

1.

(1) 辐射长度：高能电子因韧致辐射损失能量，平均能量降至初始值 $1/e$ 时穿过的介质厚度 单位 g/cm^2 或者 cm

物理意义：代表电子相互作用（比如韧致辐射）的强度

能量衰减规律 $E = E_0 e^{-x/X_0}$ (X_0 代表辐射长度)

(2) 核作用长度：强子与原子核发生非弹性强相互作用的平均自由程，单位 g/cm^2 或者 cm

物理意义：表征强相互作用的强度，是强子簇射的核心尺度。

(3) 比较经过 1 毫米厚的碳、铝、钨板后电子的能量衰减到原来的多少：

我们定义厚度比等于 x/X_0 ，其中 X_0 表示辐射长度，能量比就是 E/E_0

材料	辐射长度 (cm)	厚度比	能量比
碳 (C)	19.0	0.00526	0.09947
铝 (Al)	8.9	0.01124	0.9888
钨 (W)	0.56	0.1786	0.836

(4) 对于 1 GeV、10 GeV、100 GeV 的电子，经过这些物质时，多重散射角分别为多大：

首先多重散射角的公式 $\theta = \frac{13.6}{\beta c p} z \sqrt{\frac{x}{X_0}} (1 + 0.038 \ln \frac{x}{X_0})$

那么这里为了方便计算，我们采用相对论近似， $\beta \approx 1$ ，动量 $p \approx E$ ， $z=1$ ， $x=0.1 \text{ cm}$ ， \ln 项 ≈ 1 ，那么此时我们的原公式变为：

$$\theta = \frac{13.6}{E} \sqrt{\frac{x}{X_0}}$$

还是做成表格方便直观观察

材料	$\sqrt{\frac{x}{X_0}}$	1 GeV (10 GeV	100 GeV
碳	0.0725	0.986	0.0986	0.00986
铝	0.106	1.44	0.144	0.0144
钨	0.423	5.75	0.575	0.0575

散射角单位用的是 $mrad$

这里可以看到散射角与能量成反比：能量越高，散射越小；100 GeV 电子在低 Z (Z 即是核子数) 材料中散射角极小，几乎直线穿行。

(4) 简单介绍粒子穿过厚、薄介质时，电离能量损失的分布有何不同，为什么：

先说结论：

厚介质电离能损服从高斯分布，对称、涨落小。

薄介质电离能损服从朗道分布，不对称、高能端有长尾巴，涨落大。

这里 ppt 没有找到，我查了一下。

对于厚介质：粒子与电子大量碰撞，能量损失平均，满足中心极限定理，所以是高斯分布

薄介质：碰撞次数少，单次碰撞的统计占主导，不满足中心极限定理，且粒子偶尔会把很大能量传给单个电子，形成高能长尾，也叫朗道长尾。

2.

(1) 首先，泊松过程的定义：在独立、等可能、小时间 / 空间间隔内，事件发生次数的随机过程。

(2) 泊松分布：

定义：概率 P 满足公式 $P(X=k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$ ，其中 $k=0, 1, 2, 3 \dots$ 。 λ ：单位时间 / 空间的平均发生次数。

性质：

期望： $E(X) = \lambda$

方差： $D(X) = \lambda$

可加性：独立泊松变量之和仍为泊松分布

当 λ 大时，趋近高斯分布

应用：计数类随机现象：粒子计数、放射衰变、电话呼叫、缺陷数、碰撞次数（我记动物的寿命分布也满足泊松分布）

和二项分布、高斯分布的关系：当 n 很大， p 很小， np 大小适中时，二项分布近似满足泊松分布

当泊松分布 λ 很大时，近似满足高斯分布 (λ, λ)

母函数证明：不太会用 latex 我就手写了



首先定义母函数:

$$G_X(s) = E(s^X) = \sum_{k=0}^{\infty} P(X=k) s^k$$

母函数性质: 1. $G(1) = 1$

2. $E(X) = G'(1)$

3. $D(X) = G''(1) + G'(1) - [G'(1)]^2$

4. $G_{X+Y}(s) = G_X(s) \cdot G_Y(s)$

$$X \sim P(\lambda_1) : G_X(s) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\lambda_1^k}{k!} e^{-\lambda_1} s^k = e^{\lambda_1(s-1)}$$

