

对散射振幅的隐藏零点、2-分裂 的理解与推广

扬州大学引力与宇宙学中心 周 康

2026年7月17日 广州



目录

Contents

1

背景

2

费曼图方法

3

BCFW方法

4

普适展开方法

5

总结

目录

Contents

1

背景

2

费曼图方法

3

BCFW方法

4

普适展开方法

5

总结

1. 树图振幅的解析性质

树图振幅的解析性质

- 1. 极点及相应留数  得到了深入研究
- 2. 振幅为零的情况  受到的关注极少

为什么关心零点

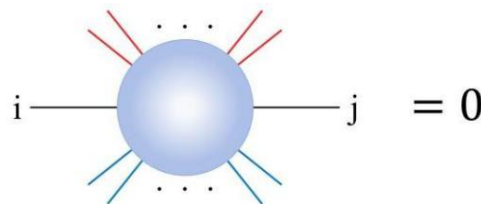
极点及相应留数  **BCFW**在壳递推关系

振幅的零点  ?

2. 隐藏零点与零点附近的2-分裂

树图振幅隐藏零点 ($Tr(\phi^3)$ 、NLSM、SG、YM、DBI、GR)

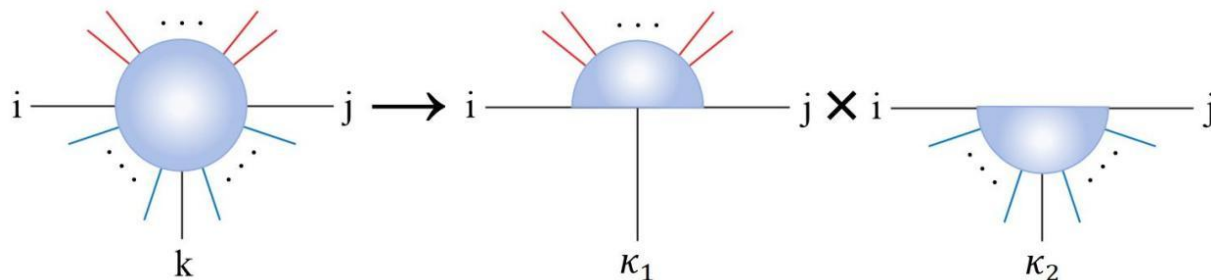
$$k_a \cdot k_b = 0, \quad a \in A, b \in B \quad \in \dots$$



N.Arkan-Hamed et al., *JHEP* 10 (2024) 231

零点附近的2-分裂 ($Tr(\phi^3)$ 、NLSM、SG、YM、DBI、GR)

$$k_a \cdot k_b = 0, \quad a \in A, b \in B \setminus k$$



Qu cao et al.,

Phys. Lett. B 856 (2024) 138934

JHEP 09 (2024) 049

问题

1. 零点、2-分裂的物理起源？
2. 零点与2-分裂间的内在联系？

3. 将零点/2-分裂用于构造树图振幅

定域性、么正性 + 零点 / 2-分裂能否完全决定振幅？

1. $Tr(\phi^3)$:

