

相对论重离子碰撞中的非广延 (3+1) 维流体力学

石佳豪^{1, 3} 江泽方^{2, 3} 张文超¹

¹ 陕西师范大学物理学与信息技术学院, 西安 710119

² 湖北工程学院物理与电子信息工程学院, 孝感 432000

³ 华中师范大学物理学院, 粒子物理研究所, 夸克与轻子物理教育部重点实验室, 武汉 430079

2025/11/27

Based on: Phys. Rev. D 111, 036010

目录

1 背景与动机

2 非广延流体力学模型

3 数值模拟结果

4 总结与展望

背景与动机

背景介绍

- 20世纪70年代，李政道先生提出可以通过相对论重离子碰撞形成高温高密的极端条件，从而解除色禁闭，产生一种以夸克和胶子为主要自由度的新物质形态：夸克—胶子等离子体 (QGP)。

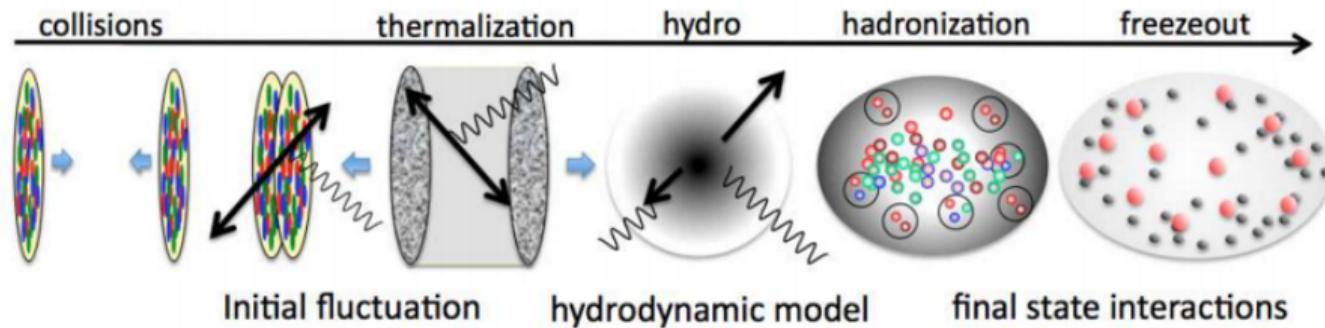


图 1: QGP 的时空演化图像

相对论流体力学模型能很好地重现各向异性流等实验数据，在描述重离子碰撞的时空演化方面取得了巨大成功

- 传统流体力学模型 \leftarrow 局域热平衡/BG 统计 存在局限性!
- 重离子碰撞 \Rightarrow 偏离平衡、涨落、长程关联
- 非广延统计 (Tsallis 统计) 被认为可以在不考虑微观动力学的情况下描述具有长程关联、内在涨落、记忆效应以及分形结构的系统，并被成功地应用于高能物理唯象分析。

首先简单回顾一下 BG 统计中的熵的定义及其性质。BG 熵的定义为：

$$S_{BG} = - \sum_i p_i \ln p_i, \quad (1)$$

对数函数的可加性质表明熵是广延的。考虑由 A, B 两个子系统组成的系统，即有：

$$\sum_i \sum_j p_i^A p_j^B \ln(p_i^A p_j^B) = \sum_i \sum_j p_i^A p_j^B \ln p_i^A + \sum_i \sum_j p_i^A p_j^B \ln p_j^B. \quad (2)$$

