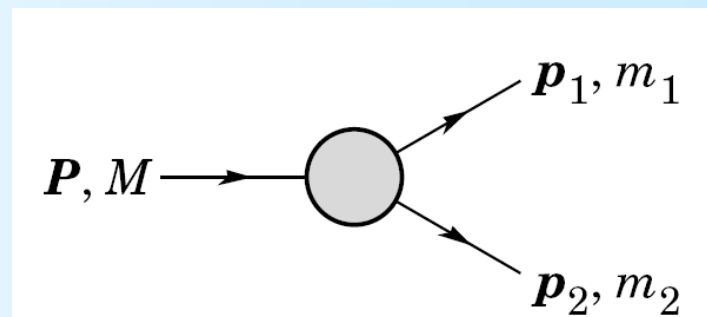
自由度:  
 $3n-4$

它是衰变前后能动量守恒和粒子质壳关系的结果。

对于两体衰变，有：

$$d\Omega = d\phi_1 d(\cos \theta_1),$$

$$E_1 = \frac{M^2 + m_1^2 - m_2^2}{2M},$$



$$|\vec{p}_1| = |\vec{p}_2| = \frac{\sqrt{(M^2 - (m_1 + m_2)^2)(M^2 - (m_1 - m_2)^2)}}{2M} \equiv \frac{\sqrt{\lambda(M^2, m_1^2, m_2^2)}}{2M}.$$

两体衰变的相空间为：

$$d\Phi_2(P; p_1, p_2) = \frac{1}{4(2\pi)^6} \frac{|\vec{p}|}{M} d\Omega_1, \text{ 其中 } d\Omega_1 = d\phi_1 d(\cos\theta_1)$$

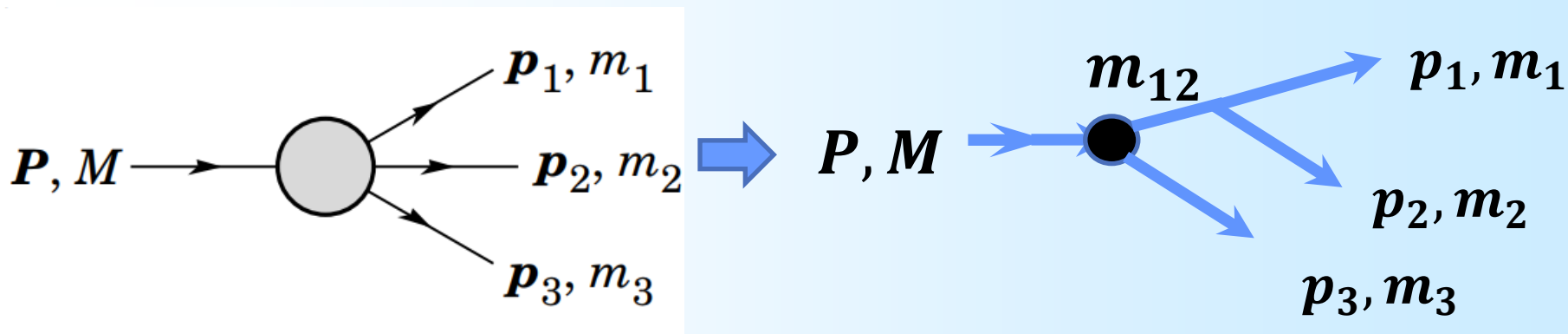
--两体相空间的抽样

- 产生 (0,1)之间的均匀分布随机数： $\xi_1, \xi_2$
- $\phi_1$ 的抽样： $\phi_1 = 2\pi\xi_1$
- $\theta_1$ 的抽样： $\theta_1 = \cos^{-1}(2\xi_2 - 1)$

这意味着极角和方位角的分布密度函数为：

$$f(\theta_1, \phi_1) = \frac{\sin \theta_1}{4\pi}$$

# 三体衰变相空间的抽样



$$d\Phi_3(P, p_1, p_2, p_3) = \frac{1}{(2\pi)^9} \frac{1}{8M} |\mathbf{p}_1^*| |\mathbf{p}_3| dm_{12} d\Omega_1^* d\Omega_3$$

证明

$$1. d\Phi_2(M, m_{12}, p_3): (\mathbf{p}_3, \Omega_3)$$

$$|\mathbf{p}_3| = \frac{[(M^2 - (m_{12} + m_3)^2)(M^2 - (m_{12} - m_3)^2)]^{1/2}}{2M}$$

# 三体衰变相空间的抽样

2.  $d\Phi_2(m_{12}, p_1, p_2): (\mathbf{p}_1^*, \Omega_1^*)$

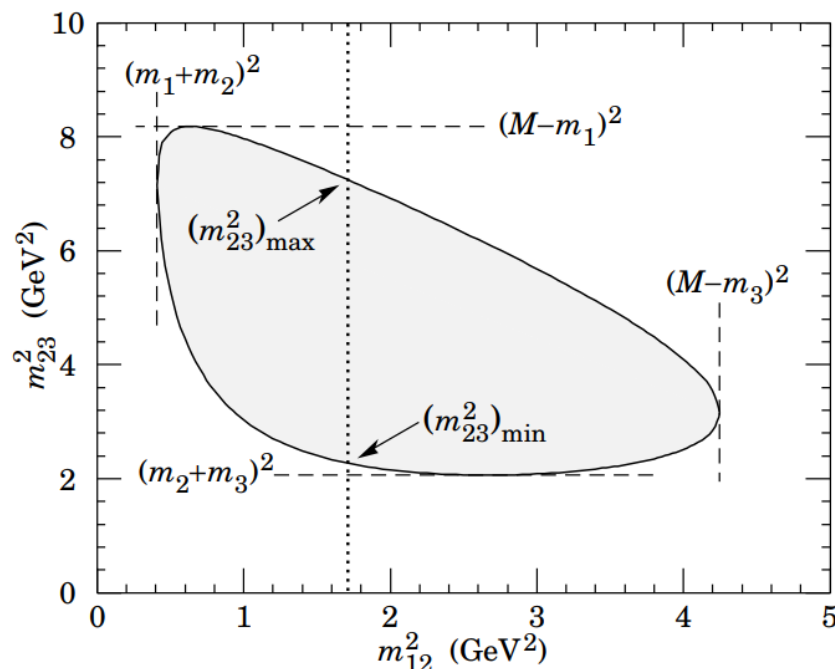
$$|\mathbf{p}_1^*| = \frac{[(m_{12}^2 - (m_1 + m_2)^2)(m_{12}^2 - (m_1 - m_2)^2)]^{1/2}}{2m_{12}}$$

3. 三体衰变的Dalitz 图

$$m_{12}^2 \in [(m_1 + m_2)^2, (M - m_3)^2]$$

$$m_{23}^2 \in [(m_2 + m_3)^2, (M - m_1)^2]$$

思考题：怎么画Dalitz图的包络线？

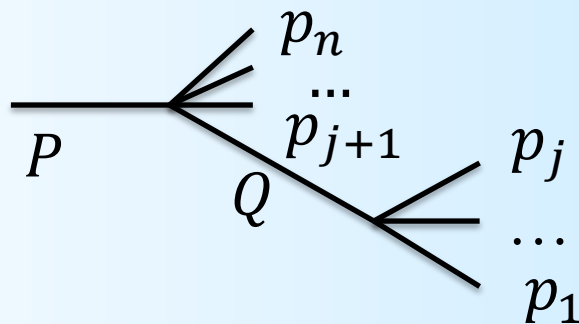


# 多体(三体以上)衰变相空间的抽样

多体衰变的相空间可按因子化公式展开：

$$d\Phi_n(P; p_1, p_2, \dots, p_n) = \frac{1}{2\pi} d\Phi_j(Q, p_1, \dots, p_j) d\Phi_{n-j+1}(P, Q, p_{j+1}, \dots, p_n) dQ^2,$$

其中， $Q = \sum_{i=1}^j p_i$ .



## I. 顺序排列法

反复利用因子化公式，将多体衰变的相空间因子化为两相空间之积，即：

$$d\Phi_n(P; p_1, p_2, \dots, p_n) = \frac{1}{(2\pi)^{n-2}} dM_{n-1}^2 \dots dM_2^2 d\Phi_2(n) \dots d\Phi_2(2),$$

其中， $M_i^2 = q_i^2, q_i = \sum_{j=1}^i p_j, d\Phi_2(i) = d\Phi_2(q_i; q_{i-1}, p_i)$ 是两体衰变

相空间.

[查看图](#)

## 抽样步骤:

(1)取 $i = n$ ,  $q_i = P$ 和 $M_i = \sqrt{q_i^2}$ ;

(2)洛伦兹变换到 $q_i$ 的静止坐标;

(3)在 $(0, 1)$ 区间产生两个均匀分布的随机数 $\xi_{i1}, \xi_{i2}$ ,并使

$$\phi_i = 2\pi\xi_{i1}, \cos \theta_i = 2\xi_{i2} - 1.$$

(4)如果 $i \geq 3$ 就产生第三个随机数 $\xi_{i3}$ , 并使 $M_{i-1} = (m_1 + \dots + m_{i-1}) + \xi_{i1}(M_i - m_i)$ ;

(5)取 $|\vec{p}_i| = \frac{\sqrt{\lambda(M_i^2, M_{i-1}^2, m_i^2)}}{2M_i}$ , 并且 $\vec{p}_i = |\vec{p}_i|(\sin \theta_i \sin \phi_i, \sin \theta_i \cos \phi_i,$

$$\cos \theta_i), \text{进一步置 } \vec{p}_i = (\sqrt{|\vec{p}_i|^2 + m_i^2}, \vec{p}_i), \quad q'_{i-1} = \left( \sqrt{|\vec{q}'_i|^2 + M_{i-1}^2}, -\vec{p}_i \right)$$

(6)变换回到原来的洛伦兹系统;

(7)将 $i \Rightarrow i-1$ , 如果 $i \geq 2$ , 则回到第(2), 反之, 则置 $p_1 = q_1$ .

按照顺序排列法产生的事例，权重为：

$$\omega = (2\pi)^{4-3n} 2^{1-2n} \frac{1}{M} \prod_{i=2}^n \frac{\sqrt{\lambda(M_i^2, M_{i-1}^2, m_i^2)}}{M_i}.$$

## II. RAMBO算法 (unweighted event generation)

Ref. R. Kleiss, W.J. Stirling, Comp. Phys. Comm. 40(1996), 359

A: 质心能量为 $\omega$ 的粒子衰变到 $n$ 个无质量的粒子

取母粒子的动量为 $P = (\omega, 0, 0, 0)$ , 末态粒子的动量为 $p_i (i = 1, \dots, n)$ .

