

基于EOM的超快探测技术

A short work report

吴聿明

2025 年 7 月 24 日

电光调制机理

- 电光效应电光效应一般指的是，在外加电场的作用下，晶体的折射率会发生变化。当光波通过这些晶体时，传播特性随着电场的变化规律发生变化。外加电场作用在介质上的时候，介质的折射率是电场的函数，可以表示为

$$n = n_0 + aE + bE^2 + \dots \quad (1)$$

- 其中 aE 称为线性电光效应（Pockels效应）， bE^2 称为二次电光效应（Kerr效应）

马赫-曾德尔强度调制器

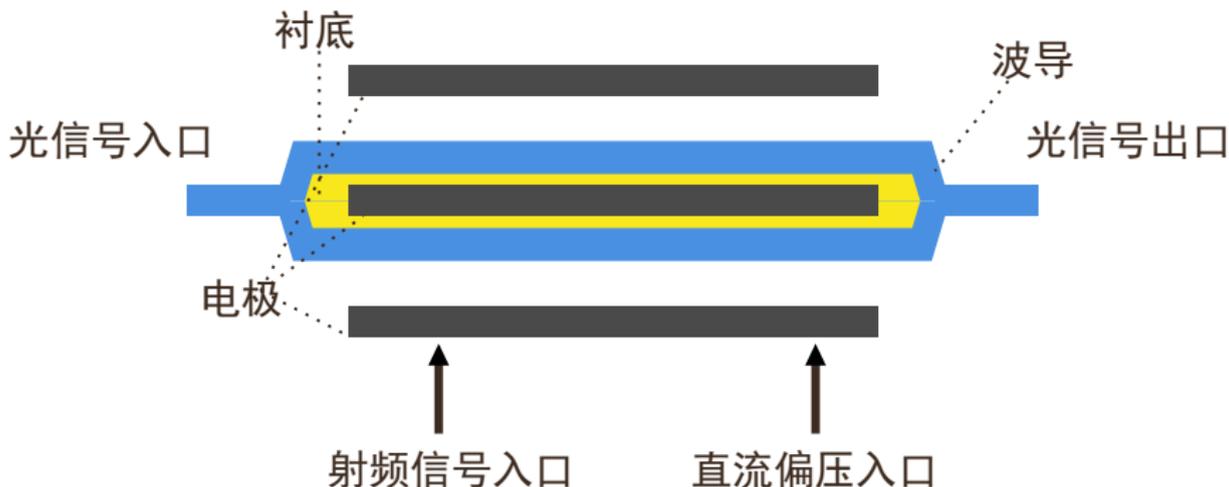
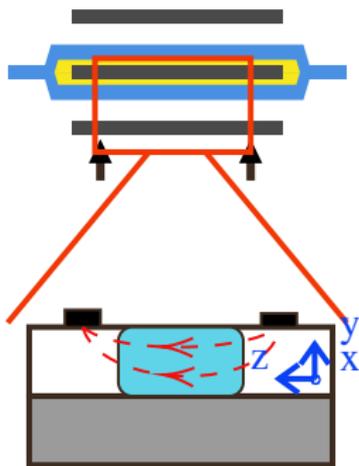


图 1: 结构示意图¹

¹<https://www.zhihu.com/question/57219077/answer/3605890946>

工作原理



相位调制器剖面图

以LiNbO₃晶体为例
在调制状态下，波导与衬底的折
射率差值为^a

$$\Delta \left(\frac{1}{n^2} \right)_{ij} = \sum_k r_{ijk} E_k$$

近似后得

$$\Delta n_e = -\frac{1}{2} n_e^3 r_{33} E_z$$

式中 r_{ijk} 为线性电光系数张量

^a张宇佳. 集成电光调制器特性分析及
应用研究[D]. 四川:电子科技大学,2022.