考虑归一化条件 $\sum_i p_i^A = 1$ 和 $\sum_j p_j^B = 1$ ，上式变为：

$$\sum_{i=1}^W \sum_{j=1}^W p_i^A p_j^B \ln(p_i^A p_j^B) = \sum_{i=1}^W p_i^A \ln p_i^A + \sum_{j=1}^W p_j^B \ln p_j^B, \quad (3)$$

$$S_{tot} = S_A + S_B.$$

通过推广 \exp 指数函数或者对数函数的形式可以得到非广延熵，注意到指数函数 $y = e^x$ 是微分方程

$$\frac{dy}{dx} = y, \quad (4)$$

在初始条件为 $y(0) = 1$ 时候的解。这个方程可以看作是方程

$$\frac{dy}{dx} = y^q, \quad (y(0) = 1) \quad (5)$$

在 $q = 1$ 时候的特例。这个微分方程的解为：

$$y = [(1 - q)x + 1]^{\frac{1}{1-q}}, \quad (6)$$

将这个函数形式称为 q - 指数，反函数 (q - 对数) 为：

$$\ln_q(x) = \frac{x^{1-q} - 1}{1 - q}. \quad (7)$$

非广延统计

非广延统计最早由巴西物理学家 C. Tsallis 提出，所谓非广延是指熵具有赝可加性。如果使用 q -对数来定义熵，那么由两个子系统 A, B 构成的系统的总熵和子系统熵的关系为

$$S_q(A + B) = S_q(A) + S_q(B) + (1 - q)S_q(A)S_q(B). \quad (8)$$

在非广延统计下，系统被认为处于偏离 BG 统计平衡态的一个稳态，称为 q -平衡。可以由最大熵原理得到其分布函数形式为：

$$\exp_q(-E/T) = \left[1 - (1 - q) \frac{E}{T} \right]^{\frac{1}{1-q}}, \quad (9)$$

可以看到当 q 趋于 1 的时候 Tsallis 分布就变为通常的 BG 分布，熵也变回广延熵。

非广延流体力学模型

非广延玻尔兹曼方程

非广延统计下的玻尔兹曼方程：

$$p^\mu \partial_\mu f^q = C_q[f]. \quad (10)$$

两体弹性碰撞 + 细致平衡条件

⇓

$$T_q^{\mu\nu} = \int \frac{d^3 p}{E} p^\mu p^\nu f^q(E/T). \quad (11)$$

为简单起见，目前只考虑了具有理想流体形式的非广延流体。

状态方程

理想流体的能动量张量可以表示为基本流场的组合：

$$T_q^{\mu\nu} = (\epsilon_q + P_q)u^\mu u^\nu - P_q g^{\mu\nu}, \quad (12)$$

其中 ϵ_q 和 P_q 的表达式为

$$\epsilon_q = u_\mu T_q^{\mu\nu} u_\nu = \int d^3p E_i f_i^q(E_i/T), \quad (13)$$

$$P_q = -\frac{1}{3}T_q^{\mu\nu}\Delta_{\mu\nu} = \int \frac{d^3p}{3E_i} \mathbf{p}_i^2 f_i^q(E_i/T), \quad where(\Delta_{\mu\nu} = g_{\mu\nu} - u_\mu u_\nu) \quad (14)$$

分别表示非广延统计下的能量密度和压强。

状态方程

QGP 相：无相互作用部分子气（包含 u, d, s 三味夸克和胶子）

强子相：强子共振气模型（包含质量在 2 GeV 以下的强子）。

使用如下方案处理两相间的连续渡越，首先，在 $T \leq T_f$ 的情况下：

$$P_q(T) = P_q^{had}(T), \quad (15)$$

当 $T \geq T_f$ 时

$$P_q(T) = S(T)P_q^{had}(T_f) + (1 - S(T))P_q^{QGP}(T). \quad (16)$$

其中 $S(T) = \exp(-c(T - T_f))$, 是一个指数衰减函数。系数 c 由下列条件确定：

$$\frac{\partial P_q}{\partial T}(T_f) = \frac{\partial P_q^{had}}{\partial T}(T_f). \quad (17)$$