相空间体积为

$$\Phi_n = \int (2\pi)^4 \delta^{(4)}(P - \sum_{i=1}^n p_i) \prod_{i=1}^n \frac{d^4 p_i}{(2\pi)^4} \theta(p_i^0) \delta(p_i^2).$$

RAMBO算法的基本思想是先产生 $n$ 个无质量的粒子动量 $q_i$ ，它们的动量不受四动量守恒条件的约束，但每个粒子有特定的权重 $f(q_i^0)$ ，然后把它和相空间体积联系起来。

$$\text{定义 } R_n = \int (2\pi)^4 \prod_{i=1}^n \frac{d^4 q_i}{(2\pi)^4} \theta(q_i^0) \delta(q_i^2) f(q_i^0) = (2\pi)^{4-2n} \left( \int_0^\infty x f(x) dx \right)^n.$$

把 $q_i$ 通过Lorentz变换到母粒子质心系，并重新标度， $p_i$ 表示为：

$$p_i^0 = x(\gamma q_i^0 + \vec{b} \cdot \vec{q}_i), \quad \vec{p}_i = x(\vec{q}_i + \vec{b} q_i^0 + a(\vec{b} \cdot \vec{q}_i) \vec{b}), \text{ 其中:}$$

$$Q^\mu = \sum_{i=1}^n q_i^\mu, \quad M = \sqrt{Q^2}, \quad \vec{b} = -\frac{1}{M} \vec{Q},$$

$$\gamma = \frac{Q^0}{M} = \sqrt{1 + \vec{b}^2}, \quad a = \frac{1}{1 + \gamma}, \quad x = \frac{\omega}{M}. \quad \text{做变量代换得到:}$$

$$R_n = \underbrace{\left[ \int (2\pi)^4 \delta^{(4)}(P - \sum_{i=1}^n p_i) \prod_{i=1}^n \frac{d^4 p_i}{(2\pi)^4} \theta(p_i^0) \delta(p_i^2) \right]}_{\Phi_n} * S_n$$



其中,  $S_n = 2\pi(P^2)^{2-n}\Gamma\left(\frac{3}{2}\right)\Gamma(n-1)\Gamma(2n)/\Gamma\left(n+\frac{1}{2}\right)$ 是常数

这个算法的两个步骤:

(1)产生相互独立的 $n$ 个无质量粒子的四动量 $q_i^\mu$ , 具有角度各向同性分布, 能量 $q_i^0$ 服从分布密度函数 $g(q_i^0) = q_i^0 e^{-q_i}$ , 利用 $4n$ 个 $(0,1)$ 区间均匀分布的随机数 $\xi_i$ , 四动量 $q_i$ 表示为

$$c_i = 2\xi_{i1} - 1, \quad \phi_i = 2\pi\xi_{i2}, \quad q_i^0 = -\ln(\xi_{i3}\xi_{i4}),$$

证明

$$q_i^x = q_i^0 \sqrt{1-c_i^2} \cos \phi_i, \quad q_i^y = q_i^0 \sqrt{1-c_i^2} \sin \phi_i, \quad q_i^z = q_i^0 c_i.$$

(2)利用Lorentz变换公式, 得到 $p_i^\mu$ .

这样得到的每个事例都是等权重的, 权重为:

$$\omega_0 = (2\pi)^{4-3n} \left(\frac{\pi}{2}\right)^{n-1} (P^2)^{n-2} / [\Gamma(n)\Gamma(n-1)].$$

## B:有质量粒子的相空间

对于有质量粒子的相空间，可以从无质量粒子的相空间出发，然后变换到有质量的构造。 $p_i$ 为一组无质量的粒子四动量：

$$\Phi_n(\{p_i\}) = \int (2\pi)^4 \delta^{(4)}(P - \sum_{i=1}^n p_i) \prod_{i=1}^n \frac{d^4 p_i}{(2\pi)^4} \theta(p_i^0) \delta(p_i^2).$$

设 $k_i^\mu$ 的质量为 $m_i$ ，与 $p_i^\mu$ 的变换关系为：

$$k_i^0 = \sqrt{m_i^2 + \zeta^2 (p_i^0)^2}, \vec{k}_i = \zeta \vec{p}_i. \text{ 其中, } \zeta \text{ 为方程的根:}$$

$$\omega = \sum_{i=1}^n \sqrt{m_i^2 + \zeta^2 (p_i^0)^2}. \quad \omega: k_i \text{ 的能量之和}$$

逆变换为：

$$p_i^0 = \sqrt{(k_i^{02} - m_i^2) / \zeta^2}, \vec{p}_i = \vec{k} / \zeta. \text{ 其中, } \zeta \text{ 为方程的根:}$$

$$\omega = \sum_{i=1}^n \sqrt{(k_i^{02} - m_i^2) / \zeta^2}.$$

经过一系列的变换得到：

$$\Phi_n(\{p_i\}) = \int (2\pi)^4 \delta^{(4)}(P - \sum_{i=1}^n p_i) \cdot \left\{ \zeta^{3(1-n)} \left[ \prod_{i=1}^n \frac{k_i^0}{p_i^0} \right] \left[ \sum_{i=1}^n \frac{|\vec{p}_i|^2}{p_i^0} \right] \left[ \sum_{i=1}^n \frac{|\vec{k}_i|^2}{k_i^0} \right]^{-1} \right\} \cdot \prod_{i=1}^n \frac{d^4 k_i}{(2\pi)^4} \theta(k_i^0) \delta(k_i^2)$$

在相空间中产生 $n$ 个有质量的粒子，包括3个步骤：

(1) 产生 $n$ 个无质量末态粒子的事例。

(2) 数值求解 $\omega = \sum_{i=1}^n \sqrt{m_i^2 + \zeta^2 (p_i^0)^2}$ 的根 $\zeta$ 。

(3) 利用 $k_i^0 = \sqrt{m_i^2 + \zeta^2 (p_i^0)^2}$ ,  $\vec{k}_i = \zeta \vec{p}_i$ 得到有 $k^\mu$ 。

这样得到的事例，权重为：

$\omega = \omega_0 \cdot \omega_m$ ，其中：

$$\omega_m = \omega^{(4-2n)} \left[ \sum_{i=0}^n |\vec{k}_i| \right]^{2n-3} \left[ \prod_{i=1}^n \frac{|\vec{k}_i|}{k_i^0} \right] \left[ \sum_{i=1}^n \frac{|\vec{k}_i|^2}{k_i} \right]^{-1}.$$

与无质量的末态粒子相空间不同，这是的权重不是常数，而是在相空间变化的。

## 加权事例 (weighted event) :

在顺序法抽样的例子中，每个事例的权重是不同的，每个事例对截面或者衰变微分宽度的贡献要乘以这个权重。

## 不加权事例 ( unweighted events)

是等权重事例，比如在RAMBO算法中，零质量粒子的权重是等权重的。对于加权事例，可以采用舍选抽样的算法，变成不加权事例，这时相空间上的点的密度疏密就是权重抽样的结果。

## 2.事例形状(Event shape)

每个事例有 $n$ 个末态粒子，它们的四动量记为 $p_i (i = 1, 2, \dots, n)$ ，它们包含着粒子衰变的所有动力学信息。在高能物理实验中，通常用事例形状来描述。常用的几个事例形状变量有球度，冲度，Fox-Wolfram矩，

### A. 球度 (Sphericity)

球度张量的定义是：

$$S^{\alpha\beta} = \frac{\sum_{i=1}^n p_i^\alpha p_i^\beta}{\sum_{i=1}^n |\vec{p}_i|^2}. \quad \text{这里, } \alpha, \beta \text{ 对应着 } x, y, z \text{ 分量。}$$

$S^{\alpha\beta}$ :  $3 \times 3$  matrix

这个张量对角化后，可以找到三个本征值 $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3$ ，满足： $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 1$ . 球度定义为：

$$S = \frac{3}{2}(\lambda_2 + \lambda_3).$$

所以有 $0 \leq S \leq 1$ ,  $S = 0$ 对应2-jet事例;  $S = 1$ 对于各向同性事例。

球度测量的是对事例轴定义的横向动量的平方和，即 $\sum_{i=1}^n p_{\perp i}^2$ .

平面度 (aplanarity) 定义为

$$A = \frac{3}{2} \lambda_3, \text{ 取值范围: } 0 \leq A \leq \frac{1}{2},$$

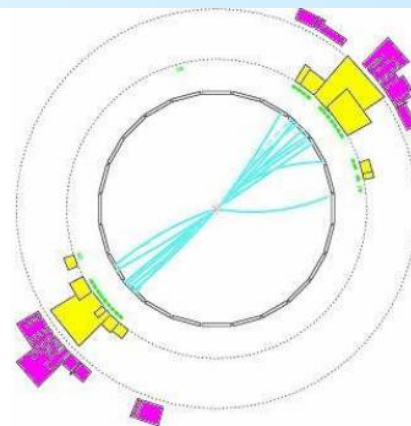
$A = 0$ 对应于平面事例,  $A = 1/2$ 各向同性事例。

三个本征值对应的本征矢量记为 $\vec{v}_i (i = 1, 2, 3)$ ,  $\vec{v}_1$ 称为球度轴 (或事例轴), 事例平面有 $\vec{v}_1 \times \vec{v}_2$ 构成。

## B. 冲度(Thrust)

冲度的定义为:

$$T = \max_{|\vec{n}|=1} \frac{\sum_i |\vec{n} \cdot \vec{p}_i|}{\sum_i |\vec{p}_i|}.$$



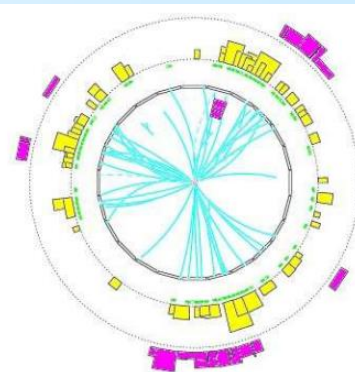
2-jet event: Thrust  $\simeq 1$

$\vec{n}$ 是单位矢量，可以取不同的方向，使得 $T$ 最大的 $\vec{n}$ 定义为冲度轴 $\vec{v}_1$ 。

冲度的取值范围： $1/2 \leq T \leq 1$ ,  $T = 1/2$ 对应于各向同性事例， $T = 1$ 对应2-jet事例。

在垂直于冲度轴的平面，主轴( $v_2$ )的值定义为

$$M_a = \max_{|\vec{n}|=1, \vec{n} \cdot \vec{v}_1=0} \frac{\sum_i |\vec{n} \cdot \vec{p}_i|}{\sum_i |\vec{p}_i|}.$$



3-jet event: Thrust  $\simeq 2/3$



同样，在垂直主轴的方向，定义次轴的值定义为：

$$M_i = \max_{|\vec{n}|=1, \vec{n} \cdot \vec{v}_2=0} \frac{\sum_i |\vec{n} \cdot \vec{p}_i|}{\sum_i |\vec{p}_i|}.$$

扁率(oblateness)定义为主值和次值的差，即

$$O = M_i - M_a.$$

$O = 0$ 对应于关于冲度轴对称的事例， $O$ 增大时，对应于平面事例。

## C. Fox-Wolfram矩

Fox-Wolfram矩定义为

$$H_l = \sum_{i,j} \frac{|\vec{p}_i| |\vec{p}_j|}{E_{vis}^2} P_l(\cos \theta_{ij}), l = 1, 2, \dots$$

这里， $\theta_{ij}$ 是强子 $i, j$ 之间的夹角， $E_{vis}$ 是一个事例总的可见能量。

$P_l(\cos \theta)$ 是Legendre多项式。如果粒子的能量忽略，  
则 $H_0 = 1$ .

