

一.

辐射长度: 表示一个高能电子通过韧致辐射能量损失到原始能量的 $1/e$ 时在介质中所通过的平均路程。(辐射长度是表征物质引起辐射能量损失能力的一个重要物理量, 取决于物质本身的性质)

核作用长度: 表示高能强子在物质中发生非弹性核相互作用的平均自由程。(描述强子与原子核发生强相互作用的概率)

电子能量衰减:

	碳	铝	钨板
电子剩余能量	99.49%	98.88%	75.17%

电子穿过 1mm 厚不同材料的多重散射角统计

	1 GeV 能量电子的多重散射角	10GeV 能量电子的多重散射角	100 GeV 能量电子多重散射角
碳	0.0455°	0.00455°	0.000455°
铝	0.0685°	0.00685°	0.000685°
钨板	0.397°	0.0397°	0.00397°

当介质较厚时, 电离损失接近高斯分布; 当介质较薄时, 电离损失接近朗道分布。

原因: 薄层吸收体中能量损失统计涨落很大。入射粒子有可能在单次电离过程中将相当大的能量传递给介质原子中的电子, 以至于这种电子有足够能量产生次级电离过程— δ 电子。

二.

泊松分布:

1. 期望与方差相等: $E(X) = \lambda$

2. 可加性: 若 $X \sim P(\lambda_1), Y \sim P(\lambda_2)$ 且独立, 则 $X+Y \sim P(\lambda_1 + \lambda_2)$

3. 稀有事件极限: n 重伯努利试验中, 若 $n \rightarrow \infty, p \rightarrow 0$ 且 $np \rightarrow \lambda$, 则二项分布趋近于泊松分布

4. 大 λ 时趋近高斯分布

泊松过程:

1. 任意区间内的事件服从泊松分布: 在长度为 t 的时间段内, 事件发生的次数正好服从参数为 λt 的泊松分布。

2. 平稳增量: $N(t+s) - N(t)$ 的分布只依赖于 s , 与 t 无关。

3. 独立增量: 对不重叠区间 $[a, b], [c, d], N[b] - N[a]$ 和 $N[d] - N[c]$ 独立。

4. 事件间隔服从指数分布: 等待下一个事件的时间总是服从指数分布

5. 第 n 个事件的到达时刻服从伽马分布

6. 给定事件总数, 发生时刻在区间内均匀分布

7. 叠加性与分流性: 若对强度为 λ_1, λ_2 的泊松过程中的每个事件, 以概率 p 独立地归入类

型 1, 以概率 $1-p$ 归入类型 2, 则类型 1 和类型 2 的计数过程是相互独立的泊松过程, 强度分别为 λp 和 $\lambda(1-p)$ 。

应用: 客服系统, 交通工程。

与二项分布, 高斯分布的联系: n 重伯努利试验中, 若 $n \rightarrow \infty$, $p \rightarrow 0$ 且 $np \rightarrow \lambda$, 则二项分布趋近于泊松分布; 当 $\lambda \rightarrow \infty$ 时, 泊松分布趋近与高斯分布。

母函数性质:

1. 唯一性: 母函数唯一决定了分布, 分布也唯一决定了母函数。
2. 独立和的母函数: 独立随机变量之和的母函数等于各自母函数的乘积
3. 提取矩: 求导后代入 $s=1$ 即可读出矩信息, 无需直接求和。

应用: 证明二项式分布的可加性, 泊松分布的可加性, 泊松分布的二项极限。

例: 证明泊松分布的可加性:

设 $X \sim \text{Poisson}(\lambda_1)$, $Y \sim \text{Poisson}(\lambda_2)$, 且独立。

概率母函数:

$$G_X(s) = E[s^X] = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\lambda_1^k e^{-\lambda_1}}{k!} s^k = e^{-\lambda_1} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda_1 s)^k}{k!} = e^{\lambda_1(s-1)}.$$

同理 $G_Y(s) = e^{\lambda_2(s-1)}$ 。

独立性:

$$G_{X+Y}(s) = G_X(s)G_Y(s) = e^{\lambda_1(s-1)}e^{\lambda_2(s-1)} = e^{(\lambda_1+\lambda_2)(s-1)}.$$

唯一性: $e^{(\lambda_1+\lambda_2)(s-1)}$ 正是 $\text{Poisson}(\lambda_1 + \lambda_2)$ 的概率母函数。因此

$$X + Y \sim \text{Poisson}(\lambda_1 + \lambda_2).$$

三. 服从朗道分布 (300 微米硅微条探测器为较薄介质)

如下图

```
Open v [ + ] • run.C ~/
#include "style.h"
void run() {
    gStyle->SetOptStat(0);
    TFile *f = new TFile("result.root");
    TH2D *r_strip = (TH2D*)f->Get("r_strip");
    TH1D *h = r_strip->ProjectionY("h", 1, 5);
    h->SetTitle(";Energy Loss [ADC];Entries");
    h->SetMarkerStyle(20);
    h->SetMarkerSize(0.8);
    TCanvas *c = new TCanvas("c", "", 800, 600);
    h->Fit("landau", "Q");
    h->GetFunction("landau")->SetLineColor(kRed);
    h->Draw("EP");
    TLegend *leg = new TLegend(0.6, 0.7, 0.88, 0.88);
    leg->SetBorderSize(0);
    leg->SetFillStyle(0);
    leg->AddEntry(h, "Data (Bins 1-5)", "EP");
    leg->AddEntry(h->GetFunction("landau"), "Landau Fit", "L");
    leg->Draw();
    c->SaveAs("output.pdf");
}
```

