
1.辐射长度X_0

由表达式$\langle E\rangle = E_0 e^{-\frac{x}{X_0}}$，定义辐射长度$X_0$，表示一个高能电子通过轫致辐射能量损失到原始能量的$1/e$时在介质中所经过的平均路程。

辐射长度是表征物质引起辐射能量损失能力的一个重要物理量，取决于物质本身的性质。估计辐射长度有如下经验公式:

$$X_0 = \frac{716.4A}{Z(Z+1)\ln\left(287/\sqrt{Z}\right)}\ (\mathrm{g/cm^2})$$

其中A为物质的质量数，单位$\mathrm{g/mol}$；Z为物质原子核的质子数。

当介质为化合物或混合物时，可以由下式近似估计介质的辐射长度：

$$\frac{1}{X_0} = \sum_i \frac{W_i}{X_i}$$

其中X_i为第i种成分的辐射长度，W_i为第i种成分的质量比例。

2.核作用长度λ_I

核作用长度λ_I，指高能强子与物质原子核发生非弹性作用时，入射粒子束强度衰减至初始值$1/e$所经过的平均距离，该参数表征入射粒子被原子核吸收的物理尺寸，反应非弹性散射的贡献。核作用长度可表示为$\lambda_I = \frac{A}{N_A \rho \sigma_{\mathrm{inelastic}}}\ (\mathrm{cm})$

3.经过1毫米厚的碳、铝、钨板后电子的能量衰减

由表达式$\langle E\rangle = E_0 e^{-\frac{x}{X_0}}$得衰减率为$e^{-\frac{x}{X_0}} \times 100\%$，其中$X_0' = X_0/\rho\ (\mathrm{cm})$，代入参数并取$x = 0.1\mathrm{cm}$，得

材料	辐射长度$X_0(\mathrm{g/cm^2})$	密度$\rho(\mathrm{g/cm^3})$	$X_0'(\mathrm{cm})$	能量衰减率
碳	42.7	2.26	19	0.5%
铝	24	2.70	8.9	1.1%
钨	6.8	19.3	0.35	24.9%

4.电子过物质的多重散射角

多重散射角是带电粒子与介质原子核发生无数次极小角度库伦散射的统计结果。由Highland公式$\theta_{rms}=\frac{13.6\text{MeV}}{pc}\sqrt{\frac{x}{X_0}}[1+0.038\ln\frac{x}{X_0}]\ (\text{rad})$计算得多重散射角，其中对于高能粒子有近似$pc\approx E$

材料	1GeV电子	10GeV电子	100GeV电子
碳	7.9×10^{-4}	7.9×10^{-5}	7.9×10^{-6}
铝	1.2×10^{-3}	1.2×10^{-4}	1.2×10^{-5}
钨	6.9×10^{-3}	6.9×10^{-4}	6.9×10^{-5}

5.粒子穿过厚、薄介质时，电离能量损失的分布的区别

当介质厚度较厚时，由于粒子发生大量碰撞，总能量损失围绕平均值对称分布，电离损失分布接近高斯分布；当介质很薄时，由于相互作用的次数少，能量损失的统计涨落很大，电离损失分布很不对称，在能量大的区域有很长的尾巴，呈现朗道分布。

二

1.泊松分布

定义

设随机变量k的可取值为$k=0,1,2,\cdots$，取值k的概率为

$$P(X=k)=\frac{1}{k!}\lambda^re^{-\lambda},\quad k=0,1,2,\cdots$$

其中$\lambda>0$是常数，称k服从参数λ的泊松分布，记为$X\sim P(\lambda)$。

基本性质

①期望和方差：$E(X)=Var(X)=\lambda$

②可加性：$X\sim P(\lambda_1),Y\sim P(\lambda_2)\implies X+Y\sim P(\lambda_1+\lambda_2)$

应用

常与单位时间或单位面积及单位产品上的计数过程相联系，如汽车站台的候车人数、机器出现的故障数、DNA序列的变异数等。

与二项分布的关系

若$X\sim B(n,p)$，当 n很大、p很小，且$\lambda=np$等于常数(p很小)时，二项分布可以用泊松分布近似：$\lim_{n\to\infty}P(X=k)=\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$，即泊松定理。