对于2-jet事例，

$$H_l = \begin{cases} 0, & l \text{为奇数} \\ 1, & l \text{为偶数} \end{cases}.$$

## **5.3: PYTHIA产生子**

**5.3.1. 通用事例产生子**

**5.3.2. 短程物理**

**5.3.3. 强子化模型**

**5.3.4. 蒙特卡罗技术**

**5.3.5. 程序概述**

**5.3.6. 参数优化**

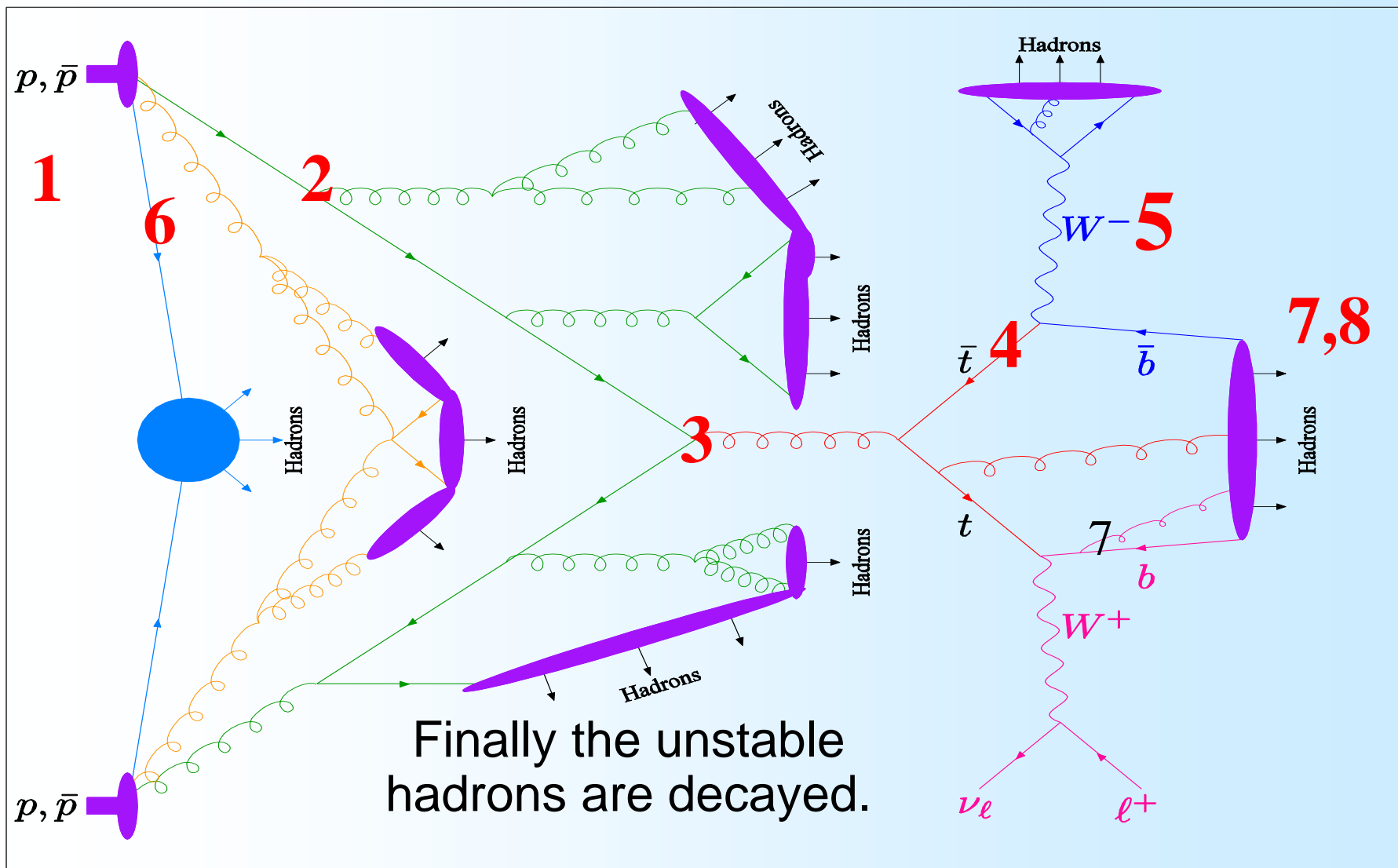
## 5.3.1 通用事例产生子

在高能物理实验中常用的产生子有**PYTHIA6/8**, **HERWIG**, **HERWIG++** 以及**SHERPA**。它们在数据分析中有着不可替代的作用。它们用于产生高能物理中(超出)标准模型过程事例, 结合探测器模拟, 用于研究探测器对碰撞事例的响应、新实验设计的参数设计估计、信号和本底的估计等。这些产生子描述的物理过程包括碰撞事例的短程物理到强子形成和衰变的物理能标。

这些高能事例产生子描述的物理过程包括多个方面。如果我们跟踪一个事例的产生, 产生子描述的过程是:

1. 初始束流性质的描述
2. 初态簇射的形成：比如强子中的部分子簇射  $q \rightarrow qg$
3. 两个簇射中的部分子发生短程作用，开始进入硬过程。
4. 随后产生短寿命共振态，如  $Z^0/W^\pm$  规范波色子，以及衰变到部分子的过程。
5. 部分子进一步分叉，形成末态簇射。
6. 束流中的旁观者部分子的演化，保证它的色结构与部分子硬过程的末态保证色单态的要求。
7. 末态簇射的部分子强子化为色单态的强子。
8. 不稳定强子的进一步衰变。

# 例如：核子对撞的事例产生及演化



## 5.3.2. 硬过程

高能通用产生子计算的主要物理过程，是短寿命粒子，衰变时产生QCD或QED辐射，时间能标在 $1/\Lambda$ 左右， $\Lambda \approx 200 \text{ MeV} \sim 1\text{fm}^{-1}$ . 对于 $e^+e^-$ 湮灭的过程，QCD描述的短程物理是从湮灭点开始，到产生的次级粒子系统的大小在 $1\text{fm}$ 以下的时间点。

PYTHIA包含了丰富的硬过程，比如 $2 \rightarrow 1, 2 \rightarrow 2, 2 \rightarrow 3$ 体的过程。但对末态为3体的过程，假设了不同的机制，采用不同的处理方法。这些过程可以分为：

1. 强QCD过程，如  $qg \rightarrow qg$  ( $q$ : 部分子,  $g$ : 胶子)
2. QCD软过程，如部分子的散射、衍射、最小偏差事例。

- 3.重味夸克的产生, 如 $gg \rightarrow f\bar{f}, gg \rightarrow J/\psi g$ :
- 4.光生过程, 如 $qg \rightarrow q\gamma$
- 5.光致过程, 如 $q\gamma \rightarrow qq$
- 6.深度非弹散射, 如 $ql \rightarrow ql$
- 7.W/Z产生, 如 $e^+e^- \rightarrow \gamma^*/Z^0, q\bar{q} \rightarrow W^+W^-$
- 8.标准模型的Higgs产生, Higgs当作共振态
- 9.规范波色子的散射过程, 如 $W^+W^- \rightarrow W^+W^-$
- 10.非标准模型的Higgs产生, 如带电higgs( $H^+, H^-$ )
- 11,新的规范波色子的产生, 如 $Z', W'$
- 12.Technicolor的产生: Higgs的电弱对称破坏的一种模型
- 13.左右对称模型产生双电荷的Higgs
- 14.Leptoquark的产生。
- 15.超对称模型



# 子过程列表

No.	Subprocess
<b>Hard QCD processes:</b>	
11	$f_i f_j \rightarrow f_i f_j$
12	$f_i \bar{f}_i \rightarrow f_k \bar{f}_k$
13	$f_i \bar{f}_i \rightarrow gg$
28	$f_i g \rightarrow f_i g$
53	$gg \rightarrow f_k \bar{f}_k$
68	$gg \rightarrow gg$
<b>Soft QCD processes:</b>	
91	elastic scattering
92	single diffraction ( $XB$ )
93	single diffraction ( $AX$ )
94	double diffraction
95	low- $p_\perp$ production
<b>Open heavy flavour: (also fourth generation)</b>	
81	$f_i \bar{f}_i \rightarrow Q_k \bar{Q}_k$
82	$gg \rightarrow Q_k \bar{Q}_k$
83	$q_i f_j \rightarrow Q_k f_l$

No.	Subprocess
84	$g\gamma \rightarrow Q_k \bar{Q}_k$
85	$\gamma\gamma \rightarrow F_k \bar{F}_k$
<b>Closed heavy flavour:</b>	
86	$gg \rightarrow J/\psi g$
87	$gg \rightarrow \chi_{0c} g$
88	$gg \rightarrow \chi_{1c} g$
89	$gg \rightarrow \chi_{2c} g$
104	$gg \rightarrow \chi_{0c}$
105	$gg \rightarrow \chi_{2c}$
106	$gg \rightarrow J/\psi \gamma$
107	$g\gamma \rightarrow J/\psi g$
108	$\gamma\gamma \rightarrow J/\psi \gamma$
<b>W/Z production:</b>	
1	$f_i \bar{f}_i \rightarrow \gamma^*/Z^0$
2	$f_i \bar{f}_j \rightarrow W^\pm$
22	$f_i \bar{f}_i \rightarrow Z^0 Z^0$
23	$f_i \bar{f}_j \rightarrow Z^0 W^\pm$
25	$f_i \bar{f}_i \rightarrow W^+ W^-$
15	$f_i \bar{f}_i \rightarrow g Z^0$

No.	Subprocess
16	$f_i \bar{f}_j \rightarrow g W^\pm$
30	$f_i g \rightarrow f_i Z^0$
31	$f_i g \rightarrow f_k W^\pm$
19	$f_i \bar{f}_i \rightarrow \gamma Z^0$
20	$f_i \bar{f}_j \rightarrow \gamma W^\pm$
35	$f_i \gamma \rightarrow f_i Z^0$
36	$f_i \gamma \rightarrow f_k W^\pm$
69	$\gamma\gamma \rightarrow W^+ W^-$
70	$\gamma W^\pm \rightarrow Z^0 W^\pm$
<b>Prompt photons:</b>	
14	$f_i \bar{f}_i \rightarrow g\gamma$
18	$f_i \bar{f}_i \rightarrow \gamma\gamma$
29	$f_i g \rightarrow f_i \gamma$
114	$gg \rightarrow \gamma\gamma$
115	$gg \rightarrow g\gamma$
<b>Deeply Inel. Scatt.:</b>	
10	$f_i f_j \rightarrow f_k f_l$
99	$\gamma^* q \rightarrow q$

No.	Subprocess
<b>Photon-induced:</b>	
33	$f_i \gamma \rightarrow f_i g$
34	$f_i \gamma \rightarrow f_i \gamma$
54	$g \gamma \rightarrow f_k \bar{f}_k$
58	$\gamma \gamma \rightarrow f_k \bar{f}_k$
131	$f_i \gamma_T^* \rightarrow f_i g$
132	$f_i \gamma_L^* \rightarrow f_i g$
133	$f_i \gamma_T^* \rightarrow f_i \gamma$
134	$f_i \gamma_L^* \rightarrow f_i \gamma$
135	$g \gamma_T^* \rightarrow f_i \bar{f}_i$
136	$g \gamma_L^* \rightarrow f_i \bar{f}_i$
137	$\gamma_T^* \gamma_T^* \rightarrow f_i \bar{f}_i$
138	$\gamma_T^* \gamma_L^* \rightarrow f_i \bar{f}_i$
139	$\gamma_L^* \gamma_T^* \rightarrow f_i \bar{f}_i$
140	$\gamma_L^* \gamma_L^* \rightarrow f_i \bar{f}_i$
80	$q_i \gamma \rightarrow q_k \pi^\pm$
<b>Light SM Higgs:</b>	
3	$f_i \bar{f}_i \rightarrow h^0$
24	$f_i \bar{f}_i \rightarrow Z^0 h^0$
26	$f_i \bar{f}_j \rightarrow W^\pm h^0$

No.	Subprocess
32	$f_i g \rightarrow f_i h^0$
102	$gg \rightarrow h^0$
103	$\gamma \gamma \rightarrow h^0$
110	$f_i \bar{f}_i \rightarrow \gamma h^0$
111	$f_i \bar{f}_i \rightarrow g h^0$
112	$f_i g \rightarrow f_i h^0$
113	$gg \rightarrow g h^0$
121	$gg \rightarrow Q_k \bar{Q}_k h^0$
122	$q_i \bar{q}_i \rightarrow Q_k \bar{Q}_k h^0$
123	$f_i f_j \rightarrow f_i f_j h^0$
124	$f_i f_j \rightarrow f_k f_l h^0$
<b>Heavy SM Higgs:</b>	
5	$Z^0 Z^0 \rightarrow h^0$
8	$W^+ W^- \rightarrow h^0$
71	$Z_L^0 Z_L^0 \rightarrow Z_L^0 Z_L^0$
72	$Z_L^0 Z_L^0 \rightarrow W_L^+ W_L^-$
73	$Z_L^0 W_L^\pm \rightarrow Z_L^0 W_L^\pm$
76	$W_L^+ W_L^- \rightarrow Z_L^0 Z_L^0$
77	$W_L^\pm W_L^\pm \rightarrow W_L^\pm W_L^\pm$

No.	Subprocess
<b>BSM Neutral Higgs:</b>	
151	$f_i \bar{f}_i \rightarrow H^0$
152	$gg \rightarrow H^0$
153	$\gamma \gamma \rightarrow H^0$
171	$f_i \bar{f}_i \rightarrow Z^0 H^0$
172	$f_i \bar{f}_j \rightarrow W^\pm H^0$
173	$f_i f_j \rightarrow f_i f_j H^0$
174	$f_i f_j \rightarrow f_k f_l H^0$
181	$gg \rightarrow Q_k \bar{Q}_k H^0$
182	$q_i \bar{q}_i \rightarrow Q_k \bar{Q}_k H^0$
183	$f_i \bar{f}_i \rightarrow g H^0$
184	$f_i g \rightarrow f_i H^0$
185	$gg \rightarrow g H^0$
156	$f_i \bar{f}_i \rightarrow A^0$
157	$gg \rightarrow A^0$
158	$\gamma \gamma \rightarrow A^0$
176	$f_i \bar{f}_i \rightarrow Z^0 A^0$
177	$f_i \bar{f}_j \rightarrow W^\pm A^0$
178	$f_i f_j \rightarrow f_i f_j A^0$
179	$f_i f_j \rightarrow f_k f_l A^0$