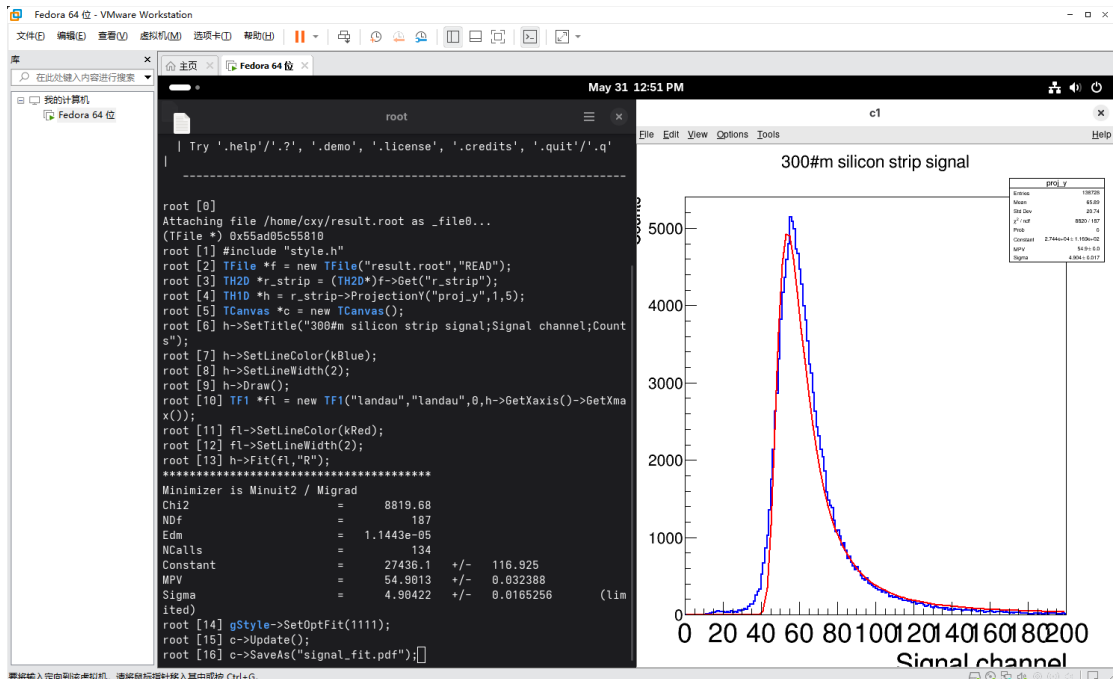
$$Y \sim P(\lambda_2) : G_Y(s) = e^{\lambda_2(s-1)} \quad (\text{同理})$$

由上面性质 4.

$$G_{X+Y}(s) = G_X(s) \cdot G_Y(s) = e^{(\lambda_1 + \lambda_2)(s-1)}$$

$X+Y$ 服从 $X+Y \sim P(\lambda_1 + \lambda_2)$

3.



步骤: 首先是根据作业里面提到打开 root 并且取 x 前五个 bin 投影到 y 方向, 然后提前知道服从朗道分布, 所以这里也是加入了一条朗道的拟合曲线

结果分析：这里看到图中展示了带电粒子穿过 300 μm 硅微条探测器后，收集到的信号幅度分布。该分布呈现典型的朗道分布特征，通过朗道函数拟合得到其最可几信号通道值为 54.90 ± 0.03 ，宽度参数为 4.90 ± 0.02 。至于为什么会出现这种分布，因为带电粒子穿过有限厚度的硅介质时，能量损失是一个随机过程，单次碰撞的能量损失概率随损失增大而急剧下降，导致最概然损失附近数据集中，而高损失事件形成长尾。