双粲三体系统 DDK及D^*D^*K的研究

谢海鹏

arXiv:2604.23298

合作者：陈思怡、李宁、陈伟

中山大学物理学院

轻强子专题研讨会·商丘

2026.5.16

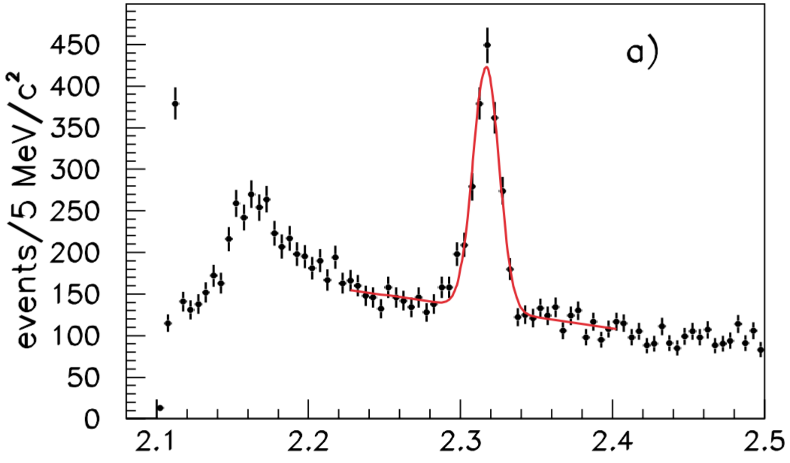
目录

01 背景

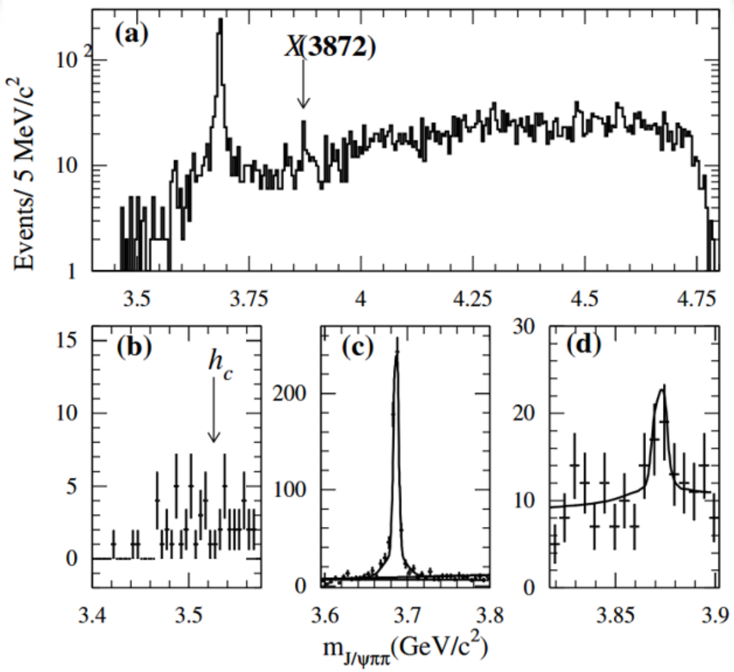
02 理论框架

03 计算结果

04 总结展望

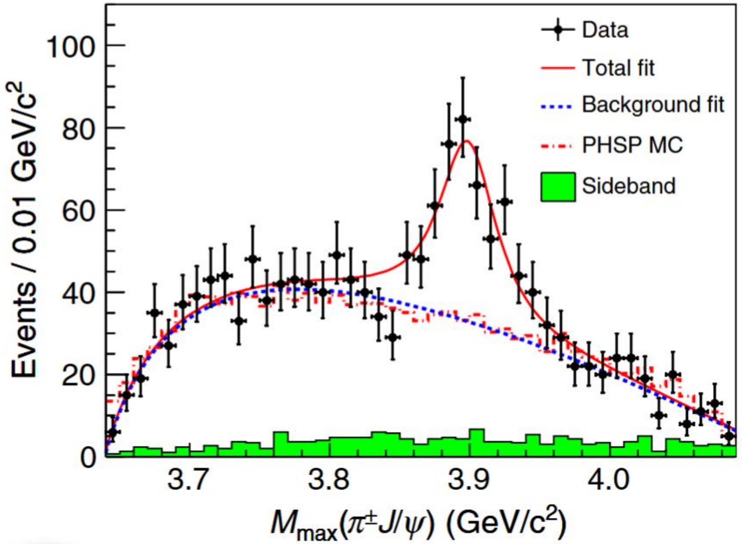


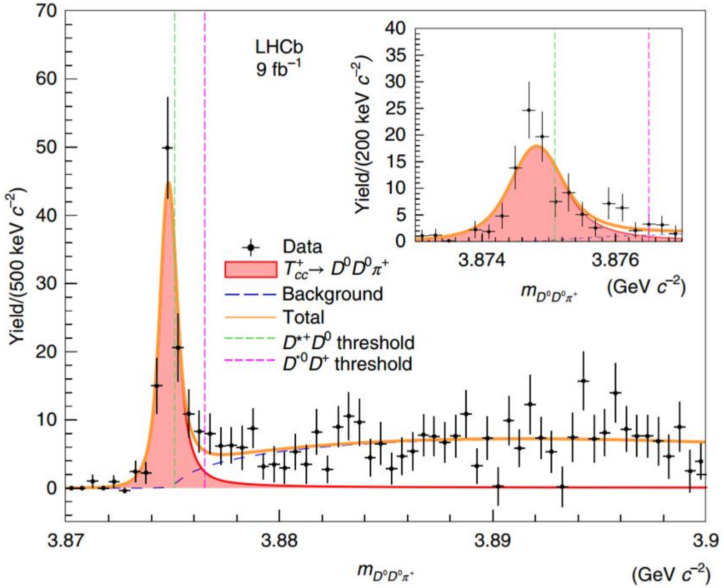
BABAR 2003



Belle 2003

BESIII 2013





LHCb 2022

1 背景

奇特强子态即不能容纳在传统夸克模型三夸克重子和夸克-反夸克介子框架下的强子。

其中又根据夸克组分细化为多夸克态($q^m\bar{q}^n, m-n=3k$，$m+n>3$)、混杂态($q\bar{q}g, q^3g, \cdots$)和胶球($g^n, n=2,3,\ldots$)

含粲介子是目前重味强子奇特态最重要的研究方向

DK系统和DD系统都已被广泛研究，前者通常被认为可以形成束缚态，而后者不能

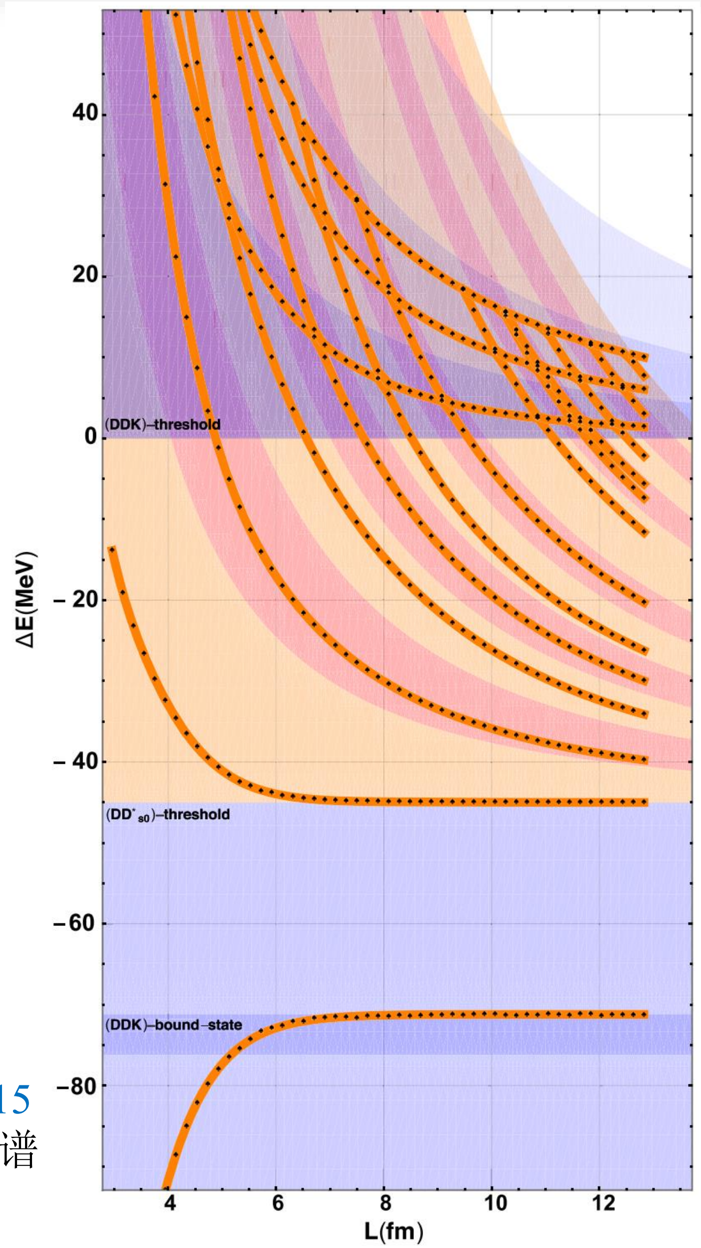
N. Li et al., Phys. Rev. D **86**, 074022
Z.-Y. Ling et al., Phys. Rev. Lett. **133**, 241903
M. Altenbuchinger et al., Phys. Rev. D **89**, 014026

二体→三体？

通过势模型研究量子数为$J^P = 0^-, I = \frac{1}{2}, s = 1, c = 2$的$D^{(*)}D^{(*)}K$系统，要满足这组量子数，量子组分至少为$cc\bar{q}\bar{s}(q = u, d)$。一经发现，显然将被确定为奇特态

T.-W. Wu et al., Phys. Rev. D **100**, 034029 $DDDK$
Y.-W. Pan et al., Phys. Rev. D **111**, 114006 DDK；三体力
X. Wei et al., Eur. Phys. J. C **82**,718 $D\bar{D}K$
ZY. Zhang et al., Phys. Rev. D **111**, 036002 DD^*K
T.-W. Wu et al., Phys. Rev. Lett. **135**, 031902 $\bar{D}_sDK$