进入极板的射频信号 $V_{Rf}(t) = V \cos(\omega t + \theta)$
 V, ω, θ 分别为射频信号的幅值、频率和相位
光信号的相位变化量 Φ_0 为

$$\Phi_0 = \pi \frac{V(t)}{V_\pi} = \pi \frac{V \cos(\omega t + \theta)}{V_\pi}$$

V_π 称为半波电压

定义调制指数 (Modulation Index)

$$m \equiv \pi \frac{V}{V_\pi}$$

相位调制器输出的光信号为

$$E_{out}(t) = E_{in}(t)e^{i\Phi_0} = E_{in}(t)e^{im \cos(\omega t + \theta)}$$

强度调制

相位调制器输入电场为 $E_{in}(t) = E_0 e^{i\omega_0 t}$

进入上下两波导的电场为 $E_1(t) = E_2(t) = \frac{E_0}{\sqrt{2}} e^{i\omega_0 t}$

进入上下极板的射频信号与直流偏压¹分别

为 $V_{Rf1}(t) = V \cos(\omega t + \theta) + V_{DC}$, $V_{Rf2}(t) = -V \cos(\omega t + \theta) - V_{DC}$

可以得到马赫-曾德尔强度调制器的输出为²

$$E_{out}(t) = \frac{E_{in}(t)}{\sqrt{2}} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\Phi_1} + \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\Phi_2} \right) = E_{in}(t) \cos \Phi$$

其中 $\Phi = \Phi_1 = -\Phi_2$

¹实验室中用到的EOM为单驱动

²<https://www.zhihu.com/question/57219077/answer/3605890946>

光强计算

输出光场为

$$E_{out}(t) = \frac{E_{in}(t)}{2}(e^{i\Phi_1} + e^{i\Phi_2})$$

输出光强

$$I_{out} = |E_{out}|^2 = \frac{|E_{in}|^2}{4}|e^{i\Phi_1} + e^{i\Phi_2}|^2$$

根据欧拉公式

$$|e^{i\Phi_1} + e^{i\Phi_2}|^2 = 2 + e^{i\Delta\Phi} + e^{-i\Delta\Phi} (\Delta\Phi = \Phi_1 - \Phi_2)$$

利用三角恒等式

$$I_{out} = I_{in} \cos^2\left(\frac{\Delta\Phi}{2}\right)$$

透射率与灵敏度

- $T = I_{in}/I_{out}$ 在输入电信号为0时，使透射率为50%，可使系统灵敏度达到最大

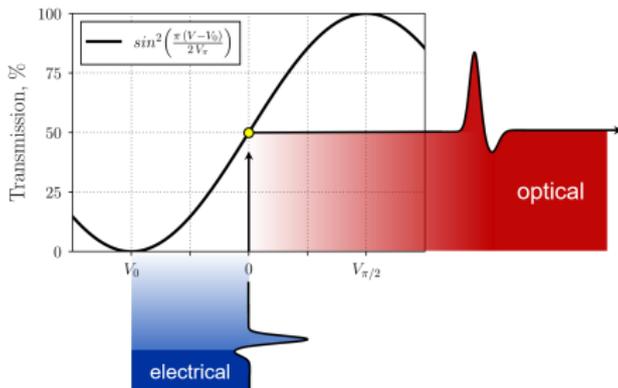


图 2: 传递函数

拉伸因子计算

在调制器输入端时间与波长关系为

$$t_{in} = L_1 \cdot \tau_{g1}(\lambda)$$

在光纤2输出端

$$t_{out} = L_1 \cdot \tau_{g1}(\lambda) + L_2 \cdot \tau_{g2}(\lambda)$$

如果两根光纤的群时延相等则有

$$t_{out} = \frac{(L_1 + L_2)}{L_1} \times t_{in} = M \cdot t_{in} \quad (2)$$

因此定义拉伸因子

$$M \equiv \frac{L_1 + L_2}{L_1}$$

We now summarize the key parameters of the TS-ADC: the stretch factor, time aperture, and electrical bandwidth. Through (1)–(4), it was shown that the stretch factor is given by $M = 1 + L_2/L_1$, or more generally, $M = 1 + D_{t,2}/D_{t,1}$, where $D_{t,1}$ and $D_{t,2}$ represent the total dispersion in each dispersive element. The time aperture in a single-channel system, or the segment length in the case of continuous-time operation (see Fig. 7.10), is equal to the chirped pulse duration at the modulator input. This is given by $T_A = \Delta\lambda D_1 L_1$, where D_1 is the dispersion parameter of fiber 1, and $\Delta\lambda$ is the optical bandwidth. Here, it is assumed that the chirped pulsewidth is much larger