状态方程

将我们构造的状态方程和格点 QCD 的结果进行对比，发现在 200 MeV 以下， $q = 1$ 的结果和格点 QCD 的计算结果最为吻合。

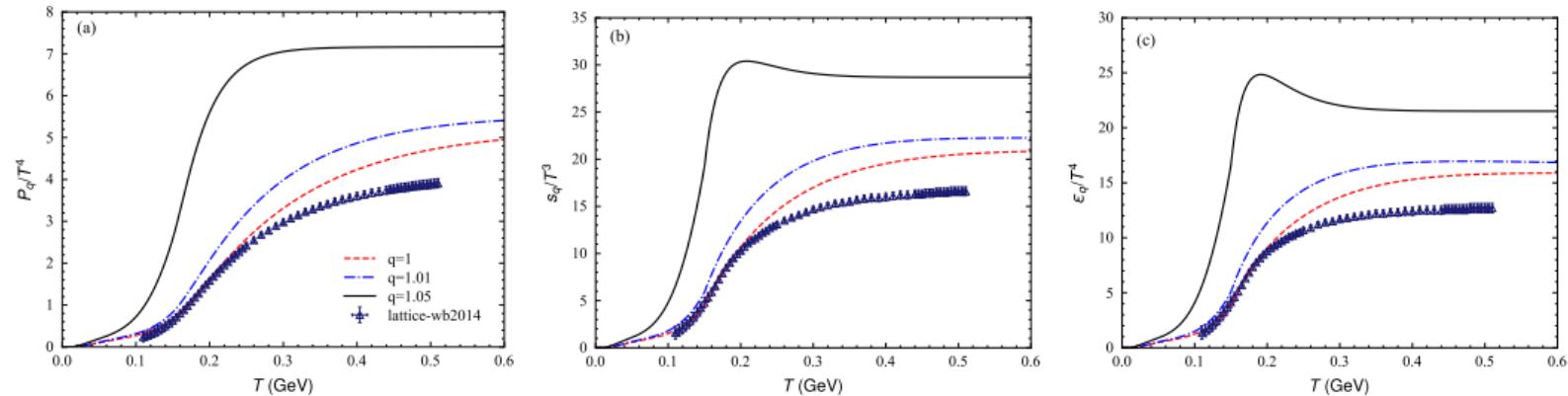


图 2: 非广延状态方程和 LQCD 的结果的对比图

这是合理的，因为格点 QCD 的计算结果是基于平衡态考虑的。

初始条件

为了提供流体演化的初始条件，需要给出核-核碰撞中核子几何分布和能量沉积的关系。核子数分布由 Wood-Saxon 分布参数化，对于球形核：

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + e^{(r-R_A)/d}}. \quad (18)$$

核厚度函数： $T(\vec{s}) = \int_{-\infty}^{+\infty} dz \rho(x, y, z)$, 其中 $\vec{s} = (x, y)$ 。受伤核子数密度 n_w 和两体碰撞次数密度 n_{bc} , 可以利用核厚度函数计算得到：

$$n_w = T_B \left\{ 1 - \left[1 - \sigma_{NN} \frac{T_A}{A} \right]^A \right\} + T_A \left\{ 1 - \left[1 - \sigma_{NN} \frac{T_B}{B} \right]^B \right\}, \quad n_{bc} = \sigma_{NN} T_A T_B \quad (19)$$

初始条件

使用经典的二分量模型来得到初始的 Glauber 模型中横平面上的能量密度分布：

$$\varepsilon(\vec{s}, b) \propto \left[\frac{(1 - \alpha)}{2} n_w(\vec{s}, b) + \alpha n_{bc}(\vec{s}, b) \right] \quad (20)$$