模型依赖性？ H.-X. Zhu et al., Phys. Rev. D **111**, 094022
耦合道效应？
共振态？



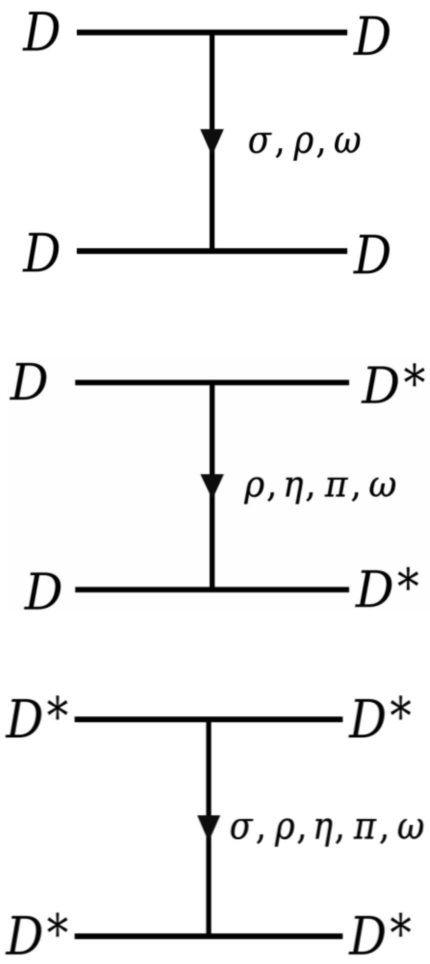
J.-Y. Pang et al., Phys. Rev. D **102**, 114515
DDK有限体积能谱

2.1 单玻色子交换模型下的$D^{(*)}D^{(*)}$相互作用

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L} = & g_s \mathrm{Tr}\left[\mathcal{H}\sigma\bar{\mathcal{H}}\right] + i g_a \mathrm{Tr}\left[\mathcal{H}\gamma_\mu\gamma_5\mathcal{A}^\mu\bar{\mathcal{H}}\right] \\
& + i\beta \mathrm{Tr}\left[\mathcal{H}v_\mu\left(\mathcal{V}^\mu-\rho^\mu\right)\bar{\mathcal{H}}\right] + i\lambda \mathrm{Tr}\left[\mathcal{H}\sigma_{\mu\nu}F^{\mu\nu}\bar{\mathcal{H}}\right] \\
& + g_s \mathrm{Tr}\left[\bar{\tilde{\mathcal{H}}}\sigma\tilde{\mathcal{H}}\right] + i g_a \mathrm{Tr}\left[\bar{\tilde{\mathcal{H}}}\gamma_\mu\gamma_5\mathcal{A}^\mu\tilde{\mathcal{H}}\right] \\
& - i\beta \mathrm{Tr}\left[\bar{\tilde{\mathcal{H}}}v_\mu\left(\mathcal{V}^\mu-\rho^\mu\right)\tilde{\mathcal{H}}\right] + i\lambda \mathrm{Tr}\left[\bar{\tilde{\mathcal{H}}}\sigma_{\mu\nu}F^{\mu\nu}\tilde{\mathcal{H}}\right]
\end{aligned}
$$