- 硬过程中的共振态衰变

这里的“共振态”不是指强子共振态，如 $\rho^0$ ， $\omega$ 等。硬过程中的共振态是指质量大于 $b$ 夸克的所有粒子，如 $t, Z, W^\pm$ ， $h$ 和超对称粒子等，它们的衰变由弱电物理，或者标准模型以外的物理支配。它们的宽度和衰变分支比是可以根据动力学计算的。PYTHIA中的共振态衰变通常是两体过程，很少处理三体和三体以上的多体过程。

- 束流性质的描述：部分子分布函数

$ij \rightarrow k$ 过程的截面

$$\sigma_{ij \rightarrow k} = \int dx_1 \int dx_2 f_i^1(x_1) f_j^2(x_2) \hat{\sigma}_{ij \rightarrow k},$$

$\hat{\sigma}_{ij \rightarrow k}$ 是部分子强作用过程的截面， $f_i^a(x)$ 是部分子分布函数，

表示在束流例子a中找到部分子i，携带总动量比例为x的几率。

- 对于 $pp$ 对撞，部分子的分布函数就是夸克分布函数，第一性原理无法计算，通常采用参数化函数，拟合数据确定。
- 对于 $e^+e^-$ 对撞， $f(x)$ 描述的是经过初态辐射以后，携带剩余动量 $x$ 比分的电子发生湮灭，**QED**可以精确计算。
- 对于 $ep$ 过程， $f(x)$ 描述光子的分布， $e$ 放出 $\gamma$ 过程可以精确计算，但 $\gamma q$ 的作用也需要参数化处理。

## 初态辐射和末态辐射

- 初末态粒子是带电粒子，可以辐射出多个光子（**韧致辐射**）；初末态粒子是带色荷的粒子，可以辐射出多个部分子。 $2 \rightarrow 2$ 的两体过程，通过初/末态辐射，末态可以是 $3/4 \dots$ 过程。

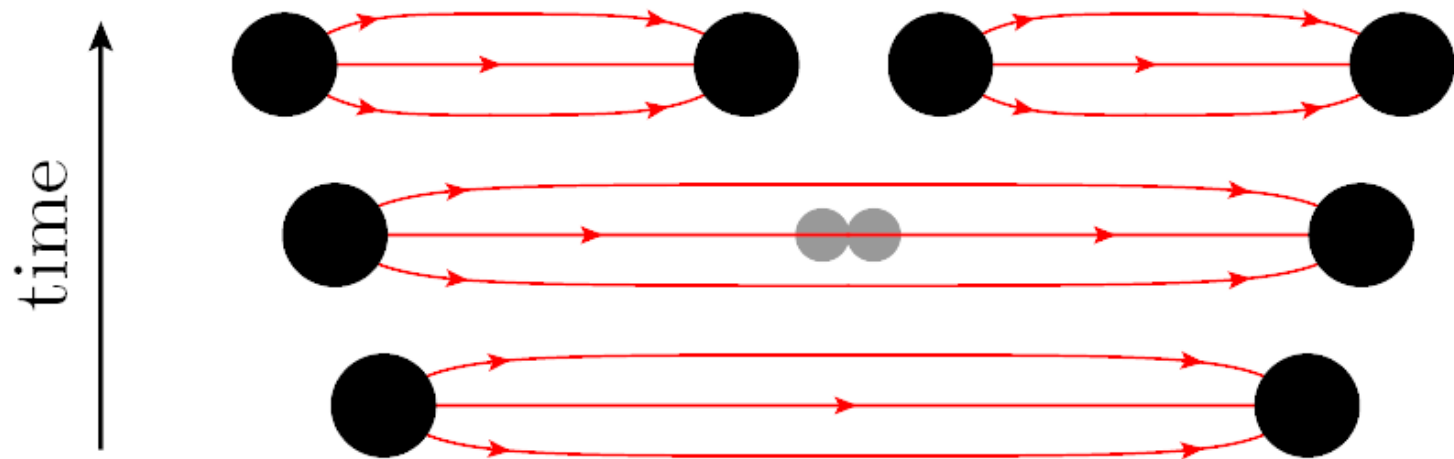
- 计算辐射修正的两种方法：**Feynman**图方法和部分子簇射方法
- **Feynman**图方法通过逐阶计算微扰展开图，运动学效应、干涉效应、螺旋度结构等考虑在内，无近似。缺点是高级图，如圈图的计算很困难。
- 部分子簇射方法通过对辐射过程中的运动学、干涉效应、螺旋度结构做近似处理，计算简单，部分子数目无上限。这种方法对可区分的**jet**产额预言能力有限。
- 两种方法可以互补地使用，为了考虑，部分子簇射方法常常作为首先。

## 5.3.3. 强子化模型

- 微扰QCD理论描述短程物理非常有效，对于长程过程，QCD的强耦合常数增大，微扰理论失效。
- 在禁闭区，带色的部分子转变成为无色的强子，这个过程我们称为强子化。
- 强子化过程还不能做到从QCD第一性原理去理解，通常用唯象模型来描述，比如弦碎裂模型 (string fragmentation)、独立碎裂模型 (independent fragmentation) 和群碎裂模型 (cluster model)。

### 弦碎裂模型

- 弦碎裂模型最早在JETSET中使用，称为Lund模型，后来，称为PYTHIA中的缺省选项。



图：弦碎裂模型示意图

如图，考虑带色的  $q\bar{q}$  对，无胶子簇射发生，当两个色荷运动相互远离时，当距离  $r$  达到足够大时，线性禁闭势  $V(r) = \kappa r$ 。在短程时，势能的Coulomb项起作用

( $\sim 1/r$ )，在禁闭区，可以忽略。这种物理图像，可以用  $q\bar{q}$  之间的色流管模型(color flux tube)来描述. 当弦继续被拉伸时，非微扰产生的夸克对使弦断裂，形成新的夸克对：

$$(q\bar{q}) \rightarrow (q\bar{q}') + (q'\bar{q})$$

如果碎裂的弦有较大的不变质量，它还可以进一步碎裂，直到它们具有强子的质量。在Lund弦模型中，介子可以看成是一段弦，两端连接夸克-反夸克对。有胶子中间态的夸克-反夸克体系 ( $\bar{q}gggq, \bar{q}gq$ )，胶子处理为弦上的“横向结” (transvers kink).

Lund弦模型利用了量子力学隧道效应的思想。这导致了夸克对味无关的Gaussian谱：

$$\text{Prob}(m_q^2, p_{\perp q}^2) \propto \exp\left(\frac{-\pi m_q^2}{\kappa}\right) \exp\left(\frac{-\pi p_{\perp q}^2}{\kappa}\right),$$

$m_q$  : 不同味的夸克质量

$p_{\perp q}$ : 碎裂过程传递给夸克的非微扰横向动量

弦碎裂产生的夸克、反夸克具有相同的质量，横向动量的方向相反。隧道效应导致了重夸克的产额压低：  
 $u:d:s:c \sim 1:1:0.3:10^{-11}$ .



**介子的形成：**弦碎裂后，邻近的夸克-反夸克对组合形成介子，Lund弦模型对标量介子和矢量介子的产生几率，按照自旋多重数(1:3)乘以波函数归一化因子计算。

**重子的产生：**重子看成夸克-双夸克体系(quark-diquark),弦碎裂时可以产生quark-antiquark对，也可以产生diquark-antidiquark对。另外一种机制是“爆米花”模型，在弦碎裂时，多个quark-antiquark对涌现出来，这不需要引入diquark。“爆米花”模型产生的重子、反重子之间的味道和动量关联比前一种机制弱。

### **Lund弦碎裂函数的对称性：**

对于连接 $q\bar{q}$ 的弦的碎裂，从端点由外向内，但从 $q$ 端，或从 $\bar{q}$ 端开始，选择是任意的，而且是等效的，这就是所谓的弦碎裂的左右对称。

由于弦碎裂左右对称性的要求，弦碎裂函数的形式选择为：

$$f(z) \propto \frac{1}{z} (1-z)^a \exp\left(-\frac{b(m_h^2 + p_{\perp h}^2)}{z}\right).$$

[查看图像](#)

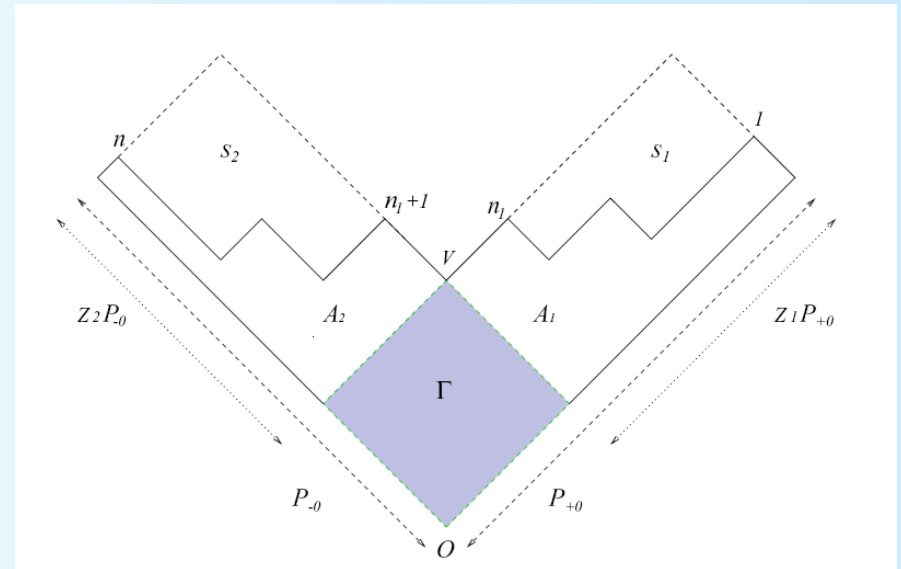
$z$ 是新粒子携带的剩余光锥动量  $(E \pm p_z)$  的比分 ( $q$  取+,  $\bar{q}$  取-),  $a$ 用于压低碎裂函数的“硬尾巴”, 当  $z \rightarrow 1$ ;  $b$ 是一个与弦张力有关的一个普适常数, 用于决定  $z \rightarrow 0$  的极限行为。碎裂函数与夸克质量的关系表明, 碎裂夸克的质量越大, 几率越小。

在JETSET/PYTHIA中, 缺省的弦碎裂模型是LUND弦模型, 但这对于几个GeV的能区, 碎裂的末态是少体过程, 弦碎裂模型描述不好, 需要专门的模型, 如LUND面积定律。

# LUND面积定律

hep-ph/9910285

Lund弦碎裂过程Lorentz不变的，可因子化的。一个包含 $n$ 个强子的能量有限系统，可以看成是弦碎裂无限次的系统。总的碎裂函数是各个步骤弦碎裂函数之积：



图：夸克-反夸克定点 $V$ 碎裂为两个jet，分别包括 $n_1, n_2$ 个粒子，jet的质量分别为 $s_1, s_2$ 。

$$\begin{aligned} dp_n &= \prod_{j=1}^n f_j(z_j) dz_j \quad (\text{Jetset, Pythia}) \\ &= C_n dp_{ext}(s, z) d\Phi_n(p_{o1}, p_{o2}, \dots, p_{oj}) \quad (\text{Area Law}) \end{aligned}$$

with

$$dp_{ext}(s, z) = ds \frac{dz}{z} (1-z)^\alpha \exp(-b\Gamma). \quad (\text{集团产生概率})$$

$$dp_n(p_{o1}, p_{o1}, \dots, p_{oj}) = \delta^2(P_n - \sum_{j=1}^n p_{oj}) \prod_{j=1}^n d^2 p_{oj} \delta(p_{oj}^2 - m_{\perp j}^2) \exp(-bA_n).$$