其中 b 是碰撞参数, α 表示硬过程对能量密度的贡献。

此项工作使用了光学 Glauber 模型

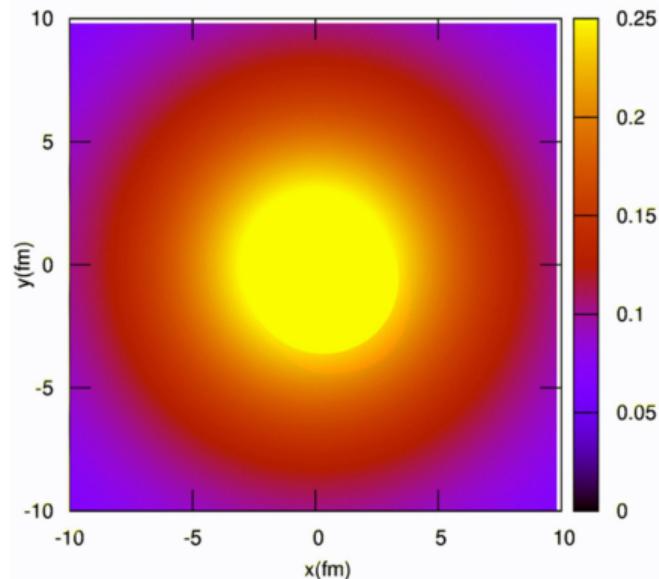


图 3: 能量密度分布的横向剖面

初始条件

为了实现 (3+1) 维的流体演化以及重现实验上快度分布的中央平台结构，我们考虑能量密度的纵向分布如下：

$$H(\eta_s) = \exp \left[-\frac{(|\eta_s| - \eta_w)^2}{2\sigma_\eta^2} \theta(|\eta_s| - \eta_w) \right] \quad (21)$$

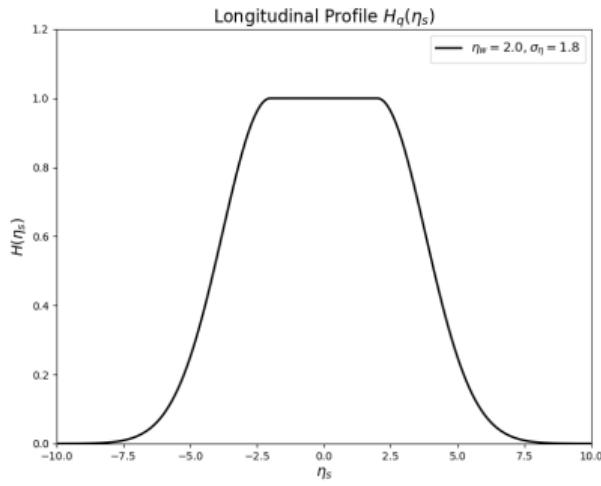


图 4: 纵向分布

强子化

在本模型中，为保证逻辑上的自洽以及能动量张量守恒，我们使用非广延统计下的 Cooper-Frye 公式处理强子化过程：

$$E \frac{dN_i}{d^3p} = \frac{dN_i}{p_t \, dp_t \, dy \, d\phi} = \frac{g_i}{(2\pi)^3} \int_{\sigma} f_i^q(x, p) p^\mu \, d\Sigma_\mu. \quad (22)$$