时间-波长映射

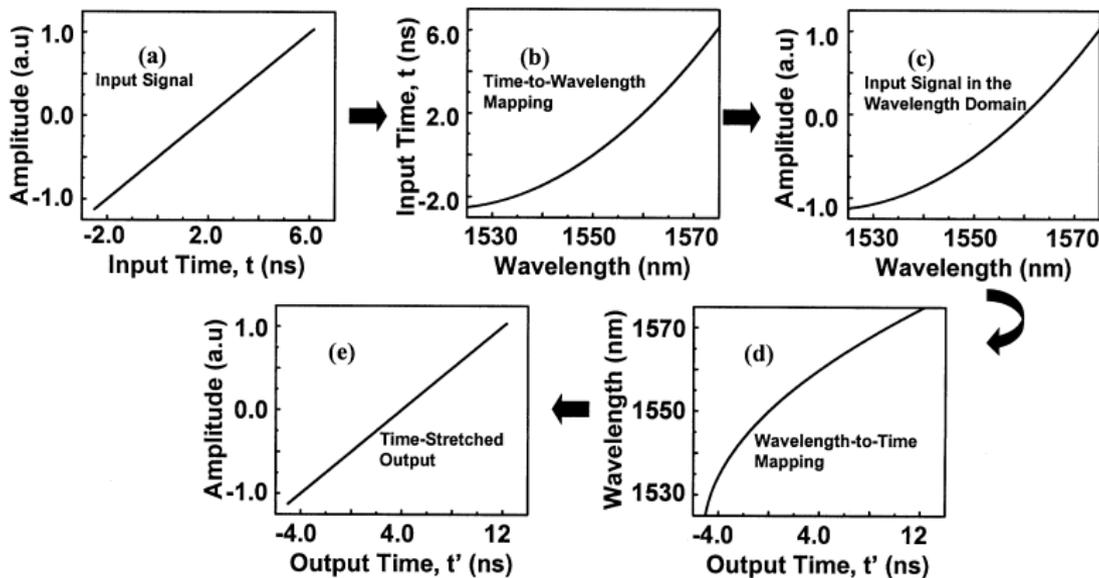


图 3: 时间拉伸系统中时间-波长转换的图形表示

时间拉伸原理

Fourier Transform

- 时域→频域

$$\tilde{f}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-ix\xi} dx$$

对 E_1 进行傅里叶变换

$$\tilde{E}_1(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} E_1(t)e^{-i\omega t} dt$$

脉冲 E_2 由 E_1 经色散原件 D_1 (Fiber 1) 产生¹

$$\tilde{E}_2(\omega) = \tilde{E}_1(\omega)e^{-\frac{1}{2}i\beta_2\omega^2 L_1}$$

¹HAN Y., JALALI B. Journal of Lightwave Technology: A Joint IEEE/OSA Publication,2003,21(12):3085-3103.

MZM调制

- MZM对 E_2 进行调制，调制指数为 m ，电信号为 $\cos(\omega t)$ ，可得

$$E_3 = \frac{1}{2}E_2(t)[e^{\frac{1}{2}im \cos(\omega t)} + e^{-\frac{1}{2}im \cos(\omega t) + \frac{1}{2}i\pi}] \quad (3)$$

其中 $e^{\frac{1}{2}i\pi}$ 表示MZM正交偏置点的相移差

- 在 m 较小时，对 $e^{\frac{1}{2}im \cos(\omega t)}$ 进行Taylor展开

$$e^{\frac{1}{2}im \cos(\omega t)} = 1 + \frac{1}{2}im \cos(\omega t) + \dots \quad (\text{忽略高阶项})$$