通过拟合$G(3900)$、$X(3872)$、$T_{cc}(3875)$得到去模型依赖的标量介子和矢量介子耦合常数

拉氏量 $\longrightarrow$ 动量空间有效势 $\longrightarrow$ 坐标空间有效势



2.2 基于手征有效场论的$D^{(*)}K$相互作用

$$V_{DK}(\vec{q}\,) = -\frac{C_W(I)}{2f_\pi^2}$$

T.-W. Wu et al.,Phys. Rev. D **100**, 034029

$$V_{DK}(r) = -\frac{C_W(I)}{2f_\pi^2}\frac{e^{-(r/R_c)^2}}{\pi^{3/2}R_c^3}$$

M. Altenbuchinger et al., Phys. Rev. D **89**, 014026

$$V_{DK}(\vec{r}, R_C) = C_S\, e^{-(r/R_s)^2} + C_L\, e^{-(r/R_C)^2}$$

排斥 吸引

对于DK势中的四个自由参数：

$R_S = 0.5$ fm

$R_C = 1.0\sim2.0$ fm

$C_S = 0\sim3000$ MeV

C_L通过拟合$D_{s0}^*(2317)$极点获取

仍然有极大的不确定度！

通过求解LS方程得到不同参数下的散射长度

再将结果与格点QCD数值对比 a = −1.87 fm

以此达到对自由参数的约束

Z.-H. Guo et al., Eur. Phys. J. C (2019) 79:13

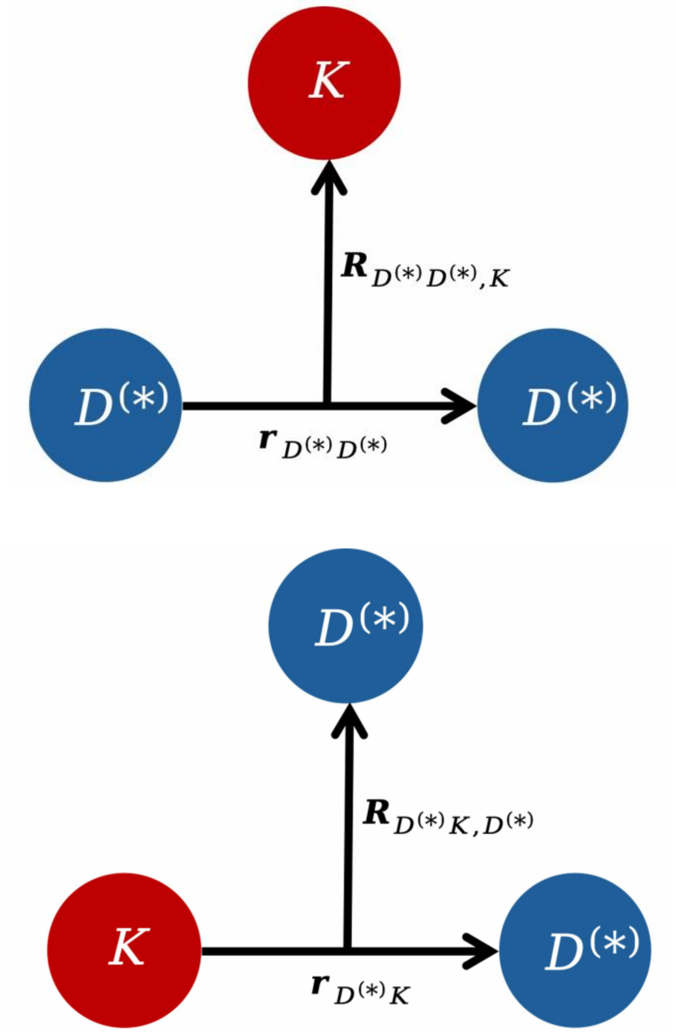
2.3 三体系统哈密顿量

三体系统的哈密顿量可以写为如下形式

$$\hat{H} = \sum_{i=1}^{3} \frac{p_i^2}{2m_i} - T_{\text{c.m.}} + \sum_{1\le i<j\le 3} V(r_{ij})$$
$$= -\frac{\hbar^2}{2\mu_r}\nabla_{\vec{r}}^2 - \frac{\hbar^2}{2\mu_R}\nabla_{\vec{R}}^2 + \sum_{1\le i<j\le 3} V(r_{ij})$$

在少体计算中，运用雅可比坐标可以极大的简化哈密顿量的形式

$$\vec{r}_{ij} = \vec{r}_j - \vec{r}_i\,, \qquad \vec{R}_k = \vec{r}_k - \frac{m_i\vec{r}_i + m_j\vec{r}_j}{m_i + m_j}$$



2.4 高斯展开法(GEM, Gaussian Expansion Method)

高斯展开法是求解少体薛定谔方程的常用方法，对于如下薛定谔方程

$$(\mathrm{H}-\mathrm{E})\Psi_{JM}=0$$

三体波函数可展开为

$$\Psi_{JM}=\sum_{\alpha,c}C_{\alpha,c}\left(I_{T,t}^{c}\otimes\left[S_{JM}\otimes\Phi_{lL,\Lambda}^{c}\right]_{JM}\right),$$

$$\Phi_{lL,\Lambda}^{c}(\boldsymbol{r}_c,\boldsymbol{R}_c)=\left[\phi_{nlm}(\boldsymbol{r}_c)\psi_{NLM}(\boldsymbol{R}_c)\right]_{\Lambda},$$

$$\phi_{nlm}(\boldsymbol{r})=N_{nl}r^{l}e^{-\nu_n r^2}Y_{lm}(\hat{\boldsymbol{r}}),$$

$$\psi_{NLM}(\boldsymbol{R})=N_{NL}R^{L}e^{-\lambda_N R^2}Y_{LM}(\widehat{\boldsymbol{R}})$$

由Rayleigh-Ritz变分法则得到广义本征值问题

$$\sum_{n=1}^{n_{max}}(H_{nn'}-EN_{nn'})C_{n'}=0$$

而对于耦合道，薛定谔方程可以进一步写为

$$\left[\left(-\frac{\hbar^2}{2\mu_r}\nabla_{\vec{r}}^2-\frac{\hbar^2}{2\mu_R}\nabla_{\vec{R}}^2\right)\delta_{ij}+V_{ij}\right]\psi_j=E\psi_i$$

$$V=\begin{pmatrix}V_{DDK\to DDK} & V_{DDK\to D^*D^*K}\\ V_{D^*D^*K\to DDK} & V_{D^*D^*K\to D^*D^*K}\end{pmatrix}$$