与高斯分布的关系

当λ足够大时，泊松分布可以用正态分布近似：
$X\sim P(\lambda)\to X\sim N(\mu=\lambda,\sigma^2=\lambda)$

概率母函数

泊松分布的概率母函数定义为
$G(Z)=E(Z^X)=\sum_{k=0}^{\infty}Z^k\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}=e^{\lambda(Z-1)}$。

基本性质：

①$P(X=k)=\frac{G_X^{(k)}(0)}{k!}$

②$E(X)=G'(1)=\lambda$

③$Var(X)=G''(1)+G'(1)-[G'(1)]^2=\lambda$

④若X_1,X_2独立，有$G_{X_1+X_2}(Z)=G_{X_1}(Z)\cdot G_{X_2}(Z)$

应用：证明两个泊松分布的随机变量的和仍是泊松分布

由泊松分布概率母函数定义有$G_X(Z)=E(Z^X)=\sum_{k=0}^{\infty}Z^k\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}=e^{\lambda_1(Z-1)}$，同理$G_Y(Z)=e^{\lambda_2(Z-1)}$，在$X,Y$独立时，有
$G_{X+Y}(Z)=G_X(Z)\cdot G_Y(Z)=e^{(\lambda_1+\lambda_2)(Z-1)}$，根据母函数与概率分布函数唯一对应，可得$X+Y\sim P(\lambda_1+\lambda_2)$。

2.泊松过程

定义

泊松分布与时间或空间尺度上时间随机出现的随机过程相对应，它们具有以下性质：

①在一定时间或空间间隔内出现的事件数与此间隔外出现的事件数无关,即不相重叠的间隔中的事件相互独立;
②在非常小的时间或空间间隔Δt内,出现一个事件的概率正比于Δt,即$P(\Delta t)=A\cdot\Delta t$,而λ为一常数;
③在间隔Δt内,出现多干一个事件的概率小到可以勿略不计。

以上三个条件称为泊松假设，满足泊松假设的随机过程称为泊松过程。泊松过程$\{N(t),t\geq 0\}$是一类具有独立增量、平稳增量和指数分布间隔的随机计数过程。

性质

①初值条件：$N(0)=0$，即过程从零开始计数；

②均值$E(N(t))=\lambda t$

③方差$Var(N(t))=\lambda t$

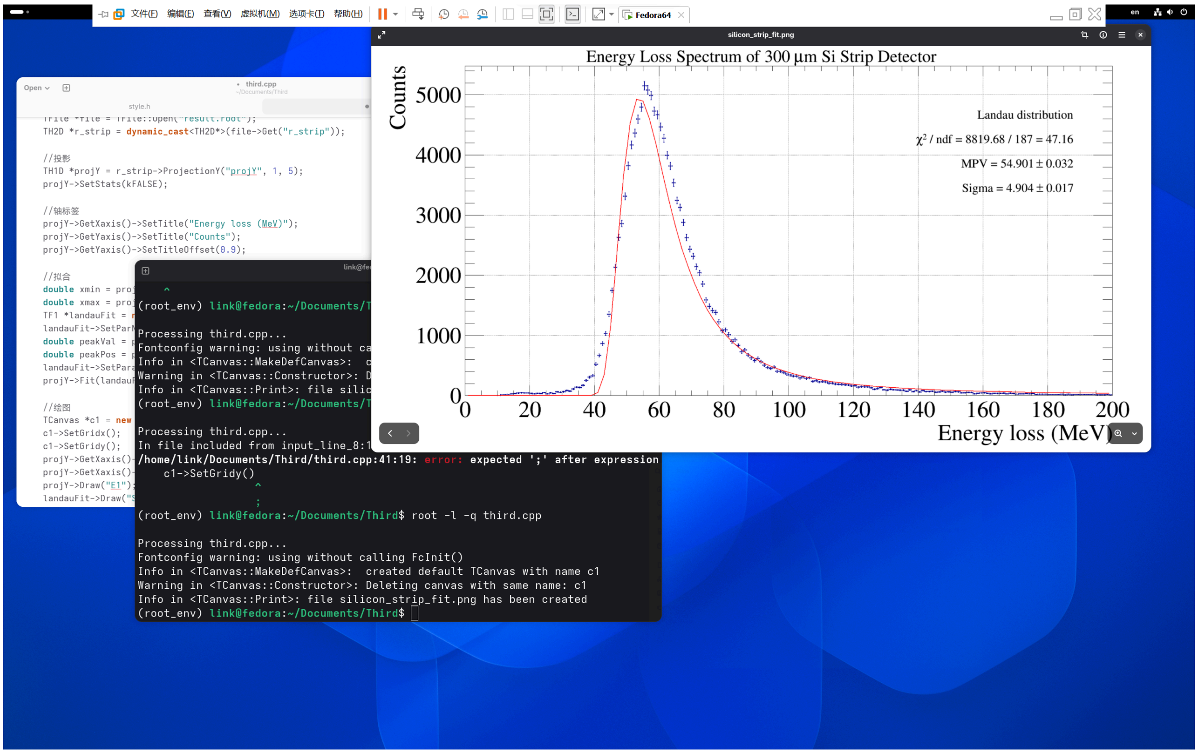
④$\{N(t),t\geq 0\}$是计数过程，令$S_0=0,S_n$表示第n 个事件发生的时刻，$X_n=S_n-S_{n-1}$表示第n个与第$n-1$个事件之间的间隔。计数过程是泊松过程的充要条件是$\{X_n,n\geq 1\}$是独立的同指数分布。

