

强相互作用和强子

I. 夸克模型

II. 强子和QCD

III. QCD和部分子

Dirac方程的自由粒子解

- 自由粒子解

取 $\psi = u(\vec{p})e^{-ipx}$, 则从Dirac方程可以得到:

$$(\vec{\alpha} \bullet \vec{p} + \beta m)u(\vec{p}) = Eu(\vec{p})$$

方程正能解 ($E > 0$) :

$$u(\vec{p}, s) = N \begin{bmatrix} \chi^{(s)} \\ \frac{\vec{\sigma} \bullet \vec{p}}{E + m} \chi^{(s)} \end{bmatrix}, \quad s = 1, 2$$

$$\chi^{(1)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \chi^{(2)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$(\vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \beta m) u(\vec{p}) = E u(\vec{p})$$

$\Downarrow$

$$\begin{bmatrix} m & \vec{\sigma} \cdot \vec{p} \\ \vec{\sigma} \cdot \vec{p} & -m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_A \\ u_B \end{bmatrix} = E \begin{bmatrix} u_A \\ u_B \end{bmatrix} \quad u(\vec{p}) \equiv \begin{bmatrix} u_A \\ u_B \end{bmatrix}$$

$$\vec{\sigma} \cdot \vec{p} u_A = (E + m) u_B$$

$$\vec{\sigma} \cdot \vec{p} u_B = (E - m) u_A$$

$$E > 0: \quad u_A = \chi^{(s)} \quad \Rightarrow \quad u_B = \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E + m} \chi^{(s)}$$

$$E < 0: \quad u_B = \chi^{(s)} \quad \Rightarrow \quad u_A = -\frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{|E| + m} \chi^{(s)}$$

方程负能解 ($E < 0$) :

$$u_{-}(\vec{p}, s) = N \begin{bmatrix} \frac{-\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E + m} \chi^{(s)} \\ \chi^{(s)} \end{bmatrix}, \quad s = 1, 2$$

将负能解理解为反粒子

$$v(\vec{p}, 1) \equiv u_{-}(-\vec{p}, 2), \quad v(\vec{p}, 2) \equiv u_{-}(-\vec{p}, 1)$$

可以证明:

$$\begin{aligned} (\not{p} - m)u(p, s) &= 0 & \bar{u}(p, s)(\not{p} - m) &= 0 \\ (\not{p} + m)v(p, s) &= 0 & \bar{v}(p, s)(\not{p} + m) &= 0 \end{aligned}$$

归一化因子可以有不同取法, 这里取

$$N = \sqrt{E + m}$$

$$u(p, s)e^{-ipx} = \psi(s) \quad - \text{正粒子波函数}$$

$$v(p, s)e^{ipx} = \psi_c(s) \quad - \text{反粒子波函数}$$



$$j_c^\mu = -e\bar{\psi}_c\gamma^\mu\psi_c = -(-e\bar{\psi}\gamma^\mu\psi)$$

实际计算中很少使用波函数的具体形式，常用下面的关系式

Orthogonality

$$\bar{u}(p, s)u(p, s') = 2m\delta_{ss'}, = -\bar{v}(p, s)v(p, s')$$
$$u^+(p, s)u(p, s') = 2E\delta_{ss'}, = v^+(p, s)v(p, s')$$

Completeness

$$\sum_s u(p, s)\bar{u}(p, s) = \not{p} + m \equiv 2m\Lambda_+(p)$$
$$\sum_s v(p, s)\bar{v}(p, s) = \not{p} - m \equiv -2m\Lambda_-(p)$$
$$\Lambda_+(p) + \Lambda_-(p) = 1$$
$$\Lambda_{\pm}^2(p) = \Lambda_{\pm}(p)$$

电子与电磁场的散射过程

- 电子与电磁场的相互作用

自由电子运动由Dirac方程描述

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0$$

$$\gamma^0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad \gamma^i = \begin{bmatrix} 0 & \sigma_i \\ -\sigma_i & 0 \end{bmatrix}$$

与电磁场 $A_\mu(x) = (\phi(x), -\vec{A}(x))$ 的相互作用, 可以由

$$i\partial_\mu \rightarrow i\partial_\mu + eA_\mu$$

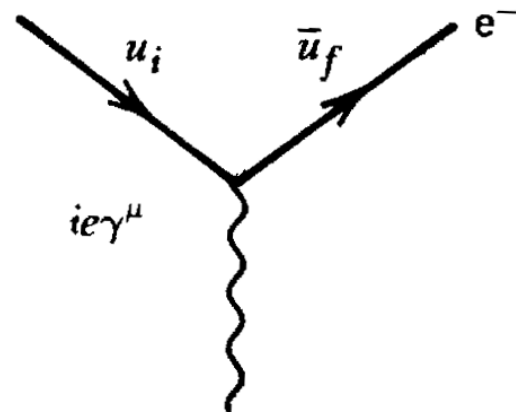
得到

$$(i\not{\partial} - m)\psi = -e\not{A}\psi$$

对电子在（外）电磁场的散射过程

$$\psi_i(x) = u_i(k_i)e^{-ik_ix}$$

$$\psi_f(x) = u_f(k_f)e^{-ik_fx}$$



根据散射理论，取一级近似有

$$\begin{aligned} T_{fi} &= -i \int d^4x \bar{\psi}_f(x) \gamma^\mu \psi_i(x) (-e) A_\mu(x) \\ &= -i \int d^4x j^\mu(x) A_\mu(x) \end{aligned}$$

其中跃迁“流”：

$$j^\mu(x) \equiv -e \bar{\psi}_f(x) \gamma^\mu \psi_i(x) = -e \bar{u}_f(k_f) \gamma^\mu u_i(k_i) e^{i(k_f - k_i)x}$$