上式称为面积定律，其中， $\exp(-bA_n)$ 相当于矩阵元的平方，其他部分来源于相空间部分。

## 初级强子多重数

定义n个粒子的配分函数为：

$$Z_n = s \int dR_n \exp(-bA), \text{ 其中 } dR_n \text{ 是 } n \text{ 粒子相空间。}$$

初级强子多重数 $\tilde{P}_n$ 的分布定义为：

$$\tilde{P}_n = \frac{Z_n}{\sum Z_n},$$

$$\text{可近似表达为 } \tilde{P}_n = \frac{\mu^n}{n!} \exp[c_0 + c_1(n - \mu) + c_2(n - \mu)^2].$$

其中， $\mu$ 可以唯象地表达为能量依赖的关系：

$$\mu = a + b \exp(c\sqrt{s}), \text{ 或者 } \mu = a + b \ln s + c \ln^2 s.$$

参数 $a, b, c, c_0, c_1, c_2$ 由实验数据确定。

## 集团模型(cluster model)

集团强子化模型描述的物理过程是：在某一标度 $Q_0$ 下，微扰QCD簇射的色结构演化到这样的程度----产生的部分子的单色态子系统，它的不变质量分布，只依赖于普适的标度 $Q_0$ 和 $\Lambda_{QCD}$ ，而不依赖于起始的标度 $Q$ ，满足： $Q \gg Q_0 \gg \Lambda_{QCD}$ 。

基于这个普适性，Webber于1984年发展了这个模型，后来用于HERWIG/HERWIG++产生子中，以及HERPA产生子。它的核心思想是在簇射末期，强子所有的胶子都劈裂成夸克-反夸克对。

与弦碎裂模型相比，集团模型把胶子看成弦碎裂的“种子”，而不是连续体的“结”。通过胶子碎裂，产生有夸克-反夸克组成的色单态的子集团，集团的不变质量得到降低，最后可以衰变到在壳的强子。

集团模型的算法：起点是  $g \rightarrow q\bar{q}$  碎裂，然后赋予夸克对味道和动量。选择一个典型的簇射截断量，3-4 GeV，如果形成的集团的不变质量大于截断量，继续发生  $1 \rightarrow 2$  集团的碎裂，直到子集团的质量低于这个截断量。然后，一些集团直接衰变到单个强子，把过剩的动量传递个邻近的集团。小于截断动量的集团看做是激发态介子的平滑谱，可以衰变到两个强子，几率正比于可获得的相空间。在集团模型中，轻夸克的质量取为  $m_{u,d} \sim 300 \text{ MeV}$ ,  $m_s \sim 450 \text{ MeV}$ 。原则上，集团模型也允许 diquark 的产生。重味激发态强子的衰变通过参数控制。

# 初级强子的衰变

- 弦碎裂产生的初级强子是不稳定强子，通过不同的衰变方式，衰变到可观测的(准)稳定强子，如  $e^\pm, \mu^\pm, K^\pm, \pi^\pm, p, \bar{p}$  等。
- 对不稳定强子的衰变，采用衰变表控制，包括衰变模式和分子比。衰变表来源于实验信息。对于低能强子，粲介子、 $\Upsilon$ 介子，衰变模式得到了很好的测量，但对于激发态强子，实验信息还比较少。
- 绝大多数衰变末态粒子的分布按照相空间产生，没有动力学信息；但对于粲介子、 $\Upsilon$ 介子的弱电过程，包含了矩阵元计算的动力学信息。对于  $\Upsilon, \psi \rightarrow ggg$  过程，需要专门的模型，描述胶子碎裂过程。
- **PYTHIA** 允许用户修改粒子表，控制和更新粒子的衰变。



## 5.3.4 蒙特卡罗技术

- 粒子衰变的动力学性质，可以用衰变/跃迁矩阵元来描述，可观测的微分截面，就是蒙特卡罗抽样的概率模型。
- 反函数抽样：抽样效率最高，但实用性不广，仅对一些简单的分布适用，如由Breit-Wigner函数分布抽取共振态的质量分布。
- 变换分布：原函数通过变量代换，可以寻找到反函数。如Gaussian分布的抽样。
- 舍选抽样：这个程序中用得最广的方法，包括第一类和第二类舍选抽样方法。第一类舍选抽样方法适用于抽样函数 $f(x)$ 的分布相对比较平坦，函数的最大值与平均值差别不大，可以按 $f(x)/f_{(\max)} \geq RE(0,1)$ 的概率接受抽样值，而第二类舍选抽样方法是针对起伏变化较大



的抽样函数 $f(x)$ , 如果存在另一个已知抽样的函数 $g(x)$ , 在定义域上满足 $g(x) > f(x)$ , 可以用 $g(x)$ 先抽取 $X_g$ 分布, 再按 $f(X_g)/g(X_g) \geq R \in (0,1)$ 的概率接受抽样值 $X_g$ 。

- 对于 $f(x)$ 有多个峰值的分布, 也可以采用第二类舍选抽样, 对应每个峰值, 选择一个抽样函数 $g_i(x)$ , 取 $g(x) = \sum g(x_i)$ .
- 多维分布的抽样: 两种方法, 因子化和条件概率
- 随机数产生器  
周期 $> 10^{43}$ , 64位机器, 可保存后续种子数。

# 蒙特卡罗粒子编号方案(PDG 号)

- 在事例产生、探测器模拟和物理分析时，为了统一标识粒子，采用统一的编码方案，每种粒子都有唯一的“身份证号码”。
- 粒子的PDG编号在1988年引入，随后在多个产生子中得到了统一，如HERWIG, PYTHIA和SHERPA, 已及交换界面，如/HEPEVT/, HepMC. 在PYTHIA中也称为KF号。
- 粒子编号的原则是：
  1. 粒子用正整数编号，反粒子用负整数编号。
  2. 夸克和轻子的编号从1到11.
  3. 规范场粒子的编号从21到42.

KF	Name	Printed	KF	Name	Printed
1	d	d	11	$e^-$	e-
2	u	u	12	$\nu_e$	nu_e
3	s	s	13	$\mu^-$	mu-
4	c	c	14	$\nu_\mu$	nu_mu
5	b	b	15	$\tau^-$	tau-
6	t	t	16	$\nu_\tau$	nu_tau
7	b'	b'	17	$\tau'$	tau'
8	t'	t'	18	$\nu'_\tau$	nu'_tau
9			19		
10			20		

表：夸克和轻子编号表

KF	Name	Printed	KF	Name	Printed
21	g	g	31		
22	$\gamma$	gamma	32	$Z'^0$	Z'0
23	$Z^0$	Z0	33	$Z''^0$	Z"0
24	$W^+$	W+	34	$W'^+$	W'+
25	$h^0$	h0	35	$H^0$	H0
26			36	$A^0$	A0
27			37	$H^+$	H+
28			38		
29			39	G	Graviton
30			40		
			41	$R^0$	R0
			42	$L_Q$	LQ

表：规范场粒子编号表

- 介子的编号:

介子由夸克和反夸克构成，它们的KF编号分别为*i*和-*j* (*i*≠*j*)，总自旋为*s*，则介子的KF编号为：

$$KF = \{ 100 \max(i,j) + 10 \min(i,j) + 2s + 1 \} \text{sign}(i-j) (-1)^{\max(i,j)}$$

- 重子的编号

[查看例子](#)

重子由3个夸克构成，它们的KF编号分别为*i,j,k* (*i* ≥ *j* ≥ *l*)，总自旋为*s*，则重子的KF编号为：

$$KF = 1000i + 100j + 10k + 2s + 1$$

KF	Name	Printed	KF	Name	Printed
211	$\pi^+$	pi+	213	$\rho^+$	rho+
311	$K^0$	K0	313	$K^{*0}$	K*0
321	$K^+$	K+	323	$K^{*+}$	K*+
411	$D^+$	D+	413	$D^{*+}$	D*+
421	$D^0$	D0	423	$D^{*0}$	D*0
431	$D_s^+$	D_s+	433	$D_s^{*+}$	D*_s+

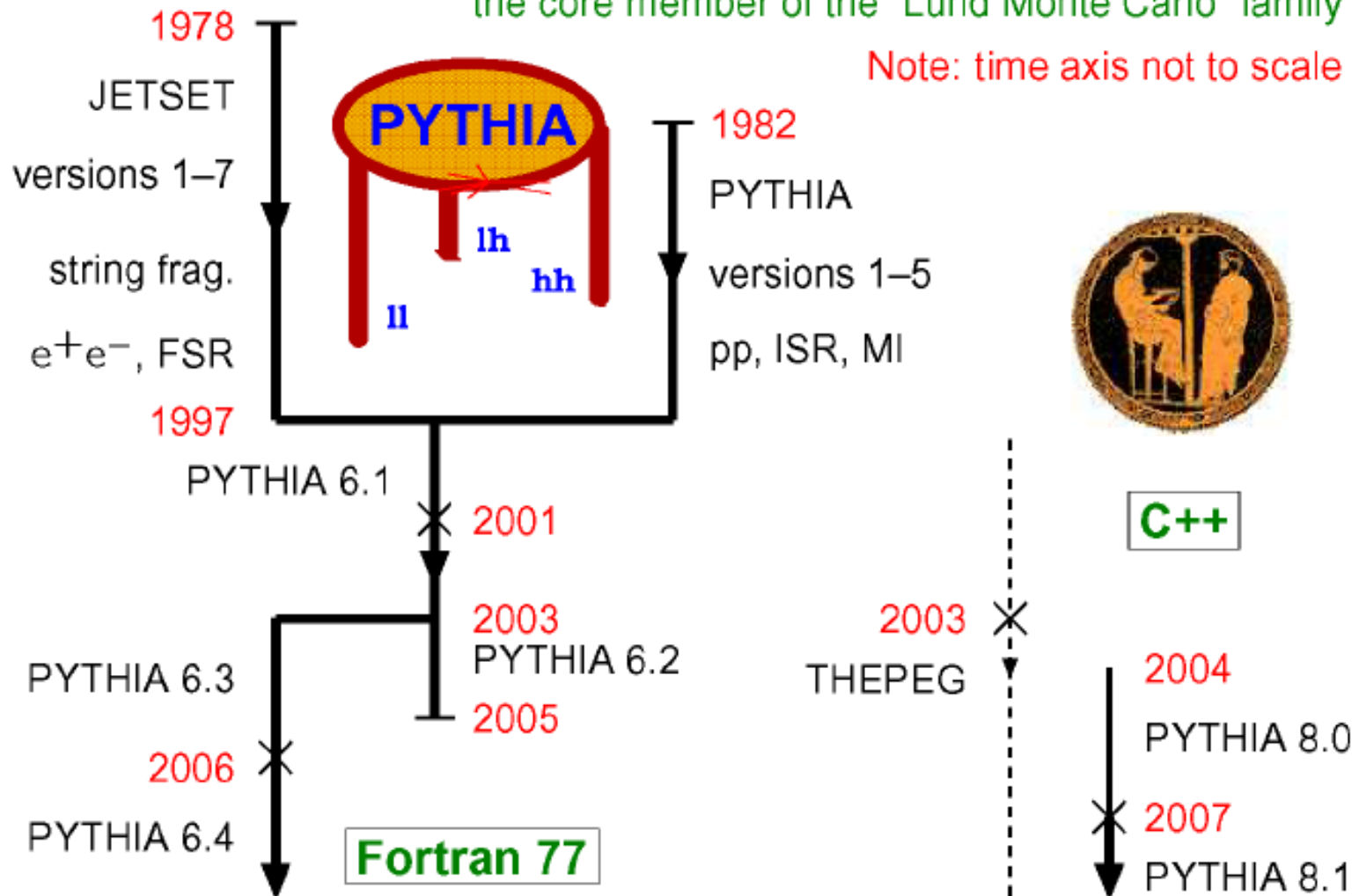
KF	Name	Printed	KF	Name	Printed
			1114	$\Delta^-$	Delta-
2112	n	n0	2114	$\Delta^0$	Delta0
2212	p	p+	2214	$\Delta^+$	Delta+
			2224	$\Delta^{++}$	Delta++
3112	$\Sigma^-$	Sigma-	3114	$\Sigma^{*-}$	Sigma*-
3122	$\Lambda^0$	Lambda0			

