1、阅读粒子探测技术 1、2 两章的内容，并回答下面的问题
- 辐射长度和核作用长度分别是什么，简单比较经过 1 毫米厚的碳、铝、钨板后电子的能量衰减到原来的 多少，对于 1 GeV、10 GeV 、100 GeV 的电子，经过这些这些物质时，多重散射角分别为多大?（不需要非常精确的结果）
- 简单介绍粒子穿过厚、薄介质时，电离能量损失的分布有何不同，为什么?

答：辐射长度指的是一个高能电子通过韧致辐射能量损失到原始能量的 1/e 时在介质中所经过的平均路程。常用的经验公式为：

$$X_0 = \frac{716.4A}{Z(Z+1)ln(287/\sqrt{Z})}(g/cm^2)$$

核作用长度就是强子在介质中的平均自由程。$\lambda = \frac{1}{\Sigma}$，其中$\Sigma$为宏观截面，$\Sigma = N * \sigma, \sigma$为反应过程截面，N 为单位体积内的原子数。
碳（$Z = 6$）、铝（$Z = 13$）、钨（$Z = 74$）的辐射长度分别为 18.8cm,8.9cm,0.35cm
利用$< E >= Ee^{-\frac{X}{X_0}}$,则能量衰减至原来的 99.5%，98.9%，75%，
多重散射角计算基于经验公式：

$$\theta_0 \approx \frac{13.6}{\beta cp} z \cdot \sqrt{\frac{x}{X_0}}(1 + 0.038\ln{(x/X_0)})$$

对于 GeV 级电子，$\beta c \approx c$，$p \approx E$（单位 MeV），忽略对数项，主要看 $1/E$ 和 $\sqrt{x/X_0}$ 的依赖关系。故对于碳、铝、钨，1 GeV 的电子多重散射角约为 1mrad，1.44mrad，7.3mrad，能量 10GeV，100GeV 则分别为对应角度的 0.1 和 0.01 倍。

当介质厚度较厚时，电离损失分布接近高斯分布；当介质很薄时，由于相互作用的次数少，能量损失的统计涨落很大，电离损失分布很不对称，在能量大的区域有很长的尾巴，即朗道分布。

2. 泊松过程、泊松分布的性质和应用以及和二项分布、高斯分布的关系；母函数的性质及应用，例：利用母函数证明两个泊松分布的随机变量的和仍是泊松分布

泊松分布是一种描述稀有事件在固定时间或空间内发生次数的概率分布。其概率质量函数为 $P(k) = e^{-\lambda}\lambda^k/k!$，其中 λ 是平均发生次数，k 是实际发生次数。

一个连续时间随机过程 $\{N(t), t \geq 0\}$ 称为强度（或速率）为 λ 的泊松过程，若满足以下条件：

1. $N(0) = 0$（初始计数为零）
2. 独立增量性：不相交时间区间内的增量相互独立
3. 平稳增量性：在长度为 t 的时间区间内，事件发生次数 $N(s+t) - N(s)$ 服从参数为 λt 的泊松分布：

$$P(N(t+s) - N(s) = k) = \frac{e^{-\lambda t}(\lambda t)^k}{k!}, k = 0,1,2,\dots$$

泊松分布性质

1. 可加性：若 $X \sim \text{Poi}(\lambda_1)$，$Y \sim \text{Poi}(\lambda_2)$ 独立，则 $X + Y \sim \text{Poi}(\lambda_1 + \lambda_2)$
2. 均值等于方差：λ 唯一决定分布形态
3. 偏度与峰度：偏度 $= 1/\sqrt{\lambda}$，峰度 $= 1/\lambda$，随 λ 增大分布趋于对称

4. 母函数：$G(z)=e^{\lambda(z-1)}$
5. 二项近似极限：$\mathrm{Bin}(n,p)\to \mathrm{Poi}(np)$ 当 $n\to\infty, p\to 0$

应用

单位时间内放射性衰变计数

单位体积液体中的细菌数量

某路口单位时间内的事故数

铸件表面的沙眼数

网页的日访问量

保险索赔次数

二项分布在 $n\to\infty$，$p\to 0$，而 $\lambda=np$ 保持常数时逼近泊松分布，$\lambda\to\infty$泊松分布近似为高斯分布。

对于取值为 $0,1,2,\ldots$ 的随机变量 X，其母函数定义为：

$$G_X(z)=E[z^X]=\sum_{k=0}^{\infty}P(X=k)\,z^k, |\, z\, |\leq 1$$

性质

1. 唯一性：母函数与概率分布一一对应，知道母函数即可唯一确定分布。
2. 归一化：$G_X(1)=\sum P(X=k)=1$。
3. 求矩：

   一阶矩（均值）：$E[X]=G_X'(1)$

   二阶阶乘矩：$E[X(X-1)]=G_X''(1)$

   方差：$\mathrm{Var}(X)=G_X''(1)+G_X'(1)-[G_X'(1)]^2$
4. 独立变量和的母函数：若 X,Y 独立，则 $G_{X+Y}(z)=G_X(z)\cdot G_Y(z)$。这是最重要的性质，将卷积化为乘法。
5. 复合过程的母函数：若 N 是随机变量，X_i 独立同分布，则 $S=\sum_{i=1}^{N}X_i$ 的母函数为 $G_S(z)=G_N(G_X(z))$。