- 式3可简化为

$$E_3 = \frac{1}{2}(1 + i)E_2(t)[1 + \cos(\omega_{RF}t)] \quad (4)$$

进一步得到 E_3 频域上的表达式为

$$\tilde{E}_3(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{\frac{1}{4}i\pi} [\tilde{E}_2(\omega) + \frac{1}{4}m(\tilde{E}_2(\omega + \omega_{RF}) + \tilde{E}_2(\omega - \omega_{RF}))]$$

经过光纤2后

$$\begin{aligned} \tilde{E}_4(\omega) &= \tilde{E}_3(\omega) e^{-\frac{1}{2}i\beta_2\omega^2 L_2} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} e^{\frac{1}{4}i\pi} e^{-\frac{1}{2}i\beta_2\omega^2 L_2} \\ &[\tilde{E}_1(\omega) e^{-\frac{1}{2}i\beta_2\omega^2 L_1} + \frac{1}{4}m(\tilde{E}_1(\omega + \omega_{RF}) e^{-\frac{1}{2}i\beta_2(\omega + \omega_{RF})^2 L_1} \\ &+ \tilde{E}_1(\omega - \omega_{RF})) e^{-\frac{1}{2}i\beta_2(\omega - \omega_{RF})^2 L_1}] \end{aligned} \quad (5)$$

因为有 $\Delta\omega \gg \Delta\omega_{RF}$

$$\tilde{E}_1(\omega \pm \omega_{RF}) \approx \tilde{E}_1(\omega) \approx \tilde{E}_1(\omega \pm \frac{\omega_{RF}}{M})$$

引入色散相位 $\Phi_{DIP} = \frac{\omega_{RF}^2 \beta_2 L_2}{2M}$

与包络函数 $\tilde{E}_{env}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{\frac{1}{4}i\pi} \tilde{E}_1(\omega) e^{-\frac{1}{2}i\beta_2\omega^2(L_1+L_2)}$ 可得

$$\tilde{E}_4(\omega) = \tilde{E}_{env}(\omega) + \frac{1}{4} m e^{-i\Phi_{DIP}} \left[\tilde{E}_{env}\left(\omega - \frac{\omega_{RF}}{M}\right) + \tilde{E}_{env}\left(\omega + \frac{\omega_{RF}}{M}\right) \right]$$

进行傅里叶逆变换

$$\tilde{E}_4(t) = \tilde{E}_{env}(t) \left[1 + \frac{1}{4} m e^{-i\Phi_{DIP}} \left(e^{i\frac{\omega_{RF}}{M}t} + e^{-i\frac{\omega_{RF}}{M}t} \right) \right]$$

在没有RF信号调制时

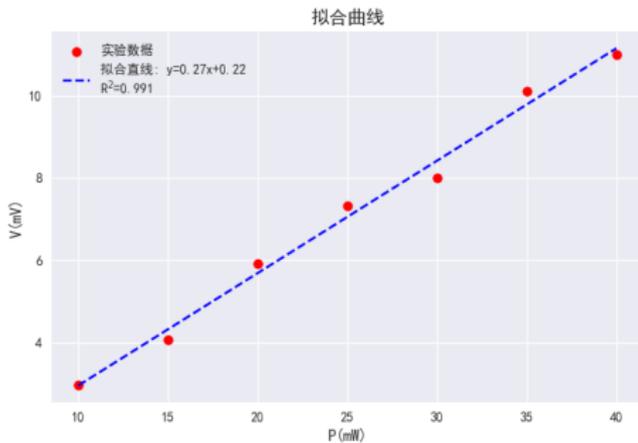
$$I_{env}(t) = \frac{1}{2} \epsilon_0 c n \eta A_{eff} \tilde{E}_{env}(t) \tilde{E}_{env}^*(t)$$

ϵ_0 为真空介电常数, c 为光速, n 为折射率, η 为探测器响应度, A_{eff} 为光纤有效模场面积

在有RF信号调制时

$$I_{out}(t) = I_{env}(t) \left[1 + \frac{1}{4} m^2 \cos^2\left(\frac{\omega_{RF}}{M} t\right) + m \cos\left(\frac{\omega_{RF}}{t}\right) \cdot \cos \Phi_{DIP} \right]$$