隐藏零点本身完全决定振幅

L.Rodina, *Phys. Rev. Lett.* 134 (2025) 031601

2. NLSM、YM:

定域性、么正性 + 零点/2-分裂 $\longrightarrow$ 软极限行为 $\longrightarrow$ 振幅

Kang Zhou, *JHEP* 01 (2026) 166; Kang Zhou, *arxiv*. 2604.07195

通过定域性、么正性 + 隐藏零点构造NLSM振幅

隐藏零点 $\longrightarrow$ 修改原始BCFW的围道积分 $\longrightarrow$ NLSM振幅

Xiaodi Li, Kang Zhou, *JHEP* 01 (2026) 010

问题

1. 树图新方法的适用范围？ $\longrightarrow$ 什么样的物理模型满足零点 / 2-分裂？

2. 新方法能否推广到圈图？ $\longrightarrow$ 零点、2-分裂能否推广到圈图？

4. 发展从多个角度解释零点、2-分裂的不同方法

挖掘导致零点、**2-分裂**的物理图像

揭示零点与**2-分裂**间的联系

我们的期望

能做到将零点、**2-分裂**推广到其他模型及圈图层次

能对回答“什么样的模型符合零点 / **2-分裂**”提供启发

目录

Contents

1

背景

2

费曼图方法

3

BCFW方法

4

普适展开方法

5

总结

1. $Tr(\phi^3)$ 费曼图的 “洗牌” 因子化

Kang Zhou, *JHEP* 03 (2025) 154

对 “洗牌” 置换求和

$$\sum_{\mathbb{W}} \begin{array}{c} i \quad i \\ \text{---} \text{---} \\ | \quad | \\ \text{---} \text{---} \\ \bullet \quad \bullet \end{array} \sqcup \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \\ | \quad | \\ \text{---} \text{---} \\ \bullet \quad \bullet \end{array} \equiv \begin{array}{c} i \\ | \\ \text{---} \text{---} \\ | \\ \text{---} \text{---} \\ \bullet \end{array} + \begin{array}{c} i \\ | \\ \text{---} \text{---} \\ | \\ \text{---} \text{---} \\ \bullet \end{array} + \begin{array}{c} i \\ | \\ \text{---} \text{---} \\ | \\ \text{---} \text{---} \\ \bullet \end{array} + \begin{array}{c} i \\ | \\ \text{---} \text{---} \\ | \\ \text{---} \text{---} \\ \bullet \end{array} + \begin{array}{c} i \\ | \\ \text{---} \text{---} \\ | \\ \text{---} \text{---} \\ \bullet \end{array} + \begin{array}{c} i \\ | \\ \text{---} \text{---} \\ | \\ \text{---} \text{---} \\ \bullet \end{array}$$

“洗牌” 求和下费曼图的因子化

$$k_a \cdot k_b = 0 \quad \Rightarrow \quad \sum_{\mathbb{W}} \begin{array}{c} i \quad i \\ \text{---} \text{---} \\ | \quad | \\ \vdots \quad \vdots \\ \text{---} \text{---} \\ \bullet \quad \bullet \end{array} \sqcup \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \\ | \quad | \\ \vdots \quad \vdots \\ \text{---} \text{---} \\ \bullet \quad \bullet \end{array} = \begin{array}{c} i \\ | \\ \text{---} \text{---} \\ | \\ \vdots \quad \vdots \\ \text{---} \text{---} \\ \bullet \end{array} \times \begin{array}{c} i \\ | \\ \text{---} \text{---} \\ | \\ \vdots \quad \vdots \\ \text{---} \text{---} \\ \bullet \end{array}$$

2. $Tr(\phi^3)$ “洗牌” 因子化的例子

①

$$a \text{---} \begin{array}{c} i \\ | \\ \bullet \end{array} \text{---} b + a \text{---} \begin{array}{c} i \\ | \\ \bullet \end{array} \text{---} b = a \text{---} \begin{array}{c} i \\ | \\ \bullet \end{array} \times \begin{array}{c} i \\ | \\ \bullet \end{array} \text{---} b$$

$$\frac{1}{s_{ia}} \frac{1}{s_{iab}} + \frac{1}{s_{ib}} \frac{1}{s_{iab}} \longrightarrow \frac{1}{s_{ia}} \times \frac{1}{s_{ib}}$$