典型应用

1. 证明分布的可加性：利用 $G_{X+Y}=G_XG_Y$，例如两个独立泊松变量之和的母函数为 $e^{\lambda_1(z-1)}\cdot e^{\lambda_2(z-1)}=e^{(\lambda_1+\lambda_2)(z-1)}$，立即推出和仍服从泊松分布。
2. 分支过程（Galton-Watson 过程）：研究种群代际繁衍。设每代每个个体产生后代数的母函数为 $G(z)$，则第 n 代种群规模的母函数为 $G_n(z)=G(G(\cdots G(z)\cdots))$（$n$ 次复合）。灭绝概率是方程 $z=G(z)$ 的最小根。
3. 随机和分布：计算随机个随机变量之和的分布，如保险公司在随机次事故中的总索赔额。
4. 递推关系求解：在排队论、随机游走等问题中，母函数可将概率递推关系转化为代数方程求解。

3、从下面的链接中下载 root 文件，打开其中的 r_strip（TH2D），选取 X 方向前 5 个 bin，将其投影到 Y 方 向作为新的 TH1D，这是粒子经过 300 微米硅微条探测器收集到的信号，指出其服从什么分布并拟合，并以论文的标准作图。

提示 1：投影操作选取前 5 个的代码为 r_strip➞projectionY("",5,0)

提示 2: 提示 1 也许不那么可靠

提示 3: 作图可以参考分享文件中 style.h，在绘图程序中加入其头文件后

解：

1. 在终端下载：

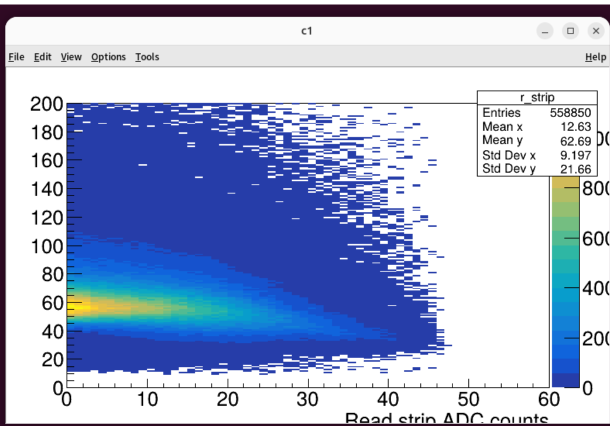
```
(base) zhuyuehui@zhuyuehui-VMware-Virtual-Platform:~$ wget -O result.root "https://pan.cstcloud.cn/unode/stor/downloadByUrl?downloadId=1.eyJidWNrZXQiOiJkZWZhdWx0IiwibGVuIjoxOTQ0NjMsInNpemUiOjE5NDQ2MywicG9
zIjowLCJuYW1lIjoicmVzdWx0LnJvb3QiLCJjdGltZSI6MTc4MDE0NjI1Mywia2V5IjoicXBDaE85SDl0NHNOSGJOYWI5YlkxMHBHd3NvQUF2ZWYiLCJhZ2UiOjg2NDAwLCJwYXJ0T25lIjp7InNpemUiOjE5NDQ2MywiZm4iOiIzc2NxTDFOelJXQS0wLTE5NDQ2MyIsImN
yYzMyIjo3Mzg0OTg3NzEsImJpZCI6MSwiY2lkIjozfX0.123458731"
--2026-05-30 21:05:27--  https://pan.cstcloud.cn/unode/stor/downloadByUrl?downloadId=1.eyJidWNrZXQiOiJkZWZhdWx0IiwibGVuIjoxOTQ0NjMsInNpemUiOjE5NDQ2MywicG9zIjowLCJuYW1lIjoicmVzdWx0LnJvb3QiLCJjdGltZSI6MTc4M
DE0NjI1Mywia2V5IjoicXBDaE85SDl0NHNOSGJOYWI5YlkxMHBHd3NvQUF2ZWYiLCJhZ2UiOjg2NDAwLCJwYXJ0T25lIjp7InNpemUiOjE5NDQ2MywiZm4iOiIzc2NxTDFOelJXQS0wLTE5NDQ2MyIsImNyYzMyIjo3Mzg0OTg3NzEsImJpZCI6MSwiY2lkIjozfX0.12345
8731
正在解析主机 pan.cstcloud.cn (pan.cstcloud.cn)... 159.226.11.208
正在连接 pan.cstcloud.cn (pan.cstcloud.cn)|159.226.11.208|:443... 已连接。
已发出 HTTP 请求，正在等待回应... 200 OK
长度： 194463 (190K) [application/octet-stream]
正在保存至: 'result.root'

result.root                       100%[==========================================================================================>] 189.91K  --.-KB/s    用时 0.04s

2026-05-30 21:05:29 (5.20 MB/s) - 已保存 'result.root' [194463/194463])
```