I_{out} 与 I_{env} 即输入光功率成正比

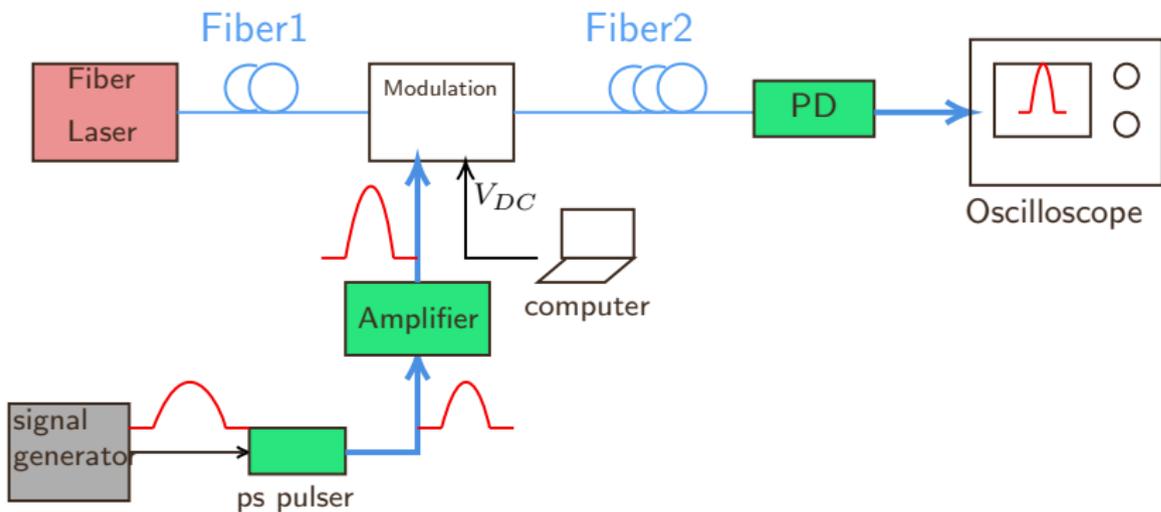


对于较小的调制指数 $m \ll 1$ ，忽略 m^2 项，最终电流表达式

$$I_{signal}(t) = \frac{I_{out}(t) - I_{env}(t)}{I_{env}(t)} = m \cos\left(\frac{\omega_{RF}}{M}t\right) \cdot \cos \Phi_{DIP}$$

此时信号的频率变成了 $\frac{\omega_{RF}}{S}t$ ，频率压缩为原来的 $1/S$ ，完成时间拉伸

实验室系统示意图



仪器参数

- 信号发生器设置频率50kHz、幅值0.5V、脉宽8ns
- 皮秒脉冲发生器产生400mVpp、半高宽70ps的脉冲信号
- 皮秒放大器将信号放大到2-4V
- 电光调制器带宽40GHz、半波电压5V

35G示波器测试

- 上升时间约为47ps

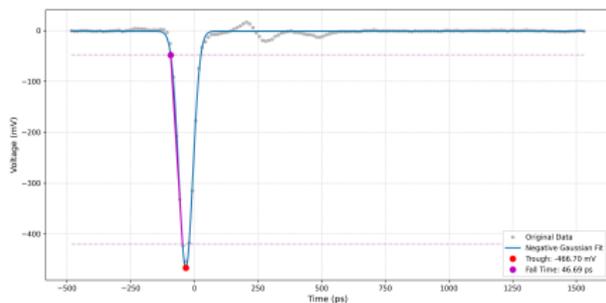
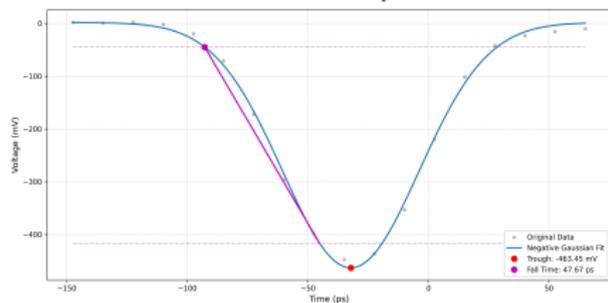