②

$$a \text{---} \begin{array}{c} i \\ | \\ \bullet \end{array} \text{---} \begin{array}{c} b_1 \\ b_2 \end{array} + a \text{---} \begin{array}{c} i \\ | \\ \bullet \end{array} \text{---} \begin{array}{c} b_1 \\ b_2 \end{array} + a \text{---} \begin{array}{c} i \\ | \\ \bullet \end{array} \text{---} \begin{array}{c} b_1 \\ b_2 \end{array} = a \text{---} \begin{array}{c} i \\ | \\ \bullet \end{array} \times \begin{array}{c} i \\ | \\ \bullet \end{array} \text{---} \begin{array}{c} b_1 \\ b_2 \end{array}$$

$$\frac{1}{s_{ia}} \frac{1}{s_{iab_1}} \frac{1}{s_{iab_1b_2}} + \frac{1}{s_{ib_1}} \frac{1}{s_{iab_1}} \frac{1}{s_{iab_1b_2}} + \frac{1}{s_{ib_1}} \frac{1}{s_{ib_1b_2}} \frac{1}{s_{iab_1b_2}} \longrightarrow \frac{1}{s_{ia}} \times \left(\frac{1}{s_{ib_1}} \frac{1}{s_{ib_1b_2}} \right)$$

3. 对隐藏零点的解释

Kang Zhou, *JHEP* 03 (2025) 154

每张图均含 $L_{(i,j)}$

费曼图求和 $\longrightarrow$ 对外线集合的不同划分方式 $\times$ “洗牌”置换

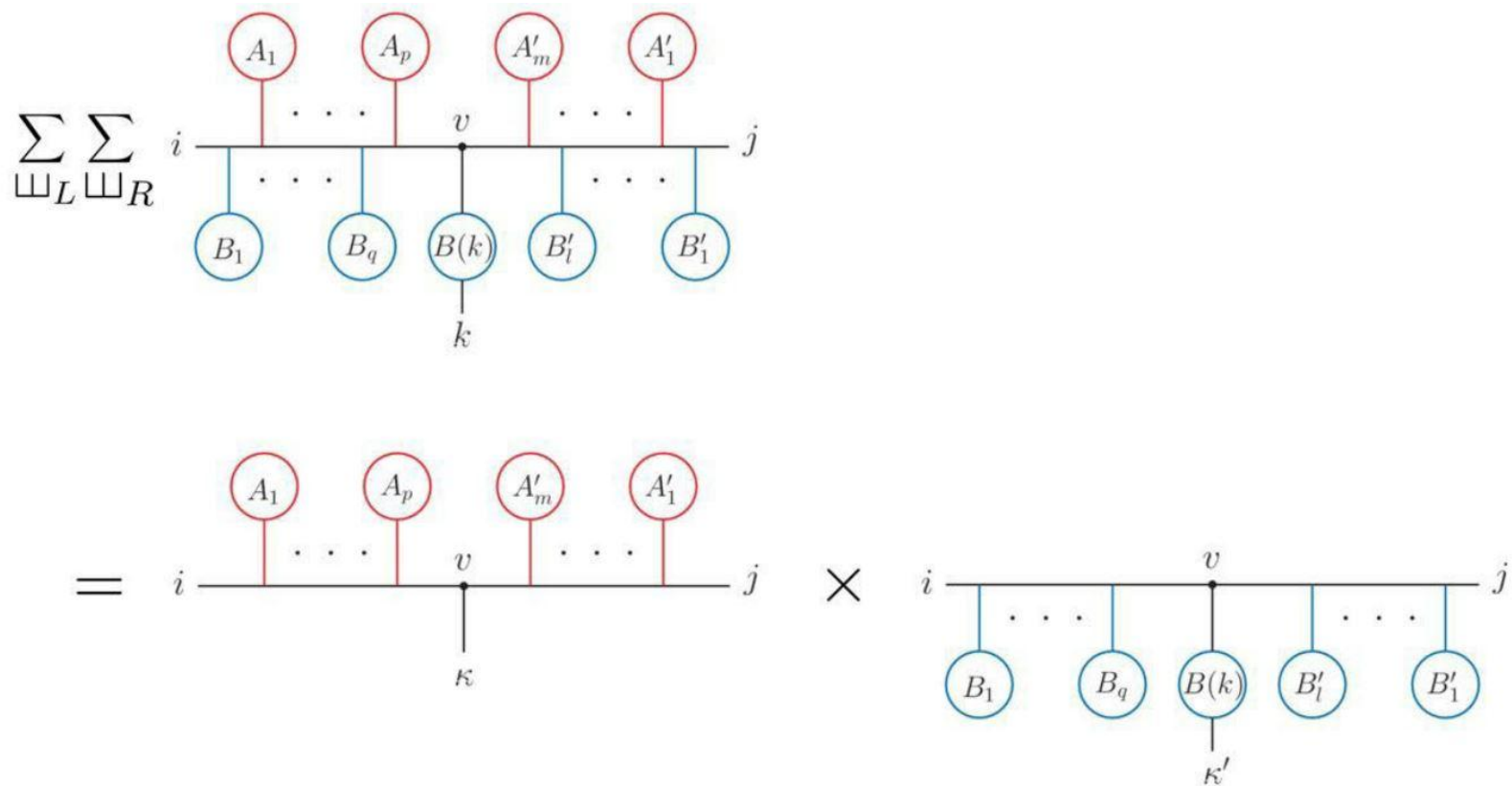
$$\sum_{\sqcup} \left(\begin{array}{c} i \\ \text{---} A_1 \text{---} \\ \vdots \\ \text{---} A_p \text{---} \\ j \end{array} \sqcup \begin{array}{c} i \\ \text{---} B_1 \text{---} \\ \vdots \\ \text{---} B_q \text{---} \\ j \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} i \\ \text{---} A_1 \text{---} \\ \vdots \\ \text{---} A_p \text{---} \\ \cdot \end{array} \times \begin{array}{c} i \\ \text{---} B_1 \text{---} \\ \vdots \\ \text{---} B_q \text{---} \\ \cdot \end{array} \right) k_j^2 \quad \boxed{k_j^2 = 0}$$

例:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_4^{\text{Tr}(\phi^3)}(i, a, j, b) &= \left(\frac{1}{s_{ia}} + \frac{1}{s_{ib}} \right) \frac{s_{iab}}{s_{iab}} \\ &= \left(\frac{1}{s_{ia}s_{iab}} + \frac{1}{s_{ib}s_{iab}} \right) s_{iab} \\ &\xrightarrow{k_a \cdot k_b = 0} \left(\frac{1}{s_{ia}} \times \frac{1}{s_{ib}} \right) s_{iab} \end{aligned}$$

4. 对2-分裂的解释

Kang Zhou, *JHEP* 03 (2025) 154

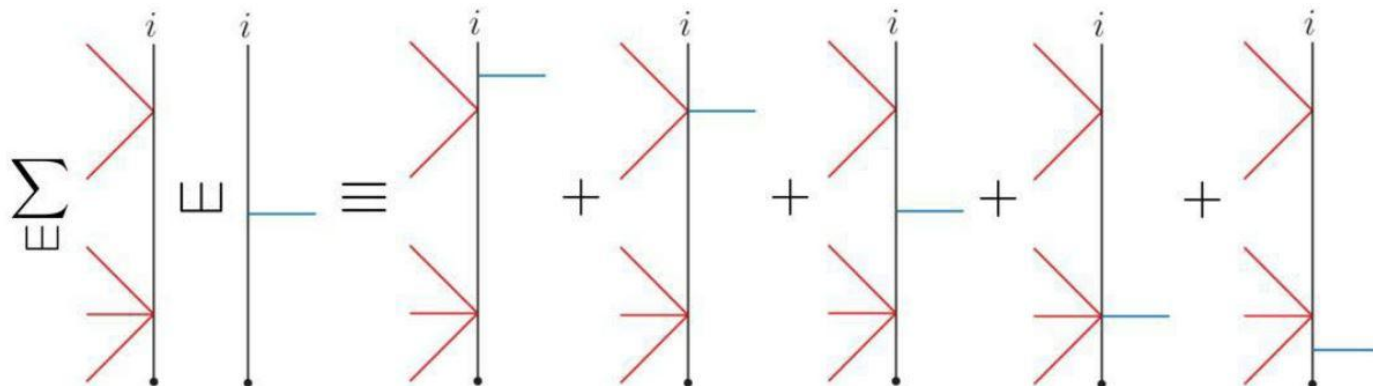


- 总结:
- ① 每一种划分外线集合的方式独立满足零点、2-分裂
 - ② 零点和2-分裂的联系：由同一机制来解释

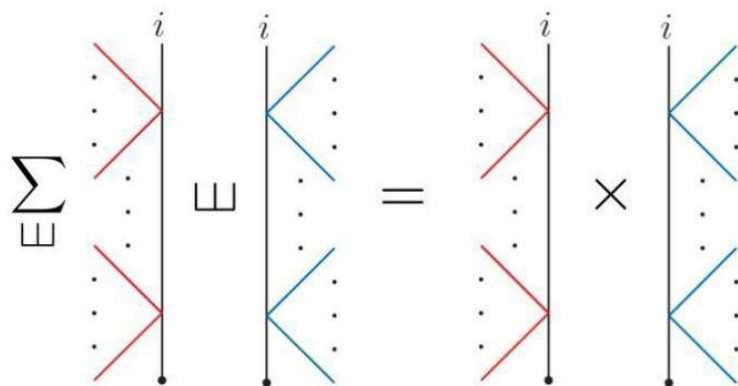
5. 往NLSM、YM的推广

Kang Zhou, *arxiv: 2604.23680*

推广的“洗牌”置换



推广的“洗牌”因子化

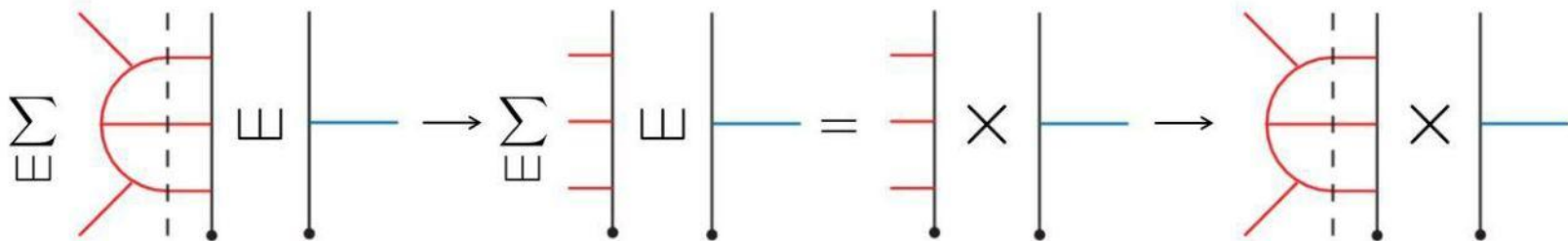


引力振幅的困难

6. 圈图 $Tr(\phi^3)$ 被积函数的零点、2-分裂

Kang Zhou, *arxiv*: 2604.13810

“洗牌”因子化：圈在 $L_{(i,\cdot)}$ 上



费曼被积函数的隐藏零点

$$k_a \cdot k_b = 0, \quad \ell_m \cdot k_b = 0, \quad \text{for } \forall a \in \mathbf{A}, b \in \mathbf{B}, m \in \{1, \dots, L\}$$

$$\mathcal{I}_n^{L-\text{loop}}(1, \dots, n) \longrightarrow 0$$

费曼被积函数的2-分裂（推广的版本）

$$k_a \cdot k_b = 0, \quad \ell_m \cdot k_b = 0, \quad \text{for } \forall a \in \mathbf{A}, b \in \mathbf{B} \setminus k, m \in \{1, \dots, L\}$$

$$\mathcal{I}_n^{L-\text{loop}}(1, \dots, n) \longrightarrow \sum_{\substack{L_1=0 \\ \blacktriangle}}^L \tilde{\mathcal{I}}_{n_1}^{L_1-\text{loop}}(i, \mathbf{A}, j, \kappa) \times \tilde{\mathcal{I}}_{n+3-n_1}^{(L-L_1)-\text{loop}}(j, \mathbf{B}(\kappa'), i)$$