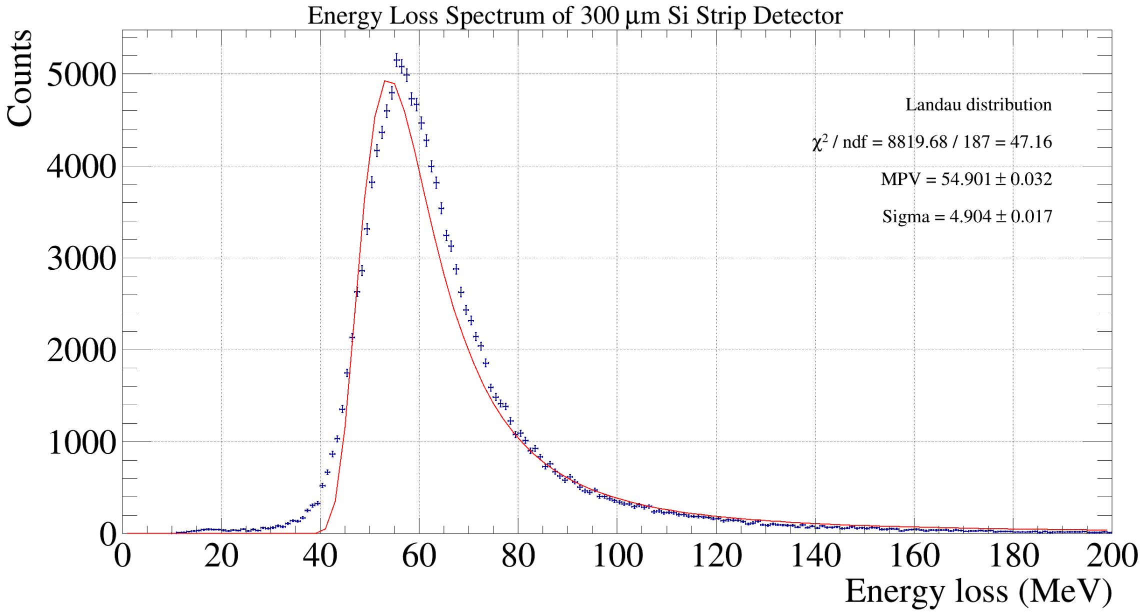
应用

例如随着时间增长累计某电话交换台收到的呼唤次数，排队系统中的顾客到达，保险精算中理赔次数过程等都属于泊松分布。

三

该数据呈现朗道分布，表现为分布非对称，长右尾的形状。




Energy Loss Spectrum of 300 μm Si Strip Detector
Counts
Energy loss (MeV)
Landau distribution
χ² / ndf = 8819.68 / 187 = 47.16
MPV = 54.901 ± 0.032
Sigma = 4.904 ± 0.017
0
1000
2000
3000
4000
5000
0
20
40
60
80
100
120
140
160
180
200