## 5.3.5. 程序概述

### PYTHIA history

the core member of the “Lund Monte Carlo” family

Note: time axis not to scale



- PYTHIA的最终Fortran版本是6.4; PYTHIA8.1是6.4的C++版本; 目前, 最新的版本是PYTHIA8.2
- 以下的例子是基于PYTHIA6.4
- 安装: <http://home.thep.lu.se/~torbjorn/Pythia.html>  
下载 pythia6.4xxx.f
- 编译和连接 例:20GeV能量点 $u\bar{u}$  2-jet的产生

```
      用户文件: trypy.f  
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H, O-Z)  
      CALL PY2ENT(0,2,-2,20D0)  
      CALL PYLIST(1)  
      END
```

Makefile

Demo:

~pingrg/PYTHIA6.3/try\_PYTHIA/trypy.f

```
f77 -c trypy.f  
f77 -c pythia6428.f  
f77 -o trypy.x trypy.o pythia6428.o
```

## 运行trypy.x后， PYLIST(1)的输出结果：

Event listing (summary)									
I	particle/jet	KS	KF	orig	p_x	p_y	p_z	E	m
1	(u)	A 12	2	0	0.000	0.000	9.995	10.000	0.330
2	(ubar)	V 11	-2	0	0.000	0.000	-9.995	10.000	0.330
3	(string)	11	92	1	0.000	0.000	0.000	20.000	20.000
4	pi+	1	211	3	-0.316	-0.134	6.093	6.104	0.140
5	(omega)	11	223	3	0.549	-0.298	2.612	2.798	0.785
6	(rho0)	11	113	3	-0.682	0.272	-0.419	1.208	0.863
7	(omega)	11	223	3	0.190	0.416	-0.751	1.177	0.783
8	(Delta-)	11	1114	3	0.560	-0.195	-0.658	1.482	1.188
9	pi+	1	211	3	-0.173	0.011	-0.465	0.516	0.140
10	nbar0	1	-2112	3	-0.425	0.034	-4.729	4.840	0.940
11	(rho-)	11	-213	3	0.298	-0.105	-1.683	1.875	0.764
12	pi-	1	-211	5	0.257	0.082	0.708	0.771	0.140
13	pi+	1	211	5	-0.094	-0.103	0.673	0.701	0.140
14	(pi0)	11	111	5	0.386	-0.278	1.231	1.326	0.135
15	pi-	1	-211	6	0.109	0.087	-0.322	0.378	0.140
16	pi+	1	211	6	-0.792	0.185	-0.097	0.830	0.140
17	pi-	1	-211	7	-0.069	0.407	-0.305	0.532	0.140
18	pi+	1	211	7	0.099	0.061	-0.377	0.419	0.140

KS:粒子状态编号， 1： 稳定粒子， 大于10： 待碎裂/衰变的粒子

KF:粒子的味编号(PDG的粒子编号)

I	particle/jet	KS	KF	orig	p_x	p_y	p_z	E	m
19	(pi0)	11	111	7	0.160	-0.053	-0.069	0.226	0.135
20	n0	1	2112	8	0.627	-0.195	-0.472	1.240	0.940
21	pi-	1	-211	8	-0.067	0.000	-0.186	0.242	0.140
22	pi-	1	-211	11	0.270	-0.398	-0.968	1.090	0.140
23	(pi0)	11	111	11	0.028	0.294	-0.715	0.785	0.135
24	gamma	1	22	14	0.029	-0.014	0.221	0.223	0.000
25	gamma	1	22	14	0.356	-0.264	1.010	1.103	0.000
26	gamma	1	22	19	0.094	-0.098	-0.037	0.141	0.000
27	gamma	1	22	19	0.065	0.045	-0.031	0.085	0.000
28	gamma	1	22	23	-0.040	0.103	-0.160	0.195	0.000
29	gamma	1	22	23	0.068	0.191	-0.555	0.591	0.000
sum:			0.00		0.000	0.000	0.000	20.000	20.000

**orig:**该粒子的母粒子的编号

**p\_x, p\_y, p\_z:** 粒子的三动量

**E:** 能量

**m:** 粒子的质量

$\frac{A}{V} : \updownarrow$  弦(集团、碎裂)系统的起始到终止的粒子



# PYTHIA6.3/4的事例产生程序结构

## 1. 初始化：指定事例产生的要求（选项）

- 双精度和整数函数的定义：

IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H, O-Z)

IMPLICIT INTEGER(I-N)

INTEGER PYK,PYCHGE,PYCOMP

函数：PYK(I,J): 提供事例有关的信息(整数),  
如粒子的KF编号，事例显示的总行数。

PYCHGE(KF): 编号为KF的粒子的电荷\*3

PYCOMP(KF):编号为KF的粒子的压缩编号KC

- COMMON块声明

COMMON/PYJETS/N,NPAD,K(4000,5),P(4000,5),V(4000,5)

COMMON/PYDAT1/MSTU(200),PARU(200),MSTJ(200),PARJ(200)

COMMON/PYSUBS/MSEL,MSELPD,MSUB(500),KFIN(2,-40:40),CKIN(200)

COMMON/PYPARS/MSTP(200),PARP(200),MSTI(200),PARI(200)

- 选择过程：COMMON/PYSUBS/

例如： MSEL=0 ! 用户完全控制子过程

MSUB(14)=1 !  $W^\pm$  + jets, ISUB=16,31

MSUB(18)=1 ! 产生 $h^0$ , ISUB=24,103,123,124

- 选择运动学cut, 如,  $5\text{GeV} < p_\perp < 10\text{GeV}$ .

CKIN(3)=5D0

CKIN(4)=10D0

- 基本物理模型的定义，如Higgs质量.
- 部分子分布设置，如 $Q^2$ .
- 关闭不需要的选项.
- 事例产生子参数的初始化，调用PYINIT函数.
- 用户需求的初始化，如直方图的booking.

## 2. 事例产生循环

- 产生下一个事例  
CALL PYEVNT
- 用户需求，打印事例  
CALL PYLIST(1)
- 事例分析
- 读取PYJET COMMON块信息，或者利用PYTHIA的分析工具
- 把事例写到磁盘

### 3.程序终结

- 必要的信息输出，如产生截面  
    CALL PYSTAT(1)
- 输出直方图或者用户的其他要求

#### 程序范例

在p-p对撞中，产生125 GeV的Higgs粒子

C...Double precision and integer declarations.

IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H, O-Z)

IMPLICIT INTEGER(I-N)

INTEGER PYK,PYCHGE,PYCOMP

C...Common blocks.

```
COMMON/PYJETS/N,NPAD,K(4000,5),P(4000,5),V(4000,5)
COMMON/PYDAT1/MSTU(200),PARU(200),MSTJ(200),PARJ(200)
COMMON/PYDAT2/KCHG(500,4),PMAS(500,4),PARF(2000),VCKM(4,4)
COMMON/PYDAT3/MDCY(500,3),MDME(8000,2),BRAT(8000),KFDP(8000,5)
COMMON/PYSUBS/MSEL,MSELPD,MSUB(500),KFIN(2,-40:40),CKIN(200)
COMMON/PYPARS/MSTP(200),PARP(200),MSTI(200),PARI(200)
```

C...Number of events to generate. Switch on proper processes.

NEV=1000

MSEL=0

MSUB(102)=1

MSUB(123)=1

MSUB(124)=1

```
102 g + g -> h0
123 f + f' -> f + f' + h0
124 f + f' -> f'' + f'' + h0
```

C...Select Higgs mass and kinematics cuts in mass.

PMAS(25,1)=125D0

CKIN(1)=115D0

CKIN(2)=135D0

C...For simulation of hard process only: cut out unnecessary tasks.

MSTP(61)=0

MSTP(71)=0

MSTP(81)=0

MSTP(111)=0

C...Initialize and list partial widths.

CALL PYINIT('CMS','p','p',14000D0)

CALL PYSTAT(2)

C...Book histogram.

CALL PYBOOK(1,'Higgs mass',50,275D0,325D0)

C...Generate events. Look at first few.

DO 200 IEV=1,NEV

CALL PYEVNT

IF(IEV.LE.3) CALL PYLIST(1)

C...Loop over particles to find Higgs and histogram its mass.

DO 100 I=1,N

IF(K(I,1).LT.20.AND.K(I,2).EQ.25) HMASS=P(I,5)

100 CONTINUE

CALL PYFILL(1,HMASS,1D0)

200 CONTINUE

C...Print cross sections and histograms.

CALL PYSTAT(1)

CALL PYHIST

END

1\*\*\*\*\* PYSTAT: Statistics on Number of Events and Cross-sections \*\*\*\*\*

=====			
I	I	I	I
I Subprocess	I Number of points	I Sigma	I
I	I	I	I
I-----	I-----	I (mb)	I
I	I	I	I
I N:o Type	I Generated	I Tried	I
I	I	I	I
=====			
I	I	I	I
I 0 All included subprocesses	I 1000	I 11871	I 2.017E-08 I
I 102 g + g -> h0	I 828	I 3715	I 1.632E-08 I
I 123 f + f' -> f + f' + h0	I 53	I 2387	I 1.076E-09 I
I 124 f + f' -> f'' + f''' + h0	I 119	I 5769	I 2.774E-09 I
I	I	I	I
=====			

## 5.3.6. 参数优化

- PYTHIA中的硬过程可以用QCD的微扰理论处理。硬过程的精度决定于微扰计算的精度。作为强子化过程，用足够多的模型参数来描述。
- 在高能区(Z能区即以上)，硬过程是主要的物理过程，微扰QCD的计算足够好，模型参数带来的不确定性是次要的。
- PYTHIA中，强子化过程的参数可以通过Common块PYDAT1来控制，即：

**COMMON/PYDAT1/MSTU(200),PARU(200),MSTJ(200),PARJ(200)**

PARJ(1)	di夸克-反di夸克压低量
PARJ(2)	s-夸克对压低量
PARJ(11)	自旋为1的介子产生的几率
PARJ(12)	自旋为1的奇异介子产生的几率
PARJ(14)	$^1P_1$ 介子产生的几率



PARJ(15)	$^3P_0$ 介子产生的几率
PARJ(17)	$^3P_1$ 介子产生的几率
PARJ(21)	$^3P_2$ 介子产生的几率
...	...