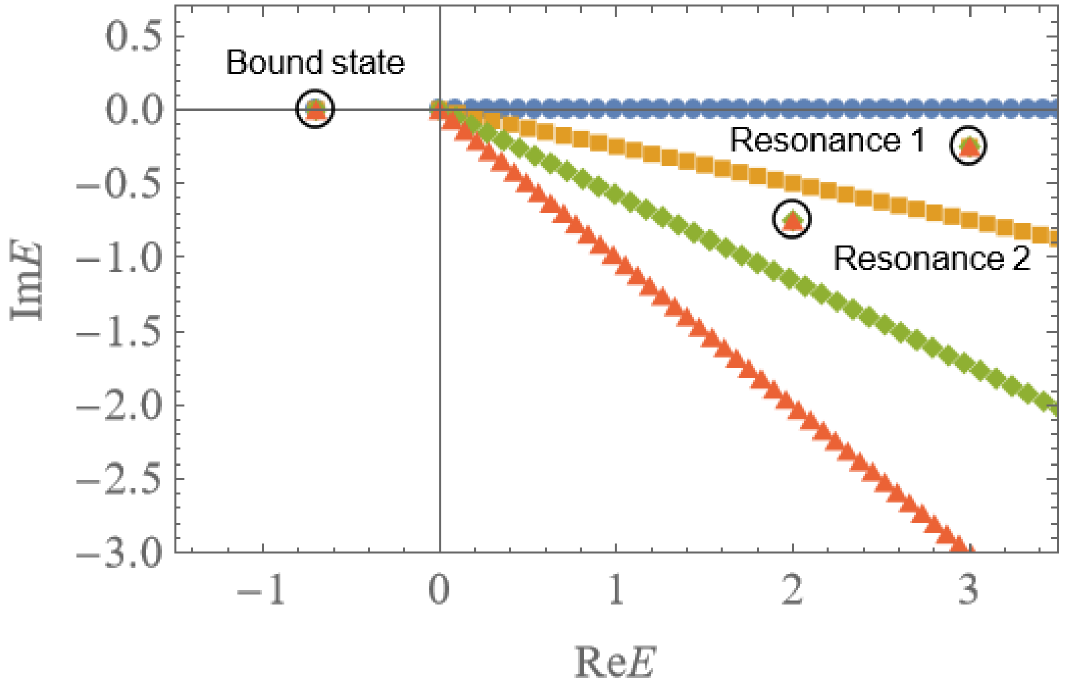
2.5 复标度方法(CSM, Complex Scale Method)

在高斯基展开法的基础上对哈密顿量中的动量和坐标施加一个复平面的旋转

$$\boldsymbol{r} \rightarrow \boldsymbol{r}e^{i\theta}, \qquad \boldsymbol{p} \rightarrow \boldsymbol{p}e^{-i\theta},$$

$$\hat{H}(\theta) = \sum_{i=1}^{3} \frac{p_i^2 e^{-2i\theta}}{2m_i} - T_{c.m.} + \sum_{1=i<j}^{3} V(r_{ij}e^{i\theta})$$

将GEM的求解延拓至复能量平面，可以求解拥有复能量的共振态



3.1 $D^*_{s0}(2317)$重建和散射长度

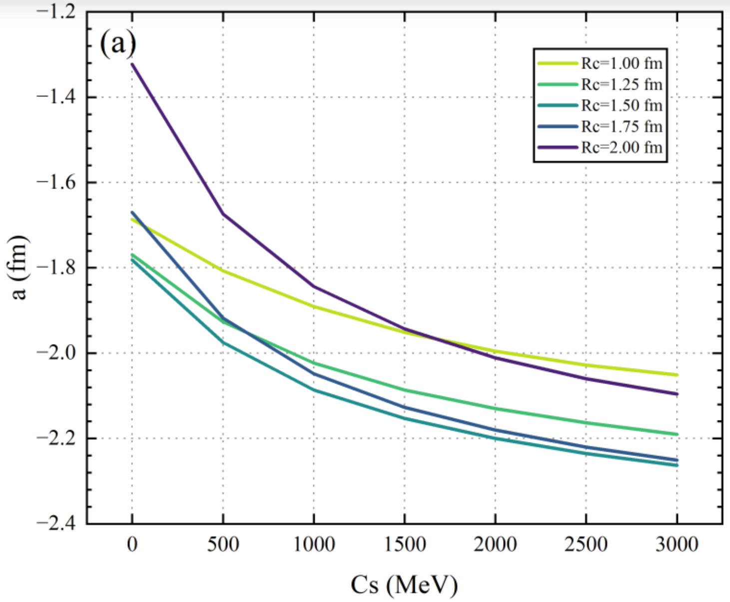
通过重建极点，得到了DK参数组

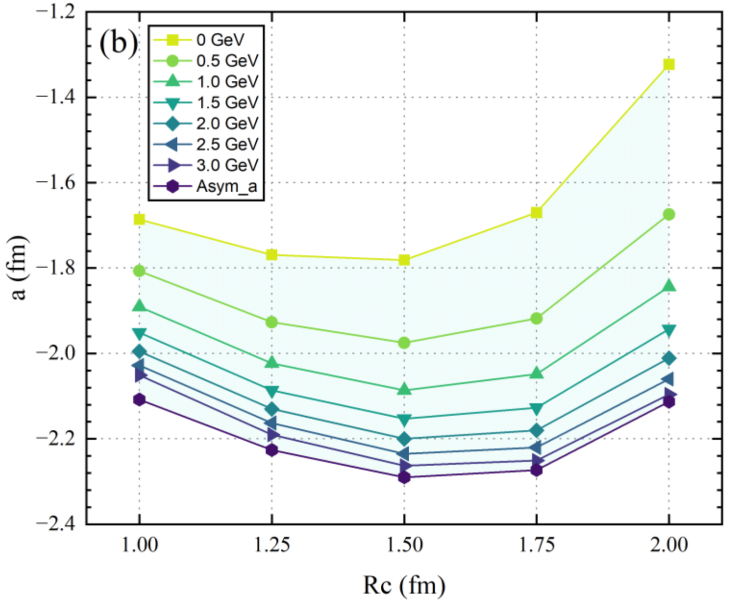
求解LS方程得到每组参数对应的散射长度

通过拟合得到散射长度与排斥势耦合常数的关系

反解出格点QCD散射长度对应的DK相互作用参数

a (fm)	R_C (fm)	C_S (MeV)	C_L (MeV)
-1.87	1.00	862.3	-535.3
-1.87	1.25	304.9	-298.1
-1.87	1.50	206.3	-225.0
-1.87	1.75	404.1	-202.9
-1.87	2.00	1089.0	-197.3
-1.51	2.00	243.2	-165.8





