
等效光子近似(EPA)课题中期考核汇报

Weizsäcker-Williams 方法（等效光子近似）

汇报人：姜文浩 梁若愚 王致远

2026年5月22日

目录CONTENTS

01 物理背景与成立条件
研究背景、适应条件

03 应用案例与检验
重离子对撞双 μ 子产生的实验验证

02 理论推导
Weizsäcker-Williams 方法的完整推导路径

04 总结与展望
中期成果总结与结题阶段研究计划

01

物理背景与成立条件

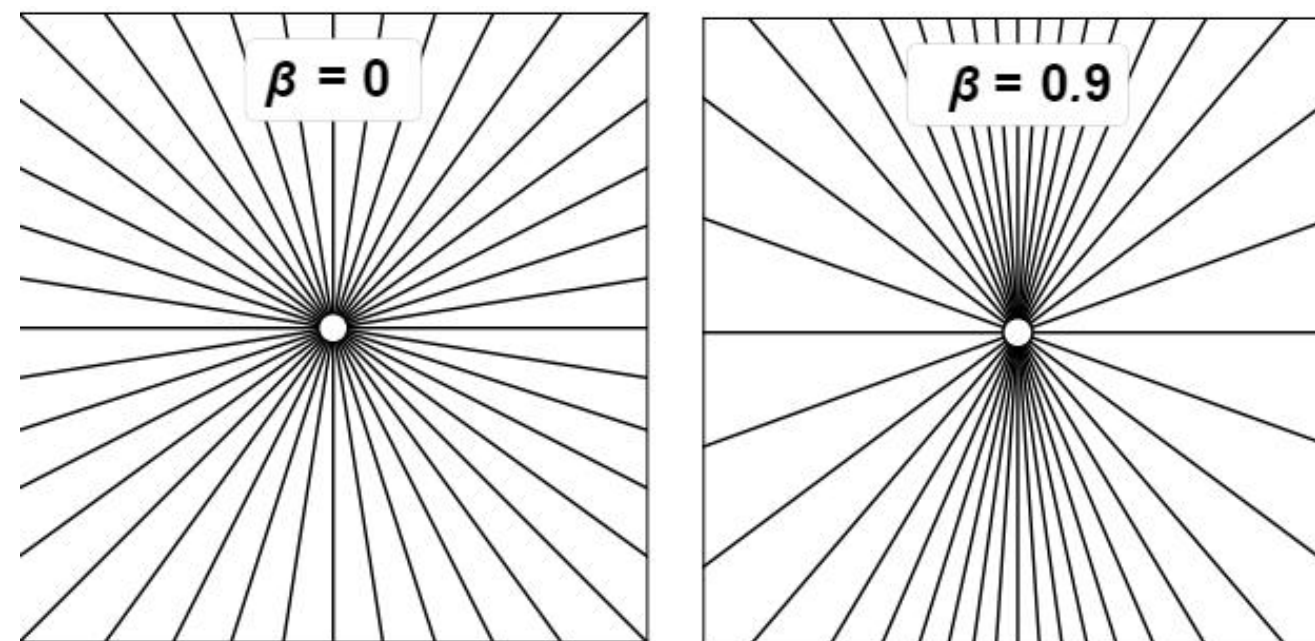
物理背景

等效光子近似

在高能物理中，直接计算复杂的QED过程极为困难。等效光子近似（EPA）是一种强大的简化工具，它将高速运动电荷的电磁场等效为一束“虚光子”流，极大地简化了深度非弹性散射、双轻子对产生等过程的计算。

本课题以此为切入点，旨在通过系统梳理，为复杂物理过程的计算寻找更优的近似路径。

低速/高速电场线对比图， $\beta = \frac{v}{c}$



成立条件

1. 光子虚度 $Q^2 \approx 0$

EPA 把原子核的电磁场当作实光子束，要求虚光子的虚度很小。只有在小角度散射、动量转移很小时，虚光子才近似为真实光子，横向电磁场主导，EPA 近似成立。若 Q^2 不可忽略（如大角度散射），需引入虚光子修正。

