

1.1 辐射长度:高能电子在物质中因韧致辐射损失能量

$$dE/dx \propto E$$

$$E/E_0 = e^{-x/X_0}$$

比值为 1/e 时可求得  $X_0$ , 为辐射长度, 定义是电子能量降到原来的 1/e 时经过的平均厚度

1.2 核作用长度 $\lambda$ : 考虑强子和介质原子核的强相互作用引入宏观截面  $\Sigma=N*\sigma$ , 表示粒子在单位长度与介质发生相互作用的概率,  $\lambda=1/\Sigma$ , 也就是平均自由程, 用于计算粒子束在介质中的衰减

$$N/N_0 = e^{-x/\lambda}$$

1.3 电子能量衰减: 考虑韧致辐射主导, 如下表

物质种类	$X_0$	1mm/ $X_0$	衰减因子
碳板	10.44cm	0.00958	0.990
铝板	8.89cm	0.01125	0.989
钨板	0.35cm	0.286	0.751

1.4 多重散射角: 多重库伦散射经验公式(经简化)

$$\theta_{plane}^{rms} = \frac{13.6MeV}{\beta cp} \sqrt{x/X_0}$$

高能粒子电子 $\beta cp$  约等于能量 E ; 题给条件  $x=1mm$

材料	$\sqrt{1mm/X_0}$	1GeV	10GeV	100GeV
碳板	0.0979	0.00133rad	0.000133rad	0.0000133rad
铝板	0.106	0.00144rad	0.000144rad	0.0000144rad
钨板	0.535	0.00728rad	0.000728rad	0.0000728rad

1.5 粒子穿过厚薄介质时电离能量损失分布的区别: 当介质厚度较厚时, 电离损失分布接近高斯分布; 当介质很薄时, 由于相互作用的次数少, 能量损失的统计涨落很大, 电离损失分布很不对称, 在能量大的区域有很长的尾巴——朗道分布。

2.1 泊松过程

定义：在时间/空间上，事件独立、平均发生率恒定、两个事件不能同时发生的随机点过程。

例子：放射性衰变、粒子计数。

## 2.2 泊松分布

$$P(k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$$

性质:可加性:独立泊松变量之和依然为泊松分布

在  $n$  趋于无穷,  $p$  趋于 0 且  $np=\lambda$ =常数时,二项分布可近似为泊松分布

在  $\lambda$  趋于无穷时泊松分布可近似高斯分布  $N(\lambda, \lambda)$

## 2.3 母函数及其应用(证明两个独立泊松变量之和依然为泊松分布)

母函数定义:

$$G_X(s) = E(s^X) = \sum_{k=0}^{\infty} P(X = k) s^k$$

性质:

$G_X(1)=1, G_X'(1)=E(X), G_X''=E[X(X-1)]$ ,独立随机变量和的母函数等于各自母函数乘积

证明: $X, Y$  为两个独立随机变量,分别服从参数为  $\lambda_1, \lambda_2$  的泊松分布

$$G_{X+Y}(s) = G_X(s)G_Y(s) = e^{(\lambda_1+\lambda_2)(s-1)}$$

由母函数不难看出  $X+Y \sim \text{Poisson}(\lambda_1+\lambda_2)$

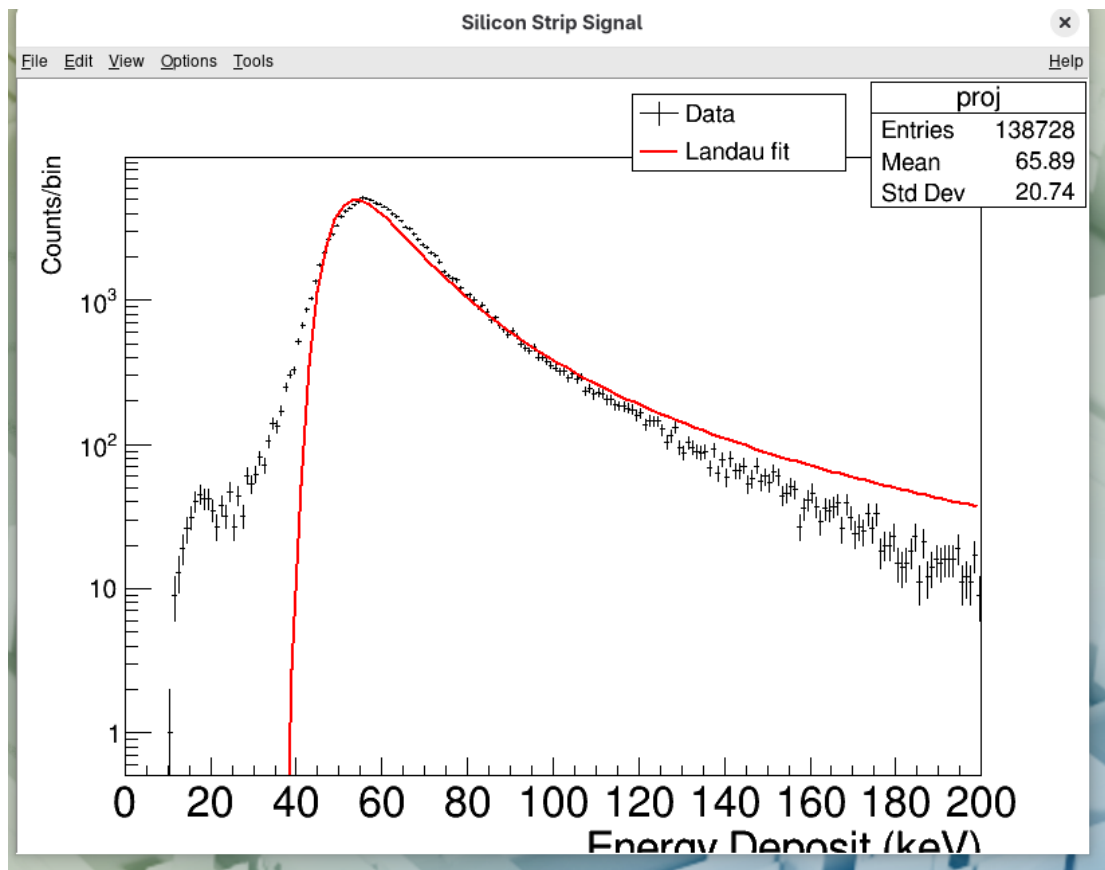
## 3. 300 微米薄介质:朗道分布

代码及拟合结果见下页(使用对数坐标):

```

aaa@fedora:~/1111111$ cat fit2.cpp
#include "TH2D.h"
#include "TH1D.h"
#include "TF1.h"
#include "TCanvas.h"
#include "TStyle.h"
#include "TFile.h"
#include "TLegend.h"
#include "TMath.h"
#include "style.h"
void fit2(){
    TFile *file =TFile::Open("result.root");
    if(!file||file->IsZombie()){
        std::cerr << "Error in opening" << std::endl;
        return;
    }
    TH2D *r_strip = (TH2D*)file->Get("r_strip");
    if (!r_strip){
        std::cerr << "Error r_strip missing" << std::endl;
        return;
    }
    TH1D *h_proj = r_strip->ProjectionY("proj",1,5);
    if(!h_proj){
        if(!h_proj){
            std::cerr << "Error projection failed" << std::endl;
            return;
        }
        double xmin = h_proj->GetXaxis()->GetXmin();
        double xmax = h_proj->GetXaxis()->GetXmax();
        TF1 *fitFunc = new TF1("landauFit","[2]*TMath::Landau(x,[0],[1])",xmin,x
max);
        double maxHeight = h_proj->GetMaximum();
        double mean = h_proj->GetMean();
        double rms = h_proj->GetRMS();
        fitFunc->SetParameters(mean,rms,maxHeight);
        fitFunc->SetParNames("MPV","Width","Amplitude");
        h_proj->Fit(fitFunc,"R");
        TCanvas*c1 =new TCanvas("c1","Silicon Strip Signal",800,600);
        c1->SetLogy();
        h_proj->SetTitle(";Energy Deposit (keV);Counts/bin");
        h_proj->SetLineColor(kBlack);
        h_proj->Draw("E");
        fitFunc->SetLineColor(kRed);
        fitFunc->SetLineWidth(2);
        fitFunc->Draw("samea");
        TLegend *leg =new TLegend(0.7,0.8,0.9,0.9);
        TLegend *leg =new TLegend(0.7,0.8,0.9,0.9);
        leg->AddEntry(h_proj,"Data","lpe");
        leg->AddEntry(fitFunc, "Landau fit","l");
        leg->Draw();
        std::cout << "Fit MPV= " << fitFunc->GetParameter(0)
        << "±" << fitFunc->GetParError(0) <<std::endl;
        std::cout << "Fit Width = " << fitFunc->GetParameter(1)
        << "±" << fitFunc->GetParError(1) <<std::endl;
    }
}
aaa@fedora:~/1111111$

```



可以看到,在能量较低的情况下拟合效果较差,但在高能量的条件下非常符合朗道分布的“长尾”特点,拟合效果较好