其中 $d\Sigma_\mu$ 是冻结时刻的有向超曲面面元。

我们在 CLVisc 框架的基础上，成功地引入了非广延效应，形成了一套 (3+1) 维的非广延流体力学模拟程序。

数值模拟结果

模拟结果

目前程序的框架已经基本完成，并对 LHC 能区的 Pb-Pb 碰撞进行了数值模拟，模拟结果如下：

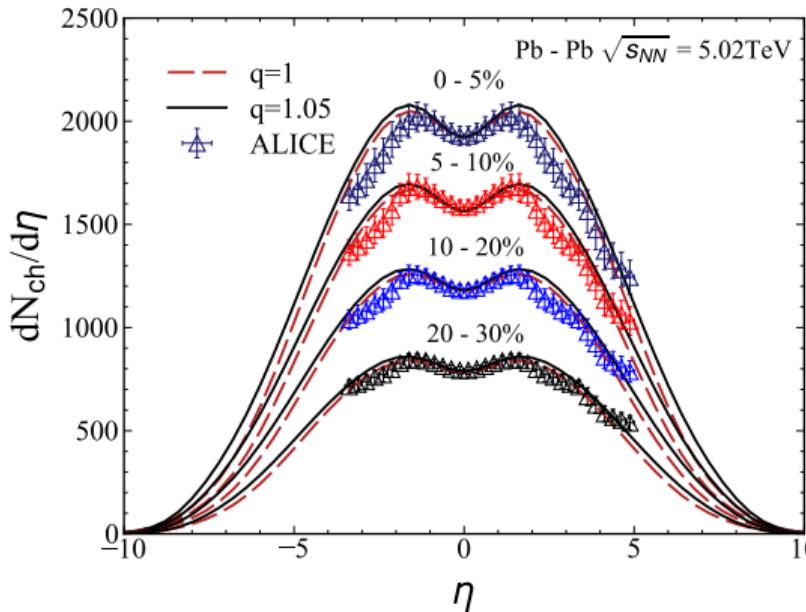
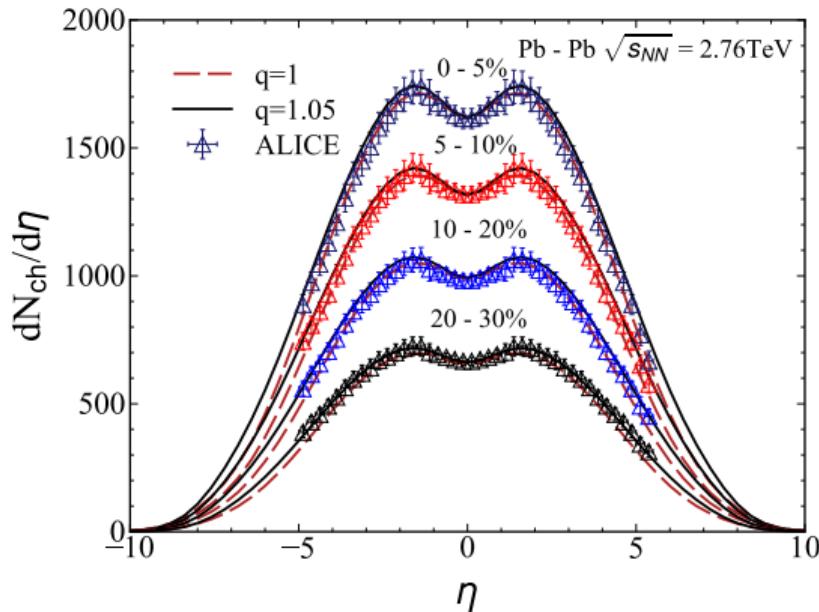