2. 超相对论极限

入射原子核接近光速运动，洛伦兹收缩显著，电场沿运动方向被强烈压缩、纵向分量被极大抑制，横向电场主导整个电磁场。电磁场分布呈薄片状，等效于沿运动方向传播的光子束，这是 EPA 的物理核心。

3. 碰撞参数截断

碰撞参数 b 是场点到核运动轨迹的垂直距离。 b_{\min} 取核半径，避免距离过近导致强相互作用介入； b_{\max} 取相干长度，保证低频光子贡献合理。在此区间内，电磁相互作用纯粹、EPA 对数近似稳定。

02

理论推导

任务概述与核心思想

推导目标:

从匀速运动点电荷的经典电磁场出发, 得到等效光子数分布公式

$$n(\omega) = \frac{\alpha}{\pi} \frac{1}{\omega} \ln \frac{b_{\max}}{b_{\min}}$$

四步路线:

1. 出发点: Liénard–Wiechert 势 / 超相对论极限下的横向电磁场
2. 频域转换: 对时间作傅里叶变换得到频域电场
3. 物理对应: Poynting 能流 \leftrightarrow 等效光子能量
4. 积分求谱: 对碰撞参数 b 积分得到 $n(\omega)$

核心思想: 当 $v \rightarrow c$ 时, 运动电荷的电磁场被强烈 Lorentz 收缩, 表现为与运动方向垂直的脉冲, 等效于一束光子。

Step 1: 超相对论极限下的横向场

物理图像: 电荷 $q = Ze$ 以 $\vec{v} = v\hat{z}$ 匀速运动。在 $\gamma \gg 1$ 极限下, 场几乎完全集中在垂直于 \vec{v} 的横向平面内。

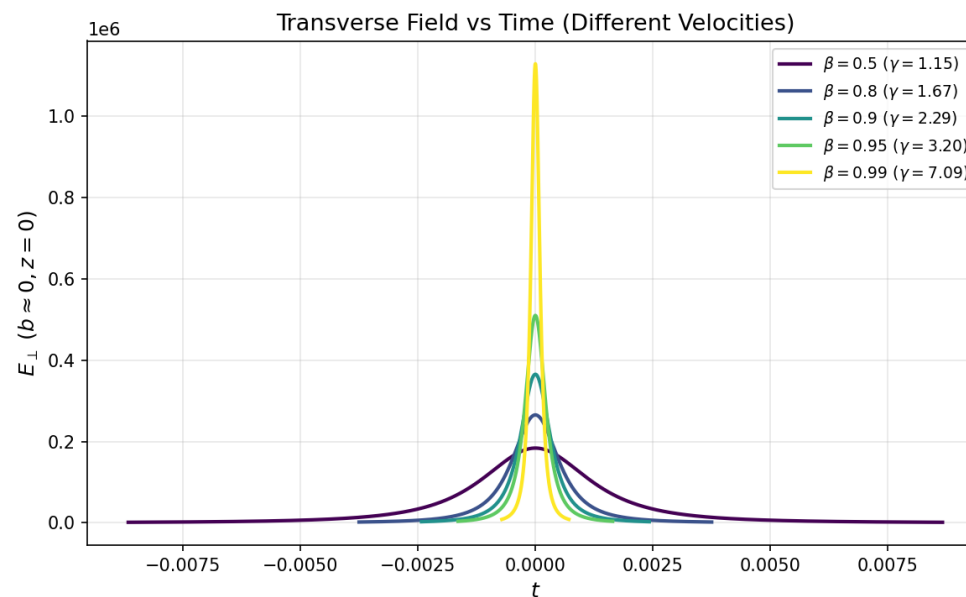
场的性质 (Jackson, Sec. 15.4 / Krauss, Sec. 2.1) :

$$|\vec{E}| = |\vec{B}|, \quad \vec{E} \perp \vec{B}, \quad \vec{E} \perp \vec{v}, \quad \vec{B} \perp \vec{v}$$

横向电场 (柱坐标 b, ϕ, z) :

$$\vec{E}_\perp(\vec{r}, t) \approx -\frac{q}{2\pi} \nabla_\perp \left[\frac{1}{\sqrt{(z-vt)^2 + b^2/\gamma^2}} \right]$$