目录

Contents

1

背景

2

费曼图方法

3

BCFW方法

4

普适展开方法

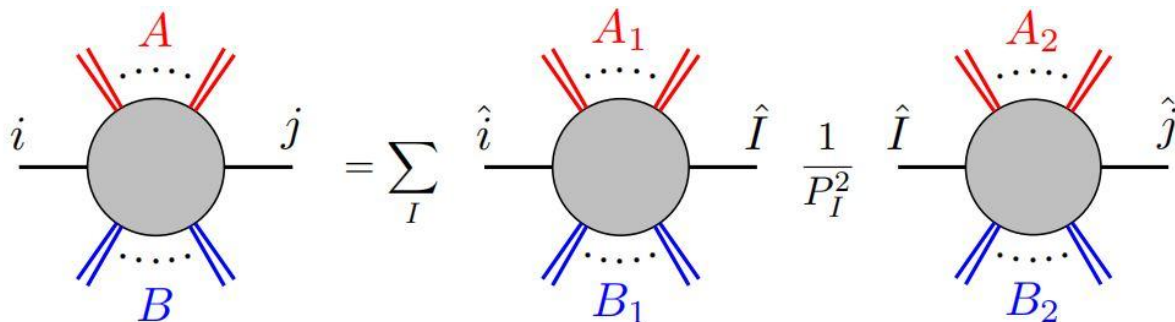
5

总结

1. 对隐藏零点的解释

Bo Feng, Liang Zhang, Kang Zhou, *JHEP* 08 (2025) 025

Britto-Cachazo-冯-Witten (BCFW) 在壳递推关系



The diagram illustrates the BCFW recursion relation. On the left, a full circle representing a scattering amplitude with external legs i and j (black), and sets of legs A (red) and B (blue). This is equal to a sum over intermediate states I . Each term in the sum consists of two smaller circles connected by a propagator $\frac{1}{P_I^2}$. The first circle has legs $\hat{i}$ and $\hat{I}$ (black), and A_1 (red) and B_1 (blue). The second circle has legs $\hat{I}$ and $\hat{j}$ (black), and A_2 (red) and B_2 (blue).

隐藏零点运动学条件下的有效子振幅



The diagram shows two terms of the recursion relation where one of the sub-amplitudes is a semi-circle, indicating a hidden zero. In the first term, the left sub-amplitude is a semi-circle with legs $\hat{i}$ and $\hat{I}$ (black) and legs B_1 (blue), while the right sub-amplitude is a full semi-circle with legs $\hat{I}$ and $\hat{j}$ (black) and legs A_2 (red). In the second term, the left sub-amplitude is a full semi-circle with legs $\hat{i}$ and $\hat{I}$ (black) and legs A_1 (red), while the right sub-amplitude is a semi-circle with legs $\hat{I}$ and $\hat{j}$ (black) and legs B_2 (blue).