- 参数优化：通过调整PYTHIA中参数，使得MC产生的事例形状分布，径迹(或jet)有关的量的分布与数据的分布匹配。由于这些分布与参数之间的函数关系没法解析地给出，参数之间的关联性也不能给出，这使得PYTHIA这样的产生子参数优化及其复杂、耗时耗人。
- 手动优化方案：通过MC与数据的分布的比较，适当调整参数值，再次进行MC模拟，比较MC与数据分布的差别，如果各种分布符合较好，可以把这组参数作为优化值，如果符合不好，再次进行迭代，直到找到满意的优化参数。
- 手动优化方案的缺点：耗时耗人，效率低，优化值不一定是产生子模型的解，缺乏参数关联信息。

- 响应函数优化方案:

通过大系综的MC模拟，确定各种观察变量的分布与产生子参数之间的响应函数关系，最后用响应函数同时拟合多个观察变量的分布，确定产生子参数。简单地说，这种方法就是先在一个比较大的参数空间做MC模拟，拟合数据分布时相当于是在参数空间做内插。目前，基于这种思想的产生子参数调节工具由Professor(arXiv 0907.2973)和Rivet (arxiv: 1003.0694 )。参数优化有个隐含的条件假设，软件对探测器的模拟足够好，MC与数据在观察变量的分布上的差别，完全由产生子承担。

- 响应函数

$$\begin{aligned} f(\mathbf{p}_0 + \delta\mathbf{p}, x) &= a_0^{(0)}(x) + \sum_{i=1}^n a_i^{(1)}(x) \delta p_i \\ &\quad + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij}^{(2)}(x) \delta p_i \delta p_j \\ &\approx MC(\mathbf{p}_0 + \delta\mathbf{p}, x), \end{aligned}$$

$p_0$ : 参数空间的参考点, 常选择在参数空间中心

$a_0^{(0)}, a_i^{(1)}, a_{ij}^{(2)}$ : 展开系数, 由MC模拟确定, 如果优化n个参数,

响应函数一共有  $m = 1 + n + n(n + 1)/2$  系数。

$MC(\dots)$ : 观测变量的分布与参数的关系

在这个式中, 只有展开到2次项, 才能把参数之间的关联考虑在内。

- 观测变量的选择

只选择那些对参数敏感的观察变量分布的直方图参加同时拟合, 以确定参数。敏感函数  $S_i(x)$ :

$$S_i(x) = \frac{\delta MC(x)}{MC(x)} \bigg/ \frac{\delta p_i}{p_i} \approx \frac{\partial \ln MC(x)}{\partial \ln |p_i|} \bigg|_{p_i},$$

$P_i$  代表参数,  $S_i(x)$  定义了观测变量  $x$  的分布对参数  $p_i$  的敏感度。

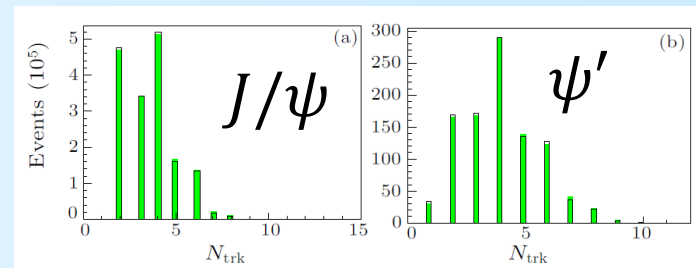
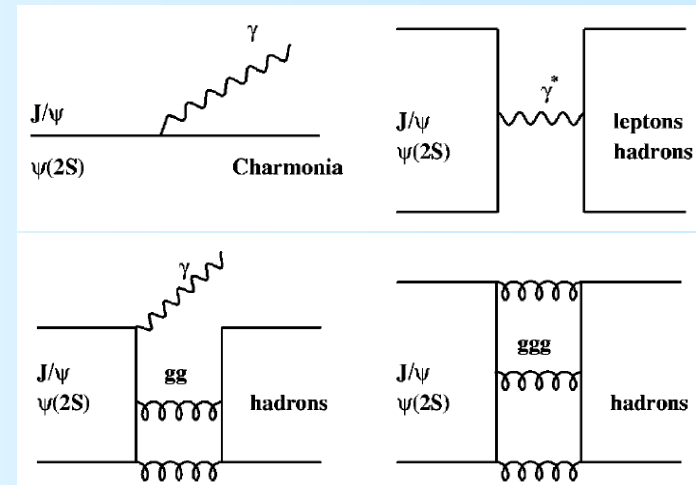
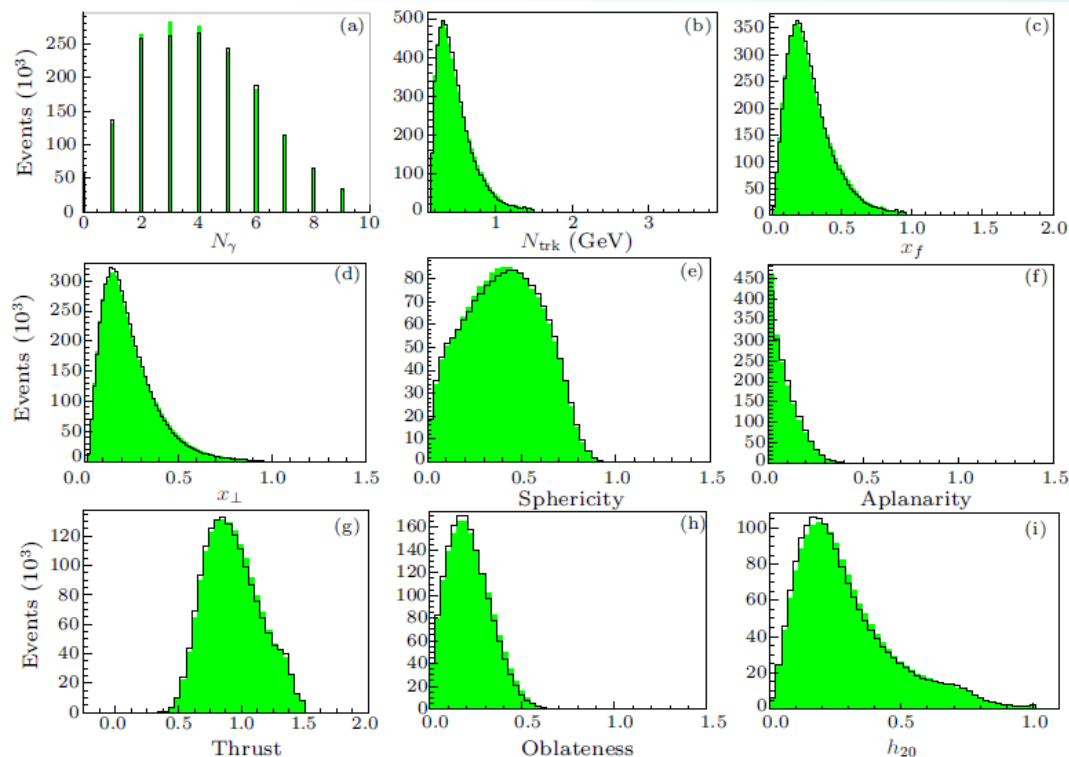
# $\psi$ 单举衰变模型参数的优化

## 1. LundCharm 模型

[Phys.Rev.D 62, 034003 (2000)]

## 2. 参数优化中的敏感分布

[Chin.Phys.Lett., 31, 061301(2014)]



引用>200 次

- PYTHIA/JetSet的参数用多组实验数据优化过，包括 $Z^0$ 的数据和目前LHC的数据。
- 参数的拟合：通常用MINUIT程序做极小化，找到参数的解。在拟合中，不同的观察变组合为同拟合时，可以给出不同的解。根据实际需要，各个观察变量的权重在拟合时可以不一样。参数的关联可以通过MINUIT拟合成功后提高的协方差矩阵检查。
- 最优参数的确认

拟合给出的多组参数，需要从新做MC模拟，与数据比较。通常直方图分布比较中 $\chi^2$ 最小的参数作为最优参数。为了得到更好的结果，还应该做个检查，以最优参数为参考点，再重复以上步骤，做一次优化，找到更好的优化值。

例如，LHC对PYTHIA6.0参数的优化结果

Tuned flavour parameters and their defaults.

Parameter	Pythia 6.418 default	Final tune	
PARJ(1)	0.1	0.073	diquark suppression
PARJ(2)	0.3	0.2	strange suppression
PARJ(3)	0.4	0.94	strange diquark suppression
PARJ(4)	0.05	0.032	spin-1 diquark suppression
PARJ(11)	0.5	0.31	spin-1 light meson
PARJ(12)	0.6	0.4	spin-1 strange meson
PARJ(13)	0.75	0.54	spin-1 heavy meson
PARJ(25)	1	0.63	$\eta$ suppression
PARJ(26)	0.4	0.12	$\eta'$ suppression

Tuned fragmentation parameters and their defaults for the virtuality and  $p_\perp$ -ordered showers.

Parameter	Pythia 6.418 default	Final tune ( $Q^2$ )	Final tune ( $p_\perp$ )	
MSTJ(11)	4	5	5	frag. function
PARJ(21)	0.36	0.325	0.313	$\sigma_q$
PARJ(41)	0.3	0.5	0.49	$a$
PARJ(42)	0.58	0.6	1.2	$b$
PARJ(47)	1	0.67	1.0	$r_b$
PARJ(81)	0.29	0.29	0.257	$\Lambda_{\text{QCD}}$
PARJ(82)	1	1.65	0.8	shower cut-off

# Observables and weights included in the flavour tune

Observable	Weight
$b$ quark frag. function $f(x_B^{\text{weak}})$	1
Mean of $b$ quark frag. function $f(x_B^{\text{weak}})$	1
$uds$ events mean charged multiplicity	1
$c$ events mean charged multiplicity	1
$b$ events mean charged multiplicity	1
All events mean charged multiplicity	1
$\pi^\pm$ multiplicity	1
$\pi^0$ multiplicity	1
$\pi^0/\pi^\pm$ multiplicity ratio	6
$K^+/\pi^\pm$ multiplicity ratio	6
$K^0/\pi^\pm$ multiplicity ratio	6
$\eta/\pi^\pm$ multiplicity ratio	2
$\eta'(958)/\pi^\pm$ multiplicity ratio	1
$D^+/\pi^\pm$ multiplicity ratio	1
$D^0/\pi^\pm$ multiplicity ratio	1
$D_s^+/\pi^\pm$ multiplicity ratio	2
$(B^+, B_d^0)/\pi^\pm$ multiplicity ratio	1
$B^+/\pi^\pm$ multiplicity ratio	1
$B_s^0/\pi^\pm$ multiplicity ratio	2

Observable	Weight
$\rho^0(770)/\pi^\pm$ multiplicity ratio	9
$\rho^+(770)/\pi^\pm$ multiplicity ratio	9
$\omega(782)/\pi^\pm$ multiplicity ratio	9
$K^{*+}(892)/\pi^\pm$ multiplicity ratio	2
$K^{*0}(892)/\pi^\pm$ multiplicity ratio	2
$\phi(1020)/\pi^\pm$ multiplicity ratio	1
$D^{*+}(2010)/\pi^\pm$ multiplicity ratio	1
$D_s^{*+}(2112)/\pi^\pm$ multiplicity ratio	1
$B^*/\pi^\pm$ multiplicity ratio	1
$p/\pi^\pm$ multiplicity ratio	3
$\Lambda/\pi^\pm$ multiplicity ratio	4
$\Sigma^0/\pi^\pm$ multiplicity ratio	2
$\Sigma^\pm/\pi^\pm$ multiplicity ratio	2
$\Xi^-/\pi^\pm$ multiplicity ratio	1
$\Delta^{++}(1232)/\pi^\pm$ multiplicity ratio	1
$\Sigma^\pm(1385)/\pi^\pm$ multiplicity ratio	1



Correlation coefficients for flavour parameters as calculated by Minuit.

	PARJ(1)	PARJ(2)	PARJ(3)	PARJ(4)	PARJ(11)
PARJ(1)	1	0.32	−0.75	−0.34	0.41
PARJ(2)		1	−0.39	−0.26	0.71
PARJ(3)			1	0.63	−0.35
PARJ(4)				1	−0.33
PARJ(11)					1
	PARJ(12)	PARJ(13)	PARJ(25)	PARJ(26)	
PARJ(1)	0.05	0.05	0.20	0.31	
PARJ(2)	−0.08	0.13	0.44	0.43	
PARJ(3)	0.04	−0.05	−0.15	−0.33	
PARJ(4)	−0.04	−0.08	−0.50	−0.27	
PARJ(11)	0.01	0.07	0.41	0.28	
PARJ(12)	1	0.02	0.09	−0.04	
PARJ(13)		1	−0.01	0.08	
PARJ(25)			1	0.04	
PARJ(26)				1	