图 5： η 快度谱

模拟结果

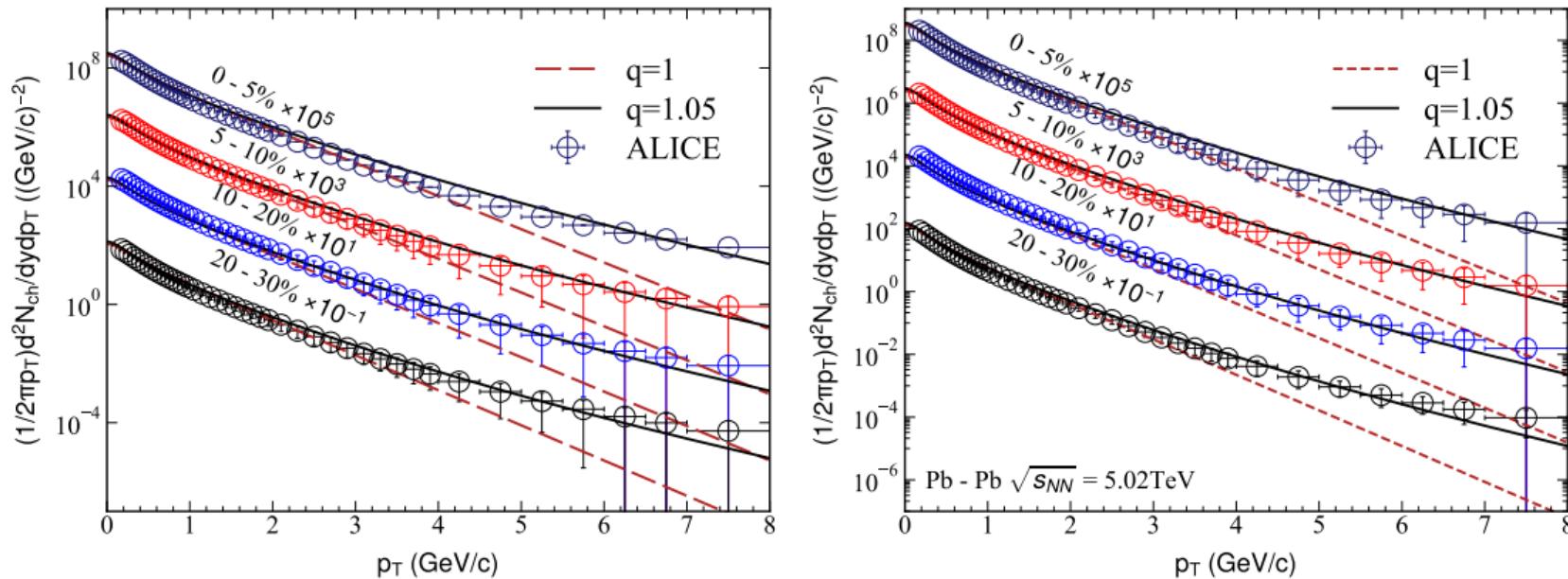


图 6: 带电粒子横动量谱

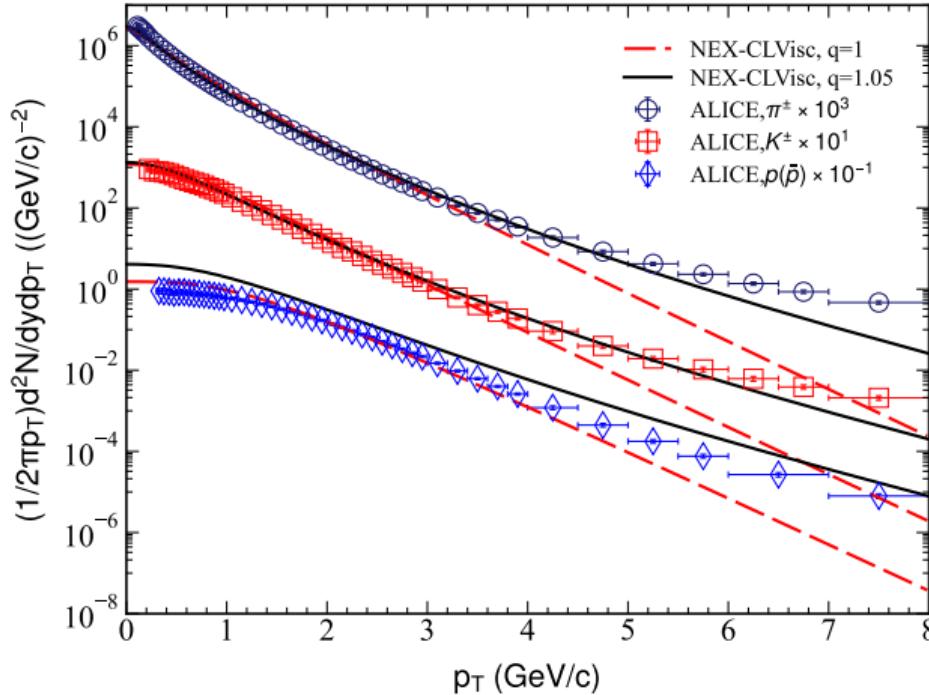
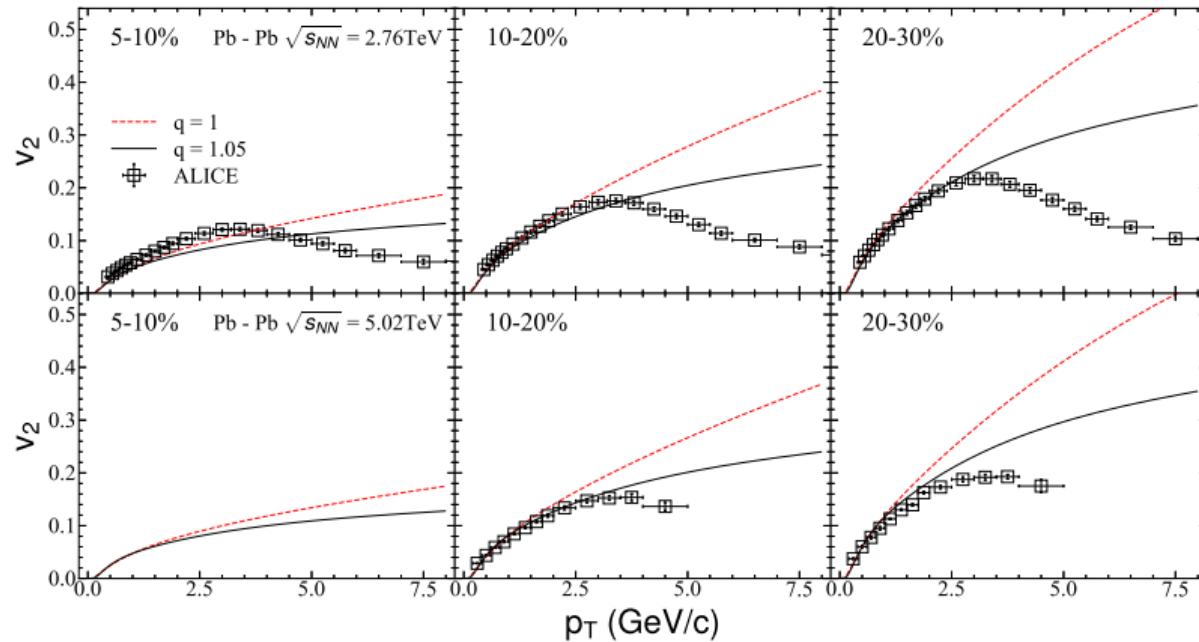