对于恒定电磁场：

$$T_{fi} = -i 2\pi \delta(E_f - E_i) \int d^3x j^\mu(x) A_\mu(x)$$

• 流的一些重要性质

1. 守恒

$$\partial_{\mu} j^{\mu}(x) = 0 = q_{\mu} \bar{u}_f(k_f) \gamma^{\mu} u_i(k_i)$$

$$q \equiv k_i - k_f$$

2. Gordon decomposition:

$$\bar{u}_f \gamma^{\mu} u_i = \frac{1}{2m} \bar{u}_f \left((k_f + k_i)^{\mu} + i \sigma^{\mu\nu} (k_f - k_i)_{\nu} \right) u_i$$

$$\sigma^{\mu\nu} \equiv \frac{i}{2} [\gamma^{\mu}, \gamma^{\nu}]$$

3. 在非相对论近似下，在恒定弱场中

$$\frac{|\vec{p}|}{m} \rightarrow 0, \quad u \rightarrow \sqrt{2m} \begin{bmatrix} \chi \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} T_{fi} &= -i2\pi\delta(E_f - E_i) \int j_\mu A^\mu d^3x \\ &= -i2\pi\delta(E_f - E_i) \left[\int \frac{-e}{2m} \bar{u}_f (k_f + k_i)_\mu u_i e^{-i(\vec{k}_f - \vec{k}_i) \cdot \vec{x}} A^\mu d^3x \right. \\ &\quad \rightarrow \int \chi_f^+ (-e\phi(x)) \chi_i e^{-i(\vec{k}_f - \vec{k}_i) \cdot \vec{x}} d^3x \\ &\quad \left. + \int \frac{-e}{2m} \bar{u}_f \sigma_{\mu\nu} (k_f - k_i)^\nu u_i e^{-i(\vec{k}_f - \vec{k}_i) \cdot \vec{x}} A^\mu d^3x \right] \\ &\quad \rightarrow \int \chi_f^+ \left(\frac{e}{2m} \vec{\sigma} \cdot \vec{B}(x) \right) \chi_i e^{-i(\vec{k}_f - \vec{k}_i) \cdot \vec{x}} d^3x \end{aligned}$$

4. 如果电子具有反常磁矩（或对具有反常磁矩的粒子）

$$\bar{u}_f \gamma^\mu u_i \rightarrow \bar{u}_f \left(\gamma^\mu + \frac{\kappa}{2m} i \sigma^{\mu\nu} (k_f - k_i)_\nu \right) u_i$$

其中 κ 为粒子的反常磁矩。

• 电子与静止“电荷云”的散射

设电荷云的电荷分布为

$$Ze\rho(\vec{x}), \quad \int \rho(\vec{x})d^3x = 1$$

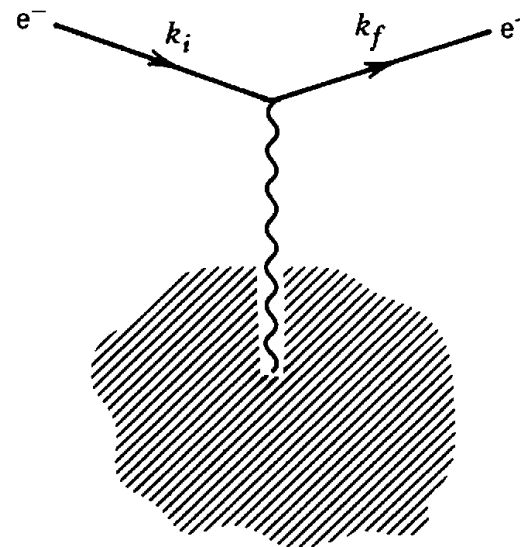
电荷云产生的电磁场

$$A^\mu = (\phi(\vec{x}), \vec{0})$$

$$\nabla^2 \phi(\vec{x}) = -Ze\rho(\vec{x})$$

跃迁矩阵元:

$$\begin{aligned} T_{fi} &= -i2\pi\delta(E_f - E_i) \int d^3x j^\mu(x) A_\mu(x) \\ &= -i2\pi\delta(E_f - E_i) (-eu_f \gamma^0 u_i) \int e^{i\vec{q}\cdot\vec{x}} \phi(\vec{x}) d^3x \end{aligned}$$



利用关系式

$$\int e^{i\vec{q}\cdot\vec{x}} \nabla^2 \phi(\vec{x}) d^3x = -|\vec{q}|^2 \int e^{i\vec{q}\cdot\vec{x}} \phi(\vec{x}) d^3x$$

则有:

$$T_{fi} = -i2\pi\delta(E_f - E_i)(-eu_f\gamma^0 u_i) \frac{ZeF(\vec{q})}{|\vec{q}|^2}$$

$$F(\vec{q}) \equiv \int e^{i\vec{q}\cdot\vec{x}} \rho(\vec{x}) d^3x$$

于是可以得到微分截面

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} &= \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Mott}} |F(\vec{q})|^2 \\ \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Mott}} &= \frac{(Ze)^2 E^2}{4k^4 \sin^4 \frac{\theta}{2}} (1 - v^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}) \end{aligned}$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Mott}} |F(\vec{q})|^2$$

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Mott}} = \frac{(Ze)^2 E^2}{4k^4 \sin^4 \frac{\theta}{2}} (1 - v^2 \sin^2 \frac{\theta}{2})$$

$$k = |\vec{k}_i| = |\vec{k}_f|, v = k / E$$

$$\vec{k}_i = (0, 0, k), \vec{k}_f = (k \sin \theta \cos \phi, k \sin \theta \sin \phi, k \cos \theta)$$

$$\vec{q} = \vec{k}_i - \vec{k}_f$$

这样，通过测量出射电子的方向就可以得到电荷云的空间分布（的傅立叶变换）

$$F(\vec{q})$$

也称为形状因子。

- 对于点分布

$$\rho(\vec{x}) = \delta(\vec{x}), \quad F(\vec{q}) = \int e^{i\vec{q} \cdot \vec{x}} \rho(\vec{x}) d^3x = 1$$

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{point}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Mott}} = \frac{(Ze)^2 E^2}{4k^4 \sin^4 \frac{\theta}{2}} (1 - v^2 \sin^2 \frac{\theta}{2})$$

- 对于球对称分布，小动量转移时

$$\begin{aligned} |\vec{q}| \rightarrow 0, \quad F(\vec{q}) &= \int (1 + i\vec{q} \cdot \vec{x} - \frac{(\vec{q} \cdot \vec{x})^2}{2} + \dots) \rho(\vec{x}) d^3x \\ &= 1 - \frac{1}{6} |\vec{q}|^2 \langle r^2 \rangle + \dots \end{aligned}$$

- 对于指数分布

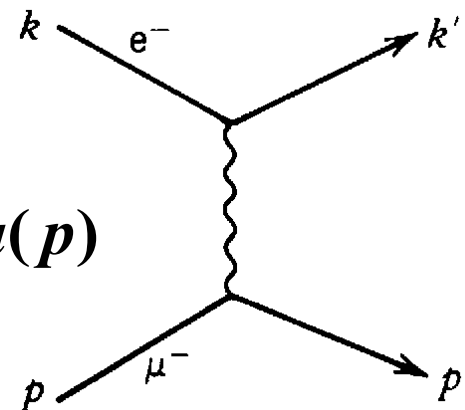
$$\rho(\vec{x}) \propto e^{-mr}$$

$$F(\vec{q}) \propto \left(1 + \frac{|\vec{q}|^2}{m^2}\right)^{-2}$$

- 类似地，对于一个“磁矩云”，也可以通过测量出射电子的方向得到“磁形状因子”。进一步，对于一个“电荷 - 磁矩云”，可以通过拟合测量的出射电子的方向分布得到“电形状因子”和“磁形状因子”。