- 场在 z 方向被压缩为薄盘 (Lorentz 收缩因子 γ)
- 可由 **Liénard–Wiechert 势** 或对 Coulomb 场作 Lorentz Boost 得到



| Step 2: 傅里叶变换与频域电场

对横向电场作时间傅里叶变换:

$$\vec{E}_\perp(\vec{r}, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} dt e^{i\omega t} \vec{E}_\perp(\vec{r}, t)$$

频域电场强度 (Jackson, Eq. 15.52; Vidovic et al. Eq. 38) :

$$|\vec{E}_\perp(\omega, b)|^2 \approx \frac{q^2}{\pi^2} \frac{1}{b^2} \left(\frac{\omega b}{\gamma v}\right)^2 K_1^2\left(\frac{\omega b}{\gamma v}\right)$$

低频近似 ($\omega b/(\gamma v) \ll 1$) :

利用 $K_1(x) \xrightarrow{x \rightarrow 0} 1/x$, 得到

$$|\vec{E}_\perp(\omega, b)|^2 \approx \frac{q^2}{\pi^2 b^2}$$

物理意义: 在低频极限下, 频域场强与频率无关, 仅由电荷量和碰撞参数决定, 这是后续对数谱的来源。

| Step 3: 能流密度与等效光子数的关系

等效光子近似 (EPA) 的核心等式 (Krauss et al., Eq. 2.12; Jackson, Eq. 15.53) :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dt \int d^2 x_{\perp} |\vec{E}_{\perp}(\vec{r}, t)|^2 = \int_0^{+\infty} d\omega \hbar\omega n(\omega)$$

利用 Parseval 定理, 单位频率间隔的等效光子数:

$$n(\omega) = \frac{1}{\pi\omega} \int d^2 x_{\perp} c |\vec{E}_{\perp}(\omega, \vec{x}_{\perp})|^2$$

写成碰撞参数积分形式:

$$n(\omega) = \frac{c}{\pi\omega} \int_{b_{\min}}^{b_{\max}} 2\pi b db \frac{dI(\omega, b)}{d\omega d^2b}$$

其中 $\frac{dI}{d\omega d^2b}$ 为单位面积、单位频率间隔的辐射能量密度。

Step 4: 对碰撞参数积分

代入低频极限下的能谱密度:

$$\frac{dI(\omega, b)}{d\omega d^2b} = \frac{q^2}{\pi^2 c b^2}$$

(另一极化分量在 $\gamma \gg 1$ 时被 γ^{-2} 压制 —— Jackson, Sec. 15.4)

对 b 积分:

$$\frac{dI}{d\omega} = \int_{b_{\min}}^{b_{\max}} 2\pi b db \frac{q^2}{\pi^2 c b^2} = \frac{2q^2}{\pi c} \ln \frac{b_{\max}}{b_{\min}}$$

得到等效光子数分布:

由 $dI = \hbar\omega n(\omega) d\omega$, 且 $q = Ze$:

$$n(\omega) = \frac{2\alpha}{\pi} \frac{1}{\omega} \ln \frac{b_{\max}}{b_{\min}}$$

—— Weizsäcker-Williams 标准结果 (Krauss et al., Sec. 2.1)

| 总结与文献映射

四步推导回顾

1. 经典场: Liénard–Wiechert → 超相对论横向场 (Jackson, Chap. 15)
2. 频域化: 傅里叶变换 → K_1 函数 → 低频极限 (Jackson, Eq. 15.52)
3. 能流–光子对应: Poynting 矢量 \equiv 等效光子能量流 (Krauss et al., Eq. 2.12)
4. 几何积分: 对碰撞参数积分 → 对数依赖的软光子谱 (WW 经典结果)