图 7: 鉴别粒子横动量谱

非广延的流体力学模型较好地重现了带电 π 介子和 K 介子的横动量谱，但是高估了质子的产额。

模拟结果

由于椭圆流对逐事例涨落敏感，本研究采用光学 Glauber 模型提供初态条件，忽略了逐事例涨落。因此，这里和实验的对比仅用于定性分析。



非广延流体椭圆流的压低行为源于冻结时刻相空间分布的改变。为说明这一点，可以将 Tsallis 分布在 $q = 1$ 附近做展开：

$$f_q = f_0 + f_0(1 \mp f_0) \frac{E^2}{2T^2} (q - 1) + \mathcal{O}(q - 1)^2, \quad (23)$$

其中 f_0 为 BG 统计下的玻色 (费米) 分布，

$$f_0 = \frac{1}{\exp(E/T) \pm 1}, \quad (24)$$

正负号分别对应费米子和玻色子。注意到这个表达式形式上类似于相空间分布的体粘滞修正：

$$f = f_0 + f_0(1 \mp f_0) \frac{\mathbf{p}^2}{5T^2} \frac{\Pi}{\epsilon + P} + \mathcal{O}(\Pi)^2. \quad (25)$$

总结与展望

- 非广延流体力学可以描述高达 $6 - 8 \text{ GeV}/c$ 横动量范围的横动量谱，可能拓展了流体力学的适用范围。
- 非广延效应对椭圆流存在压低效应，但并未成功重现出高横动量下的椭圆流结构，这可能暗示了在非广延统计下加入粘滞项修正的重要性。
- 非广延流体模型的鉴别粒子谱中质子产额偏高，可能需要考虑非广延统计具有与广延统计不同的冻结温度或重子和介子具有不同的非广延程度。

谢谢观看!