2. 查看数据，画出二维图

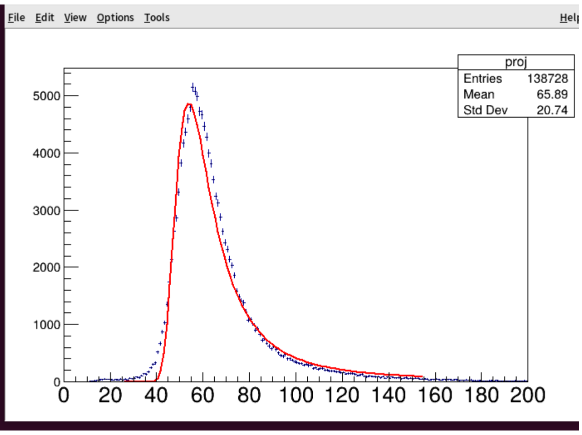
```
root [0] TFile *f = TFile::Open("result.root");
root [1] f->ls();
TFile**         result.root
 TFile*         result.root
  KEY: TH2D     true_fit;1      true_fit
  KEY: TH2D     true_fit2;1     true_fit
  KEY: TH1D     chn_dis;1
  KEY: TH1D     ladder_dis;1
  KEY: TH1D     angle_dis;1
  KEY: TH1D     e_dis;1
  KEY: TH1D     em_dis;1
  KEY: TH1D     h_end;1
  KEY: TH1D     chi;1
  KEY: TH1D     angle;1
  KEY: TH1D     pos_res;1
  KEY: TH2D     eta;1
  KEY: TH2D     cs_all;1
  KEY: TH2D     r_strip;1
  KEY: TH2D     f_strip;1
  KEY: TH2D     strip_num;1
  KEY: TH2D     eta_pos;1
root [2] TH2D *h = (TH2D*)f->Get("r_strip");
root [3] h->Draw("COLZ");
Fontconfig warning: using without calling FcInit()
Info in <TCanvas::MakeDefCanvas>:  created default TCanvas with name c1
root [4]
```



有长拖尾，接近朗道分布

3. 投影并拟合

```
root: 未找到命令
(base) zhuyuehui@zhuyuehui-VMware-Virtual-Platform:~$ rooton
(root_env) zhuyuehui@zhuyuehui-VMware-Virtual-Platform:~$ root -l do.C
Error in <TApplication::GetOptions>: macro do.C not found
(root_env) zhuyuehui@zhuyuehui-VMware-Virtual-Platform:~$ root -l do.c
root [0]
Processing do.c...
Fontconfig warning: using without calling FcInit()
Info in <TCanvas::MakeDefCanvas>:  created default TCanvas with name c1
****************************************
Minimizer is Minuit2 / Migrad
Chi2                      =      6133.63
NDf                       =          128
Edm                       =   5.7389e-08
NCalls                    =          141
Constant                  =      26945.2   +/-   115.152
MPV                       =      55.0218   +/-   0.0319431
Sigma                     =      5.14836   +/-   0.0179526       (limited)
========== 结果 ==========
MPV (最概然值) = 55.0218
Sigma = 5.14836
分布类型 = Landau分布 (朗道分布)
root [1]
```



代码：

```
{
    // 打开文件
    TFile *f = TFile::Open("result.root");
    TH2D *h2 = (TH2D*)f->Get("r_strip");

    // 投影：取X方向前5条，投影到Y
    TH1D *h1 = h2->ProjectionY("proj", 1, 5);

    // 画出来看看
    h1->Draw("E");

    // 用朗道分布拟合
    TF1 *landau = new TF1("landau", "landau",
                          h1->GetBinCenter(h1->GetMaximumBin())-30,
                          h1->GetBinCenter(h1->GetMaximumBin())+100);
    landau->SetParameters(h1->GetMaximum(), h1->GetBinCenter(h1->GetMaximumBin()), 10);
    h1->Fit(landau, "R");

    // 输出结果
    cout << "========== 结果 ==========" << endl;
    cout << "MPV (最概然值) = " << landau->GetParameter(1) << endl;
    cout << "Sigma = " << landau->GetParameter(2) << endl;
    cout << "分布类型 = Landau分布 (朗道分布)" << endl;
```