• e-μ 散射

根据Feynman图规则



$$T_{fi} = -i \int (-e) \bar{u}(k') \gamma^\mu u(k) \frac{-g_{\mu\nu}}{q^2 + i\epsilon} (-e) \bar{u}(p') \gamma^\nu u(p)$$

$$\times e^{i(k'-k)x} e^{i(p'-p)x} d^4x$$

$$= -i(2\pi)^4 \delta^{(4)}(p' + k' - p - k)$$

$$\times \underbrace{(-e) \bar{u}(k') \gamma^\mu u(k)}_{j_{\text{electron}}^\mu(0)} \frac{-g_{\mu\nu}}{q^2 + i\epsilon} \underbrace{(-e) \bar{u}(p') \gamma^\nu u(p)}_{j_{\text{muon}}^\nu(0)}$$

$$j_{\text{electron}}^\mu(0)$$



$$j_{\text{muon}}^\nu(0)$$

Photon propagator

$$M = (-e) \bar{u}(k') \gamma^\mu u(k) \frac{-g_{\mu\nu}}{q^2 + i\epsilon} (-e) \bar{u}(p') \gamma^\nu u(p) = j_{\text{electron}}^\mu \frac{-g_{\mu\nu}}{q^2} j_{\text{muon}}^\nu$$

$$\overline{|M|^2} = \frac{e^4}{q^4} L(e)^{\mu\nu} L(\mu)_{\mu\nu}$$

$$L(e)^{\mu\nu} \equiv \frac{1}{2} \sum_{spin, spin} [\bar{u}(k') \gamma^\mu u(k)] [\bar{u}(k') \gamma^\nu u(k)]^*$$

$$L(\mu)^{\mu\nu} \equiv \dots$$

初态自旋求平均（非极化束流）

末态自旋求和（不测量末态粒子极化）

根据 γ -矩阵的性质，可以得到

$$L(e)^{\mu\nu} = \frac{1}{2} \text{Tr} \left((\not{k}' + m) \gamma^\mu (\not{k} + m) \gamma^\nu \right)$$

$$= 2(k'^\mu k^\nu + k'^\nu k^\mu - (k' \cdot k - m^2) g^{\mu\nu})$$

$$\sum_s u(p, s) \bar{u}(p, s) = \not{p} + m$$

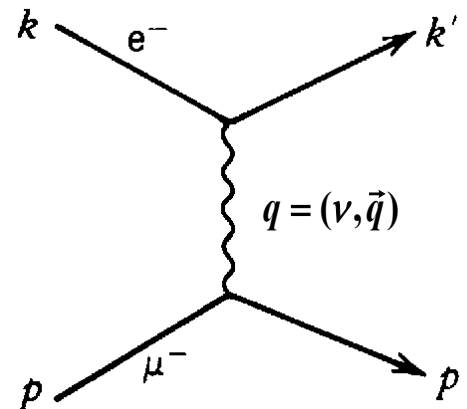
$$\sum_s v(p, s) \bar{v}(p, s) = \not{p} - m$$

在实验室坐标系中（初态 μ 静止系），略去电子质量，取

$$k^\mu = (E, 0, 0, E),$$

$$k'^\mu = (E', E' \sin \theta \cos \phi, E' \sin \theta \sin \phi, E' \cos \theta)$$

$$\nu \equiv E - E' = -\frac{q^2}{2M}$$



$$k^2 \simeq 0, \quad k'^2 \simeq 0$$

利用

$$q = k - k', \quad q^2 \simeq -2k \cdot k' = -2EE'(1 - \cos \theta) = -4EE' \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

$$\nu \equiv E - E' = -\frac{q^2}{2M}$$

利用计算截面的一般公式

$$d\sigma = \frac{1}{2E_A 2E_B \left| \frac{\vec{p}_A}{E_A} - \frac{\vec{p}_B}{E_B} \right|} \left| \langle p_A p_B | M | p_1 p_2 \cdots \rangle \right|^2 d\Phi_{n_f}$$

得到散射的微分截面公式

$$\left(\frac{d\sigma}{dE' d\Omega} \right)_{\text{lab}} = \frac{(2\alpha E')^2}{q^4} \left\{ \cos^2 \frac{\theta}{2} - \frac{q^2}{2M} \sin^2 \frac{\theta}{2} \right\} \delta\left(\nu + \frac{q^2}{2M}\right)$$

积分掉 E' ，可以得到

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{lab}} = \left(\frac{\alpha^2}{4E^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}} \right) \frac{E'}{E} \left\{ \cos^2 \frac{\theta}{2} - \frac{q^2}{2M} \sin^2 \frac{\theta}{2} \right\}$$

$\swarrow$ **Recoil** $\searrow$ **Electric charge**
 $\searrow$ **Magnetic moment**

$$q^2 \simeq -4EE' \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

$$\frac{E'}{E} = \frac{1}{1 + \frac{2E}{M} \sin^2 \frac{\theta}{2}}$$

质子的电磁形状因子

• e-p 弹性散射的描述

根据Feynman图规则

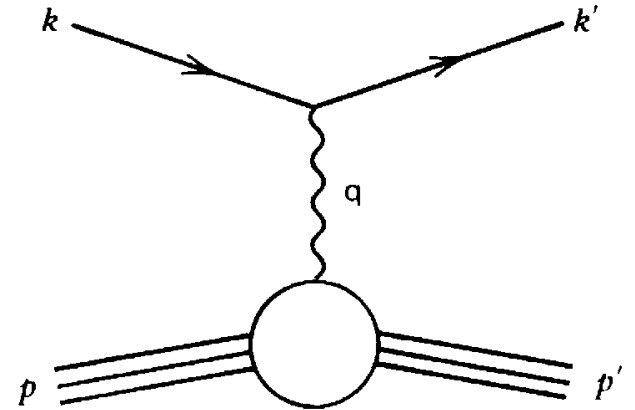
$$T_{fi} = -i \int j_{\text{electron}}^{\mu} \frac{-g_{\mu\nu}}{q^2} J_{\text{proton}}^{\nu} d^4x$$