关键公式引用速查

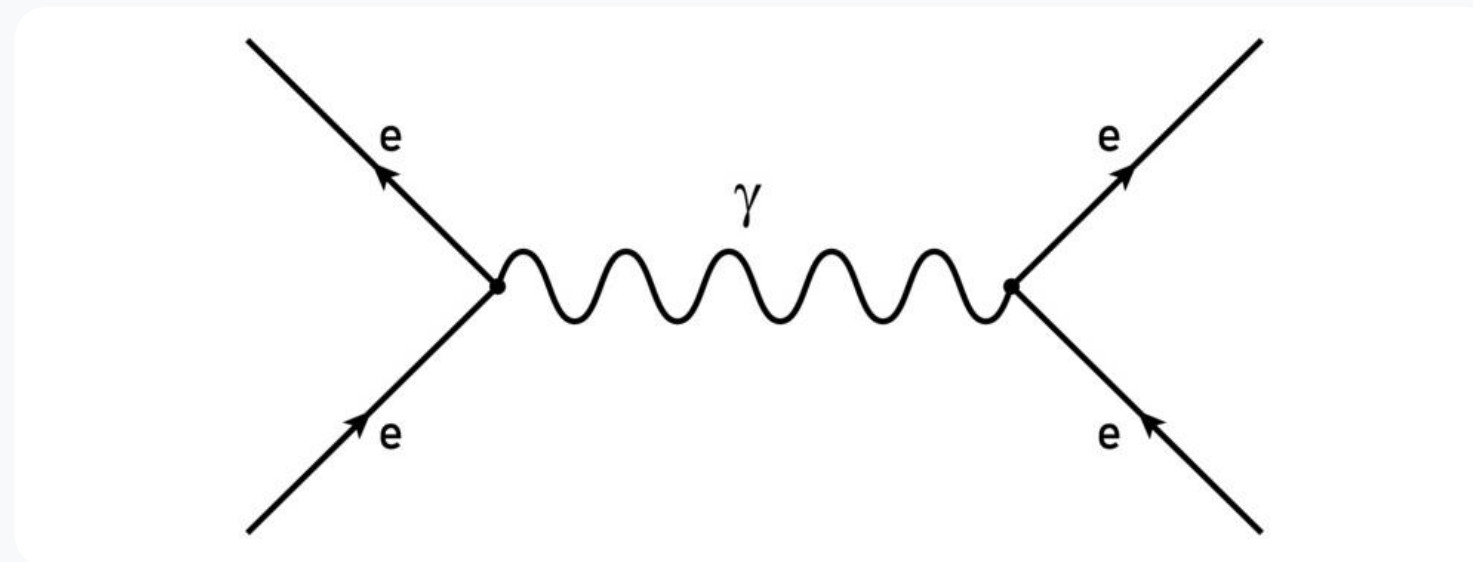
公式	来源
\vec{E}_\perp 横向场表达式	Jackson, Sec. 11.10 / 15.4
$ \vec{E}_\perp(\omega, b) ^2 \propto K_1^2$	Jackson, Eq. (15.52)
$n(\omega) = \frac{1}{\pi\omega} \int \vec{E}_\perp ^2 d^2x_\perp$	Krauss et al., Eq. (2.12); Jackson, Eq. (15.53)
$n(\omega) = \frac{\alpha}{\pi\omega} \ln \frac{b_{\max}}{b_{\min}}$	Weizsäcker–Williams 标准结果 (Krauss et al., Sec. 2.1)

03

应用案例与检验

应用案例分析

案例来源：ATLAS 合作组 2021 年发表的超周边铅-铅碰撞实验 (Phys. Rev. C 104, 024906, arXiv:2011.12211)



物理过程:

在高能重离子(Pb+Pb)超周边碰撞($b > 2R$)中, 两个原子核擦边而过, 不发生强相互作用。根据等效光子近似(EPA), 每个原子核的超相对论电磁场可等效为一束高能准实光子流。这两束光子流发生相互作用, 通过 $\gamma\gamma \rightarrow \mu^+\mu^-$ 过程产生一对正反 μ 子。该过程是量子电动力学(QED)的基本预言, 也是研究核电磁场结构和光子-光子相互作用的理想探针。