3.2 DDK三体分子态

束缚态能谱没有截断依赖性

出现两种情况：

1、单个深束缚态-75MeV~-60MeV

2、深束缚态 + 近阈浅束缚态

深束缚态束缚能对R_c变化不敏感

随着$G(3900)$极点由-5MeV向-35MeV移动，束缚态束缚能统一下降

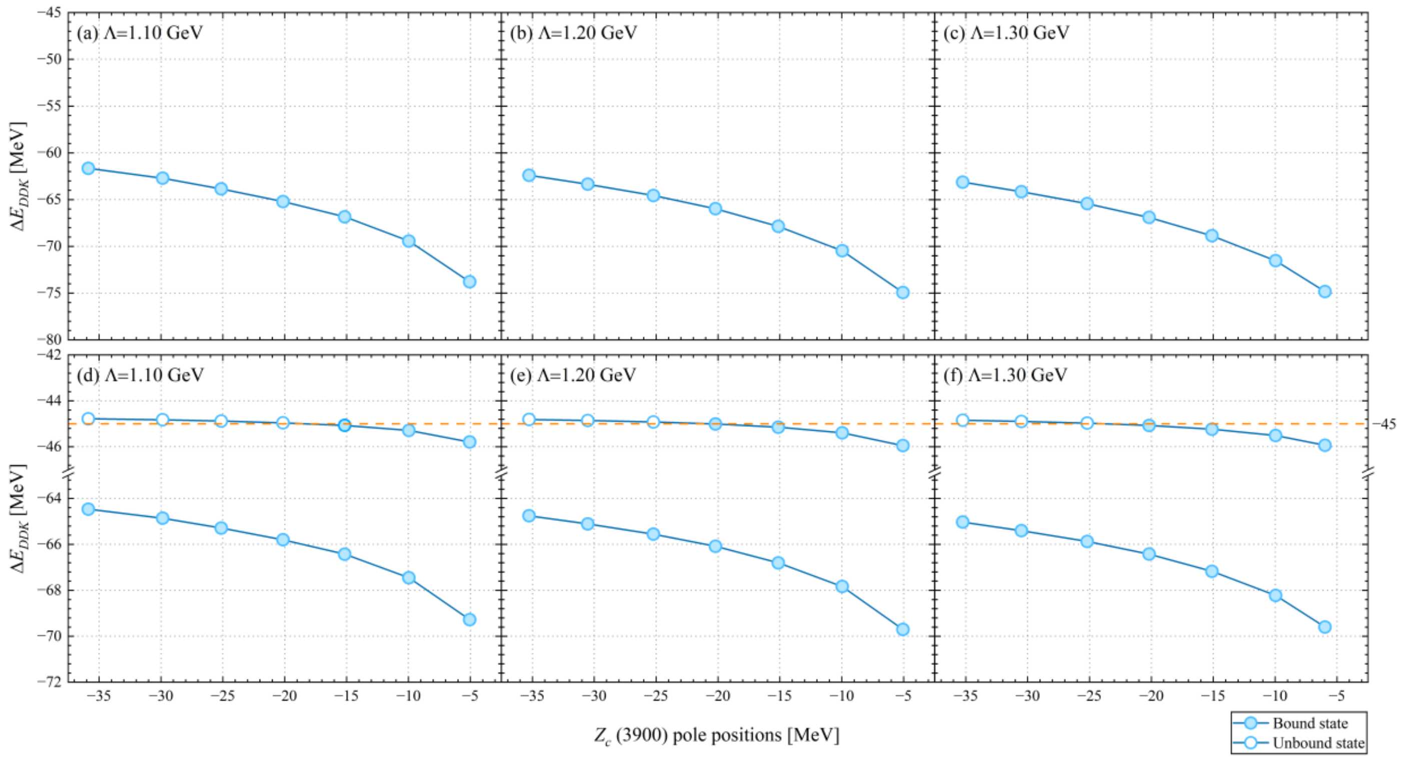


图1、不同截断下，DDK极点位置随$G(3900)$极点位置的变化。第一行对应$R_c = 1\mathrm{fm}$的结果，第二行对应$R_c = 2\mathrm{fm}$的结果