其中电子的流是清楚的

$$j^{\mu} = -e \bar{u}(k') \gamma^{\mu} u(k) e^{i(k'-k)x}$$

而质子作为复合粒子，其流的结构形式地写成

$$J^{\mu} = e \bar{u}(p') \Gamma^{\mu} u(p) e^{i(p'-p)x}$$



考虑到协变性的要求

$$\Gamma^\mu = F_1(q^2)\gamma^\mu + \frac{\kappa}{2M}F_2(q^2)\sigma^{\mu\nu}q_\nu$$

$$F_1(0) = 1, \quad F_2(0) = 1$$

利用e-μ散射的结果, 有

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{lab}} = \left(\frac{\alpha^2}{4E^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}}\right) \frac{E'}{E} \left\{ \left(F_1^2 - \frac{\kappa^2 q^2}{4M^2} F_2^2 \right) \cos^2 \frac{\theta}{2} - \frac{q^2}{2M} (F_1 + \kappa F_2)^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right\}$$

做如下定义

$$G_E \equiv F_1 + \frac{\kappa q^2}{4M^2} F_2$$

$$G_M \equiv F_1 + \kappa F_2$$

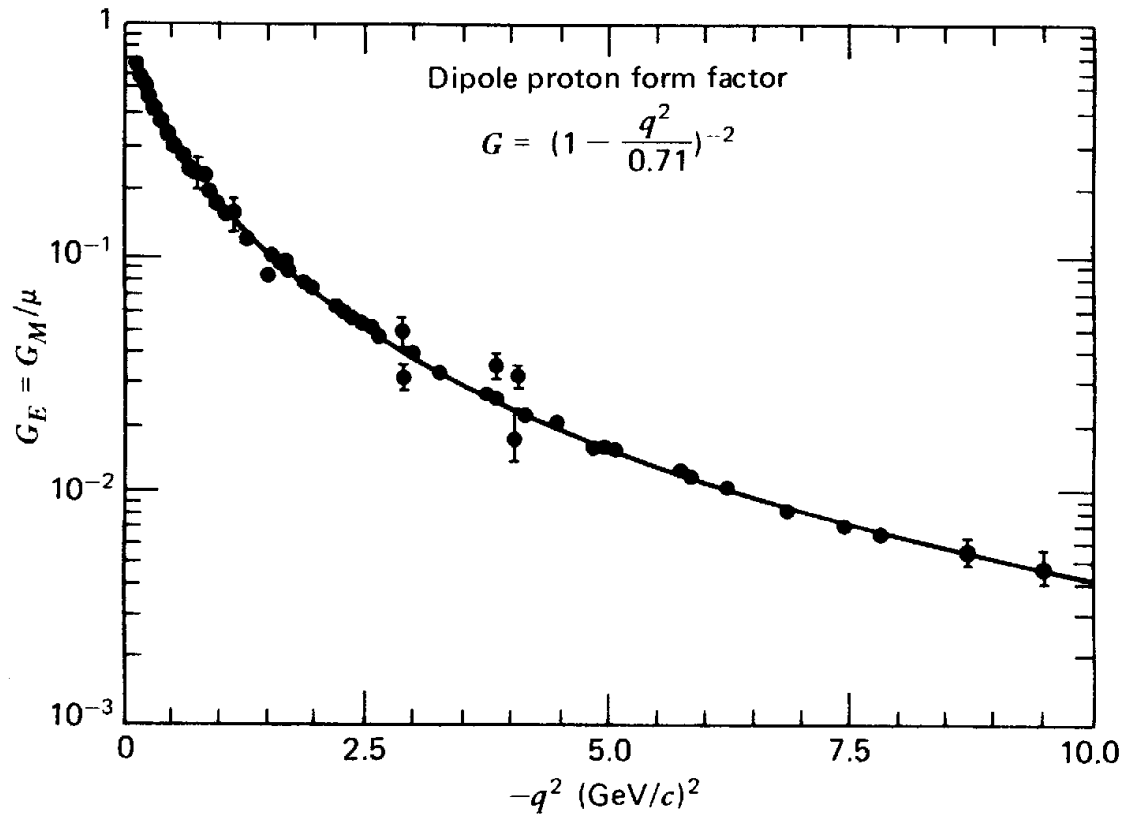
微分截面可以写成

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{lab}} = \frac{\alpha^2}{4E^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}} \frac{E'}{E} \left\{ \frac{G_E^2 + \tau G_M^2}{1 + \tau} \cos^2 \frac{\theta}{2} - 2\tau^2 G_M^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right\}$$

$$\tau \equiv -q^2 / 4M^2$$

通过拟合实验数据，就可以得到质子的两个形状因子。

• 质子的电荷半径



$$\langle r^2 \rangle = 6 \left. \frac{dG_E(q^2)}{dq^2} \right|_{q^2=0} \sim (0.8 \times 10^{-13} \text{ cm})^2$$

深度非弹性散射

• 运动学变量

深度非弹性过程中，有两个独立的 Lorentz 不变量，一种取法是

$$Q^2 \equiv -q^2 = -(k - k')^2$$

$$\nu \equiv \frac{p \cdot q}{M}$$

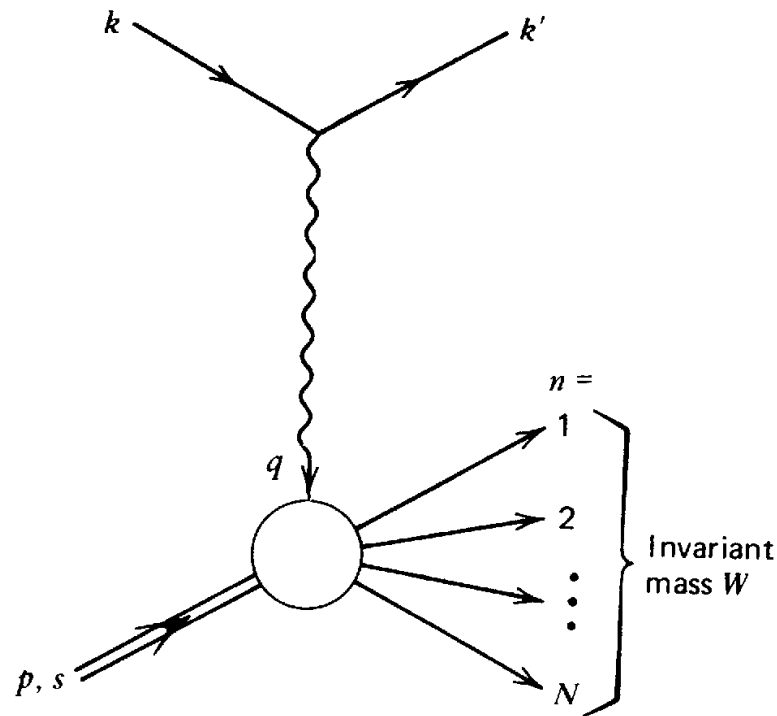
也可以取为：

$$x \equiv \frac{Q^2}{2M\nu}, \quad y \equiv \frac{p \cdot q}{p \cdot k}$$

$$0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 1$$

或 $Q^2, x, \dots$

【讨论】以上变量的物理意义



• 结构函数

类比e-μ散射的情形，可以将跃迁矩阵元参数化为

$$\overline{|M|^2} \propto \frac{1}{q^4} L(e)_{\mu\nu} W^{\mu\nu}$$

$$L(e)^{\mu\nu} \equiv \frac{1}{2} \sum_{spin} [\bar{u}(k') \gamma^\mu u(k)] [\bar{u}(k') \gamma^\nu u(k)]^*$$