图 4: ps-pulser直接测量

25mW

- 上升时间为56.50ps

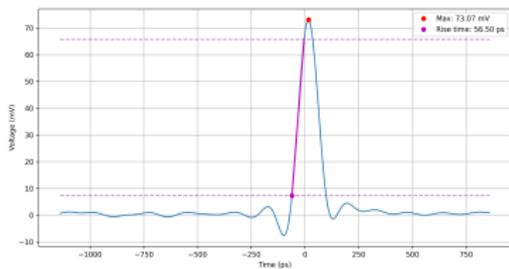


图 5: 6GHz示波器

- 上升时间为41.04ps

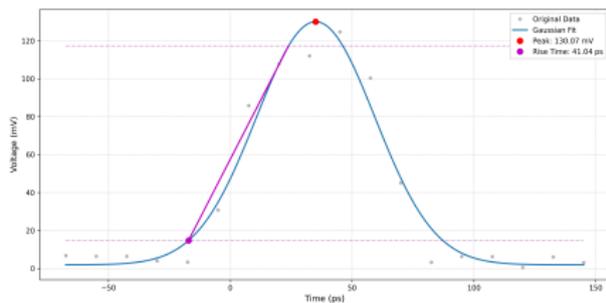


图 6: 36GHz示波器

30mW

- 上升时间为59.95ps

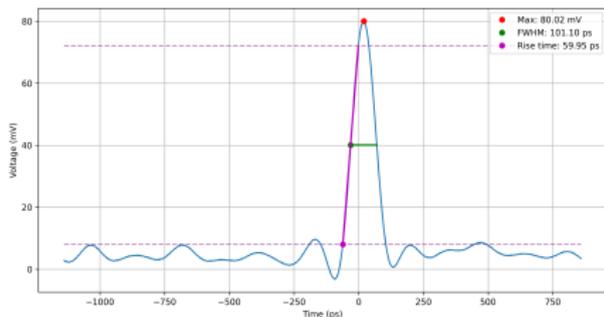


图 7: 6GHz示波器

- 上升时间为39.81ps

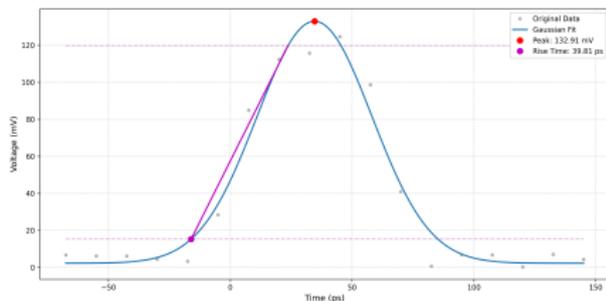


图 8: 36GHz示波器

35mW

- 上升时间为57.21ps

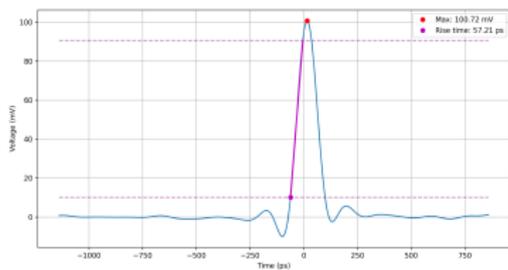


图 9: 6GHz示波器

- 上升时间为35.70ps

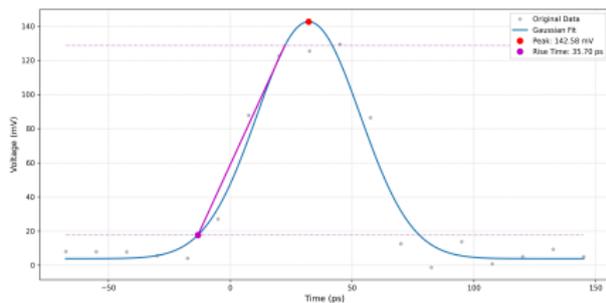


图 10: 36GHz示波器

40mW

- 上升时间为57.02ps

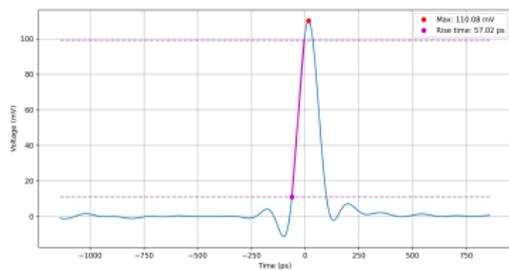


图 11: 6GHz示波器

- 上升时间为31.73ps

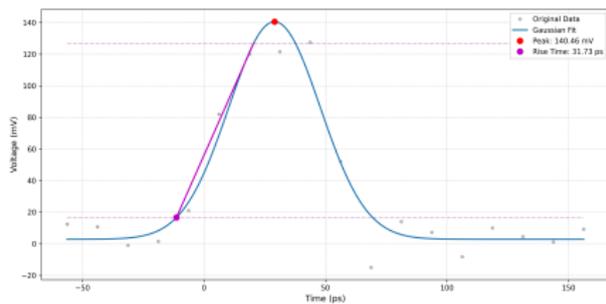


图 12: 36GHz示波器

结论

- 使用6GHz带宽示波器测试时上升时间结果接近约为57ps
- 使用36GHz带宽示波器测试时，由于测量数据点较少，拟合后上升时间差异较大
- 信号经过EO调制后测量的上升时间短于直接测量
- 使用40GHz带宽PD测试时幅值高于10Gz带宽PD

问题与改进

- 光纤长度选择
- 信噪比

信噪比

- 散粒噪声
泊松过程
 1. 平均电流是恒定的（速率恒定）