4点振幅为零

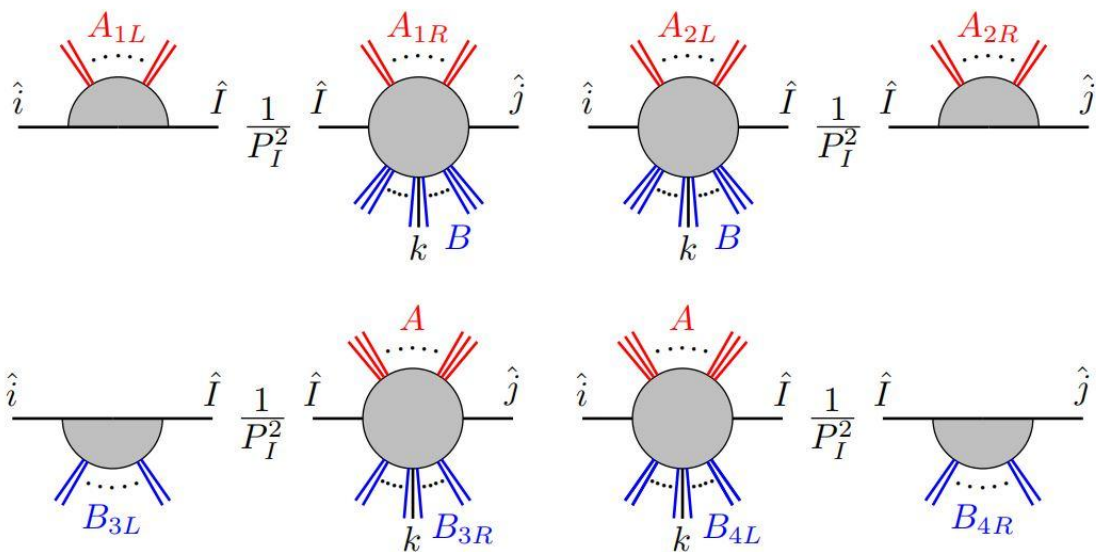


高点振幅为零

2. 对2-分裂的解释

Bo Feng, Liang Zhang, Kang Zhou, *JHEP* 08 (2025) 025

2-分裂运动学条件下的有效子振幅（基于隐藏零点）



流的递推构造

$$\begin{aligned}
 & \hat{i} \text{---} \text{---} \text{---} \hat{I} \frac{1}{P_I^2} \hat{I} \text{---} \text{---} \hat{j} = \hat{i} \text{---} \text{---} \hat{I} \frac{1}{P_I^2} \left(\hat{I} \text{---} \text{---} \hat{j} \times \hat{I} \text{---} \text{---} \hat{j} \right) \\
 & = \left(\hat{i} \text{---} \text{---} \hat{I} \frac{1}{P_I^2} \hat{I} \text{---} \text{---} \hat{j} \right) \times \hat{i} \text{---} \text{---} \hat{j}
 \end{aligned}$$

The equation shows the recursive construction of the flow. The first line shows the initial expression with a central circle and external lines. The second line shows the expression being equal to a product of two terms. The third line shows the expression being equal to a product of two terms, where the first term is a circle with external lines and the second term is a circle with external lines.

目录

Contents

1

背景

2

费曼图方法

3

BCFW方法

4

普适展开方法

5

总结

1. 从普适展开解释隐藏零点和2-分裂

普适展开的例子

$$\mathcal{A}_n^{\text{YM}}(\sigma_n) = \sum_{\alpha_{n-2}} C_Y^\epsilon(\alpha_{n-2}) \mathcal{A}_n^{\text{BAS}}(\sigma_n | i, \alpha_{n-2}, j)$$

$$\mathcal{A}_n^{\text{GR}} = \sum_{\alpha_{n-2}} \sum_{\beta_{n-2}} C_Y^\epsilon(\alpha_{n-2}) \tilde{C}_Y^\epsilon(\beta_{n-2}) \mathcal{A}_n^{\text{BAS}}(i, \alpha_{n-2}, j | i, \beta_{n-2}, j)$$

$$\mathcal{A}_n^{\text{NLMS}}(\sigma_n) = \sum_{\alpha_{n-2}} C_N(\alpha_{n-2}) \mathcal{A}_n^{\text{BAS}}(\sigma_n | i, \alpha_{n-2}, j)$$

