

### 1.回答问题:

**辐射长度  $X_0$ :** 高能电子/ $\gamma$  发生电磁级联的特征长度, 指电子能量因韧致辐射衰减到初始值  $1/e$  时的物质厚度, 单位:  $\text{g}/\text{cm}^2$  或  $\text{cm}$ 。

如果带电粒子在核的库仑场中减速, 则它的部分动能将以发射光子的形式损失掉(韧致辐射)

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{E}{X_0}$$

该式定义了辐射长度

**核作用长度:** 强子发生非弹性强相互作用的平均自由程, 指强子数衰减到初始值  $1/e$  时的物质厚度, 单位:  $\text{g}/\text{cm}^2$  或  $\text{cm}$

表征非弹性过程的特征量是平均相互作用长度  $\lambda$ , 它描述强子在物质中的指数吸收:  $N = N_0 e^{-x/\lambda_1}$

入 1 的数值可由强子截面的非弹性部分按下式计算:

$$\lambda_1 = \frac{A}{N_A \cdot \rho \cdot \sigma_{\text{非弹}}}$$

### 能量衰减:

计算公式:

$$E = E_0 e^{-x/X_0}$$

带入表内数值可得

碳: 99.5%

铝: 98.9%

钨: 75.1%

### 多重散射角:

$$\Theta_{\text{rms}}^{\text{proj.}} = \sqrt{\langle \Theta \rangle^2} \approx \frac{13.6 \text{ MeV}}{\beta c p} \sqrt{\frac{x}{X_0}}$$

带入数值计算可得

1GeV

碳:  $9.9 \cdot 10^{-4}$  rad

铝:  $1.44 \cdot 10^{-3}$  rad

钨:  $7.28 \cdot 10^{-3}$  rad

10GeV

碳:  $9.9 \cdot 10^{-5}$  rad

铝:  $1.44 \cdot 10^{-4}$  rad

钨:  $7.28 \cdot 10^{-4}$  rad

100GeV

碳:  $9.9 \cdot 10^{-6}$  rad

铝:  $1.44 \cdot 10^{-5}$  rad

钨:  $7.28 \cdot 10^{-5}$  rad

### 粒子穿过薄介质:

电离能损服从朗道分布 (Landau 分布), 分布不对称, 存在长尾巴, 峰值低于平均能损。

原因:

薄介质中, 粒子发生的碰撞次数极少, 单次大能量转移 (如产生  $\delta$  射线) 的影响无法被平均, 导致总能量损失涨落大, 分布偏斜且带长尾。

### 粒子穿过厚介质:

电离能损服从高斯分布 (正态分布), 分布对称, 峰值与平均能损重合。

原因:

厚介质中, 粒子发生的碰撞次数极多, 根据中心极限定理, 大量独立随机过程的和趋近于正态分布, 单次碰撞的涨落被稀释, 分布变得对称且集中于平均能损。

## 2. 泊松分布:

概率:

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

$\Lambda$ : 期望发生次数

P: 发生次数为 k 的概率

性质:

期望 = 方差:  $E(X) = \lambda, D(X) = \lambda$

取值为非负整数

独立可加性: 独立的泊松分布之和仍为泊松分布

分布右偏,  $\lambda$  越大图像越对称

应用

单位时间内: 电话呼叫数、交通事故数、放射粒子计数、产品缺陷数。

### 泊松过程:

连续时间里, 随机、独立、稀有的事件一个个发生的计数过程

满足条件:

计数从 0 开始

事件之间相互独立, 互不影响

单位时间内事件发生次数一定, 即事件发生的速率一定

即使时间再短, 时间也只能一个一个发生, 不可能同时发生两个

性质:

期望 = 方差 =  $\lambda t$

一段时间内发生的事件服从泊松分布

应用:

顾客到达、粒子打在探测器上、机器故障、网络数据包到达。

### 二项分布:

当 n 很大、p 很小时  $np = \lambda$  (常数), 此时二项分布近似于泊松分布, 可以用公式计算, 计算过程中需要多次求极限

### 高斯分布：

当  $\lambda$  很大时，根据中心极限定理，泊松分布近似于高斯分布

### 3. 数据服从朗道分布