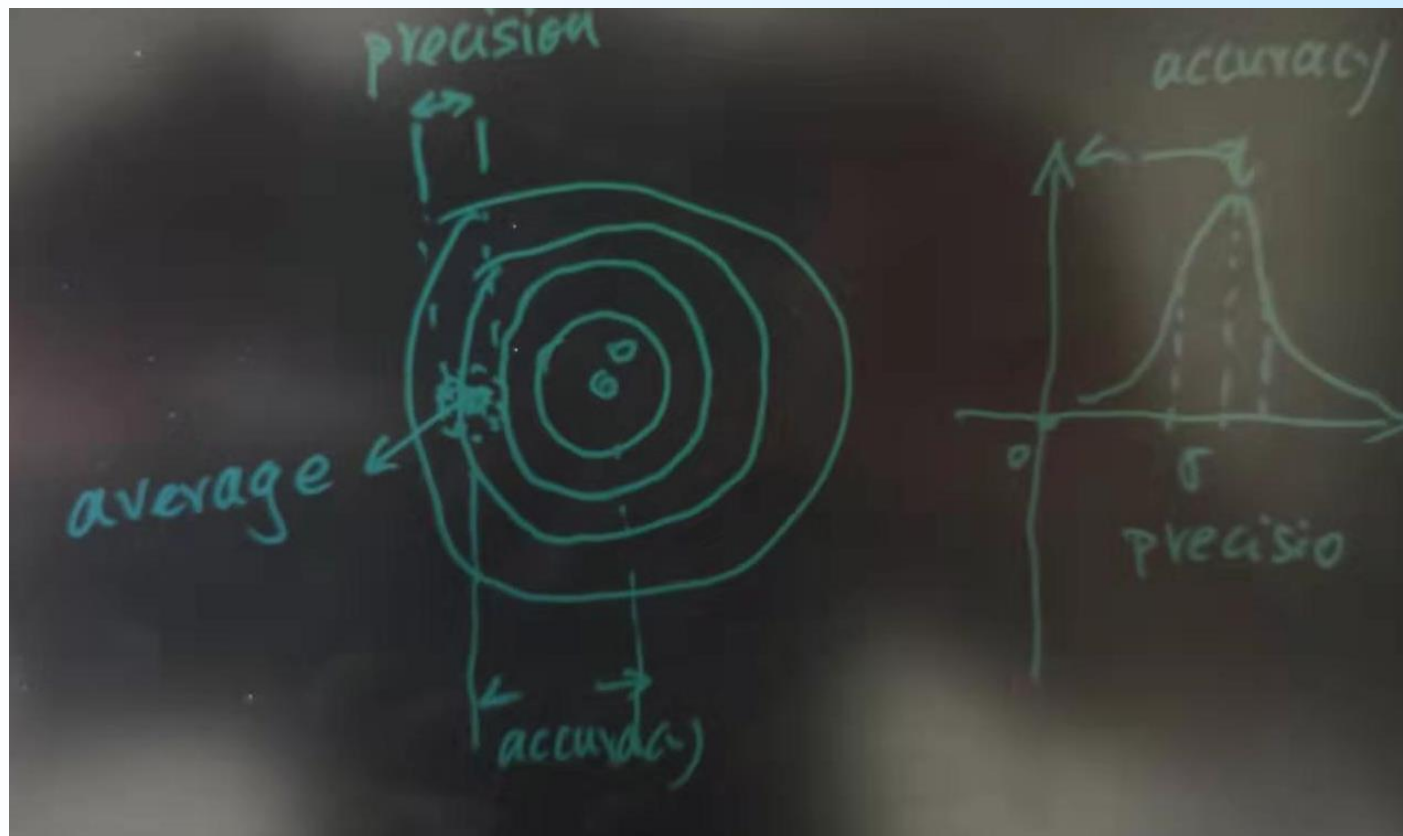
# 作业:

1. 如果 $\rho_i$ 是  $(0,1)$  区间均匀分布的随机数, 变量 $x$ 定义为 $x = -\ln\left(\prod_{i=1}^n \rho_i\right)$ 分布在 $(0,\infty)$ 区间, 证明,  $x$ 的分布密度为 $P_n(x) = x^{n-1}e^{-x}\theta(x)/\Gamma(n)$ , 其中,  $\theta(x)$ 是阶跃函数。
2. 用PYTHIA程序包, 在 $\sqrt{s}=91.1876\text{GeV}$ 能量点, 产生 $e^+e^- \rightarrow Z^0 \rightarrow \text{anything}$ 事例。

# 精确度和准确性

Precision :精确度 (统计误差)

Accuracy: 准确性 (系统误差)



三体衰变的相空间为:

$$d\Phi_3(P, p_1, p_2, p_3) = \frac{1}{(2\pi)^9} \frac{1}{8M} |\mathbf{p}_1^*| |\mathbf{p}_3| dm_{12} d\Omega_1^* d\Omega_3$$

证明:

$$\begin{aligned} d\Phi_3 &= \delta^4(P - p_1 - p_2 - p_3) \prod_{i=1}^3 \left( \frac{d^3 p_i}{(2\pi)^2 2E_i} \right) \\ &= \int \delta^4(P - p_{12} - p_3) \frac{d^3 p_{12}}{(2\pi)^2 2E_{12}} \frac{d^3 p_3}{(2\pi)^2 2E_3} \\ &\quad \times \delta^4(p_{12} - p_1 - p_2) \prod_{i=1}^2 \left( \frac{d^3 p_i}{(2\pi)^2 2E_i} \right) \\ &\quad \times (2\pi)^2 2E_{12} dE_{12} \end{aligned}$$

由于两体衰变的相空间在各个参照系中是不变的，我们可以把上面两行变换到两体衰变的质心系中。

$$\begin{aligned}
 &= \int \delta^4 (P - p_{12} - p_3) \frac{d^3 p_{12}}{(2\pi)^3 2E_{12}} \frac{d^3 p_3}{(2\pi)^3 2E_3} \\
 &\quad \times \delta^4(p_{12}^* - p_1^* - p_2^*) \prod_{i=1}^2 \left( \frac{d^3 p_i^*}{(2\pi)^3 2E_i^*} \right) \\
 &\quad \times (2\pi)^2 2E_{12}^* dE_{12}^* \\
 &= \int \delta^4 (P - p_{12} - p_3) \frac{d^3 p_{12}}{(2\pi)^3 2E_{12}} \frac{d^3 p_3}{(2\pi)^3 2E_3} \\
 &\quad \times \delta^4(p_{12}^* - p_1^* - p_2^*) \prod_{i=1}^2 \left( \frac{d^3 p_i^*}{(2\pi)^3 2E_i^*} \right) \times (2\pi)^3 2E_{12}^* dE_{12}^* \\
 &= d\Phi_2(P; p_{12}, p_3) d\Phi_2(p_{12}, p_1, p_2) \times 2(2\pi)^3 m_{12} dm_{12}^2
 \end{aligned}$$

带入两体相空间，得证。

证明中用到：在 $p_1, p_2$ 的质心系中， $E_{12}^* = m_{12}$

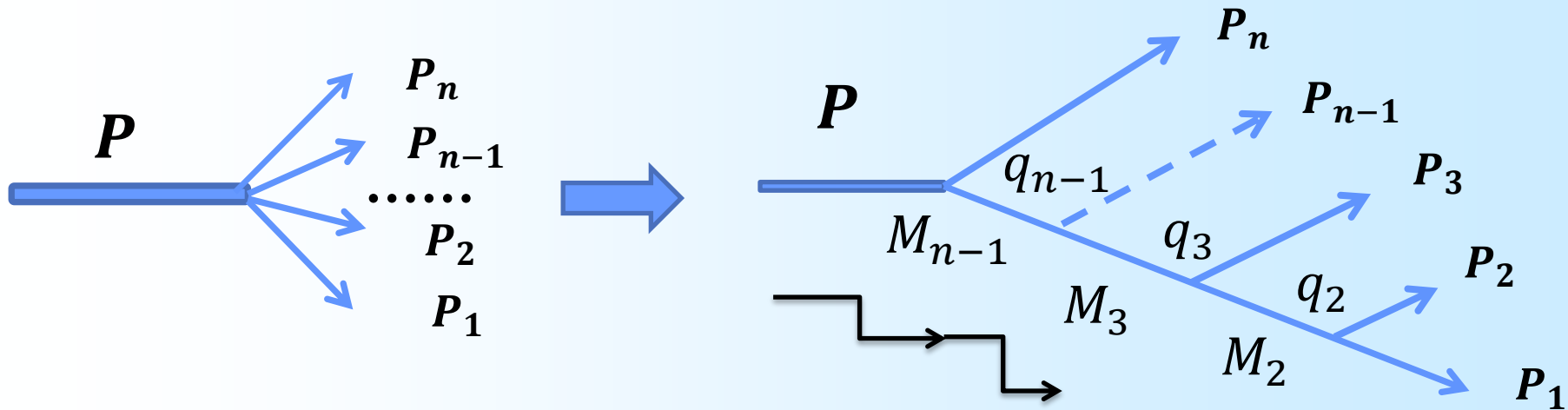
返回

# 相空间的顺序排列法抽样

[返回](#)

$$d\Phi_2(q_i, q_{i-1}, p_i) = \frac{1}{(2\pi)^2} \sqrt{\frac{\lambda(q_i^2, q_i^2, m_i^2)}{8q_i^2}} d\varphi_i d(\cos \theta_i)$$

$$\lambda(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2yz - 2zx$$



$$q_i = p_1 + p_2 + \dots + p_i$$

$$p_i = q_i - q_{i-1}$$

$$M_i^2 = (P_1 + P_2 + \dots + P_i)^2 = q_i^2$$

# 弦碎裂函数分布

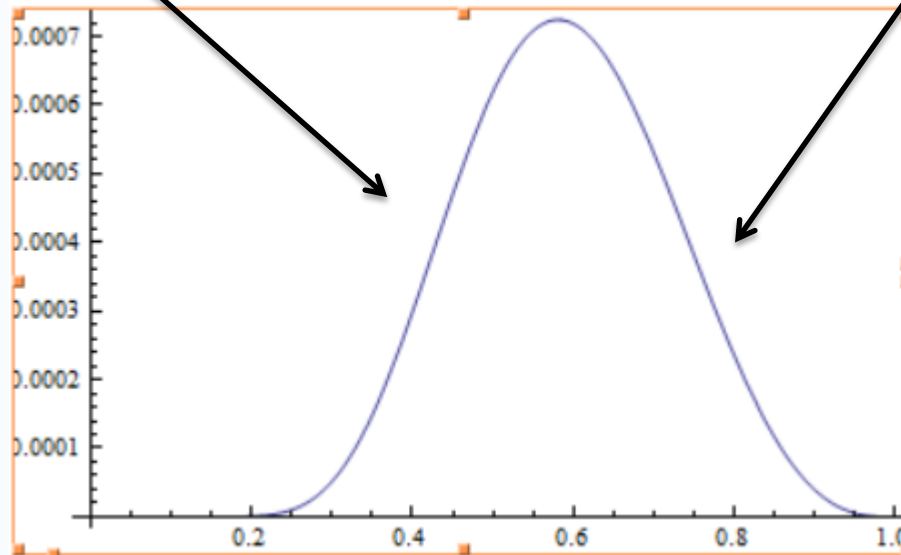
[返回](#)

$$f(z) \propto \frac{1}{z} (1-z)^a \exp\left(-\frac{b(m_h^2 + p_{\perp h}^2)}{z}\right).$$

$$\exp\left[-\frac{b(m_h^2 + p_{\perp h}^2)}{z}\right]$$

**take:**  
 $a = 3; (m_h^2 + p_{\perp h}^2) = 3;$   
 $b = 1;$

$$\frac{1}{z} (1-z)^a$$



# 粒子的PDG编号

- 介子的编号，例如： $\pi^+$ :211

$$\pi^+: u\bar{d} \quad (u: 2, d, 1), \text{ 自旋 } S = 0$$

$$KF = 100 \times 2 + 10 \times 1 + 2 \times 0 + 1 = 211$$

- 重子的编号

$$p: uud; (ijk) = (221), \text{ 自旋 } S = \frac{1}{2}$$

$$KF = 1000 \times 2 + 100 \times 1 + 10 \times 1 + 1 = 2212$$

[返回](#)

证明：  $\rho_1, \rho_2$  是  $0 \sim 1$  之间的均匀分布随机数，随机变量满足  $x = -\ln(\rho_1 \rho_2)$ ，则它的分布函数为：  $P_2(x) = xe^{-x}$

证明：

$$\begin{aligned} P_2(x) &= \int_0^1 \int_0^1 \delta(x + \ln(\rho_1 \rho_2)) d\rho_1 d\rho_2 \\ &= \int_0^1 \int_0^1 \rho_1 \delta(\rho_1 - e^{-(x + \ln \rho_2)}) d\rho_1 d\rho_2 \\ &= e^{-x} \int_0^1 \frac{1}{\rho_2} \theta(x + \ln \rho_2) d\rho_2 \\ &= xe^{-x} \end{aligned}$$

返回