其中电子流张量满足：

$$\begin{aligned} L_{\mu\nu} &= L_{\nu\mu} \\ q^\mu L_{\mu\nu} &= L_{\mu\nu} q^\nu = 0 \end{aligned}$$

强子流的一般形式可以写成 (非极化束流)

$$W^{\mu\nu} = -g^{\mu\nu} W_1 + \frac{W_2}{M^2} p^\mu p^\nu - i \varepsilon^{\mu\nu\lambda\rho} \frac{p_\lambda p_\rho}{2M^2} W_3 + \frac{W_4}{M^2} q^\mu q^\nu \\ + \frac{W_5}{M^2} (p^\mu q^\nu + q^\mu p^\nu) + \frac{W_6}{M^2} (p^\mu q^\nu - q^\mu p^\nu)$$

W 's are functions of (ν, Q^2) .

- 轻子流是对称的: W_3 和 W_6 没有贡献
- 流守恒要求 $q_\mu W^{\mu\nu} = q_\nu W^{\mu\nu} = 0$

$$W_5 = -\frac{p \cdot q}{q^2} W_2$$

$$W_4 = \left(\frac{p \cdot q}{q^2} \right)^2 W_2 + \frac{M^2}{q^2} W_1$$

在深度非弹性散射中有贡献的质子流可以写成

$$W^{\mu\nu} = \left(-g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{q^2} \right) W_1 + \frac{1}{M^2} \left(p^\mu - \frac{p \cdot q}{q^2} q^\mu \right) \left(p^\nu - \frac{p \cdot q}{q^2} q^\nu \right) W_2$$

W 's are functions of (ν, Q^2) .

因此得到截面公式

$$\left(\frac{d\sigma}{dE' d\Omega} \right)_{\text{lab}} = \frac{\alpha^2}{4E^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}} \left\{ W_2(\nu, Q^2) \cos^2 \frac{\theta}{2} - 2W_1(\nu, Q^2) \sin^2 \frac{\theta}{2} \right\}$$