应用案例分析

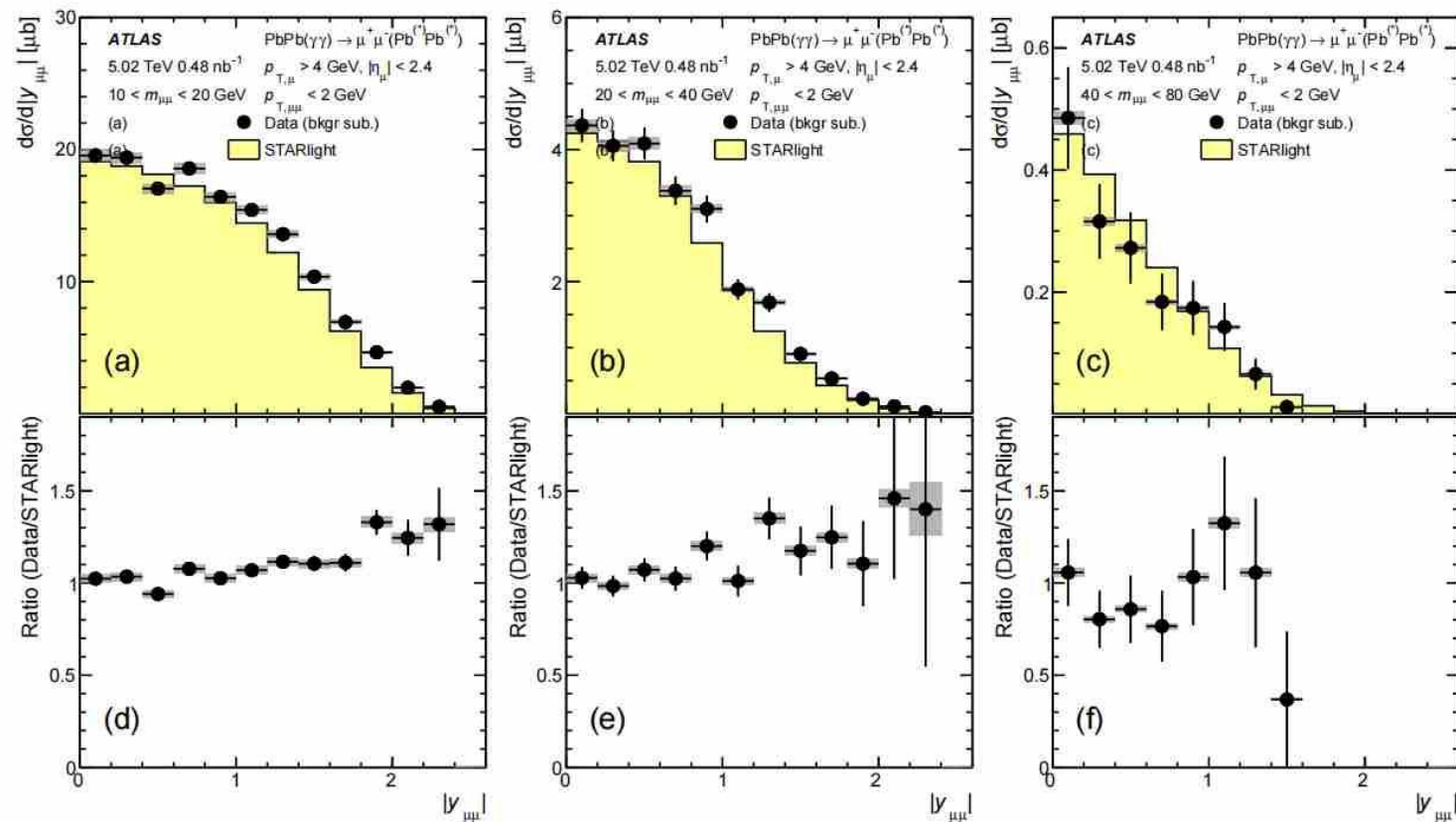


Figure 6: (a-c) Differential cross sections shown as a function of $|y_{\mu\mu}|$ in bins of $m_{\mu\mu}$ (a) $10 < m_{\mu\mu} < 20$ GeV, (b) $20 < m_{\mu\mu} < 40$ GeV, and (c) $40 < m_{\mu\mu} < 80$ GeV compared with cross sections from STARlight and (d-f) the ratio of data to STARlight. Statistical uncertainties are shown as error bars while total systematic uncertainties are shown as gray bands.