对隐藏零点的解释

Hao Huang, Ye Yang, Kang Zhou, *Eur.Phys.J.C* 85 (2025) 685

基的零点  目标振幅的零点

对2-分裂的解释

Bo Feng, Liang Zhang, Kang Zhou, *JHEP* 02 (2026) 204

基、展开系数的2-分裂  目标振幅的2-分裂

2. 往含高阶导数相互作用的振幅推广

考虑模型（高阶导数算符对振幅的最低阶修正）

$$\mathcal{L}_{\text{YM}} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu} - \frac{g}{3\Lambda^2} f^{abc} F_{\mu}^a{}^{\nu} F_{\nu}^b{}^{\rho} F_{\rho}^c{}^{\mu}$$

$$S = -\frac{2}{\kappa^2} \int d^4x \sqrt{-g} \left[R - 2(\partial_{\mu}\phi)^2 - \frac{1}{12} H^2 + \frac{\alpha'}{4} e^{-2\phi} G_2 + \alpha'^2 e^{-4\phi} \left(\frac{I_1}{48} + \frac{G_3}{24} \right) + \mathcal{O}(\alpha'^3) \right]$$

隐藏零点

Kang Zhou, *JHEP*02 (2026) 039

$$\mathcal{A}_n^{F^3}(i, \mathbf{A}, j, \mathbf{B}) \longrightarrow 0 \qquad \mathcal{A}_n^{R^2} \longrightarrow 0 \qquad \mathcal{A}_n^{R^3} \longrightarrow 0$$

2-分裂

Liang Zhang, Kang Zhou, *JHEP*06 (2026) 105

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_n^{F^3}(i, \mathbf{A}, j, \mathbf{B}(k)) &\longrightarrow \mathcal{J}_{|A|+3}^{F^3}(i, \mathbf{A}, j, \kappa) \times \mathcal{J}_{|B|+3}^{\text{Tr}(\phi^3) \oplus \text{YM}}(i_{\phi}, j_{\phi}, \mathbf{B}(\kappa'_{\phi})) \\ &\quad + \mathcal{J}_{|A|+3}^{\text{YM}}(i, \mathbf{A}, j, \kappa) \times \mathcal{J}_{|B|+3}^X(i_{\phi}, j_{\phi}, \mathbf{B}(\kappa'_{\phi})) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_n^{R^2} &\longrightarrow \mathcal{J}_{|A|+3}^{R^2} \times \mathcal{J}_{|B|+3}^{\text{Tr}(\phi^3) \oplus \text{GR}}(i_{\phi}, j_{\phi}, \kappa'_{\phi}) \\ &\quad + \mathcal{J}_{|A|+3}^{\text{GR}} \times \mathcal{J}_{|B|+3}^Y(i_{\phi}, j_{\phi}, \kappa'_{\phi}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_n^{R^3} &\longrightarrow \mathcal{J}_{|A|+3}^{R^3} \times \mathcal{J}_{|B|+3}^{\text{Tr}(\phi^3) \oplus \text{GR}}(i_{\phi}, j_{\phi}, \kappa'_{\phi}) \\ &\quad + \mathcal{J}_{|A|+3}^{\text{GR}} \times \mathcal{J}_{|B|+3}^Z(i_{\phi}, j_{\phi}, \kappa'_{\phi}) \\ &\quad + 2 \mathcal{J}_{|A|+3}^{R^2} \times \mathcal{J}_{|B|+3}^Y(i_{\phi}, j_{\phi}, \kappa'_{\phi}) \end{aligned}$$

目录

Contents

1

背景

2

费曼图方法

3

BCFW方法

4

普适展开方法

5

总结

总结

- ① 从三个角度解释了隐藏零点、2-分裂，并揭示二者联系
- ② 将隐藏零点、2-分裂推广到含高阶导数相互作用的模型
- ③ 将隐藏零点、2-分裂推广到 $Tr(\phi^3)$ 的圈图费曼被积函数
- ④ 圈图层次更多推广？零点、2-分裂对模型的一般性要求？

谢谢大家！
敬请批评指正



欢迎访问扬州!