 2. 一个电子的行为不需要考虑其它电子（事件独立）
 3. 一个时刻只流过一个电子（非同时发生）

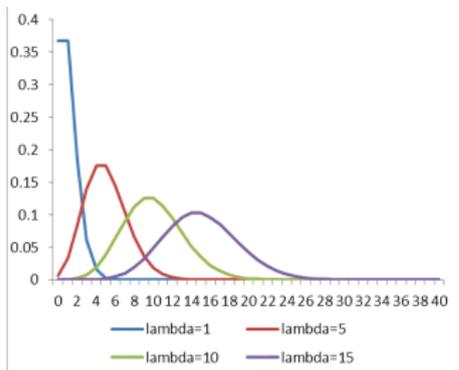


图 13: 泊松分布概率密度函数

散粒噪声表达式

$$i_{rms} = \sqrt{2qIB}$$

$var(\xi) = \sum_{i=0}^{\infty} P(\xi = i)(i - E(\xi))^2 = s$ (泊松分布的方差和均值是一个数)

这就好算了, 因为 $E(\xi) = \frac{I}{q} \Delta t$, 括号里能整成方差的样子:

$$\sum_{i=0}^{\infty} (q \frac{i}{\Delta t} - I)^2 P(\xi = i) = (\frac{q}{\Delta t})^2 \sum_{i=0}^{\infty} (i - \frac{I \Delta t}{q})^2 P(\xi = i) = (\frac{q}{\Delta t})^2 var(\xi)$$

单位时间内的平均速率在我们的条件中就是 $s = I \frac{\Delta t}{q}$, 所以这一堆算出来就是:

$$(\frac{q}{\Delta t})^2 var(\xi) = I \frac{q}{\Delta t}$$

这再带回噪声值①中就有, 对于符合泊松过程的电流, 噪声就是:

$$i_n = \sqrt{\frac{2\Delta t \sum_1^N (q \frac{\xi}{\Delta t} - I)^2}{N}} = \sqrt{2\Delta t I \frac{q}{\Delta t}} = \sqrt{2qI} \text{ ③}$$

图 14: 推导过程

- 热噪声
由热扰动导致导体内部的电荷载体（通常是电子）达到平衡状态时的电子噪声，与所施加的电压无关