3.2 D^*D^*K三体分子态

与$\boldsymbol{DDK}$情形非常类似

出现两种情况：

1、单个深束缚态-70MeV~-60MeV

2、深束缚态 + 近阈浅束缚态

深束缚态束缚能对R_c变化不敏感

随着$G(3900)$极点由-5MeV向-35MeV移动，束缚态束缚能统一下降

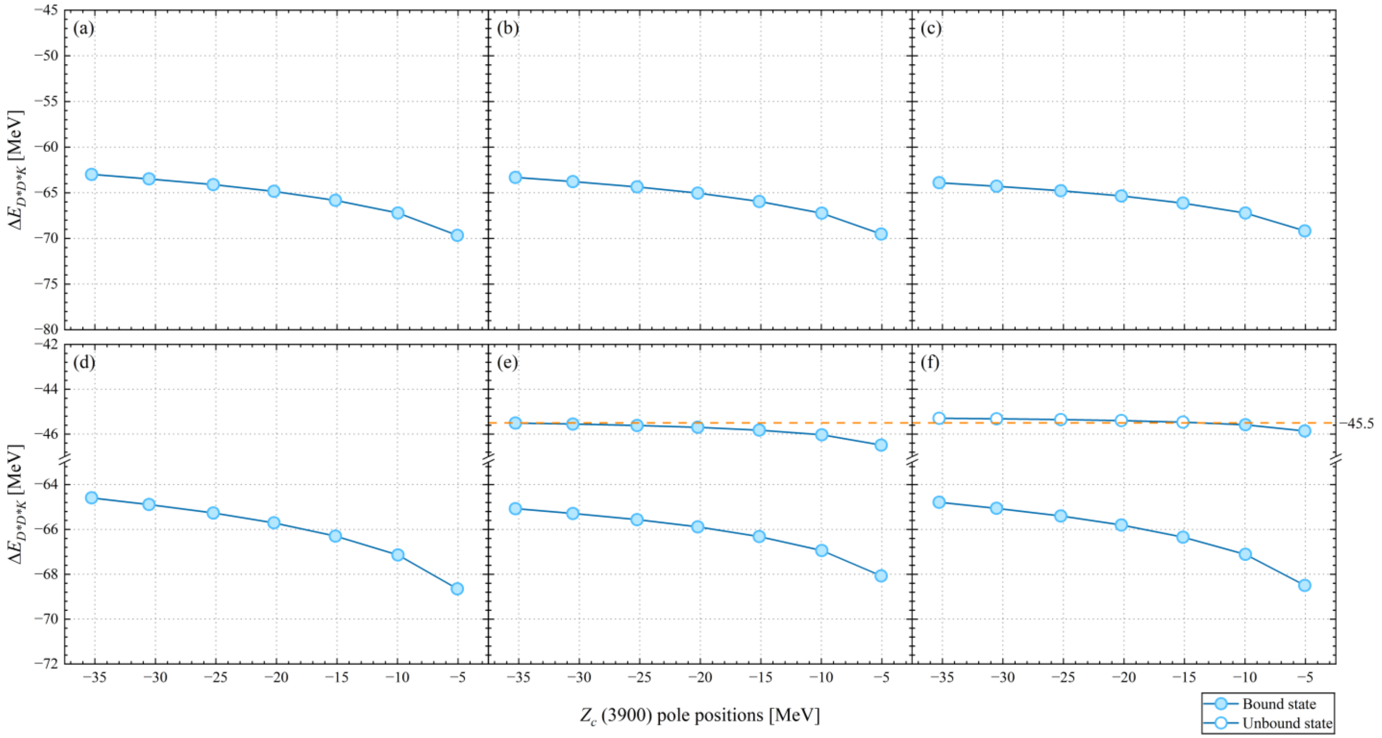
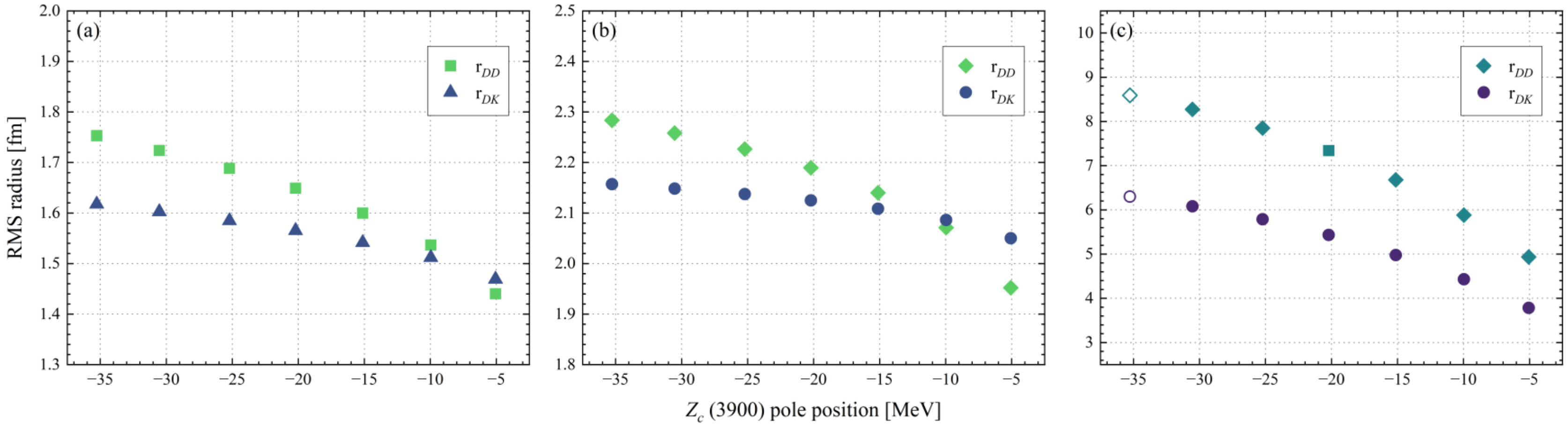