中心快度区 ($|y_{\mu\mu}| < 1.6$):

实验数据与 STARlight 理论高度吻合，比值接近 1。表明 EPA 在小角度散射区域是有效的。

大快度区 ($|y_{\mu\mu}| > 2$):

实验数据明显高于理论值，特别是在最低质量区间 ($10 < m_{\mu\mu} < 20$ eV), 实验数据与理论值比值约为 1.1–1.2, 即实验比理论高 10–20%。

随着双 μ 子质量增大 ($20 \sim 40$ eV、 $40 \sim 80$ eV), 统计误差增大, 但大快度区偏高的趋势仍然存在。

碰撞能量: $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ eV

接收度条件: $p_T(\mu) > 4$ GeV, $|\eta(\mu)| < 2.4$, $m_{\mu\mu} > 10$ eV, $p_{T,\mu\mu} < 2$ eV

应用案例分析——偏差原因分析

中心快度区吻合的原因:

- 1.中心快度区对应小角度散射,此时光子虚度 Q^2 很小,近似为“准实”光子,EPA的核心假设成立。
- 2.STARlight 正确包含了核形状因子、碰撞参数截断 ($b > 2R$) 等效应,因此能够准确描述该区域。

大快度区实验高于理论的根本原因:

1. 光子虚度 $Q^2 \approx 0$ 假设失效

- EPA假设:光子是“准实”的,虚度可忽略($Q^2 \approx 0$)。
- 大快度区的真实情况:大快度对应大角度散射,光子虚度显著增大($Q^2 \neq 0$)
- 后果: EPA 的因子化形式(将过程分解为光子发射与光子-靶散射)不再严格成立,导致理论截面系统性偏低。

2.光子横向动量 $k_{\perp} \approx 0$ 假设失效

- EPA假设:光子动量严格沿纵向,横向动量可忽略($k_{\perp} \approx 0$),理由是高能极限下 $k_{\perp}/k_{\parallel} \sim 1/\gamma \ll 1$ 。
- 大快度区的真实情况:大角度散射要求光子携带不可忽略的横向动量,以匹配末态粒子的出射方向。
- 后果: EPA 忽略了横向动量对相空间积分和光子通量的贡献,低估了高能光子的产生概率。

3.极化横向近似仍精确,但不充分

低质量区间($10 < m_{\mu\mu} < 20\text{GeV}$)覆盖了更宽的快度范围,大快度事件占比更高。

因此,EPA 近似失效的效应在该区间被放大;较高质量区间事件数少,统计误差大,但偏差趋势仍可辨识。

04

总结与展望

中期成果总结与结题计划

中期成果总结

1. 理论推导

从经典电动力学出发，完成 EPA 核心公式的完整推导

2. 成立条件

明确 EPA 三大适用条件：

光子虚度 $Q^2 \approx 0$

超相对论极限 $\gamma \gg 1$

碰撞参数截断 ($b_{min} \sim R, b_{max} \sim \gamma/\omega$)

3. 实验验证：

选取 ATLAS (2021) $Pb + Pb \rightarrow \mu^+ \mu^-$ 数据

中心快度区 ($|y_{\mu\mu}| < 1.6$): EPA 与实验吻合

大快度区 ($|y_{\mu\mu}| > 2$): 实验比 EPA 高 10-20%

4. 偏差分析

大角度散射时 ($Q^2 \neq 0$)、 $k_{\perp} \neq 0$ ，EPA 近似失效

结题计划

1. 全截面数值计算

利用推导的 EPA 公式，代入 Pb-Pb 碰撞参数。计算双 μ 子产生的总截面（无截断），与 Krauss 论文中的 2360 mb 对比，验证公式正确性

2. 接收度内截面估算

从 STARlight 获取接收度因子，将自算全截面乘以接收度因子得到接收度内截面估算值。与 ATLAS 实验值比较，讨论偏差及近似合理性

3. 大快度区偏差定量分析

Krauss 论文中读取比值数据点，拟合 $R = 1 + b|y|$ ，量化偏差随快度的增长速率（斜率 b）

感谢聆听！

Questions?