

1.

辐射长度 $X_0$ 是描述高能电子在介质中因轫致辐射而损失能量的特征长度

由方程

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{E}{X_0}$$

定义。

核作用长度 $\lambda_I$ 是描述强子在物质中通过强相互作用发生非弹性核反应的特征衰减长度。

$$N = N_0 e^{-\frac{x}{\lambda_I}}$$

2.在 GeV 能量下，轫致辐射的能量损失 $\gg$ Bethe-Bloch 公式的损失

由轫致辐射

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{E}{X_0}$$

可算出能量衰减

$$E = E_0 e^{-\frac{x}{X_0}}$$

较经过 1 毫米厚的碳、铝、钨板后电子的能量衰减:

碳: 99.5%

铝: 98.9%

钨: 75.2%

多重散射角:

$$\Theta_{rms}^{space} = \frac{19.2MeV}{\beta cp} \sqrt{\frac{x}{X_0}}$$

1 GeV:

碳: 1.40 rad

铝: 2.04 rad

钨: 10.2 rad

10 GeV:

碳: 0.14 rad

铝: 0.20 rad

钨: 1.02 rad

100 GeV:

碳: 0.014 rad

铝: 0.020 rad

钨: 0.102 rad

薄介质服从朗道分布。薄介质中碰撞次数有限，单次碰撞的能量转移由 Rutherford 散射的

规律主导。由于统计样本不足，少数电子发生大能量转移的事件无法被平均化，导致分布呈现显著的非对称性，具有拖向高能侧的长尾。此时，最可几值（而非平均值）才是能量损失的特征量。

厚介质服从高斯分布。厚介质中碰撞次数极多，根据中心极限定理，大量独立随

机碰撞的能量损失之和趋于正态分布。单次大能量转移事件被统计平均充分稀释，分布呈对称的钟形曲线，峰值、平均值与中位数三者重合。

## 2.泊松分布

若随机变量  $X$  取非负整数值，概率为  $P(X=k)=\lambda^k / k! e^{-\lambda}$ ，则称  $X$  服从参数为  $\lambda$  的泊松分布

### 泊松过程

泊松过程描述随机事件在连续时间中的发生规律。满足四个条件：初始计数为零、独立增量、事件在短区间内稀有、无聚簇性。

时间  $t$  内事件发生次数  $N(t)$  服从泊松分布，参数为  $\lambda t$ 。事件间隔等待时间服从指数分布，具有无记忆性。

### 与二项分布的关系

当试验次数  $n$  很大、每次成功概率  $p$  很小、但  $np$  保持为常数  $\lambda$  时，二项分布趋近于泊松分布。

将二项分布概率公式展开，令  $n$  趋于无穷、 $p$  趋于零，利用极限运算可得到泊松分布的概率公式。

泊松分布随机变量可按概率分为两类，每类仍服从泊松分布，且相互独立。这是泊松分布的独特性质。

### 与高斯分布的关系

当  $\lambda$  很大时，泊松分布近似于正态分布，均值和方差都是  $\lambda$ 。这是中心极限定理的体现。

## 概率母函数

母函数  $G(z)$  等于  $z$  的  $X$  次方的期望，即各概率与  $z$  的  $k$  次方乘积之和。

基本性质：

$$G(1)=1$$

期望等于  $G$  在 1 处的一阶导数

方差等于二阶导数加一阶导数减一阶导数的平方

独立随机变量之和的母函数等于各自母函数的乘积

3.

服从朗道分布