图2、不同R_c参数下，$\boldsymbol{D^*D^*K}$极点位置随$G(3900)$的变化

3.3 三体系统内部结构



对于深束缚态，r_{DD}~r_{DK}~$1-2$ fm，揭示了非常紧致的一个三体束缚态，在这个尺度下，分子态假设可能失效，期待在夸克层面的研究和计算

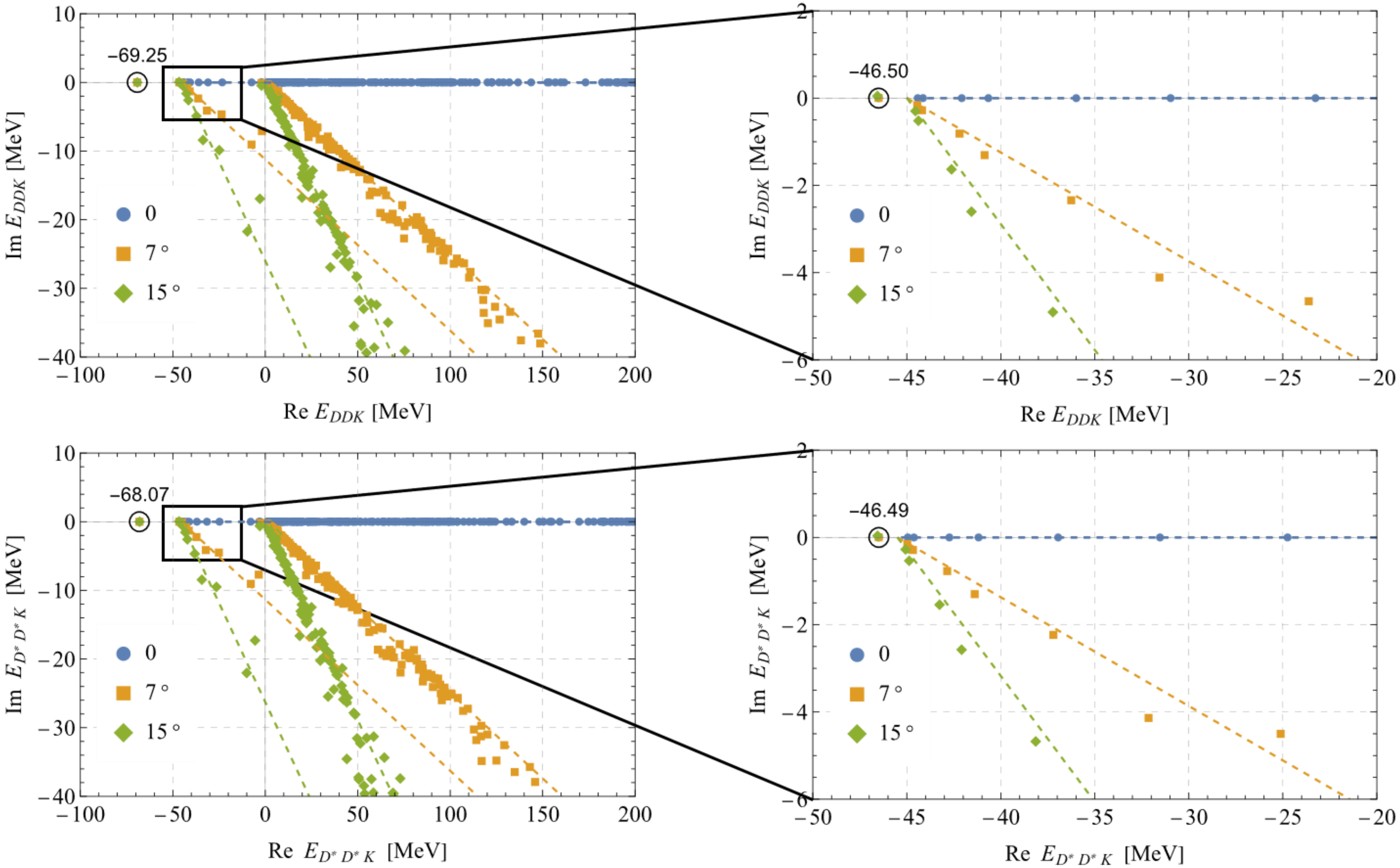
对于浅束缚态，r_{DD}~$5-9$ fm，r_{DK}~$4-6$ fm，仍然处在差不多的尺度，排除了如(DK)+D结构的可能，对于浅束缚态的结构表现，我们认为它是一个三体Halo态

3.4 耦合道效应与共振态

我们考虑了DDK- D^*D^*K的耦合道效应，结果在所有情况下D^*D^*K的占比均小于0.1%。预示着该三体系统中DDK的绝对主导

此外，我们通过CSM，得到了不同参数下的系统复能谱，典型如右图

没有共振态的迹象



4.1 总结

1、对DDK以及D^*D^*K三体系统进行了系统计算

2、通过极点重建和格点QCD结果的输入，降低了模型依赖性和不确定性

3、在所有参数情形下都发现了稳定存在的-70MeV左右的$D^{(*)}D^{(*)}K$束缚态

4、还有一个较浅的近阈束缚态受到DK长程相互作用的深刻影响

5、没有找到共振态， DDK以及D^*D^*K之间的耦合道效应可以忽略

4.2 展望

1、将三体力纳入考虑

2、更细致的处理手征有效场论，降低DK势的模型不确定性

3、期待有更多实验或是第一性原理的数据，可以作为输入，降低模型依赖

4、将该理论框架和计算程序运用到更多含粲奇特态体系中去

谢谢各位老师

请批评指正