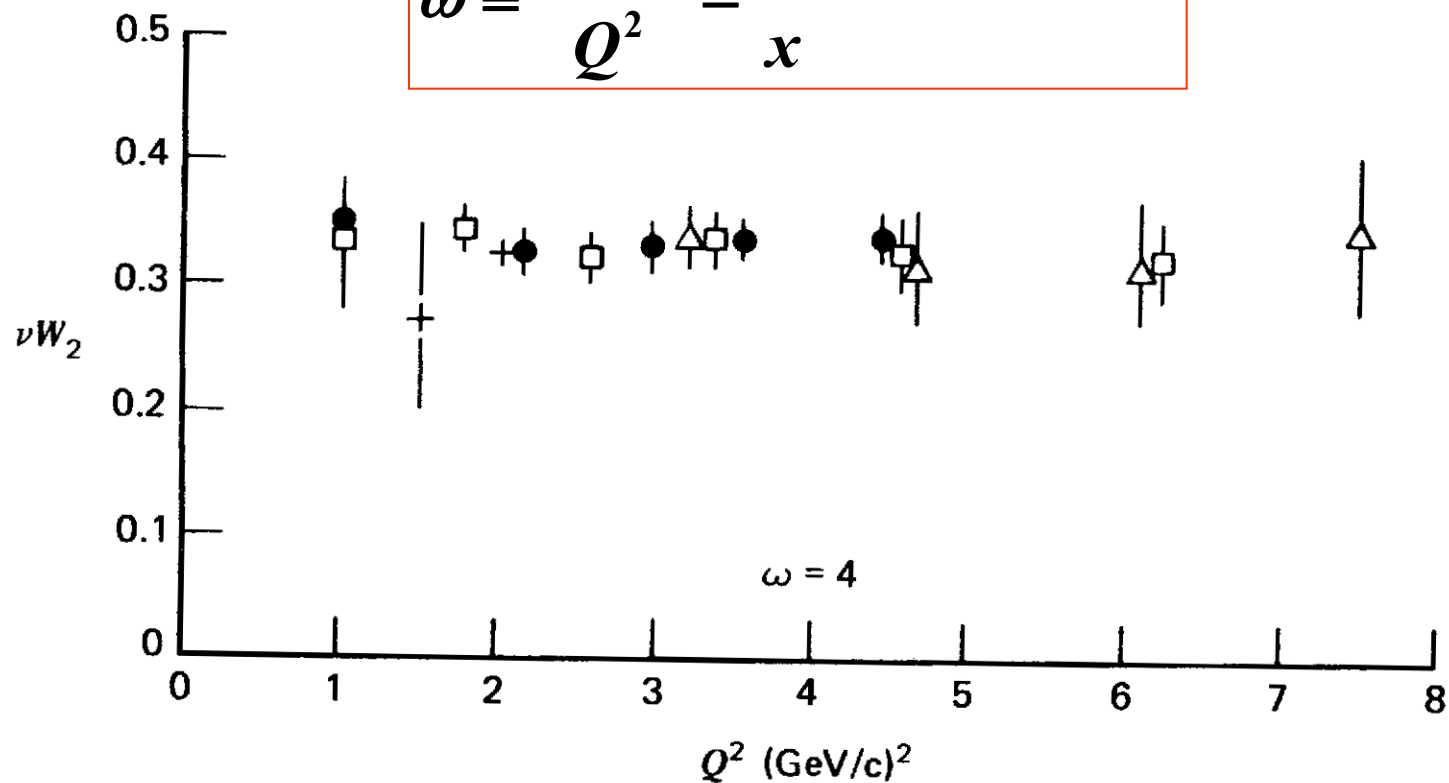
• Bjorken Scaling

实验上发现：

$$MW_1(\nu, Q^2) \xrightarrow{Q^2 \rightarrow \infty} F_1(\omega)$$

$$\nu W_2(\nu, Q^2) \xrightarrow{Q^2 \rightarrow \infty} F_2(\omega)$$

$$\omega \equiv \frac{2M\nu}{Q^2} = \frac{1}{x}$$



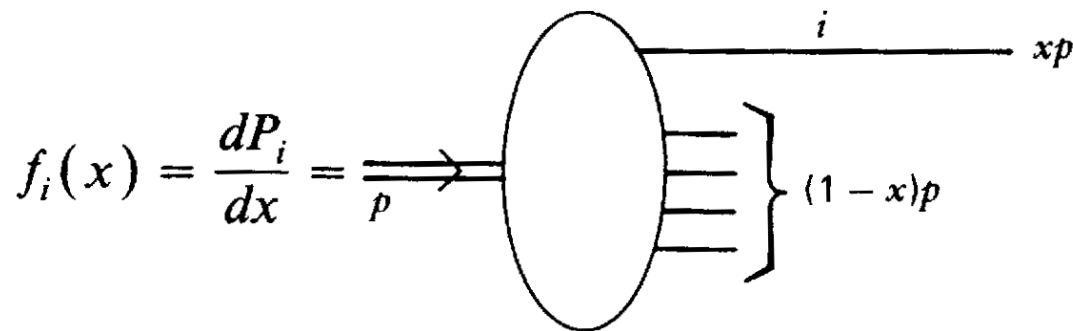
部分子和夸克

- 部分子 (parton) 模型

1. 假设质子是由点粒子组成的复合体;

2. 在一个质子高速运动的参考系中:

- 所有的 (proton & partons) 质量可以忽略;
- 部分子的横向运动可以忽略;
- 由于Lorentz时间延迟, 部分子与外界相互作用时, 其内部相互作用可以忽略。



3. 在质子内部，找到一个第 i 种分子，其动量分数在

$$x \rightarrow x + dx$$

之间的几率为

$$f_i(x)dx$$

4. 电子与质子的深度非弹性散射过程，可以被看成是与质子内部部分子弹性散射的非相干叠加。

$$E, \mathbf{p} \Rightarrow \text{[Diagram]} = \sum_i \int dx e_i^2 \left[E, \mathbf{p} \Rightarrow \text{[Diagram]} \right]$$

在部分子模型中，可以导出结构函数

$$F_2(\omega) = \sum_i \int dx e_i^2 f_i(x) x \delta\left(x - \frac{1}{\omega}\right)$$

$$F_1(\omega) = \frac{\omega}{2} F_2(\omega)$$

部分子模型的几个结论:

- 自然地解释了 Bjorken Scaling;
- 给出了变量 x 的物理意义

$$x = \frac{1}{\omega} = \frac{Q^2}{2M\nu}$$

- 给出了结构函数之间的关系式

$$\begin{aligned} \nu W_2(\nu, Q^2) &\xrightarrow{Q^2 \rightarrow \infty} F_2(x) = \sum_i e_i^2 f_i(x) \\ MW_1(\nu, Q^2) &\xrightarrow{Q^2 \rightarrow \infty} F_1(x) = \frac{1}{2x} F_2(x) \end{aligned}$$

• 部分子和夸克

对部分子的自然解释是质子中的夸克，部分子分布函数也就是夸克在质子内部的分布

$$\begin{aligned}\frac{1}{x} F_2^{ep}(x) = & \left(\frac{2}{3}\right)^2 [u^p(x) + \bar{u}^p(x)] + \left(\frac{1}{3}\right)^2 [d^p(x) + \bar{d}^p(x)] \\ & + \left(\frac{1}{3}\right)^2 [s^p(x) + \bar{s}^p(x)]\end{aligned}$$

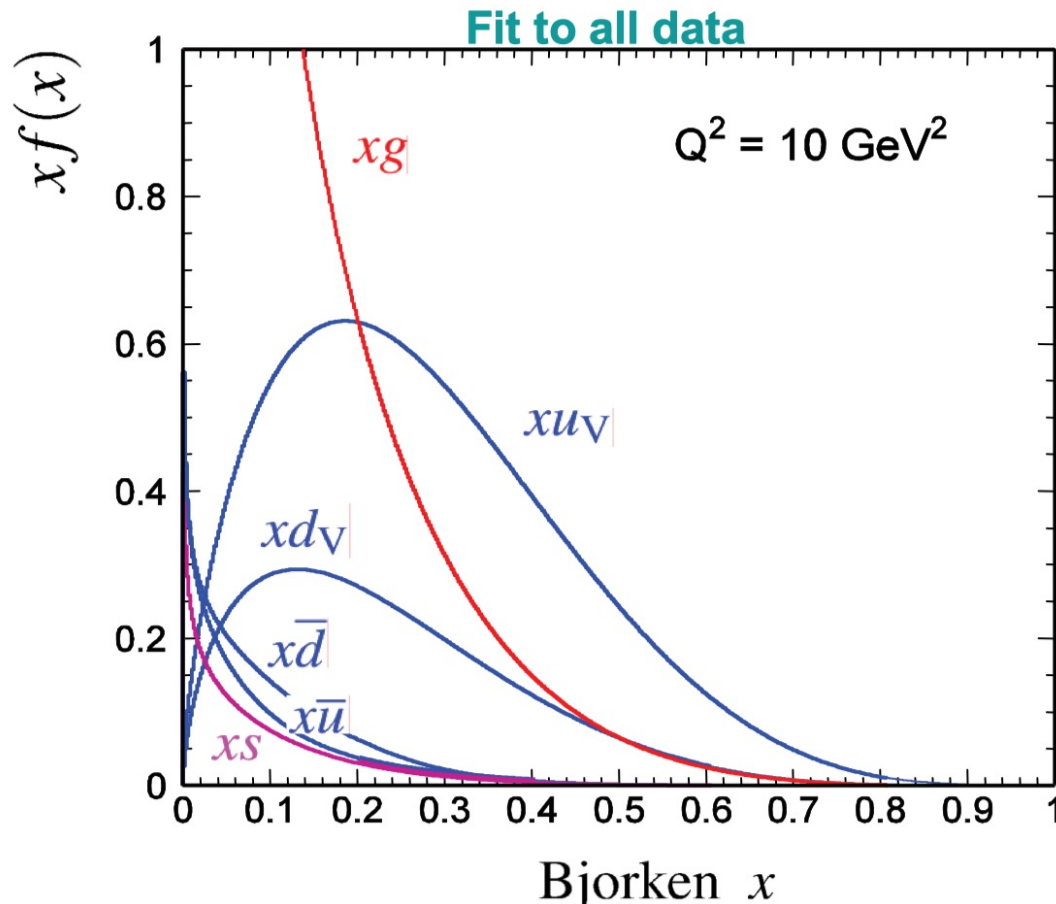
夸克模型要求：

$$\int [u^p(x) + \bar{u}^p(x)] dx = 2$$

$$\int [d^p(x) + \bar{d}^p(x)] dx = 1$$

$$\int [s^p(x) + \bar{s}^p(x)] dx = 0$$

• Parton Distribution Functions (PDF)

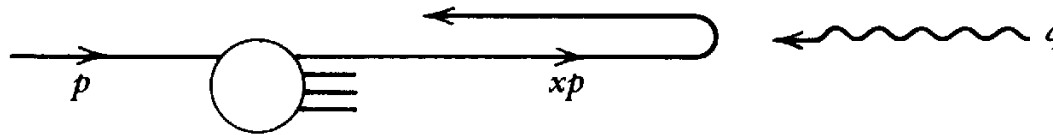


Note:

- Apart from at large x
 $u_V(x) \approx 2d_V(x)$
- For $x < 0.2$
 gluons dominate
- In fits to data assume
 $u_s(x) = \bar{u}(x)$
- $\bar{d}(x) > \bar{u}(x)$
 not understood –
 exclusion principle?
- Small strange quark
 component $s(x)$

部分子模型和QCD

- 核子中的胶子



在核子（沿虚光子动量方向）高速运动的参考系中，部分子（夸克）不存在横向运动。

实验上直接测到的是核子的结构函数，夸克在核子中的分布函数可以通过分析这些实验上测得的结构函数得到

$$\begin{aligned} \frac{1}{x} F_2^{ep}(x) = & \left(\frac{2}{3}\right)^2 [u^p(x) + \bar{u}^p(x)] + \left(\frac{1}{3}\right)^2 [d^p(x) + \bar{d}^p(x)] \\ & + \left(\frac{1}{3}\right)^2 [s^p(x) + \bar{s}^p(x)] \end{aligned}$$

$$\frac{1}{x} F_2^{en}(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^2 [u^n(x) + \bar{u}^n(x)] + \left(\frac{1}{3}\right)^2 [d^n(x) + \bar{d}^n(x)] \\ + \left(\frac{1}{3}\right)^2 [s^n(x) + \bar{s}^n(x)]$$

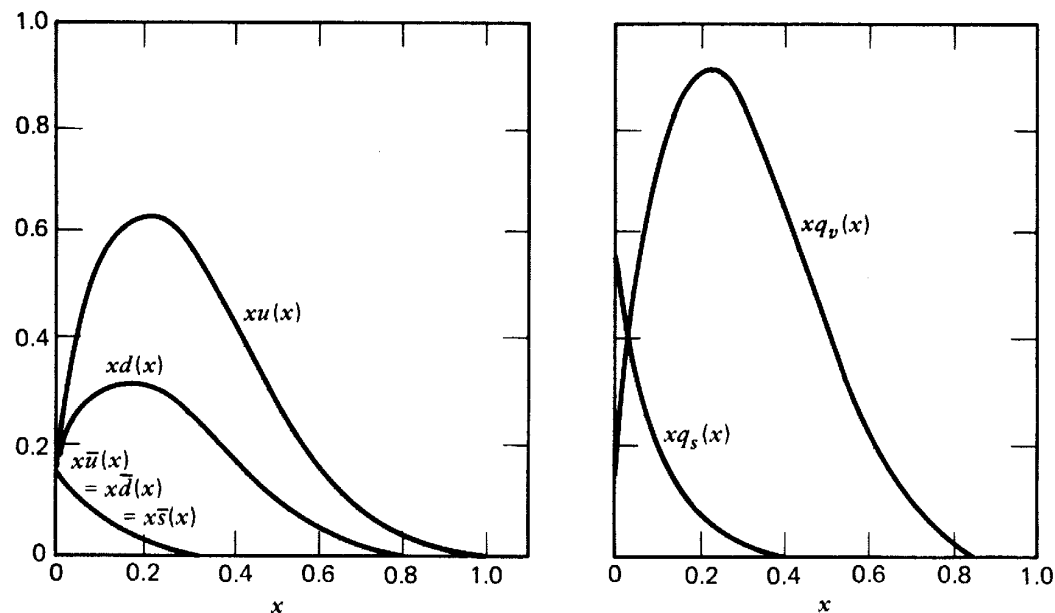
同位旋对称要求:

$$u^p(x) = d^n(x) \equiv u(x)$$

$$d^p(x) = u^n(x) \equiv d(x)$$

$$s^p(x) = s^n(x) \equiv s(x)$$

中微子与核子的散射过程还可以提供更多的信息。通过分析这些数据，得到夸克在质子中的分布函数：



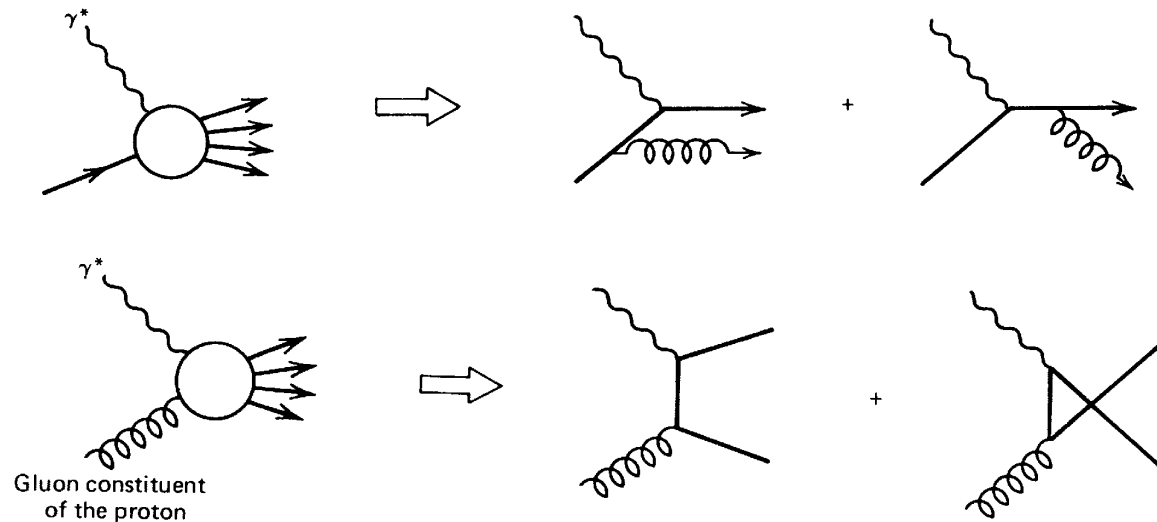
通过这些数据得到:

$$\int_0^1 dx x [u + \bar{u} + d + \bar{d} + s + \bar{s}] \sim 0.5$$

这说明在质子中夸克只携带了约50%的质子动量，其余的动量应该是被电中性的部分子所携带：这是胶子存在的一个非常重要的证据。

- 胶子和 *Scaling Violation*

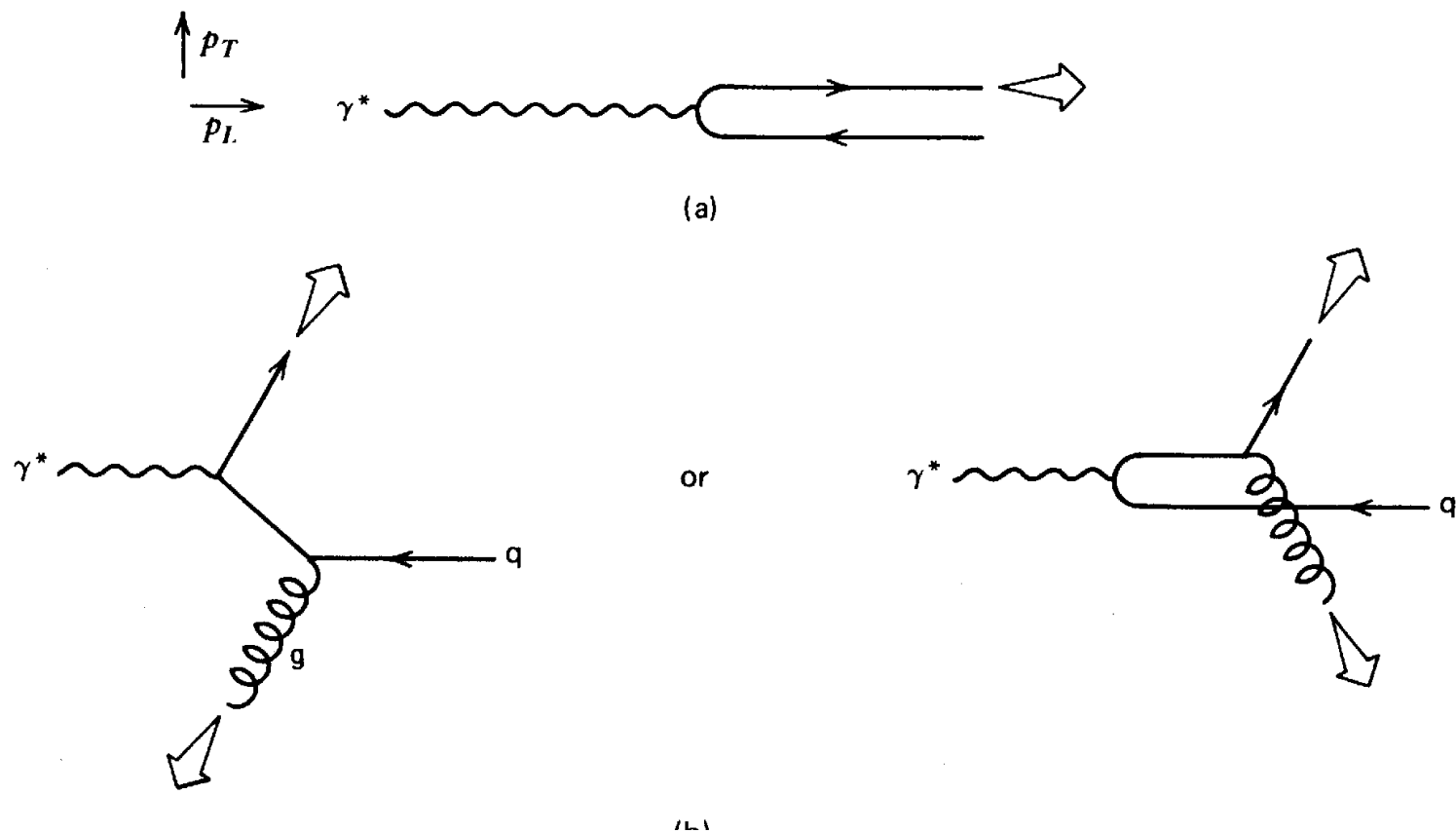
由于在QCD中存在以下的高阶过程：



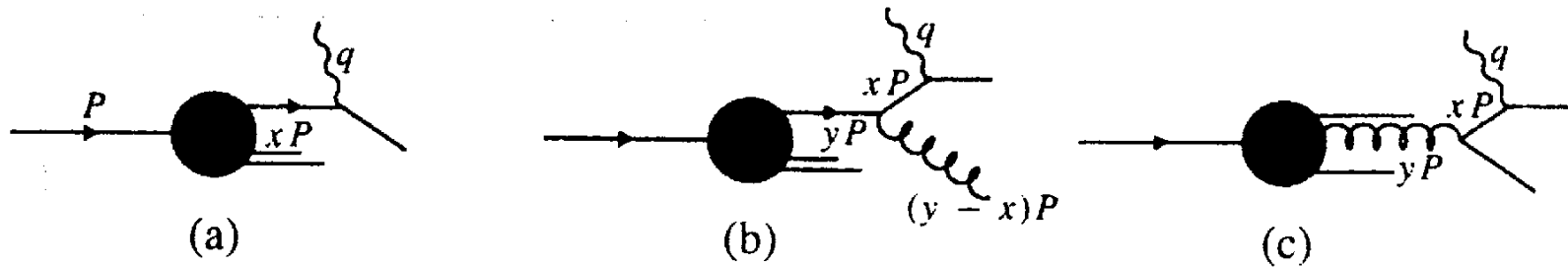
将导致以下的现象：

- (1) 末态部分子出现横向运动；
- (2) **Scaling Violation**。

一 末态部分子出现横向运动



— Scaling Violation



考虑以上的过程后，QCD给出

$$\frac{1}{x} F_2(x, Q^2) = \sum_q e_q^2 \int_x^1 \frac{dy}{y} \left[\delta\left(1 - \frac{x}{y}\right) + \frac{\alpha_s}{2\pi} P_{qq}\left(\frac{x}{y}\right) \ln \frac{Q^2}{\mu^2} \right]$$

$$P_{qq}(z) = \frac{4}{3} \left(\frac{1+z^2}{1-z} \right)$$

$$F_2(x, Q^2) \approx 2^i x$$

